



بررسی دینامیک الکترون نسبیتی در کانال یونی در حضور ویگلر پیچشی و میدان مغناطیسی مایل خارجی

آمنه کارگریان

پژوهشکده پلاسما و گداخت هسته‌ای، پژوهشگاه علوم و فنون هسته‌ای، تهران، ایران

پست الکترونیکی: akargarian@aeoi.org.ir

(دریافت مقاله: ۱۳۹۸/۰۳/۲۷؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۹/۰۷/۱۴)

چکیده

در این مقاله شتاب الکترون و دینامیک نسبیتی آن در یک کانال یونی ایجاد شده حین عبور پالس لیزر در پلاسما، تحت تأثیر میدان‌های مغناطیسی ویگلر پیچشی و مایل خارجی، پتانسیل بار فضایی یون و موج پلاسمایی به صورت تحلیلی و عددی مورد بررسی قرار گرفته است. معادلات حاکم بر دینامیک الکترون نسبیتی، معادلات نیروی لورنتس سه بعدی هستند. برای تحلیل عددی معادلات به دست آمده، از یک کد تک ذره نسبیتی سه بعدی و روش رانگ کوتای مرتبه چهارم استفاده شده است. نتایج عددی نشان می‌دهند دینامیک الکترون نسبیتی در کانال یونی و بهره‌انرژی آن به طور قابل توجهی تحت تأثیر میدان مغناطیسی مایل خارجی، ویگلر پیچشی و همچنین بار فضایی یون قرار می‌گیرند. نتایج به دست آمده در این مقاله می‌تواند در طراحی شتاب‌دهنده‌های پلاسمایی با ابعاد کوچک بسیار حائز اهمیت باشند.

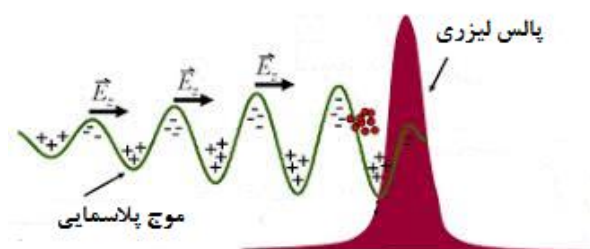
واژه‌های کلیدی: دینامیک نسبیتی، کانال یونی مغناطیده، ویگلر پیچشی، میدان مغناطیسی مایل خارجی

۱. مقدمه

مرکز دور کرده و یک کانال یونی در پلاسما شکل می‌گیرد و نیروی پاندرموتیو محوری لیزر، الکترون‌ها را تحت تأثیر قرار داده و در نتیجه با تولید میدان‌های طولی سبب ایجاد یک موج پلاسمایی طولی در عقب پالس لیزری می‌شود که موج دنباله‌ام نام دارد (شکل ۱) [۱-۳]. یک موج پلاسمایی می‌تواند در اثر عبور باریکه‌ای از ذرات پراانرژی از درون پلاسما نیز ایجاد شود. در این حالت میدان متناظر با باریکه، الکترون‌های پلاسما را که سبک‌تر از یون‌ها هستند از مرکز دور می‌کند و یک کانال یونی

امروزه شتاب‌دهنده‌های پلاسمایی، بر مبنای شتاب ذرات در اثر عبور پالس لیزری و یا باریکه ذرات پراانرژی از درون پلاسما، به دلیل گرا دیان‌های انرژی بالا، مقرون به صرفه بودن به لحاظ اقتصادی در زمینه طراحی و ساخت، و همچنین اندازه کوچک آنها نسبت به سایر شتاب‌دهنده‌های ذرات بسیار مورد توجه قرار گرفته‌اند. هنگامی که یک پالس لیزری قوی در پلاسما منتشر می‌شود، نیروی پاندرموتیو شعاعی لیزر، الکترون‌ها را از

حرکت آن در کانال یونی مورد بررسی قرار گرفته است. در بخش دوم مقاله، معادلات مربوط به حرکت الکترون نسبی در حضور ویگلر ماریپیچی، میدان مغناطیسی مایل خارجی، موج پلاسمایی و بار فضایی یون به دست آورده شده‌اند. بخش سوم به تحلیل عددی، بحث و نتیجه‌گیری اختصاص داده شده است.



