



پراش در زمان و زود- ورود اتلافی در گذار پیوسته کوانتومی - کلاسیکی

سید وحید موسوی

گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه قم

پست الکترونیکی: vmousavi@qom.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۳۹۸/۱۰/۲۴؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۹/۰۹/۱۱)

چکیده

پدیده‌های پراش در زمان و زود- ورود در مورد سیستم‌های اتلافی مطالعه خواهند شد. این بررسی نظری با استفاده از معادله موج مقیاس شده خطی که در چارچوب نظریه کلدیرولا- کانای برای گذار پیوسته کوانتومی - کلاسیکی پیشنهاد شده، انجام خواهد شد. دو مثال ساده اما از نظر فیزیکی مهم و جالب رهایی آنی از پتانسیل یک حائل که در آن رفتارهای گذرا (پراش در زمان) مشاهده می‌شود؛ و همچنین عبور از یک سد پتانسیل سهموی وابسته به زمان که اثر زود- ورود را نشان می‌دهد، مطالعه خواهند شد. محاسبات نشان می‌دهند که پراش در زمان یک اثر غیر کلاسیکی است و با افزایش ضریب اصطکاک رفتارهای گذرا به تدریج محو می‌شوند. همچنین، پدیده زود- ورود حتی در رژیم کلاسیکی هم مشاهده می‌شود. یعنی زود- ورود یک پدیده غیرکلاسیکی نیست. این رفتار با مسیرهای مقیاس شده که در رژیم کوانتومی همان مسیرهای بوهمی هستند، توضیح داده خواهد شد.

واژه‌های کلیدی: اتلاف، معادله کلدیرولا- کانای، گذار کوانتومی - کلاسیکی، معادله موج مقیاس شده، پراش در زمان، زود- ورود، مسیرهای مقیاس شده

۱. مقدمه

مرتبط با دینامیک کوانتومی رهایی آنی امواج مادی است که در ابتدا در ناحیه‌ای از فضا محبوس هستند. این پدیده اولین بار توسط موشینسکی [۱] در ارتباط با مسئله شاتر کوانتومی مورد توجه قرار گرفت. در اینجا، چگالی جریان احتمال شباهت ریاضی نزدیکی با شدت نور حاصل از پراش فرنل به وسیله یک لبه مستقیم دارد. مشاهدات آزمایشگاهی گذراها با امواج اتمی فوق سرد انجام شده است. پراش در زمان مربوط به چگالی بوز- اینشتین اتم‌های روبدیم دیده شده است که در

در سیستم‌های کوانتومی وابسته به زمان پدیده‌های جالبی اتفاق می‌افتد که به عنوان نمونه‌هایی از گذراهای کوانتومی بررسی شده‌اند. گذراهای کوانتومی ویژگی‌های موقتی امواج مادی قبل از رسیدن به حالت پایا هستند که ممکن است ناشی از یک حالت اولیه ناپایدار، یک برهمکنش آنی و یا یک تغییر در شرایط مرزی باشند. پراش در زمان، به دام اندازی و واپاشی نمونه‌هایی از گذراهای کوانتومی هستند. پراش در زمان پدیده

چارچوب، هامیلتونی صریحاً به زمان وابسته است [۱۳]. علیرغم مشکلاتی که این معادله دارد، سیستم‌های اتلافی متعددی، علی‌الخصوص سیستم‌های اپتیکی، با استفاده از این مدل بررسی و مطالعه شده‌اند [۱۵]. پدیده پراش در زمان در حضور اتلاف در چارچوب این معادله مطالعه شده است [۱۶]. علاوه بر این، این پدیده در حضور اتلاف و نویز محیط با استفاده از معادلات شرودینگر غیر خطی لگاریتمی بررسی شده است [۱۷]. همچنین دینامیک بسته موج گوسی تحت معادلات مختلفی که برای سیستم‌های اتلافی پیشنهاد شده، بررسی و با هم مقایسه شده است [۱۸].

یکی از مسائل جالب توجه در مکانیک کوانتومی حد کلاسیک آن است که هم به لحاظ مفهومی و هم به لحاظ ریاضیاتی راه‌های پیشنهاد شده بر اساس حد ثابت پلانک صفر و حد اعداد کوانتومی بزرگ دارای اشکال هستند [۱۴]. اخیراً در تعمیم روش پیشنهاد شده برای توصیف سیستم‌های کوانتومی و کلاسیکی با زبان مشترک، یعنی تابع موج، [۱۹] به حوزه سیستم‌های اتلافی، یک معادله گذار برای گذار پیوسته از حوزه کوانتومی به حوزه کلاسیکی در چارچوب CK پیشنهاد شده که شامل یک ترم خطی است که مضرری از پتانسیل کوانتومی است. همچنین هم ارزی این معادله با یک معادله خطی موسوم به معادله مقیاس شده، به اثبات رسیده است [۲۰]. با استفاده از این معادله، دینامیک بسته موج گوسی در میدان‌های یکنواخت و همچنین تونل‌زنی از یک سد پتانسیل سهموی مطالعه شده است [۲۱]. اخیراً پدیده‌های جالب توجه تونل‌زنی، بازتاب و هم‌ارزی گرانشی ضعیف با استفاده از معادله موج مقیاس شده برای حالت غیراتلافی مطالعه شده‌اند [۲۲].

در این مقاله، جنبه‌های دیگری از این معادله بررسی خواهند شد. ما دینامیک سیستم‌های اتلافی که رفتارهای گذارا نشان می‌دهند را مطالعه خواهیم کرد. به طور خاص، پراش در زمان که در رهایی آنی سیستم فیزیکی از پتانسیل یک حائل مشاهده می‌شود بررسی خواهد شد. علاوه بر این، پدیده زود-ورود با استفاده از این معادله موج مقیاس شده برای عبور بسته موج گوسی از سد پتانسیل دافعه سهموی وابسته به زمان مطالعه

توافق خوبی با پیش‌بینی‌های نظری است. هرچند اثرات گذراها اغلب برای حرکت آزاد و همچنین حذف آنی دام مطالعه شده‌اند، بررسی‌هایی هم با حضور پتانسیل‌های خارجی نظیر سد پتانسیل دلتا و پتانسیل خطی و شرایط مرزی متحرک انجام شده است [۲-۵]. همچنین، به پدیده پراش در زمان در چارچوب مکانیک بوهمی پرداخته شده است [۶].

