

نقض CP و نامساوی بل در نوسانات نوترینو - پادنوترینو

نرگس ایمانی و سید مجید صابری فتحی

گروه فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد

پست الکترونیکی: saberifathi@um.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۳۹۹/۰۱/۰۵؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۹/۰۹/۲۸)

چکیده

نامساوی بل این امکان را ایجاد کرده است که بتوان ناموضعیّت را در یک رویداد فیزیکی با معیاری کمی تعیین کرد. یکی از رویدادهای با اهمیت در فیزیک ذرات بنیادی نقض تقارن ترکیبی پاریته و همیوگ بار، CP، است که نمایانگر عدم تقارن بین مقدار ذره و پادذره در جهان است. در این مقاله ما توسط یک آزمایش ذهنی، به فرمول‌بندی نامساوی بل از نوع CHSH برای نوترینوهای مایورانا پرداخته‌ایم. این نامساوی نسبت به نقض تقارن CP حساس است. به علاوه، با استفاده از داده‌های آشکارسازهای آزمایش مسافت طولانی نوترینو، مانند بازه انرژی نوترینوها و فاصله آشکارسازهای دور و نزدیک از منبع تولید نوترینو، محدوده‌های مشترک نقض نامساوی بل و CP را به دست آورده‌ایم.

واژه‌های کلیدی: نقض CP، نامساوی بل، نوسان نوترینو - پادنوترینو، نوترینوی مایورانا

۱. مقدمه

نشده است. بنابراین مدل استاندارد برای جای دادن این پدیده‌ها ویژگی‌های جدید، باید اصلاح شود. با توجه به این که جرم نوترینوها بسیار کوچک است، فرض بر این بوده است که نیازی به وارد کردن این جرم‌ها در مدل استاندارد وجود ندارد، اما پدیده نوسان نوترینو دلیل مهمی برای لزوم تصحیح مدل استاندارد است [۸ و ۹].

در فیزیک ذرات بنیادی انواع مختلفی از نوسانات کوانتومی وجود دارد که فیزیک مهمی را در اختیار ما قرار می‌دهد. برای مثال، به دلیل نوسانات کائون‌ها ($K^0 \leftrightarrow \bar{K}^0$) و بوزون‌های ($B^0 \leftrightarrow \bar{B}^0$) در برخی از واپاشی‌ها، تقارن ترکیبی پاریته و همیوگ بار (CP) نقض می‌شود. دانشمندان نقض این تقارن را

امروزه نوسان نوترینو یکی از موضوعات مهم در فیزیک ذرات بنیادی است. این پدیده اولین بار در سال ۱۹۹۸ میلادی توسط گروه سوپرکامیوکاند^۱ و در حین مطالعه نوترینوهای اتمسفری تأیید شد [۱]. از آن زمان مطالعه تجربی نوسانات نوترینو با پیشرفت سریعی صورت گرفت و نتایج مثبتی در مورد نوسان نوترینوهای اتمسفری، خورشیدی، شتاب‌دهنده‌ای و نوترینوهای راکتوری به دست آمده است [۲-۷]. وجود پدیده نوسانات نوترینو شاهدی بر این ادعاست که مدل استاندارد ذرات بنیادی، مدل کاملی نیست. زیرا در آن جرم و آمیختگی نوترینوها لحاظ

۱. Super Kamiokande

مشخصات ساختاری آن و همچنین معرفی سلسله مراتب جرم نوترینو و کران‌های بالا و پایین جرم نوترینوی مایورانا، مقادیری برای نقض نامساوی بل مذکور به دست آورده خواهد شد.

۲. ویژه حالت‌های نقض کننده CP نوترینوی مایورانا

در فیزیک ذرات بنیادی حالت فیزیکی ذرات، ویژه کت‌های جرم نامیده می‌شوند که حالت‌های پایای هامیلتونی ذره آزاد

هستند و در معادله شرودینگر ذره آزاد $(\hat{H}\psi = \frac{\hat{P}^2}{2m} = E\psi)$ در نظر گرفته

صدق می‌کنند. در تمام معادلات $(\hbar = c = 1)$ در نظر گرفته شده است. تحول زمانی تابع موج ψ به صورت $\psi(x, t) = \psi(x) e^{-iEt}$ است [۱۵]. ویژه توابع جرم نوترینو

$\nu_i (i=1, 2, 3)$ و ویژه توابع ضعیف (چون نوترینوها با نیروی

ضعیف با هم برهمکنش می‌کنند) یا طعم $\nu_\alpha (\alpha = e, \mu, \tau)$

نامیده می‌شوند که ν_α ها با لپتون‌های باردار منسوب به

خودشان در اندرکنش‌های ضعیف تولید می‌شوند؛ یعنی همواره

ν_e با e^- ، ν_μ با μ^- و ν_τ با τ^- تولید می‌شود. البته هیچ

دلیلی مبنی بر تساوی ν_i با ν_α وجود ندارد و در اندرکنش‌های

ضعیف لپتون‌های باردار، مشخص نیست که کدام ν_i به وجود

آمده است، به همین دلیل می‌توان حالت نهایی را به صورت

ترکیب خطی از ν_i ها نمایش داد. به علاوه در این برهمکنش‌ها،

پادذرات نوترینوها و لپتون‌های باردار نیز تولید می‌شوند [۱۵].