شکل ۱. عبور پالس لیزری از درون پلازما و تشکیل موج دنباله.

۲. تحلیل نسبی دینامیک الکترون در کانال یونی

مغناطیده مایل

هنگامی که پلازما با چگالی‌های پایین‌تر از چگالی بحرانی در معرض پالس‌های لیزری قوی از مرتبه $I \geq 10^{14} \text{ W/cm}^2$ قرار می‌گیرد، پلاسمای نسبی ایجاد می‌شود. معادلات تکانه و انرژی حاکم بر دینامیک الکترون نسبی به صورت زیر هستند:

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = -e\mathbf{E} + e\nabla\phi + \frac{\mathbf{V} \times \mathbf{B}}{C}, \quad (1)$$

$$\frac{d\gamma}{dt} = \frac{-e}{m_e C^2} (\mathbf{E} - \nabla\phi) \cdot \mathbf{V}, \quad (2)$$

که در این رابطه $\mathbf{B} = \mathbf{B}_r + \mathbf{B}_z$ است. $B_r = B_0 \cos(\theta) \hat{z}$ میدان مغناطیسی مایل خارجی است و میدان ویگلر ماریپیچی به صورت $\mathbf{B}_r = \beta_0 (\cos(2\pi z / \lambda_\omega) \hat{z} + \sin(2\pi z / \lambda_\omega) \hat{x})$ است که $\lambda_\omega = 2\pi / k_\omega$ طول موج مشخصه ویگلر و β_0 دامنه آن است. پتانسیل بار فضایی یون نیز به صورت $\phi = \phi_0 (1 - (x^2 + y^2) / r_p^2)$ در نظر گرفته شده است. میدان الکتریکی موج پلازما را به صورت زیر در نظر می‌گیریم [۱۴]:

$$\mathbf{E} = \hat{x} A \exp(-(x^2 + y^2) / r_p^2) \frac{r_x}{kr_p} \sin(\omega t - kz + \theta) + \hat{y} A \exp(-(x^2 + y^2) / r_p^2) \frac{r_y}{kr_p} \sin(\omega t - kz + \theta) + \hat{z} A \exp(-(x^2 + y^2) / r_p^2) \cos(\omega t - kz + \theta), \quad (3)$$

در اینجا r_p شعاع موج دنباله و θ فاز اولیه است. با جایگذاری میدان مغناطیسی، بار فضایی یون و میدان الکتریکی موج پلاسمایی در روابط (۱) و (۲)، معادلات حاکم بر حرکت الکترون در کانال یونی مغناطیده به دست می‌آیند:

در مرکز شکل می‌گیرد [۴] و سپس موج پلاسمایی در اثر نیروی جدایی بار ناشی از باریکه ایجاد می‌شود. این موج تولید شده قادر است الکترون‌های پلازما را به دام ببندد. الکترون‌هایی که سرعتی برابر با سرعت موج دارند همراه با موج حرکت کرده و با آن مبادله انرژی می‌کنند. در یک کانال یونی الکترون‌های با سرعت کم، اگر بسامد جابه‌جایی دوپلری موج پلازما دو برابر بسامد بتاترونی باشد [۵] و [۶]، مقدار قابل توجهی انرژی از طریق تابش بتاترونی به دست می‌آورند. علاوه بر این، تشدید چرنکوف نیز مانند تشدید بتاترونی الکترون‌ها را شتاب می‌دهد. اما این دو رژیم اساساً با یکدیگر متفاوت هستند. تابش چرنکوف بر اساس شتاب الکترون در اثر برهم‌کنش آن با امواج الکترومغناطیسی است، در صورتی که شتاب بتاترونی برای الکترون‌های کند اتفاق می‌افتد. به طور کلی شتاب گرفتن الکترون‌های کند یک فرایند دو مرحله‌ای است. ابتدا الکترون‌های کند توسط تابش بتاترونی به سرعت‌های به اندازه کافی بالا شتاب داده می‌شوند، سپس این الکترون‌ها از موج پلازما انرژی گرفته و می‌توانند از طریق تابش چرنکوف به انرژی‌های بالاتر شتاب داده شوند [۷].