اثر قابل ذکر دیگر در مسائل وابسته به زمان، پدیده ابر-رسیدن^۱ یا زود-ورود^۲ است که اولین بار در مطالعه دینامیک یک بسته موج گوسی در حال پراکندگی از یک سد پتانسیل وابسته به زمان مشاهده شده است [۷-۹]. در اینجا مشاهده می‌شود قبل از این که احتمال بازتاب به مقدار مجانبی برسد، یک بازه زمانی وجود دارد که طی آن احتمال بازتاب از سد با ارتفاع در حال کاهش، بیشتر از احتمال بازتاب از سد ایستا است. این پدیده به ضربه ناشی از اختلال سد به بسته موج فرودی و انتقال آشفته‌گی با سرعتی بیشتر از سرعت گروه بسته موج نسبت داده شده است [۷]. همچنین، با معرفی معیاری برای کمی کردن این پدیده، عوامل موثر بر آن بررسی شده است. حالت‌های کلی تر در [۱۰ و ۱۱] بررسی شده‌اند. همچنین این پدیده وقتی که سد وابسته به زمان به شکل دافعه سهموی باشد مطالعه شده است [۱۲]. مزیت این بررسی نسبت به قبل این است که در اینجا برای احتمال عبور رابطه تحلیلی بر حسب تابع خطا به دست می‌آید. در [۷] با حل معادله لیوویل نشان داده شده، پدیده زود-ورود رخ نمی‌دهد یعنی این پدیده صرفاً کوانتومی است.

از طرفی، اهمیت سیستم‌های کوانتومی باز [۱۳] و حد کلاسیک مکانیک کوانتومی [۱۴] بر کسی پوشیده نیست. هیچ سیستم فیزیکی را نمی‌توان یافت که کاملاً منزوی باشد. محیط همواره وجود دارد و سیستم را متأثر می‌سازد. اندرکنش با محیط هم اتلاف و هم افت و خیزهای گرمایی را شامل می‌شود. با این حال، اگر فرض شود که دما به حد کافی پایین باشد می‌توان فقط اتلاف را به حساب آورد. معادله خطی کلدیرولا-کانای بدین منظور پیشنهاد شده است. در این

۱. Super-arrival

۲. Early-arrival

$$i\hbar \frac{\partial \psi_\epsilon(x,t)}{\partial t} = \left[-e^{-\gamma t} \frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + e^{\gamma t} V(x,t) + (1-\epsilon) e^{-\gamma t} \frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi_\epsilon(x,t)}{\partial x^2} \right] \psi_\epsilon(x,t), \quad (2)$$

در این معادله ψ_ϵ تابع موج گذار است که در رژیم‌های کوانتومی و کلاسیکی به ترتیب تابع موج مرسوم و تابع موج کلاسیکی است. این معادله غیر خطی را با تبدیل‌های

$$\tilde{\hbar} = \sqrt{\epsilon} \hbar, \quad (3)$$

$$\tilde{\psi}(x,t) = \psi_\epsilon(x,t) \exp \left[\frac{i}{\hbar} \left(\frac{1}{\sqrt{\epsilon}} - 1 \right) S_\epsilon(x,t) \right], \quad (4)$$

می‌توان به معادله خطی

$$i\tilde{\hbar} \frac{\partial \tilde{\psi}(x,t)}{\partial t} = \left[-e^{-\gamma t} \frac{\tilde{\hbar}^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + e^{\gamma t} V(x,t) \right] \tilde{\psi}(x,t), \quad (5)$$

موسوم به معادله موج مقیاس شده تبدیل کرد که S_ϵ فاز تابع موج گذار ψ_ϵ است.

۱.۲. جواب گوسی معادله مقیاس شده و مسیره‌های

مقیاس شده

با جایگذاری شکل قطبی تابع موج مقیاس شده،

$$\tilde{\psi}(x,t) = R_\epsilon(x,t) \exp \left(i \frac{S_\epsilon(x,t)}{\tilde{\hbar}} \right), \quad (6)$$

در معادله مقیاس شده (۵) و سپس جداسازی معادله متوجه به بخش‌های موهومی و حقیقی به ترتیب معادلات

$$\frac{\partial R_\epsilon^r}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(R_\epsilon^r \frac{1}{m} \frac{\partial S_\epsilon}{\partial x} e^{-\gamma t} \right) = 0, \quad (7)$$

$$\frac{\partial S_\epsilon}{\partial t} + \frac{1}{2m} \left(\frac{\partial S_\epsilon}{\partial x} \right)^2 e^{-\gamma t} + V e^{\gamma t} + \tilde{Q}(x,t) e^{-\gamma t} = 0, \quad (8)$$

به دست می‌آیند که در آن تابع

$$\tilde{Q}(x,t) = -\frac{\tilde{\hbar}^2}{2m R_\epsilon} \frac{\partial^2 R_\epsilon}{\partial x^2}, \quad (9)$$

برای $\epsilon = 1$ معروف به پتانسیل کوانتومی است. در این معادلات، $R_\epsilon(x,t)$ و $S_\epsilon(x,t)$ به ترتیب دامنه و فاز تابع موج مقیاس شده هستند. با معرفی میدان سرعت به صورت

$$\tilde{v}(x,t) = \frac{1}{m} \frac{\partial S_\epsilon}{\partial x} e^{-\gamma t}, \quad (10)$$

در معادله (۷) به معادله پیوستگی

خواهد شد. خواهیم دید این پدیده حتی در رژیم کلاسیک هم رخ می‌دهد. برای توضیح این پدیده متوسل به رهیافت‌های مبتنی بر مسیر خواهیم شد.

۲. معرفی معادلات موج گذار و مقیاس شده در

چارچوب CK

در این بخش به اختصار به معادله موج CK و معادله موج مقیاس شده در این چارچوب می‌پردازیم. سپس با استفاده از شکل قطبی تابع موج مقیاس شده در معادله موج مقیاس شده، معادلات پیوستگی و هامیلتون-ژاکوبی گونه را به دست می‌آوریم و سپس این دو معادله را با حدس گوسی برای پتانسیل‌های گند-تغییر حل می‌کنیم. خواننده علاقمند را برای جزئیات بیشتر به [۲۰ و ۲۱] ارجاع می‌دهیم.