در صورتی که نوترینوها جرم غیرصفر داشته باشند،

طعم‌های نوترینو با یکدیگر می‌آمیزند. اگر نوترینو (ν_i) جرم

داشته باشد، حالت‌های نوترینو ν_e, ν_μ, ν_τ که به ترتیب با

الکترون‌ها، میون‌ها و تاوها جفت می‌شوند، جرم‌های معینی

نداشته و در عوض این حالت‌ها ترکیب خطی از سه حالت

دیگر ν_1, ν_2, ν_3 هستند که جرم‌های معین m_1, m_2, m_3

دارند. وقتی نوترینو با ویژه بردار طعم خود مشاهده می‌شود، با

حالت کوانتومی اولیه خود متفاوت است که این موضوع به

آمیختگی ویژه بردارهای جرم آن برمی‌گردد. در حقیقت اگر

منبع نوترینو ν_α را تولید کند، پس از طی کردن مسافتی از

مرتبه کیلومتر، آنچه آشکارسازی می‌شود شاری از نوترینو ν_α

دلیل اصلی عدم تقارن میزان ذرات و پادذرات موجود در جهان

می‌دانند [۸]. از طرف دیگر، در قرن بیستم میلادی پس از ارائه

نسبیت عام و خاص، فیزیکدانان به اهمیت مفهوم «موضعیت»

واقف شدند. پس از ظهور مکانیک کوانتومی و مفاهیمی چون

درهمتنیدگی، عدم قطعیت و اصل برهمنهی، نظریه کوانتوم به

طور محسوسی در مقابل نظریه واقع‌گرای موضعی نسبیت، به

چالش کشیده شد. بل در سال ۱۹۶۴ میلادی در مقاله‌ای با

عنوان «در رابطه با پارادوکس اینشتین، پودولفسکی و روزن»

[۱۰] نامساوی مشهورش را معرفی کرد. این نامساوی به

صورت تجربی اجازه بررسی این سؤال را می‌دهد که «آیا نظریه

متغیرهای پنهان موضعی^۱ (LHVT) می‌تواند تمامی پدیده‌های

فیزیکی موجود در طبیعت را توصیف کند؟».

محاسبه نامساوی بل برای سامانه‌های کوانتومی درهمتنیده،

مانند سامانه دو ذره با اسپین $\frac{1}{2}$ نشان دهنده نقض این نامساوی

است [۱۱]. بنابراین امروزه فیزیکدانان از نامساوی بل به عنوان

معیاری برای سنجش میزان درهمتنیدگی سامانه کوانتومی

استفاده می‌کنند و میزان نقض این نامساوی را پارامتری برای

سنجیدن میزان درهمتنیدگی حالت مورد نظر خود در نظر

می‌گیرند [۱۲ و ۱۳]. در فیزیک ذرات بنیادی نیز، این نامساوی

برای سامانه کائونی مورد بحث و بررسی قرار گرفته است؛

به طوری که نامساوی بل برای سامانه‌ی کائون‌های درهم‌تنیده،

محاسبه شده است. سپس توسط نامساوی، یک حد بر روی

تقارن CP لپتونی، که توسط داده‌های آزمایش‌های تجربی

نقض می‌شود، به دست آمده است [۱۴].

در این مقاله، ابتدا نوترینو و عبارت‌های جرمی نوترینو

(دیراک و مایورانا) و نحوه آمیختگی این عبارت‌های جرمی

معرفی می‌شوند. سپس با معرفی ویژه حالت‌های نقض کننده

تقارن CP نوترینوی مایورانا، نامساوی بل محاسبه می‌شود.