در سال‌های اخیر مطالعات زیادی بر روی بررسی شتاب الکترون و مسیر حرکت آن در کانال یونی انجام شده است و عامل‌های موثر بر روی بهره انرژی الکترون و رفتار آن در حین عبور از کانال یونی و تحت تاثیر بار فضایی یون مورد بررسی قرار گرفته‌اند [۸-۱۳]. در این مقاله اثرات همزمان پتانسیل بار فضایی یون، موج پلاسمایی، میدان مغناطیسی ویگلر ماریپیچی و میدان مغناطیسی مایل خارجی بر روی شتاب الکترون و مسیر

$$\frac{dp'_z}{dt'} = -a_p \exp(-(x'^r + y'^r) / r_p'^r) \cos(t' - z' + \theta) - \frac{ep'_y B_\omega}{\gamma} \sin(k_\omega z'), \quad (11)$$

$$\frac{d\gamma}{dt'} = \frac{-a_p p'_z}{\gamma} \exp(-(x'^r + y'^r) / r_p'^r) \frac{r'_x}{kr_p'^r} \cos(t' - z' + \theta) - \frac{a_p}{\gamma} p'_x \exp(-(x'^r + y'^r) / r_p'^r) \sin(t' - z' + \theta) - \frac{a_p}{\gamma} p'_y \exp(-(x'^r + y'^r) / r_p'^r) \sin(t' - z' + \theta) - k' \varphi'_o \frac{r'_x p'_x}{\gamma r_p'^r} - k' \varphi'_o \frac{r'_y p'_y}{\gamma r_p'^r}, \quad (12)$$

معادلات غیر خطی (۹) تا (۱۲) با استفاده از روش‌های عددی قابل تجزیه و تحلیل هستند. در بخش بعدی مقاله با استفاده از این معادلات و به کمک روش‌های عددی و شبیه سازی، به بررسی دینامیک الکترون در کانال یونی و در حضور ویگلر پیچشی و میدان مغناطیسی مایل خارجی پرداخته‌ایم.

۳. نتایج عددی

در این بخش برای تحلیل رفتار الکترون نسبیتی تحت تأثیر بار فضایی یون و میدان مغناطیسی ویگلر مارپیچی و میدان مغناطیسی مایل خارجی با استفاده از معادلات به دست آمده در بخش قبل، از روش رانگ- کوتای مرتبه چهار و کد تک ذره نسبیتی سه بعدی استفاده شده است. این معادلات برای پارامترهای مشخص $\theta = \pi/2$, $r_p = 2$, $a_p = 0.15$, $k = 1/0.4$, $\varphi_o = 0.5$ و $r_p = 4$ به عنوان شرایط اولیه، حل شده‌اند. ابتدا، برای بررسی اثرات میدان مغناطیسی مایل بر روی شتاب الکترون در کانال یونی مغناطیده، منحنی تغییرات انرژی الکترون در راستای انتشار پالس لیزری برای دامنه میدان مغناطیسی مایل $\omega_c = 0.5$ و در غیاب میدان ویگلری ($B_\omega = 0$) در شکل ۲ رسم شده است. منحنی‌ها برای مقادیر متفاوت θ از $\theta = 0.1$ تا $\theta = 0.5$ نشان داده شده‌اند. همان گونه که از مقایسه نمودارها در این شکل مشاهده می‌شود انرژی الکترون برای مقدار ثابت $\omega_c = 0.5$ در $\theta = 0.3$ بیشتر از دو زاویه دیگر است. بنابراین یک مقدار بهینه برای زاویه میدان مغناطیسی مایل وجود دارد که در آن الکترون