سیستم‌های کوانتومی اتلافی در چارچوب CK با معادله

$$i\hbar \frac{\partial \psi(x,t)}{\partial t} = -e^{-\gamma t} \frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi(x,t)}{\partial x^2} + e^{\gamma t} V(x,t) \psi(x,t), \quad (1)$$

توصیف می‌شوند. با جایگذاری شکل قطبی تابع موج در این معادله و با جداسازی معادله متوجه به قسمت‌های حقیقی و موهومی، دو معادله به دست می‌آید که یکی از آنها معادله پیوستگی و دیگری معادله هامیلتون-ژاکوبی با یک جمله اضافی موسوم به پتانسیل کوانتومی است. لذا اگر جمله پتانسیل کوانتومی را از پتانسیل اصلی در معادله شرودینگر کم کنیم، دیگر این جمله در معادله هامیلتون ژاکوبی ظاهر نخواهد شد. معادله موجی که به این ترتیب نوشته می‌شود معادله شرودینگر کلاسیک [۱۴ و ۲۳] نامیده می‌شود و تابع موجی که این معادله را برآورده می‌سازد تابع موج کلاسیک نام دارد. محققان [۲۰] با استفاده از این ایده، یک معادله موج برای گذار پیوسته از مکانیک کوانتومی به مکانیک کلاسیک برای سیستم‌های اتلافی پیشنهاد کرده‌اند که حاوی یک پارامتر تنظیم ϵ است که در رژیم کوانتومی مقدار واحد و در رژیم کلاسیکی مقدار صفر را به خود می‌گیرد:

۳. رهایی آنی از پتانسیل

در این بخش به مطالعهٔ دینامیک سیستم پس از رهایی آنی از قید پتانسیلی که در آن گرفتار بود، می‌پردازیم. از آنجا که پس از رهایی آنی از پتانسیل، سیستم به طور آزاد متحول می‌شود لذا می‌توان تحول تابع موج مقیاس شده را با استفاده از

$$\tilde{\psi}(x,t) = \int_{-\infty}^{\infty} dx' \tilde{G}_f(x,t;x',0) \tilde{\psi}(x',0), \quad (19)$$

به دست آورد که در آن $\tilde{G}_f(x,t;x',0)$ تابع گرین برای تحول آزاد در چارچوب معادلهٔ مقیاس شده است [۲۰]

$$\tilde{G}_f(x,t;x',0) = \sqrt{\frac{m}{r\pi\hbar\tau(t)}} \exp\left(\frac{im}{r\hbar\tau(t)}(x-x')^2\right), \quad (20)$$

که در آن

$$\tau(t) = \frac{1-e^{-\gamma t}}{\gamma}. \quad (21)$$

همان طور که انتظار می‌رود در حد $\gamma \rightarrow 0$ ، انتشارگر (۲۰) به انتشارگر ذرهٔ آزاد در یک محیط بدون اتلاف تبدیل می‌شود.

۱.۳. رهایی آنی از قید دیوار کاملاً جاذب (پراش در

زمان)

فرض کنید یک حائل (شاطر) کاملاً جاذب در مبدأ قرار دارد و موج تخت در سمت چپ آن به دام افتاده است. به این ترتیب تابع موج (نابهنجار) اولیه به صورت

$$\tilde{\psi}(x,0) = e^{ipx/\hbar}, \quad (22)$$

است. اگر شاطر در لحظهٔ $t=0$ به طور آنی برداشته شود، سیستم اجازه می‌یابد که به طور آزاد منتشر شود. لذا تابع موج وابسته به زمان با استفاده از معادلات (۱۹)، (۲۰) و (۲۲) به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\tilde{\psi}(x,t) = \frac{1}{\sqrt{ri}} \left[F(\tilde{\xi}(x,t) + \sqrt{\frac{i}{r}}) \exp\left[\frac{i}{\hbar} \left(px - \frac{p^2 \tau(t)}{2m} \right) \right] \right], \quad (23)$$

که این تابع موج به تابع موشینسکی هم معروف است. در این رابطه

$$\tilde{\xi}(x,t) = \sqrt{\frac{m}{\pi\hbar\tau(t)}} \left(\frac{p}{m} \tau(t) - x \right), \quad (24)$$

و تابع $F(u)$ همان انتگرال فرنل است:

$$\frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial t}(\tilde{\rho} \tilde{v}) = 0, \quad (11)$$

می‌رسیم که در آن

$$\tilde{\rho}(x,t) = |\tilde{\psi}(x,t)|^2 = R_{\epsilon}^r(x,t), \quad (12)$$

چگالی احتمال است. همچنین مشتق فضایی معادلهٔ (۸) به شکل

$$\frac{d}{dt} \tilde{v}(x,t) = -\gamma \tilde{v} + \frac{1}{m} \frac{\partial}{\partial x} (V + \tilde{Q} e^{-\gamma t}) = 0, \quad (13)$$

در می‌آید که همان معادلهٔ حرکت کلاسیک با جملهٔ اضافی $\tilde{Q} e^{-\gamma t}$ است که عهده‌دار اثرات غیر کلاسیکی است.

برای پتانسیل‌های کند-تغییر معادلهٔ مقیاس شدهٔ (۵) با حدس گوسی

$$\tilde{\rho}(x,t) = \frac{1}{\sqrt{r\pi} \tilde{\sigma}(t)} \exp\left[-\frac{(x-q(t))^2}{2\tilde{\sigma}^2(t)}\right], \quad (14)$$

حل می‌شود [۲۱] که در آن $q(t)$ و $\tilde{\sigma}^2(t)$ به ترتیب مرکز و پهنای بسته موج گوسی هستند. می‌توان دید (۱۴) معادلهٔ پیوستگی (۱۱) را در صورتی برآورده می‌کند که

$$\tilde{v}(x,t) = \dot{q}(t) + \frac{\dot{\tilde{\sigma}}(t)}{\tilde{\sigma}(t)}(x-q(t)). \quad (15)$$

از حل این معادله مسیره‌های مقیاس شدهٔ

$$\tilde{x}(x^{(0)},t) = q^{(0)} + \frac{\tilde{\sigma}(t)}{\tilde{\sigma}(0)}(x^{(0)} - q^{(0)}), \quad (16)$$

به دست می‌آیند که در آن $x^{(0)}$ موقعیت اولیهٔ ذره است. برای $\epsilon=1$ این مسیره‌ها همان مسیره‌های بوهمی هستند. با جایگذاری (۱۵) در (۱۳) و با بسط به سری توانی تابع پتانسیل حول $q(t)$ تا تقریب مرتبهٔ دوم (که برای پتانسیل‌های کند-تغییر صادق است) و استفاده از شرط استقلال خطی توان‌های مختلف $x-q(t)$ به دست می‌آوریم:

$$\ddot{q}(t) + \gamma \dot{q}(t) + \frac{1}{m} \frac{\partial V}{\partial x} \Big|_{x=q(t)} = 0, \quad (17)$$

$$\ddot{\tilde{\sigma}}(t) + \gamma \dot{\tilde{\sigma}}(t) - \frac{\hbar^2}{2m^2 \tilde{\sigma}^3(t)} + \frac{1}{m} \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} \Big|_{x=q(t)} \tilde{\sigma}(t) = 0, \quad (18)$$

معادلهٔ (۱۷) نشان می‌دهد مرکز بسته موج گوسی یک مسیر کلاسیکی را دنبال می‌کند.