نشان داده می‌شود که مشابه مورد کائونی، نامساوی بل به نقض

تقارن CP و پارامتر آن، α ، وابسته است. در ادامه با معرفی

آزمایش آشکارساز دور و نزدیک MINOS و استفاده از

۱. Locality

۲. Local Hidden Variable Theory

(لپتون‌های خنثی و بدون بار) می‌تواند عبارت جرمی دیراک یا مایورانا داشته باشند. در صورتی که نوترینو دیراکی باشد، پادنوترینو و نوترینو از یکدیگر متمایز خواهند بود و پایستگی عدد لپتونی وجود دارد، اما چنانچه عبارت جرمی مایورانایی باشد، نوترینو و پادنوترینو دیگر تمیزپذیر نخواهند بود و عدد لپتونی دیگر پایسته نیست. این دو نوع عبارت جرمی (دیراک و مایورانا) تفاوت‌های بسیار جزئی دارند و به دلیل جرم بسیار کم آنها و برهمکنش ضعیف دستوارگی^۲ بین نوترینوها، به سادگی نمی‌توان در آزمایش‌های تجربی نوع نوترینو (دیراک یا مایورانا) را مشخص کرد [۱۶ و ۱۸]. نوترینوهای مایورانایی تنها با دو درجه آزادی (دستوارگی چپ و راست) و نوترینوهای دیراکی با چهار درجه آزادی (ذره و پادذره با دستوارگی چپ و راست) توصیف می‌شوند. تنها نوترینوهای دیراکی که ذره با دستوارگی چپ و پادذره با دستوارگی راست دارند در برهمکنش ضعیف شرکت می‌کنند و نوترینوهای دیراکی که در آن ذره دستوارگی راست و پادذره دستوارگی چپ دارد، اصطلاحاً نوترینوی استریل (غیر فعال) نامیده می‌شوند؛ زیرا در برهمکنش ضعیف شرکت نمی‌کنند. با این که اکنون نوترینوهای مایورانا و دیراک تنها توسط دو درجه آزادی توصیف می‌شوند، اما نوع برهمکنش آنها با هم متفاوت است. نوترینوها می‌توانند تحت برهمکنش ضعیف، به صورت جریان باردار (توسط بوزون‌های W^{\pm}) و جریان خنثی (توسط بوزون Z^0) شرکت کنند. نوترینوهای مایورانا یک برهمکنش جریان خنثی محوری خالص و نوترینوهای دیراکی برهمکنش بردار-محوری استاندارد دارند. علیرغم این تفاوت مهم، معمولاً فرایندهای نوترینوی دیراکی با فرایندهای نوترینوی مایورانایی تنها به اندازه یک عبارت که متناسب با جرم نوترینو است، متفاوت است و چون این جرم کوچک است، در نتیجه عملاً اندازه گیری این اختلاف غیر ممکن است [۱۹ و ۲۰].

۲. در اغلب برهمکنش‌های ضعیف، دو نوترینو با دستوارگی چپ، قوی‌تر از دو نوترینو با دستوارگی راست یا دو نوترینو با دستوارگی‌های متفاوت برهمکنش می‌کنند و به همین دلیل نوترینوهای با دستوارگی چپ گویا در جهان ارجحیت دارند. نیروهای دیگر در مواجهه با ذرات با دستوارگی‌های مختلف به طور یکسان (متقارن) رفتار می‌کنند و این رفتار نیروی ضعیف، تقارن یاد شده را نقض می‌کند.

است که از مقدار اولیه‌اش کمتر شده، به علاوه شاری از نوترینوهای ν_{α} (یک طعم دیگر) که به وجود آمده است. به این پدیده نوسان نوترینو می‌گوییم [۱۶].

نوترینوها دو نوع نوسان دارند. در نوع اول، نوترینو با یک طعم مشخص در حین انتشار در فضا به طعم‌های دیگر نوسان می‌کند [۱۵]. در نوع دوم، یک نوترینو با دستوارگی^۱ چپ به پادذره خود با دستوارگی راست نوسان می‌کند. در حین این نوسان، طعم نوترینو نیز می‌تواند نوسان کند [۱۷]. نحوه آمیختگی نوترینو از طریق عبارت‌های جرمی مشخص می‌شود. در نظریه میدان، ناوردایی لورنتس اجازه می‌دهد که دو نوع عبارت جرمی به صورت عبارت جرمی دیراک $\bar{\psi}\psi$ و عبارت جرمی مایورانا $\psi^{\dagger} C^{-1} \psi$ برای میدان فرمیون‌ها داشته باشیم. عبارت جرمی $\bar{\psi}\psi$ تحت تبدیلات لورنتس به صورت یک ندره‌ای و عبارت جرمی $\psi^{\dagger} \hat{C}^{-1} \psi$ تحت این تبدیلات به صورت یک بردار تبدیل می‌شود. به علاوه $\bar{\psi} = i\gamma^0 \psi$ و $\psi^{\dagger} = -i \psi^c T \gamma^2$ تعریف می‌شود که γ^0 و γ^2 ماتریس‌های گاما هستند. به علاوه \hat{C} و ψ^c به ترتیب عملگر همیوگ بار و اسپینور همیوگ بار شده هستند. عملگر همیوگ بار، اگر بر روی اسپینور ذره عمل کند، آن را به اسپینور پادذره تبدیل می‌کند. تحت تقارن $U(1)$ (تبدیل $\psi \rightarrow e^{i\alpha} \psi$)، عبارت جرمی دیراک، $\bar{\psi}\psi$ ، ناوردا است و عبارت جرمی مایورانا $\psi^{\dagger} \hat{C}^{-1} \psi$ تحت این تبدیل ناوردا نیست [۱۶ و ۱۸].

از آنجایی که لپتون‌های باردار بار غیر صفر دارند، باید عبارت جرمی دیراک داشته باشند (تقارن $U(1)$ در اینجا تقارن الکترومغناطیسی، $U(1)_{em}$ ، است، زیرا ذره باردار است و پادذره‌اش بار مخالف داشته و قابل تمیز است)؛ اما نوترینوها

۱. در صورتی سیستم یا ذره‌ای را دارای دستوارگی (Chiral) می‌نامند که آن سیستم یا ذره از تصویر آینه‌ای خود قابل تشخیص باشد. ذرات در مدل استاندارد می‌توانند دستوارگی چپ یا راست داشته باشند. دستوارگی در ذرات بدون جرم هم‌ارز با هلیسیتی آن ذره است. هلیسیتی نیز به صورت تصویر اسپین ذره در راستای تکانه یا همان در راستای حرکت ذره تعریف می‌شود. اما در صورتی که ذره جرم‌دار باشد این دو هم‌ارز نبوده و با یکدیگر متفاوتند. در حالت کلی هر ذره‌ای با دستوارگی چپ یا راست می‌تواند به طور هم‌زمان هلیسیتی چپ و راست را داشته باشد. دستوارگی در ذرات بنیادی یک عدد کوانتومی ثابت است که ناظرهای لخت مختلف، آن را یکسان اندازه‌گیری می‌کنند.