$$\frac{dp_x}{dt} = -eA \exp(-(x^r + y^r) / r_p^r) \frac{r_x}{kr_p^r} \sin(\omega t - kz + \theta_o) - e\varphi_o \frac{r_x}{r_p^r} - \frac{eV_y B_o \cos(\theta)}{c} + \frac{eV_y B_\omega}{c} \cos(r\pi z / \lambda_\omega), \quad (4)$$

$$\frac{dp_y}{dt} = -eA \exp(-(x^r + y^r) / r_p^r) \frac{r_y}{kr_p^r} \sin(\omega t - kz + \theta_o) - e\varphi_o \frac{r_y}{r_p^r} - \frac{eV_x B_o \cos(\theta)}{c} - \frac{eV_x B_\omega}{c} \cos(r\pi z / \lambda_\omega) + \frac{eV_z B_\omega}{c} \sin(r\pi z / \lambda_\omega), \quad (5)$$

$$\frac{dp_z}{dt} = -eA \exp(-(x^r + y^r) / r_p^r) \cos(\omega t - kz + \theta_o) - \frac{eV_y B_\omega}{c} \sin(r\pi z / \lambda_\omega), \quad (6)$$

$$\frac{d\gamma}{dt} = \frac{-eAv_z}{m_e c^r} \exp(-(x^r + y^r) / r_p^r) \cos(\omega t - kz + \theta_o) - \frac{eAv_x}{m_e c^r} \exp(-(x^r + y^r) / r_p^r) \frac{r_x}{kr_p^r} \sin(\omega t - kz + \theta_o) - \frac{eAv_y}{m_e c^r} \exp(-(x^r + y^r) / r_p^r) \frac{r_y}{kr_p^r} \sin(\omega t - kz + \theta_o) - e\varphi_o \frac{r_x v_x}{m_e c^r r_p^r} - e\varphi_o \frac{r_y v_y}{m_e c^r r_p^r}, \quad (7)$$

که در اینجا ضریب نسبیتی γ به صورت زیر است:

$$\gamma = (1 + \frac{x^r + y^r + z^r}{m_e^r c^r}), \quad (8)$$

به منظور تبدیل معادلات تحلیلی بالا به شکل ساده‌تر، پارامترهای بدون بعد را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

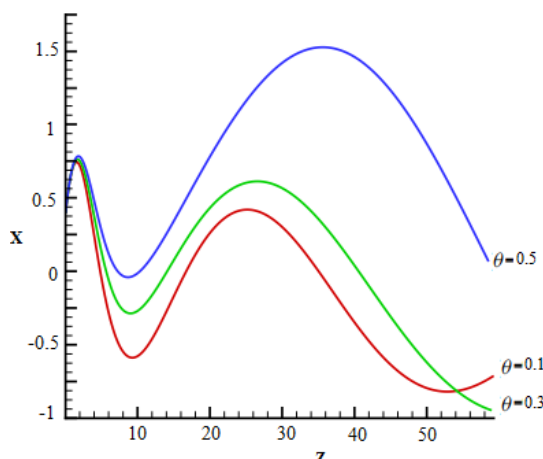
$$x^r = kx, \quad t^r = \omega t, \quad k^r = kc / \omega, \quad a_p = eA / m_e \omega c, \quad z^r = kz, \quad r_p^r = k^r r_p^r, \quad r_p^r = k^r r_p^r, \quad \varphi_o^r = e\varphi_o / m_e c^r, \quad \omega_c = eB_o / m_e \omega c, \quad \mathbf{p}^r = \mathbf{p} / mc, \quad B_\omega = e\beta_\omega / m_e \omega c$$