کلاسیک قابل مشاهده است. در گذار از رژیم کوانتومی به رژیم کلاسیکی، تعداد نوسانات افزایش می‌یابد، ضمن این که الگو به سمت زمان‌های کوتاه‌تر جابه‌جا می‌شود. برای تصریح این موضوع، در نمودار راست شکل ۱، محل بیشینه اول را برای رژیم‌های مختلف رسم کرده‌ایم. بیشینه‌ها و کمینه‌های متناظر چگالی احتمال در رژیم‌های مختلف هم اندازه هستند و لذا پدیداری^۱ که با تفاضل چگالی احتمال در اولین بیشینه و کمینه مجاور آن تعیین می‌شود برای همه رژیم‌ها برابر مقدار یکسان $V=0/5921$ است. در شکل ۲، چگالی احتمال در رژیم کوانتومی، در یک موضع معین به صورت تابعی از زمان برای ضرایب اصطکاک مختلف رسم شده است. این شکل نشان می‌دهد که با افزایش ضریب اصطکاک رفتارهای گذرا به تدریج از بین می‌روند. در تطابق با رابطه (۲۸)، مقدار پایای چگالی احتمال رابطه منظمی با ضریب اصطکاک ندارد. در پایان، خاطر نشان می‌سازد که در مراجع، مسئله شاتر کاملاً بازتاب کننده در رژیم کوانتومی هم بررسی شده است که تنها تفاوتی که ایجاد می‌کند در مقدار پدیداری است [۲].

۴. عبور از سد پتانسیل دافعه سهوی وابسته به زمان:

زود-ورود

در این بخش به مطالعه پدیده زود- ورود می‌پردازیم. یک سیستم کوانتومی را در نظر می‌گیریم که در ابتدا با یک بسته موج به خوبی جایگزیده گوسی توصیف می‌شود. این بسته موج از چپ به یک سد پتانسیل سهوی وابسته به زمان تابانده می‌شود. وابستگی زمانی سد را به شکل گوسی انتخاب می‌کنیم:

$$V(x) = -\frac{1}{2} m \omega^2 x^2 e^{-g(t-t_B)}, \quad (30)$$

که در آن g عکس پهنای پنجره زمان و t_B قلّه آن را نشان می‌دهد. از آنجا که این پتانسیل بر حسب مکان سهوی است، بسته موج گوسی (۱۴) جواب دقیق آن است. در اینجا مرکز و پهنای بسته موج، معادلات

$$\ddot{q}(t) + \gamma \dot{q}(t) - \omega^2 q(t) e^{-g(t-t_B)} = 0, \quad (31)$$

$$F(u) = \int_0^u dx e^{i\pi x^2 / \tau}. \quad (25)$$

لذا برای چگالی احتمال به دست می‌آید:

$$\rho(x,t) = |\tilde{\psi}(x,t)|^2 = \frac{1}{2} \left(C(\xi(x,t)) + \frac{1}{2} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(S(\xi(x,t)) + \frac{1}{2} \right)^2 \quad (26)$$

که در آن توابع $C(u)$ و $S(u)$ به ترتیب قسمت‌های حقیقی و موهومی انتگرال فرنل $F(u)$ هستند. به ازای یک مکان معین $x = x_0$ ، در لحظه $t = t_0 = -\frac{1}{\gamma} \ln \left(1 - \gamma \frac{m x_0}{p} \right)$ که آرگومان انتگرال‌های فرنل (برای رژیم غیرکلاسیکی) صفر می‌شوند، چگالی احتمال مقدار $\frac{1}{4}$ را می‌گیرد.

در حد $\gamma t \gg 1$ عامل τ مستقل از زمان و برابر γ^{-1} می‌شود. بنابراین با استفاده از (۲۳) برای آرگومان انتگرال‌های فرنل در این حد به دست می‌آوریم:

$$\xi_\infty \approx \sqrt{\frac{m}{\pi \hbar}} \gamma \left(\frac{p}{m\gamma} - x \right), \quad (27)$$

لذا با استفاده از (۲۶) بری مقدار پایای چگالی احتمال خواهیم داشت:

$$\tilde{\rho}_\infty \approx \frac{1}{2} \left(C(\xi_\infty) + \frac{1}{2} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(S(\xi_\infty) + \frac{1}{2} \right)^2, \quad (28)$$

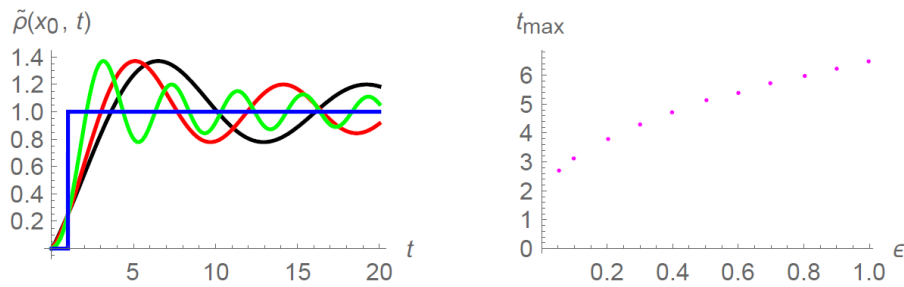
که با توجه به رفتار انتگرال‌های فرنل، رفتار منظمی با ضریب اصطکاک γ ندارد. این مقدار پایا برای حالت غیر اتلافی، $\gamma = 0$ ، برابر واحد است.

در حد کلاسیک، $\hbar \rightarrow 0$ ، برای چگالی احتمال در یک

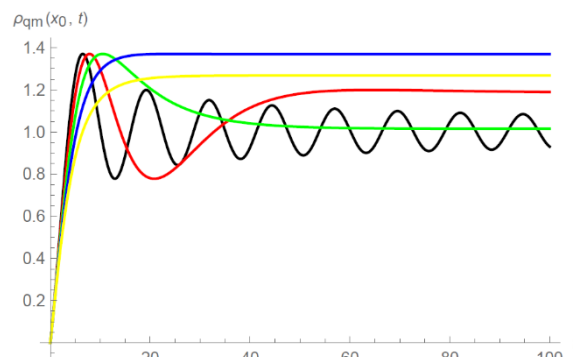
موقعیت معین به صورت تابعی از زمان، به دست می‌آوریم:

$$\rho_{cl}(x,t) = \begin{cases} 0 & -\frac{1}{\gamma} \ln \left(1 - \gamma \frac{m x}{p} \right) < t \\ 1 & t < -\frac{1}{\gamma} \ln \left(1 - \gamma \frac{m x}{p} \right) \end{cases}, \quad (29)$$

این رابطه نشان می‌دهد، چگالی احتمال کلاسیک در یک مکان معین به صورت تابعی از زمان، رفتارهای گذرا نشان نمی‌دهد. در نمودار سمت چپ شکل ۱ چگالی احتمال به صورت تابعی از زمان در یک مکان معین در یک محیط غیر اتلافی برای رژیم‌های مختلف رسم شده است. پدیده پراش در زمان، رفتار نوسانی میرا حول مقدار پایا، در تمامی رژیم‌ها غیر از رژیم



شکل ۱. چگالی احتمال در محیط بدون اتلاف، $\gamma=0$ ، در موقعیت معین x_0 بر حسب زمان در مسئله حذف آبی حائل (نمودار چپ) و محل اولین بیشینه برای رژیم‌های مختلف (نمودار راست). منحنی مشکی متناظر با رژیم کوانتومی، $\epsilon=1$ ، منحنی‌های قرمز و سبز متناظر با رژیم‌های گذار $\epsilon=0.5$ و $\epsilon=0.1$ و بالاخره منحنی آبی متناظر با رژیم کلاسیک، $\epsilon=0$ ، است. برای محاسبات عددی مقادیر زیر را استفاده کرده‌ایم: $\hbar=1$ ، $m=1$ ، $p=1$ و $x_0=1$.