با فرض ناوردایی CPT (تقارن همزمان همیوگ بار، پارته و وارونی زمانی)، $m_{11} = m_{22} = m$ است. ویژه مقادیر هامیلتونی (۱) به صورت m_{\pm} و m_{\mp} که $\Delta m = |m_{+} - m_{-}|$ و $m = \frac{m_{+} + m_{-}}{2}$ است. اگر m_{12} حقیقی باشد، در این صورت ویژه حالت‌های (۱) به صورت زیر هستند [۱۷].

$$\chi_{+} = \frac{1}{\sqrt{2}}(v + \bar{v}), \quad (2)$$

$$\chi_{-} = \frac{1}{\sqrt{2}}(v - \bar{v}), \quad (3)$$

χ_{-} و χ_{+} ویژه حالت‌های CP نوترینوی مایورانا به ترتیب با ویژه مقادیر $+1$ و -1 هستند. یعنی $CP\chi_{+} = +\chi_{+}$ و $CP\chi_{-} = -\chi_{-}$ است. دستوارگی این حالت‌ها نیز به ترتیب به صورت $\chi_{\pm R} = \frac{1}{\sqrt{2}} \nu_R \pm \bar{\nu}_L$ و $\chi_{\pm L} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\nu_L \pm \bar{\nu}_R)$ است. χ_R و χ_L به ترتیب نشان دهنده حالت با دستوارگی چپ و راست هستند [۱۷]. بنابراین

$$\nu_L = \frac{1}{\sqrt{2}}(\chi_{+L} + \chi_{-L}), \quad (4)$$

نشان دهنده نوترینو با دستوارگی چپ است که می‌توان آن را آشکارسازی کرد؛ زیرا همان‌گونه که قبلاً اشاره کردیم، تنها ذرات با دستوارگی چپ در برهمکنش ضعیف شرکت می‌کنند. معادلات (۲)، (۳) و (۴) حالت‌های ناب هستند [۱۷]. مشابه مورد کائونی [۱۴] می‌توان حالت‌های χ_{\pm} را به صورت ترکیب خطی زیر در نظر گرفت:

$$\chi' = \frac{1}{N}(\chi_{+} + \alpha\chi_{-}), \quad (5)$$

$$\chi'' = \frac{1}{N}(\chi_{-} + \alpha\chi_{+}), \quad (6)$$

در این صورت، حالت‌های χ' و χ'' ویژه مقدار CP نیستند و ناقص آن محسوب می‌شوند همچنین α پارامتر نقض CP نامیده می‌شود. این دو حالت به ترتیب جرم m' و m'' و انرژی E' و E'' دارند. حالت‌های ν و $\bar{\nu}$ در مقایسه با تصویر شبه اسپینی، به ترتیب نشان دهنده حالت‌های بالا $|\uparrow\rangle$ و پایین $|\downarrow\rangle$ هستند و در مقایسه با حالت‌های اسپینی ذرات اسپین $\frac{1}{2}$ ، به ترتیب نشان دهنده اسپین بالا $|\uparrow\rangle$ و اسپین پایین

برای بررسی نقض CP در نوسان نوترینوها تنها باید نوسان‌های ذره به پادذره را در نظر بگیریم. البته همان‌گونه که ذکر شد این نوع نوسان تنها به ازای عبارت جرمی مایورانا رخ می‌دهد، بنابراین از این پس بحث ما تنها در مورد نوترینوهای مایورانا است. برای این مطالعه می‌توان از پژوهش‌هایی که در زمینه کائون‌ها انجام شده الهام گرفت. فومیو یوچیااما برای اولین بار، با در نظر گرفتن یک آزمایش ذهنی، نامساوی بل را برای سامانه کائون‌های خنثی نوشت و به این نتیجه رسید که نامساوی مدنظر منجر به نقض تقارن CP می‌شود. این آزمایش ذهنی، در سه مرحله، ابتدا جرم کائون‌ها، سپس عدد کوانتومی شگفتی و در انتها ویژه مقدار CP آنها را اندازه‌گیری می‌کند [۲۱]. سپس، نویسندگان دیگری در مورد نوسانات کائون‌ها با روش‌های مختلفی پژوهش کرده‌اند و نتایج خود را با مقدار تجربی پارامتر نقض CP اندازه‌گیری شده، وفق دادند [۱۴، ۲۲ و ۲۳]. در این مقاله، نامساوی بل برای حالت‌های شبه اسپین نوترینوی مایورانا نوشته می‌شود و ارتباط نقض آن با نقض CP بررسی می‌شود.