با استفاده از این پارامترهای بدون بعد روابط (۴) تا (۷) به

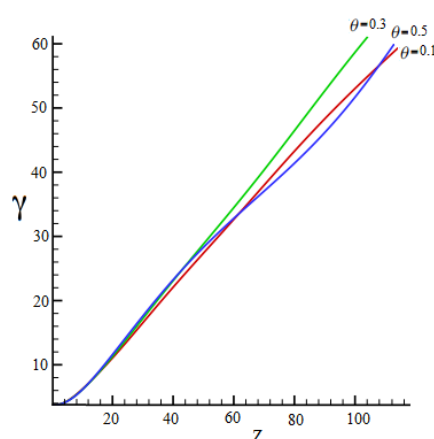
صورت زیر به روابط بدون بعد تبدیل خواهند شد:

$$\frac{dp'_x}{dt'} = -a_p \exp(-(x'^r + y'^r) / r_p'^r) \frac{r'_x}{kr_p'^r} \sin(t' - z' + \theta_o) - k' \varphi'_o \frac{r'_x}{r_p'^r} + \frac{ep'_y \omega_c \cos(\theta)}{\gamma} + \frac{ep'_y B_\omega}{\gamma} \cos(k_\omega z'), \quad (9)$$

$$\frac{dp'_y}{dt'} = -a_p \exp(-(x'^r + y'^r) / r_p'^r) \frac{r'_y}{kr_p'^r} \sin(t' - z' + \theta_o) - k' \varphi'_o \frac{r'_y}{r_p'^r} - \frac{ep'_x \omega_c \cos(\theta)}{\gamma} - \frac{ep'_x B_\omega}{\gamma} \cos(k_\omega z') + \frac{ep'_z B_\omega}{\gamma} \sin(k_\omega z'), \quad (10)$$



شکل ۳. مسیر الکترون در کانال یونی برای مقادیر متفاوت زاویه میدان مغناطیسی مایل خارجی.



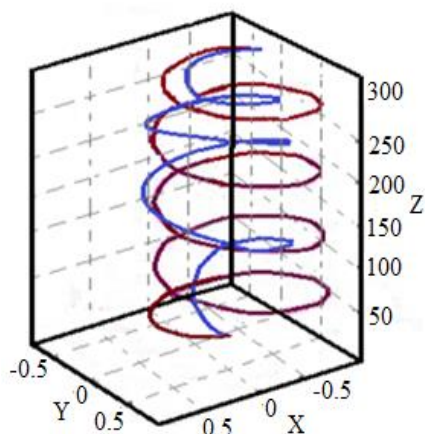
شکل ۲. انرژی الکترون در کانال یونی برای مقادیر متفاوت زاویه میدان مغناطیسی مایل خارجی در غیاب ویگلر پیچشی.

شتاب‌دهنده‌های پلاسمایی با ابعاد کوچک بسیار حائز اهمیت باشد.

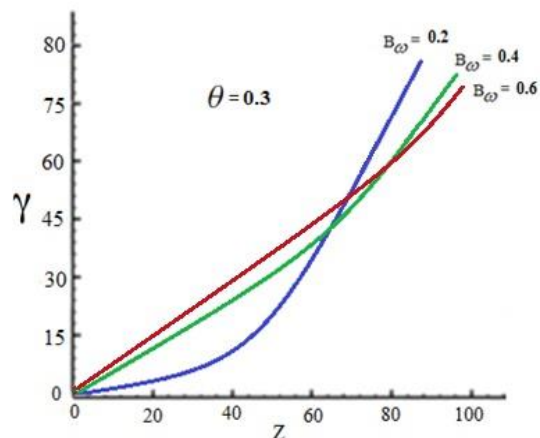
شکل ۵ نمای سه بعدی مسیر الکترون در حضور میدان مغناطیسی ویگلر پیچشی و عدم حضور ویگلر را نشان می‌دهد. همان گونه که مشاهده می‌شود الکترون حول مسیر انتشار لیزر (محور z) حرکت کرده و انرژی لیزر را جذب می‌کند. میدان متناظر با موج پلاسمایی باعث می‌شود نوسانات الکترون شکل سینوسی و متقارن خود را از دست بدهد. همان گونه که مشاهده می‌شود حضور میدان مغناطیسی ویگلر ($B_{\omega} = 0/2$) باعث یکنواختی بیشتر نوسانات حرکت ذره در طی انتشار آن در کانال یونی نسبت به عدم حضور آن ($B_{\omega} = 0$) می‌شود. برای بررسی اثرات بزرگی دامنه میدان مغناطیسی مایل خارجی بر روی بهره انرژی الکترون در کانال یونی، پارامتر $\psi = \gamma/\gamma_0$ را معرفی می‌کنیم که نسبت انرژی الکترون در حضور میدان مغناطیسی مایل خارجی به عدم حضور میدان خارجی را نشان می‌دهد. در شکل ۶ نمودار ψ بر حسب مقادیر مختلف ω_c رسم شده است. نمودارها برای مقادیر $\omega_c = 0/3$ تا $\omega_c = 1$ نشان داده شده‌اند. به طور کلی با افزایش z نمودارها به مقدار بیشینه خود رسیده و سپس کاهش می‌یابند. بنابراین برای شدت میدان مغناطیسی مایل خارجی نیز یک مقدار بهینه وجود دارد. با تغییر میدان مغناطیسی مقدار بیشینه ψ نیز تغییر می‌کند و