شکل ۲. چگالی احتمال برای رژیم کوانتومی، $\epsilon=1$ ، در موقعیت معین x_0 بر حسب زمان در مسئله برداشتن آبی حائل برای مقادیر مختلف ضریب اصطکاک: $\gamma=0$ (منحنی مشکی)، $\gamma=0.05$ (منحنی قرمز)، $\gamma=0.15$ (منحنی سبز)، $\gamma=0.2$ (منحنی آبی) و $\gamma=0.2$ (منحنی زرد). مقدار عددی ثوابت و پارامترها همانند شکل ۱ است.

$$\tilde{T}(t) = \int_X^\infty dx \tilde{\rho}(x, t), \quad (34)$$

محاسبه می‌شود. بار دیگر این کمیت برای تحول آزاد یعنی بدون وجود سد، $\omega=0$ ، محاسبه می‌شود. محاسبات نشان می‌دهند یک بازه زمانی غیر صفر Δt وجود دارد که طی آن احتمال عبور با وجود سد از کمیت متناظر در غیاب آن کمتر است. این مشخصه پدیده زود-ورود است که کمیت $\tilde{\eta}$ که به صورت

$$\tilde{\eta} = \frac{\tilde{I}_p - \tilde{I}_f}{\tilde{I}_f}, \quad (35)$$

تعریف می‌شود به عنوان سنجه ای برای میزان زود-ورود معرفی شده است [V]. \tilde{I}_p و \tilde{I}_f به ترتیب انتگرال احتمال عبور

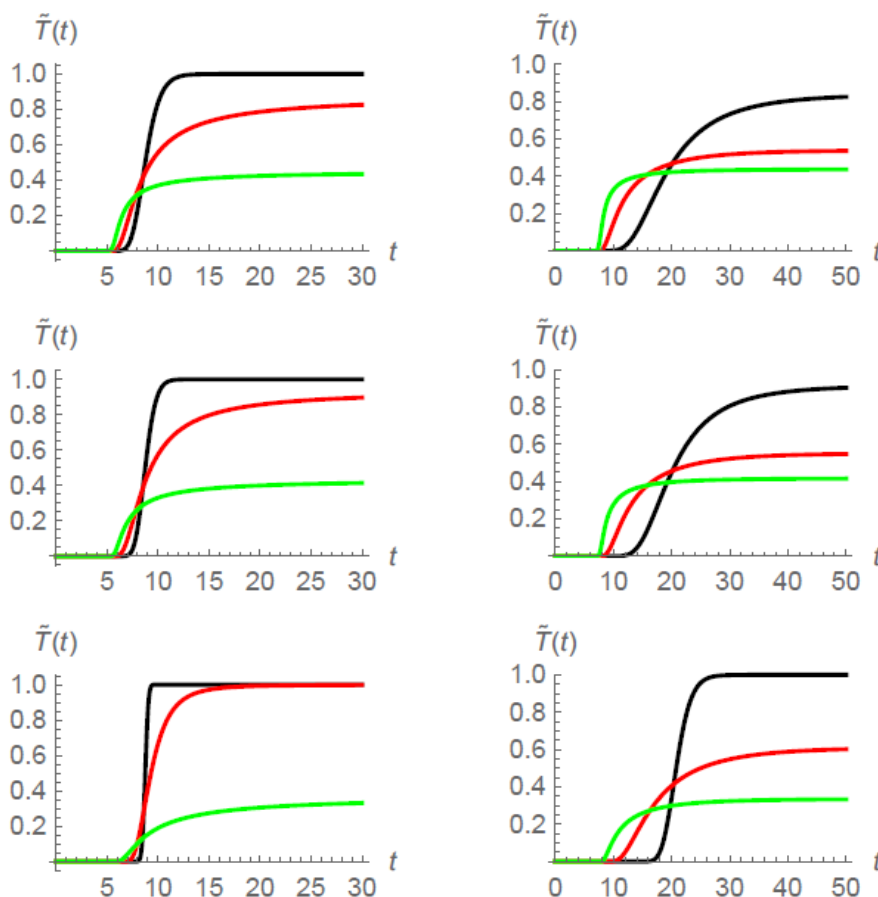
$$\ddot{\sigma}(t) + \gamma \dot{\sigma}(t) - \frac{\hbar^2}{2m^2 \sigma^3(t)} - \omega^2 e^{-g(t-t_B)} \sigma(t) = 0, \quad (32)$$

را برآورده می‌کنند. در محاسبات، t_B به گونه‌ای انتخاب می‌شود که در تحول آزاد بسته موج، مرکز آن در این لحظه بر مرکز پتانسیل منطبق شود، یعنی $q(t_B)|_{free} = 0$ که با استفاده از (۱۷) منجر به

$$t_B = -\frac{1}{\gamma} \ln \left(1 + \frac{q(0)}{\dot{q}(0)} \right), \quad (33)$$

می‌شود که در آن $\dot{q}(0)$ سرعت اولیه مرکز بسته موج گوسی است.

با قرار دادن یک آشکار ساز ایده ال در طرف دیگر سد، واقع بر X ، احتمال عبور وابسته به زمان با استفاده از



شکل ۳. احتمال عبور از سد پتانسیل دافعه سهوی وابسته به زمان برای رژیم کوانتومی (سطر اول)، رژیم گذار با $\epsilon = 0/5$ (سطر دوم) و رژیم کلاسیکی (سطر آخر) و برای دینامیک بدون اتلافی (ستون اول) و دینامیک اتلافی با $\gamma = 0/1$ (ستون دوم). منحنی‌های مشکی، قرمز و سبز به ترتیب متناظر با $\omega = 0$ ، $\omega = 0/1$ و $\omega = 1/5$ هستند. برای محاسبات عددی مقادیر زیر را استفاده کرده‌ایم: $\hbar = 1$ ، $m = 1$ ، $p_0 = 4$ ، $X = 15$ و $g_0 = 2$ ، $q(0) = -20$ ، $\sigma_0 = 1$.