هر اسپینور $\nu_{L,R}$ (اسپینور با دستوارگی چپ و راست) که در شرط مایورانا $\nu_{L,R}^c = \hat{C}\bar{\nu}_{L,R}^T$ صدق کند، اسپینور مایورانا است. ماتریس همیوگ بار \hat{C} در نمایش دستوارگی برابر با $i\gamma^2\gamma^0$ است و همچنین در شروط $\hat{C}^{-1} = -\gamma^0\hat{C}^T$ و $\hat{C}^T = -\hat{C}$ نیز صدق می‌کند [۲۴]. هر ترکیب دوتایی از $\nu_L, \bar{\nu}_L, \nu_R, \bar{\nu}_R$ اختلاف جرمی دارند که باعث نوسان نوترینو-پادنوترینو می‌شود. در صورتی که تنها یک طعم نوترینو را در نظر بگیریم، مثلاً فقط نوترینوی الکترونی، تابع موج سامانه‌ی نوترینو-پادنوترینو توسط اسپینور دو مؤلفه‌ای $\psi = \begin{pmatrix} \nu \\ \bar{\nu} \end{pmatrix}$ توصیف می‌شود که در این رابطه پادذره با دستوارگی متفاوت نوترینو ν^c ، را برای سادگی به صورت $\bar{\nu}$ در نظر می‌گیریم. با حذف و نادیده گرفتن اثرات واپاشی نوترینو، هامیلتونی سامانه، ماتریس هرمیتی 2×2 زیر است [۱۷].

$$\hat{H} = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{12} & m_{22} \end{pmatrix}, \quad (1)$$

جدول ۱. تشابه سامانه نوترینوی مایورانا با سامانه‌های شبه اسپین، اسپین $\frac{1}{2}$ و فوتون‌ها [۲۲]. با این که این سامانه‌ها به لحاظ فیزیکی بسیار با یکدیگر متفاوت هستند، اما به لحاظ ریاضی مشابه یکدیگر رفتار می‌کنند. این تشابه را می‌توان در دسته‌بندی صورت گرفته در جدول مشاهده کرد.

فوتون‌ها	ذرات اسپین $\frac{1}{2}$	شبه اسپین	نوترینوها و پادنوترینوها ν و $\bar{\nu}$
$ V\rangle$	$ \uparrow\rangle_z$	$ \uparrow\rangle_z$	$ v\rangle$
$ H\rangle$	$ \downarrow\rangle_z$	$ \downarrow\rangle_z$	$ \bar{v}\rangle$
$ R\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(V\rangle + i H\rangle)$	$ \leftarrow\rangle_y$	$ \leftarrow\rangle_y$	$ \chi_+\rangle$
$ L\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(V\rangle - i H\rangle)$	$ \rightarrow\rangle_y$	$ \rightarrow\rangle_y$	$ \chi_-\rangle$
$ \rightarrow 45^\circ\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(V\rangle - H\rangle)$	$ \searrow\rangle$	$ \searrow\rangle$	$ \chi'\rangle$
$ \leftarrow 45^\circ\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(V\rangle + H\rangle)$	$ \swarrow\rangle$	$ \swarrow\rangle$	$ \chi''\rangle$

۳. نامساوی بل برای نوترینوهای مایورانا

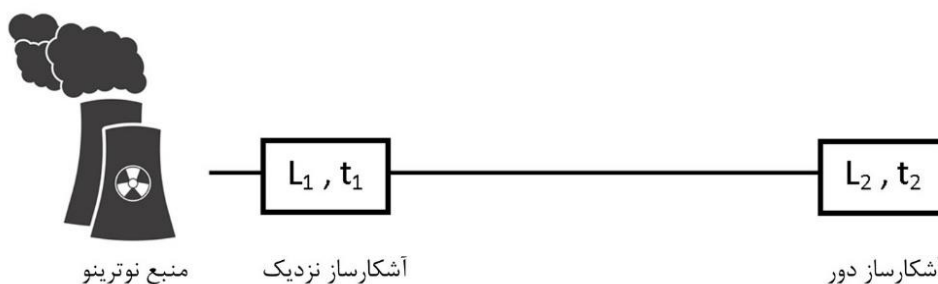
اکنون برای نوشتن نامساوی بل در سامانه نوترینوهای مایورانا، حالت بل $|\psi^-\rangle$ را در زمان $t=0$ به صورت

$$|\psi^-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\chi'\rangle_r |\chi''\rangle_r - |\chi''\rangle_r |\chi'\rangle_r), \quad (7)$$

در نظر می‌گیریم که در آن $|\chi' \circ\rangle_r = e^{-iE't_r} |\chi' \circ\rangle_r$ و $|\chi'' \circ\rangle_r = e^{-iE't_r} |\chi'' \circ\rangle_r$ است. برای نوشتن نامساوی بل، باید درجات آزادی اندازه‌گیری داشته باشیم. در نامساوی بل مربوط به کائون‌ها چون از نامساوی بل نوع ویگنر^۱ کمک گرفته شده است، بنابراین از سه درجه آزادی، یعنی ویژه حالت جرم، شگفتی و ویژه مقدار CP کائون‌ها، استفاده شده است. در نامساوی بل مربوط به نوترینوهای مایورانا نیز از دو درجه آزادی، یعنی ویژه مقدار CP نوترینوهای مایورانا و مکان‌های آشکارسازی، استفاده می‌شود. نوترینوهای مایورانا را برای سادگی در این محاسبات فرانسیتی در نظر می‌گیریم، یعنی فرض می‌کنیم که نوترینوها تقریباً با سرعت نور حرکت می‌کنند، در نتیجه مکان و زمان آشکارسازی با توجه به این که سرعت نور $c=1$ در نظر گرفته شده است، هم ارز یکدیگر