می‌تواند به بیشترین میزان انرژی برسد. نتایج عددی نشان می‌دهند اندازه این مقدار بهینه زاویه میدان مغناطیسی مایل، به شرایط اولیه اعمال شده و اندازه دامنه میدان مغناطیسی بستگی دارد. در شکل ۳ نمودار مسیر حرکت الکترون در کانال یونی برای پارامترهای اولیه داده شده در شکل ۱، نشان داده شده است. همان طور که انتظار می‌رود دامنه نوسانات الکترون در $\theta = 0/1$ کوچک‌تر از دو مقدار دیگر است.

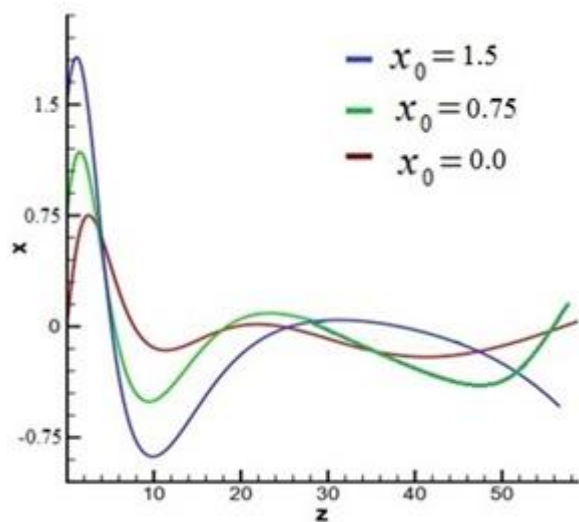
برای بررسی اثرات میدان مغناطیسی ویگلر پیچشی در شتاب‌دهی الکترون و در حضور میدان مغناطیسی مایل خارجی، نمودار انرژی الکترون برای مقادیر متفاوت دامنه میدان مغناطیسی ویگلر پیچشی در دامنه میدان مغناطیسی مایل $\omega_c = 0/5$ و زاویه برابر با $\theta = 0/3$ در شکل ۴ نشان داده شده است. بررسی نمودارهای انرژی الکترون تأثیر مثبت حضور میدان مغناطیسی ویگلری بر روی افزایش انرژی الکترون را به خوبی نشان می‌دهد. در این شکل مشاهده می‌شود که در مسافت‌های کوتاه، افزایش دامنه میدان ویگلری باعث افزایش انرژی الکترون و در مسافت‌های دورتر این افزایش باعث کاهش انرژی الکترون می‌شود. در واقع هر چقدر دامنه میدان مغناطیسی ویگلری افزایش یابد شتاب الکترون در مسافت‌های کوتاه، افزایش می‌یابد در حالی که برای z های بزرگ‌تر این نتیجه برعکس است. این امر می‌تواند در طراحی