(سطر سوم) و برای دینامیک بدون اتلاف (ستون چپ) و اتلافی با $\gamma = 0/1$ (ستون راست) نشان می‌دهد. از این شکل مشخص است که در تمامی رژیم‌ها، حتی رژیم کلاسیکی، پدیده زود-ورود رخ می‌دهد. بنابراین، این پدیده یک اثر غیر کلاسیکی نیست. در جدول ۱ بازه زمانی زود-ورود و میزان آن برای قدرت پتانسیل $\omega = 1/5$ در رژیم‌های مختلف و برای حالت‌های بدون اتلاف و اتلافی آورده شده‌اند. در این جدول t_d را با این معیار انتخاب کرده‌ایم که احتمال عبور در این لحظه برای انتشار آزاد از مرتبه 10^{-7} (یا کمتر) و با وجود پتانسیل از مرتبه 10^{-4} است. همچنین در t_c احتمال‌های عبور برای دو حالت آزاد و اندرکنشی تا چهار رقم اعشار با هم

وابسته به زمان برای انتشار آزاد بسته موج و انتشار در حضور سد بر روی بازه زمانی $\Delta t = t_c - t_d$ هستند که طی آن پدیده زود-ورود اتفاق می‌افتد:

$$\begin{aligned} \tilde{I}_p &= \int_{t_d}^{t_c} dt \tilde{T}_p(t), \\ I_f &= \int_{t_d}^{t_c} dt \tilde{T}_f(t), \end{aligned} \quad (36)$$

در این روابط t_d لحظه انحراف نمودار احتمال عبور با وجود سد از نمودار احتمال عبور برای انتشار آزاد را نشان می‌دهد در حالی که t_c نشان دهنده زمانی است که دو نمودار همدیگر را قطع می‌کنند.

شکل ۳ احتمال عبور از سد دافعه سهوی (۳۰) را برای رژیم‌های کوانتومی (سطر اول)، گذار (سطر دوم) و کلاسیکی

جدول ۱. بازه زمانی و اندازه زود- ورود برای رژیم‌های مختلف و برای $\omega = 1/5$. بقیه مقادیر عددی همانند شکل ۳ هستند.

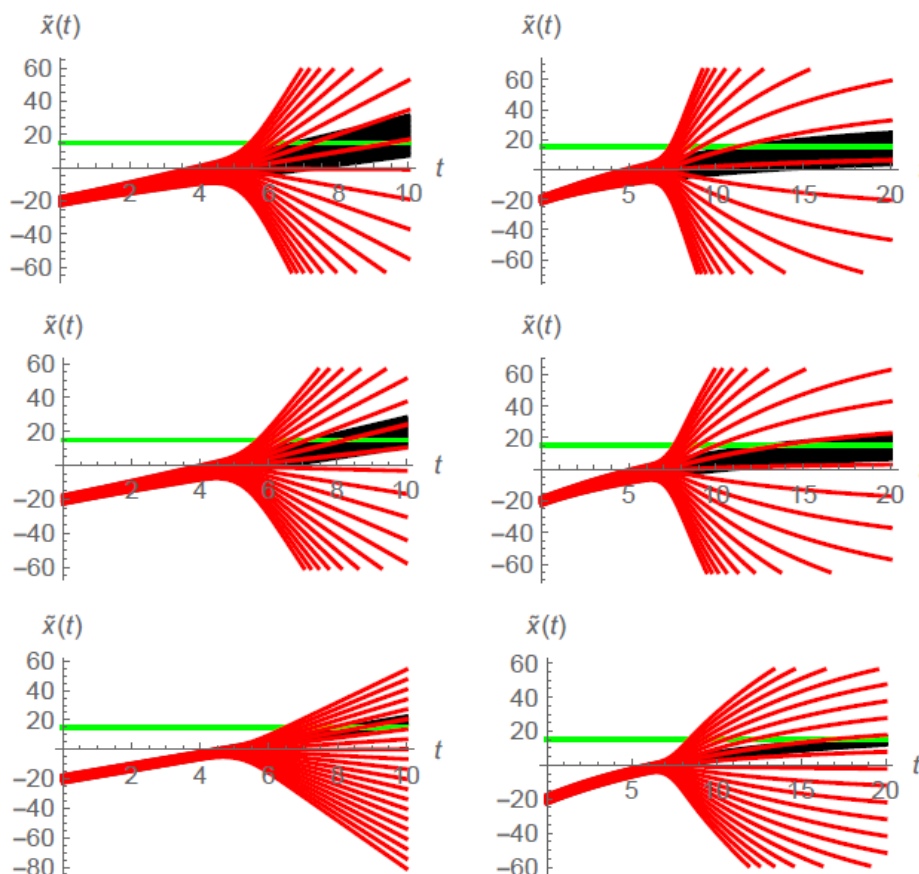
ϵ	γ	t_d	t_c	$\bar{\eta}$
۱	۰	۵/۱	۸/۲۷۶۶	۲/۱۰۹۳۷
	۰/۱	۷	۱۹/۱۶۴	۱/۷۶۵۴
۰/۵	۰	۵/۳	۸/۳	۲/۸۲۴۷۴
	۰/۱	۷/۲	۱۹/۲۲۵	۲/۳۸۸۶۳
۰	۰	۶	۸/۴۶۷۲	۷/۸۴۵۴۵
	۰/۱	۷/۸	۱۹/۷۸۵	۶/۹۲۲۹۱

مسیر توضیح دهیم. برای مقایسه بهتر مسیرها در رژیم‌های مختلف، مسیر با موقعیت اولیه $x^{(0)} = -5/36$ که در همه رژیم‌ها در زود- ورود سهم دارد را در شکل ۵ رسم کرده‌ایم. به وضوح می‌توان دید که مسیر کوانتومی زودتر از مسیر کلاسیکی به موضع آشکارساز می‌رسد و این به خاطر نیروی کوانتومی اضافه‌تری است که فقط در مکانیک کوانتومی غیر صفر است.