اند. به علاوه در مقایسه با فوتون‌های قطبیده، به ترتیب نشان دهنده نور قطبیده افقی $|V\rangle$ و عمودی $|H\rangle$ هستند [۲۲]. این تشابه در جدول ۱ آورده شده است. حال که متوجه شدیم نوترینوها عبارت‌های جرمی دیراکی و مایوراناایی دارند و ویژه حالت‌های نقض کننده CP مایورانا را معرفی کردیم، در ادامه به فرمول‌بندی نامساوی بل می‌پردازیم. یوچیااما در آزمایش ذهنی خود، نامساوی بل را برای سامانه کائون‌های خنثی نوشت و به این نتیجه رسید که نامساوی مدنظر منجر به نقض تقارن CP با پارامتر $|\epsilon|$ می‌شود [۲۱]. بعدها این محاسبات نظری توسط افراد مختلفی همچون برتل من به روش‌های مختلفی (به ازای نامساوی بل نوع ویگنر و CHSH) تکرار و برای اندازه‌گیری تجربی، برازش داده شد [۱۴ و ۲۲]. در این مقاله، مشابه با محاسباتی که در مورد سامانه کائون‌ها صورت گرفته است، نامساوی بل نوع CHSH برای ویژه حالت‌های نقض کننده CP نوترینوی مایورانا نوشته می‌شود و ارتباط نقض آن با نقض CP بررسی می‌شود. در ادامه به توصیف نحوه نوشتن این نامساوی بل و آزادی‌های اندازه‌گیری سامانه نوترینویی می‌پردازیم.

۱. Wigner



شکل ۱. دو مرحله آشکارسازی نوترینو در آزمایش‌های نوترینوی مسافت طولانی. این آزمایش‌ها دارای دو آشکارساز هستند که در دو مکان مختلف شار نوترینوی تولید شده توسط منبع نوترینو را اندازه گرفته و نتایج را با هم مقایسه می‌کنند [۸].

تعامد (۸) صدق می‌کنند. تحول زمانی تابع موج $|\psi^-\rangle$ به صورت زیر است:

$$|\psi^-(t_1, t_2)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(e^{-iE't_1} e^{-iE't_2} |\chi'\rangle_1 |\chi'\rangle_2 - e^{-iE''t_1} e^{-iE''t_2} |\chi''\rangle_1 |\chi''\rangle_2 \right), \quad (9)$$

برای به دست آوردن مقادیر چشمداشتی و نوشتن نامساوی بل، عملگرهای زیر را تعریف می‌کنیم.

$$\begin{aligned} P_{++} &= |\chi_+\rangle_1 \langle \chi_+| + |\chi_+\rangle_2 \langle \chi_+| \\ P_{-+} &= |\chi_-\rangle_1 \langle \chi_+| + |\chi_-\rangle_2 \langle \chi_+| \\ P_{+-} &= |\chi_+\rangle_1 \langle \chi_-| + |\chi_+\rangle_2 \langle \chi_-| \\ P_{--} &= |\chi_-\rangle_1 \langle \chi_-| + |\chi_-\rangle_2 \langle \chi_-| \end{aligned} \quad (10)$$

این چهار عملگر بر روی حالت‌های ۱ و ۲ اثر می‌کنند. مقدار چشمداشتی عملگرهای P_{++} و P_{--} ، احتمال این که ذره گسیل شده از منبع χ_+ و χ_- باشد و پس از آشکارسازی در آشکارسازهای دور و نزدیک همان ذره باقی بماند را نشان می‌دهد. در حالی که مقدار چشمداشتی عملگرهای P_{+-} و P_{-+} ، احتمال این که ذره گسیل شده از منبع نزدیک، نوسان کرده و به χ_+ و χ_- تبدیل شود را نشان می‌دهد. مقدار چشمداشتی این عملگرها در پایه $|\psi^-(t_1, t_2)\rangle$ به صورت زیر به دست می‌آید.

$$P_{++}(t_1, t_2) = P_{--}(t_1, t_2) = \left[1 + 2A \sin^2 \left(\frac{\Delta m^2}{2P} \frac{(t_1 + t_2)}{2} \right) \right]^2, \quad (11)$$

$$P_{-+}(t_1, t_2) = P_{+-}(t_1, t_2) = A^2 \left[1 + 2 \sin^2 \left(\frac{\Delta m^2}{2P} \frac{(t_1 + t_2)}{2} \right) \right]^2, \quad (12)$$