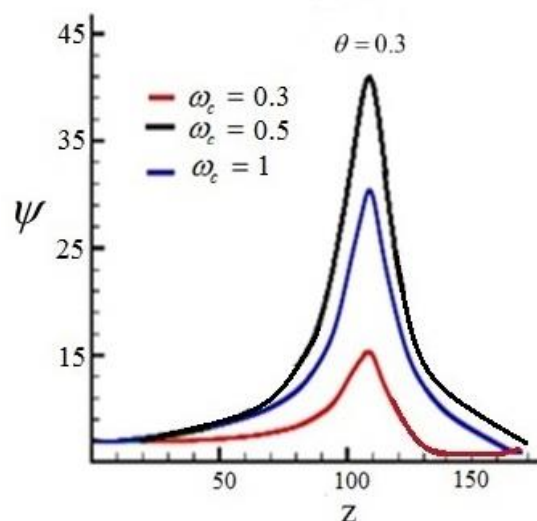
شکل ۵. نمای سه بعدی مسیر الکترون در حضور میدان مغناطیسی ویگلر (نمودار قرمز رنگ) و عدم حضور ویگلر (نمودار آبی رنگ).



شکل ۴. انرژی الکترون در کانال یونی برای مقادیر متفاوت دامنه میدان مغناطیسی ویگلر پیچشی.



شکل ۷. مسیر حرکت الکترون در صفحه $x-z$ برای مقادیر متفاوت موقعیت اولیه الکترون در کانال یونی.



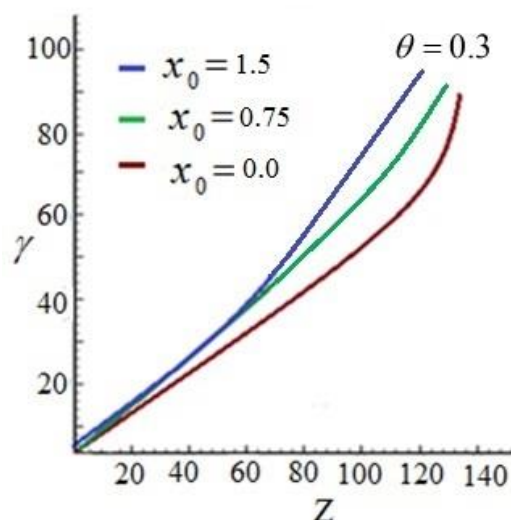
شکل ۶. بهره انرژی الکترون در کانال یونی برای مقادیر متفاوت اندازه میدان مغناطیسی مایل خارجی.

اثرات بار فضایی یون بر روی دینامیک الکترون در کانال یونی، نمودار شتاب الکترون در سه موقعیت اولیه آن نسبت به محور کانال یونی را مورد بررسی قرار داده‌ایم. در شکل ۸ نمودار انرژی الکترون برای مقادیر بهینه $\omega_c = 0.6$ ، $\theta = 0.3$ و $B\omega = 0.3$ در فواصل عمودی مختلف از محور کانال نشان داده شده است. با توجه به این شکل با افزایش x_0 انرژی الکترون افزایش می‌یابد. به عبارتی دیگر انرژی به دست آمده توسط الکترون در فواصل دورتر از مرکز کانال بیشتر است که این به دلیل افزایش بار فضایی یون است که در فواصل دورتر از محور z بیشتر است.

مقدار این بیشینه‌ها برای هر سه نمودار در یک z اتفاق می‌افتد. نمودارهای رسم شده نشان می‌دهند مقدار ψ بزرگ‌تر از یک است، بنابراین در حضور میدان مغناطیسی مایل خارجی، انرژی الکترون افزایش می‌یابد.