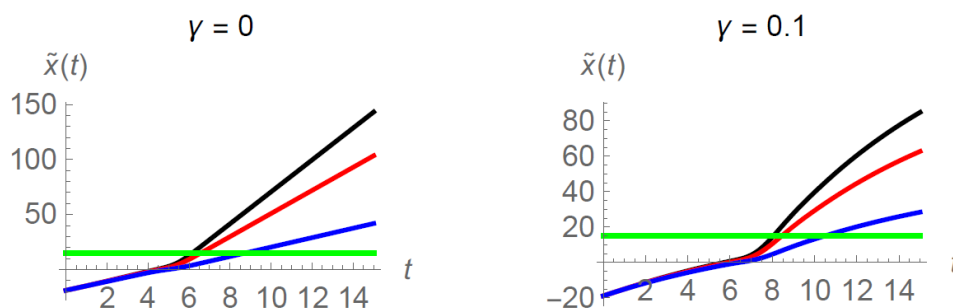
۵. بحث و نتیجه‌گیری

هیچ سیستم فیزیکی را نمی‌توان یافت که به طور کامل از محیطش ایزوله باشد. محیط همواره وجود دارد و سیستم را متأثر می‌سازد. اتلاف و افت و خیزهای گرمایی ناشی از محیط باید در نظر گرفته شوند. با این وجود، اگر دما به اندازه کافی پایین باشد می‌توان از اثرات گرمایی اغماض کرد و فقط اتلاف را به حساب آورد. در این راستا، مدل CK به دلیل خطی بودن، علیرغم مشکلاتی که دارد، به کرات استفاده شده است. در این مقاله، با استفاده از معادله موج مقیاس شده برای گذار پیوسته کوانتومی - کلاسیکی، پدیده‌های مهم و جالب توجه‌هایی آنی از دیوار کاملاً جاذب و عبور بسته موج گوسی از سد دافعه سهموی وابسته به زمان مطالعه شدند. مورد اول رفتارهای گذرا موسوم به پراش در زمان نشان می‌دهد در حالی که مورد دوم منجر به پدیده جالب توجه زود- ورود می‌شود. این مطالعات قبلاً با استفاده از معادله شرودینگر برای سیستم‌های غیر اتلافی انجام شده‌اند. همچنین، پراش در زمان همراه با اتلاف با استفاده

برابرند. این محاسبات نشان می‌دهند که در یک رژیم معین میزان زود- ورود با افزایش ضریب اصطکاک کاهش می‌یابد. ولی برای یک ضریب اصطکاک معین، مقدار زود- ورود با گذار از مکانیک کوانتومی به مکانیک کلاسیک افزایش می‌یابد. برای توضیح پدیده زود- ورود متوسل به مسیرهای مقیاس شده (۱۶) می‌شویم. دسته‌ای از این مسیرها را برای رژیم‌های مختلف در شکل ۴ رسم کرده‌ایم. ۲۱ مسیر با شرط اولیه‌ای در بازه $[q(0) - 2/5\sigma_0, q(0) + 2/5\sigma_0]$ برای رژیم کوانتومی، گذار، $\epsilon = 0/5$ ، و کلاسیک رسم شده‌اند. مسیرهای مشکی متناظر با انتشار آزاد، $\omega = 0$ ، هستند در صورتی که مسیرهای قرمز مربوط به عبور بسته موج گوسی از سد پتانسیل دافعه سهموی با قدرت $\omega = 1/5$ است. منحنی سبز رنگ موضع آشکارساز را نشان می‌دهد. بازشدگی مسیرهای قرمز نسبت به مسیرهای مشکی نشان از پهن شدن شدگی بسته موج در حالت اندرکنشی نسبت به حالت آزاد دارد. تعدادی از مسیرها قبل از رسیدن به قلّه پتانسیل در $x = 0$ از سد باز می‌تابند. با این حال، تعداد دیگری از مسیرهای قرمز که از قلّه پتانسیل عبور کرده‌اند نسبت به مسیرهای مشکی منحرف شده و زودتر به محل آشکارساز می‌رسند. این دسته از مسیرها در پدیده زود- ورود سهمیم هستند. علت انحراف این مسیرها در رژیم کلاسیک صرفاً به دلیل نیرویی است که از طرف سد وارد می‌شود. در باقی رژیم‌ها، علاوه بر این نیروی کلاسیک، مطابق (۱۳) نیروی غیر کلاسیکی $-\nabla Q e^{-\gamma t}$ هم به ذره وارد می‌شود. به این ترتیب توانستیم پدیده زود- ورود را با توسل به نظریه‌های مبتنی بر



شکل ۴. دسته‌ای از مسیرهای مقیاس شده برای رژیم کوانتومی (سطر اول)، رژیم گذار با $\epsilon = 0/5$ (سطر دوم) و رژیم کلاسیکی (سطر آخر) و برای دینامیک بدون اتلاف (ستون اول) و دینامیک اتلافی با $\gamma = 0/1$ (ستون دوم). مسیرهای مشکی و قرمز به ترتیب مربوط به $\omega = 0$ و $\omega = 1/5$ هستند. منحنی سبز رنگ موضع آشکارساز را نشان می‌دهد. بقیه مقادیر عددی همانند شکل ۳ انتخاب شده‌اند.



شکل ۵. یک مسیر مقیاس شده در زود-ورود سهم است، برای رژیم کوانتومی (مشکی)، رژیم گذار با $\epsilon = 0/5$ (قرمز) و رژیم کلاسیکی (آبی) و برای دینامیک بدون اتلافی (نمودار چپ) و دینامیک اتلافی با $\gamma = 0/1$ (نمودار راست). منحنی سبز رنگ موضع آشکارساز را نشان می‌دهد. مقادیر عددی ثابت، پارامترهای بسته موج و سد پتانسیل همانند شکل ۳ است.

می‌دهند که پراش در زمان یک اثر غیرکلاسیکی است. اتلاف تاثیر منفی بر پراش در زمان دارد به این معنی که نوسان‌های میرای چگالی احتمال (در یک مکان معین بر حسب زمان) حول

از معادله CK تاکنون مطالعه شده است. وجه تمایز مطالعه ما این است که علاوه بر منظور کردن اتلاف، از معادله موج مقیاس شده در چارچوب CK استفاده کردیم. محاسبات نشان

پهنای تکانه بسته موج کلاسیکی اولیه صفر است؛ به عبارت دیگر در آنسامبل کلاسیکی ما، سرعت اولیه همه ذرات یکسان است [۲۲] که با معادله (۱۰) برای $\epsilon = 0$ داده می‌شود. برای حل معادله لیوویل لازم است تابع توزیع اولیه در فضای فاز به عنوان شرط اولیه معلوم باشد. متأسفانه نویسندگان مقاله [۷] هیچ اشاره‌ای به این شرط اولیه نکرده‌اند، هرچند با توجه به کارهای بعدی آنها، [۲۵]، احتمالاً تابع توزیع اولیه را حاصل ضرب چگالی احتمال در فضای مکان در چگالی احتمال در فضای تکانه گرفته‌اند.