می‌شوند. در سال‌های اخیر، برای مطالعه نوسانات نوترینو از پرتوهای با شدت زیاد که توسط شتاب‌دهنده‌ها تولید شده است، استفاده می‌شود. یکی از مزایای آزمایش پرتو نوترینو این است که طیف انرژی را می‌توان برای یک اندازه‌گیری خاص، به مقدار دلخواه تولید کرد. در آزمایش‌های نوترینوی مسافت طولانی معمولاً از دو آشکارساز استفاده می‌کنند. یکی از آشکارسازها را در نزدیکی منبع پرتو و دیگری را دورتر از آن قرار می‌دهند. به کمک آشکارساز نزدیک می‌توان طیف انرژی نوترینوهای نوسان نکرده و به کمک آشکارساز دور می‌توان طیف نوسانی را اندازه‌گیری کرد و همچنین با استفاده از دو آشکارساز دور و نزدیک می‌توان بسیاری از خطاهای سیستماتیک را حذف کرد و اندازه‌گیری دقیق‌تری انجام داد (شکل ۱) [۱۵]. در تابع موج $|\psi^-\rangle$ شاخص ۱ و ۲ به ترتیب نشان دهنده آشکارساز نزدیک و دور نوترینو است. همچنین در این معادلات، t_1 زمان رسیدن (χ'^i, χ''^i) به آشکارساز ۱ و t_2 زمان رسیدن $\chi^{i,j}$ به آشکارساز ۲ است. با توجه به معادلات (۲) و (۳) اسپینورهای χ' و χ'' در شرط راست‌هنجارش زیر صدق می‌کنند:

$$\langle \chi^i | \chi^j \rangle = \begin{cases} \text{Re}(\alpha) & i = j \\ \frac{1}{1 + |\alpha|^2} & i \neq j \end{cases} \quad (8)$$

شرط فوق برای حالت‌های $\langle \chi^i | \chi^j \rangle_1$ و $\langle \chi^i | \chi^j \rangle_2$ نیز برقرار است، زیرا در این مسئله ما ذره‌ای داریم که در دو مکان آشکارسازی می‌شود، بنابراین توابع موج همچنان در رابطه

در رابطه (۵) و (۶) در صورتی که $\alpha = 0$ باشد، A_{CP} نیز باید برابر با صفر باشد؛ زیرا در صورت صفر بودن α بقای CP خواهیم داشت. به علاوه می توان A_{CP} را برای حالت $|\chi''\rangle$ نیز نوشت و به نتایج مشابه رسید. با استفاده از روابط (۲) و (۳)، $|\chi'\rangle$ و $|\chi''\rangle$ را در پایه های $|\nu\rangle$ و $|\bar{\nu}\rangle$ نوشته و مقداری برای A_{CP} به دست می آوریم، یعنی:

$$\begin{aligned} |\chi''\rangle &= \frac{1}{N} (p|\nu\rangle - q|\bar{\nu}\rangle) \\ |\chi'\rangle &= \frac{1}{N} (p|\nu\rangle + q|\bar{\nu}\rangle), \end{aligned} \quad (18)$$

در این روابط $p = 1 + \alpha$ ، $q = 1 - \alpha$ و $N^2 = |p|^2 + |q|^2$ است. بنابراین داریم:

$$A_{CP} = \frac{|p|^2 - |q|^2}{|p|^2 + |q|^2} = \frac{2\text{Re}(\alpha)}{1 + |\alpha|^2} = \delta^M, \quad (19)$$

δ^M را پارامتر نقض CP مایورانا می نامیم. با وارد کردن این پارامتر در نامساوی بل (۱۶)،

$$0 \leq \sqrt{2} \left[1 + 2 \sin^2 \left(\frac{\Delta m^2 (L_1 + L_2)}{2E} \right) \right] \leq [\delta^M]^{-1}, \quad (20)$$

به دست می آید. چون نوترینوی مایورانایی را فرانسیتی در نظر گرفته ایم، پس $t = L$ است.

۴. بحث و نتیجه

در صورتی که آمیختگی سه طعمی نوترینو داشته باشیم، سه فاز نقض CP وجود خواهد داشت که یک فاز مربوط به نوسانات نوترینوهای دیراک و دو فاز مربوط به نوسانات نوترینوهای مایورانا است. در مورد آمیختگی دو طعمی، با این که هیچ پارامتر نقض CP مربوط به نوسانات نوترینوهای دیراک وجود ندارد، اما کماکان یک پارامتر نقض CP مربوط به نوسانات نوترینوهای مایورانا در نظر گرفته می شود [۸]. در اینجا فرض می کنیم که نوسان دو طعمی بوده و تنها یک فاز نقض CP مربوط به نوسانات نوترینوهای مایورانا داریم.

از طرف دیگر، نوسانات طعم نوترینوها که در آنها عدد لپتونی کل بقا دارد و تنها عدد لپتونی هر طعم نقض می شود، اجازه آشکار کردن نوسانات نوترینوهای مایورانا را نمی دهند.

که $\Delta m^2 = m'^2 - m''^2$ ، m' ، m'' و P به ترتیب جرم و تکانه χ' و χ'' هستند؛ به علاوه در این روابط $A = \left[\frac{2\text{Re}(\alpha)}{1 + |\alpha|^2} \right]^2$ است. در ابتدا ممکن است که فرض $P = P' = P''$ درست به نظر برسد اما با در نظر گرفتن این فرض، موضوع منتشر شدن ویژه توابع جرم با سرعت های متفاوت نادیده گرفته می شوند. در صورتی که اسپینورهای χ' و χ'' با سرعت متفاوتی منتشر شوند، هر اسپینور با تکانه P' و P'' مسافت L را در زمان متفاوتی خواهد پیمود. اما اگر فرض کنیم که ویژه توابع موج به صورت بسته موج منتشر می شوند، نتیجه به دست آمده صحیح خواهد بود [۱۵].