در مرحله بعد، تاثیر بار فضایی یون بر روی دینامیک الکترون در کانال یونی را با در نظر گرفتن پارامترهای بهینه میدان مغناطیسی مایل خارجی مورد بررسی قرار داده‌ایم. شکل ۷ نمودار مسیر الکترون در سه موقعیت اولیه (x_0) متفاوت را نشان می‌دهد. همان گونه که مشاهده می‌شود با افزایش فاصله عمودی از محور z دامنه نوسانات افزایش می‌یابد. برای بررسی

در کانال یونی، با تبادل انرژی با لیزر حول مسیر انتشار لیزر حرکت کرده و انرژی جذب می‌کند. نمودار بهره انرژی الکترون نشان می‌دهد افزایش دامنه و زاویه میدان مغناطیسی مایل خارجی موجب افزایش انرژی الکترون می‌شود. نتایج نشان می‌دهد این افزایش انرژی تا یک مقدار بهینه دامنه و زاویه میدان مغناطیسی مایل ادامه یافته و پس از آن شروع به کاهش می‌کند. موج پلاسمایی باعث می‌شود نوسانات الکترون شکل سینوسی و متقارن خود را از دست بدهد و حضور میدان مغناطیسی ویگلر باعث یکنواختی بیشتر نوسانات حرکت ذره در طی انتشار آن می‌شود. همچنین، افزایش دامنه میدان ویگلری باعث افزایش انرژی الکترون می‌شود. با افزایش مسافت در راستای محور، افزایش ویگلر باعث کاهش انرژی الکترون می‌شود. علاوه بر این، با توجه به افزایش پتانسیل بار فضایی در فواصل دورتر از محور کانال یونی، انرژی الکترون افزایش می‌یابد. نتایج به دست آمده می‌تواند در طراحی شتاب‌دهنده‌های پلاسمایی با کیفیت بالا و ابعاد کوچک حائز اهمیت باشد.



شکل ۸. نمودار انرژی الکترون در فواصل عمودی مختلف از محور کانال یونی.

۴. نتیجه‌گیری

در مقاله حاضر، شتاب الکترون و دینامیک نسبیتی آن در یک کانال یونی در حضور ویگلر پیچشی و یک میدان مغناطیسی مایل خارجی با در نظر گرفتن اثرات مربوط به پتانسیل بار فضایی و موج پلاسمایی مورد بررسی قرار گرفته است. الکترون

مراجع

1. E Esarey, B A Shadwick, P Catravas, and W P Leemans, *Physical Review E* **65**, 5 (2002) 056505.
2. M Litos, E Adli, W An, C I Clarke, C E Clayton, Sébastien Corde, J. P. Delahaye et al., *Nature* **515**, 7525 (2014) 92.
3. A Arefiev, V Vladimir, N Khudik, and M Schollmeier. *Physics of Plasmas* **21**, 3 (2014) 033104.
4. Z Wang, T Chang-Jian, and P Xiao-Dong, *Physics of Plasmas* **17** (2010) 083114.
5. F Albert, N Lemos, J L Shaw, B B Pollock, C Goyon, W Schumaker, A M Saunders et al., *Physical review letters* **118**, 13 (2017) 134801.
6. T W. Huang, A P L Robinson, C T Zhou, Bin Qiao, Bin Liu, S C Ruan, X T He, and P A Norreys. *Physical Review E* **93**, 6 (2016) 063203.
7. M I Bakunov, S B Bodrov, A V Maslov, and A M Sergeev. *Physical Review E* **70**, 1 (2004) 016401.
8. Sh Irani, H Hakimi Pajouh, and A Esfandiyari. *Iran. J. Phys. Res.* **11**, 4 (2012) 361.
9. H Mehdian, A Kargarian, A Hasanbeigi, *Optik* **126**, 21 (2015) 3299.
10. A Kargarian, H Mehdian, A Hasanbeigi, *Iran. J. Phys. Res.* **14**, 1 (2014) 83.
11. S Sadegzadeh, A Hasanbeigi, H Mehdian, H Alimohamadi, *Physics of Plasmas* **19**, 2 (2012) 023108.
12. H Mehdian, A Hasanbeigi, S Jafari, *Physics of Plasmas* **15**, 7 (2008) 073103.
13. D Su, C.J.Tang, *Physics of Plasmas* **18**, 2 (2011) 023104.
14. N Kumar and V K Tripathi, *Europhysics Letters* **75**, 2 (2006) 260.