در انتها این نکته قابل ذکر است که در رهیافت مقاله حاضر، طبق معادله (۱۰) میدان سرعت به طور یکتا با فاز تابع موج تعیین می‌شود. لذا این رهیافت در واقع یک رهیافت مرتبه اول است [۲۶]؛ به این معنی که معادله راهنمای (۹) بر حسب زمان درجه اول است و لذا برای حل آن و یافتن مسیرهای ذرات، کافی است موقعیت اولیه داده شود. از طرفی، در مکانیک نیوتنی، قانون دوم نیوتن شتاب را بر حسب نیرو می‌دهد که برای حل آن لازم است دو شرط اولیه؛ مکان و سرعت، داده شوند. یعنی، مکانیک نیوتنی یک نظریه مرتبه دوم است؛ هیچ قیدی روی سرعت‌های اولیه وجود ندارد. این را می‌توان به عنوان ایرادی روی رهیافت مقاله حاضر در نظر گرفت. با این وجود، باید خاطر نشان ساخت که انگیزه اصلی در معرفی معادله موج گذار و سپس معادله موج مقیاس شده، توصیف هر دو مکانیک کوانتومی و کلاسیک با زبان مشترک، تابع موج، است. لذا باید این رهیافت را صرفاً به عنوان یک جایگزین برای انواع رهیافت‌های دیگر که آنها هم خالی از اشکال نیستند، در نظر گرفت.

مقدار پایای آن با افزایش ضریب اصطکاک به مرور محو می‌شوند. همچنین دیدیم که در گذار کوانتومی - کلاسیکی، پدیداری عوض نمی‌شود؛ هر چند در این گذار موضع بیشینه‌ها و کمینه‌ها به زمان‌های کوتاه‌تر جابه‌جا می‌شود. در اینجا این نکته قابل ذکر است که در مطالعه [۱۶] از پراش در زمان همراه با اتلاف، برای رهایی از مشکل نقض رابطه عدم قطعیت توسط معادله CK، یک تبدیل غیر یکانی برای تابع موج معرفی شده است. ولی با این کار مشکلات دیگری همچون بهنجارش تابع موج و لذا تعبیر احتمالاتی آن پیش می‌آید. در مقابل، نقض عدم قطعیت را می‌توان به این صورت توضیح داد که وقتی سیستم به محیط ماکروسکوپی جفت شده، با گذشت زمان محیط باعث می‌شود که سیستم بیشتر و بیشتر قابل پیش‌بینی شود [۲۴]. در بحث عبور بسته موج گوسی از سد پتانسیل سهموی وابسته به زمان با پدیده زود-ورود در همه رژیم‌ها از جمله رژیم کلاسیک مواجه شدیم. این یعنی این که زود-ورود یک اثر غیر کلاسیکی نیست. در مرجع [۷] با استفاده از معادله لیوویل، بر اساس محاسبه احتمال بازتاب وابسته به زمان بسته موج گوسی از سد مستطیلی‌ای که ارتفاع آن به طور خطی با زمان در حال کاهش است، نتیجه شده که پدیده زود-ورود در مکانیک کلاسیک اتفاق نمی‌افتد و لذا زود-ورود یک پدیده کوانتومی است که این در تعارض با محاسبات ما در این مقاله است. جدای از تفاوت در شکل تابع پتانسیل در دو مطالعه، از جمله دلایلی که می‌توان برای این تعارض بر شمرد، تفاوت در شرایط اولیه و همچنین معادله تحول است. ما معادله مقیاس شده با $\epsilon = 0$ را برای بررسی مساله استفاده کردیم، در حالی که محققان در [۷] از معادله لیوویل استفاده کرده‌اند. در رهیافت ما،

مراجع

1. M. Moshinsky, *Phys. Rev.* **88** (1952) 625.
2. A. del Campo, G. Gracia-Calderon and J. G. Muga, *Phys. Rep.* **476** (2009) 14079 and references therein.
3. ف. وطن دوست، پایان‌نامه کارشناسی ارشد. دانشکده علوم پایه. دانشگاه قم (۱۳۹۱).
4. S. V. Mousavi, *Eur. Phys. Lett.* **99** (2012) 30002.
5. S. V. Mousavi, *Phys. Lett. A* **377** (2013) 1513.
6. S. V. Mousavi, *J. Phys. A* **43** (2010) 035304.
7. S. Bandyopadhyay, A. S. Majumdar and D. Home, *Phys. Rev. A* **65** (2002) 052718.
8. Md. Manirul Ali, A. S. Majumdar, and D. Home, *Phys. Lett. A* **304** (2002) 61.
9. A. S. Majumdar and D. Home, *Pramana-J. Phys.* **59** (2002) 321.
۱۰. ح. کرمی، پایان‌نامه کارشناسی ارشد. دانشکده علوم پایه.

18. M. Bakhtiyarin and S. V. Musavi, *Iran. J. Phys. Res.* **21**, 1 (2021) 51.
19. C. D. Richardson et al., *Phys. Rev. A* **89** (2014) 032118.
20. S. V. Mousavi and S. Miret-Artés, *J. Phys. Commun.* **2** (2018) 035029.
21. S. V. Mousavi and S. Miret-Artés, *Ann. Phys.* **393** (2018) 76.
۲۲. س. و. موسوی، مجله پژوهش فیزیک ایران، ۲۰، ۱ (۱۳۹۹) ۷۳.
22. S. V. Musavi, *Iran. J. Phys. Res.* **20**, 1 (2020) 73.
23. N. Rosen, *Am. J. Phys.* **32** (1964) 377.
24. G. J. Papadopoulos, *J. Phys. A: Math. Gen.* **30** (1997) 5497.
25. D. Home, A. K. Pan and A. Banerjee, *J. Phys. A: Math. Theor.* **42** (2009) 165302.
26. S. Colin and A. Valentini, *Proc. Roy. Soc. A.* **470** (2015) 20140288.
- دانشگاه قم (۱۳۹۱).
11. H. Karami and S. V. Mousavi, *Can. J. Phys.* **93** (2015) 413.
12. D. Home, A. S. Majumdar and A. Matzkin, *J. Phys. A: Math. Theor.* **45** (2012) 295301.
13. A. B. Nassar and S. Miret-Artés, "*Bohmian Mechanics, Open Quantum Systems and Continuous Measurements*", Springer (2017).
14. P. R. Holland, "*The Quantum Theory of Motion: An Account of the de Broglie-Bohm Causal Interpretation of Quantum Mechanics*", Cambridge University Press (1993).
۱۵. ر. دانشمند، رساله دکتری. دانشکده علوم پایه. دانشگاه یزد (۱۳۹۵).
16. M. Moshinsky and D. Schuch, *J. Phys. A: Math. Gen.* **34** (2001) 4217.
17. S. V. Mousavi and S. Miret-Artés, *Eur. Phys. J. Plus*, **134** (2019) 431.
۱۸. م. بختیاریان و س. و. موسوی، مجله پژوهش فیزیک ایران ۲۱، ۱ (۱۴۰۰) ۵۱.