چون نوترینوها را در رژیم فرانسیتی (با جرم تقریباً صفر و سرعت نور) در نظر می گیریم، بنابراین در رابطه (۱۱) و (۱۲) به جای تکانه P ، انرژی E را جایگذاری می کنیم. اکنون با استفاده از نامساوی بل [۲۵] داریم:

$$\begin{aligned} |E(A_+, B_+) + E(A_-, B_-)| + \\ |E(A_+, B_-) - E(A_-, B_+)| \leq 2, \end{aligned} \quad (13)$$

و همچنین با استفاده از [۱۱]:

$$E(A_+, B_+) = -1 + 2P(A_+, B_+), \quad (14)$$

و با در نظر گرفتن $A_+, B_+ = +$ و $A_-, B_- = -$ به رابطه زیر می رسیم:

$$\left| -1 + 2 \left(P_{++}(t_1, t_2) + P_{--}(t_1, t_2) \right) \right| \leq 1, \quad (15)$$

بنابراین نامساوی بل در حالت کلی به صورت زیر خواهد بود.

$$0 \leq 1 + 2 \sin^2 \left(\frac{\Delta m^2 (t_1 + t_2)}{2E} \right) \leq \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\frac{2\text{Re}(\alpha)}{1 + |\alpha|^2} \right]^2, \quad (16)$$

با توجه به این که نوسانات نوترینو به پادنوترینو مشاهده نشده اند [۸]، مقدار تجربی برای پارامتر نقض CP در نوسانات نوترینوهای مایورانا وجود ندارد. ما با استفاده از نامساوی بل به دست آمده، حدهایی را برای این پارامتر به دست می آوریم. نقض CP در آمیختگی ذره- پادذره، از مقایسه نرخ نوسان این دو، یعنی رابطه زیر به دست می آید [۲۶]

$$A_{CP} = \frac{P(\chi' \rightarrow \nu) - P(\chi' \rightarrow \bar{\nu})}{P(\chi' \rightarrow \nu) + P(\chi' \rightarrow \bar{\nu})}, \quad (17)$$

معین نیست، بنابراین سه حالت زیر را می‌توان به عنوان «سلسله مراتب جرمی» در نظر گرفت [۸].

همان‌گونه که از شکل ۲ مشخص است، با توجه به این که ما تنها اختلاف جرم بین نوترینوها را می‌دانیم، سلسله مراتب جرم نوترینوهای دیراک می‌توانند به صورت زیر باشند:

$$(۱) \quad m_1 \ll m_2 \ll m_3 \quad \text{یعنی سلسله مراتب عادی،}$$

$$(۲) \quad m_3 \ll m_1 \ll m_2 \quad \text{یعنی سلسله مراتب معکوس،}$$

$$(۳) \quad m_1 \simeq m_2 \simeq m_3 \quad \text{یعنی سلسله مراتب شبه تبه‌گن،}$$

این که نوترینوی دیراکی چه سلسله مراتبی داشته باشد، با توجه به این که اندازه جرم کوچک‌ترین نوترینوی دیراکی در مقدار جرم نوترینوی مایورانا تأثیر دارد، بازه پیش‌بینی شده برای جرم نوترینوی مایورانا را تغییر می‌دهد [۸]. بنابراین لازم است محاسبات به ازای هر سه سلسله مراتب جرم انجام شوند. برای به دست آوردن نواحی نقض نامساوی بل لازم است از داده‌های تجربی استفاده شود. از این رو، در ادامه به شرح داده‌های آزمایش MINOS^۱ می‌پردازیم.

۲.۴. آزمایش MINOS

این آزمایش به لحاظ ساختاری دو آشکارساز نزدیک و دور در $L_1 = 1 \text{ km}$ و $L_2 = 735 \text{ km}$ دارد. در آزمایش مسافت طولانی نوسانات نوترینوها در آزمایش MINOS، از پرتو نوترینوی میونی که با شدت 0.3 MeV در آزمایشگاه فرمی تولید شده است، استفاده می‌شود. طیف انرژی نوترینو در بازه ۱ تا 5 GeV متمرکز شده است و در 3 GeV قله دارد. آزمایش MINOS یک آشکارساز نزدیک هزار تنی دارد که در فاصله یک کیلومتری منبع تولید نوترینو قرار دارد و آشکارساز دور آن 5400 تنی است که در معدنی در مینه سوتای شمالی^۲ و در فاصله 735 کیلومتری از منبع قرار گرفته است [۸، ۱۵ و ۲۹]. آشکارسازها نسبتاً ساده هستند و از صفحات آهنی با صفحات داخلی به عرض 4 سانتی‌متر که با سوسوزن‌های پلاستیکی پوشیده شده، تشکیل شده‌اند.

تنها با استفاده از فرایندهایی که عدد لپتونی کل در آنها بقا ندارد، می‌توان نوسانات نوترینو به پادنوترینو را آشکارسازی کرد [۸]. در حقیقت تنها در فرایندهایی می‌توان نوترینوی مایورانا را تشخیص داد که این فرایندها برای نوترینوهای دیراکی ممنوع باشند؛ مثلاً واپاشی $K^+ \rightarrow \pi^- + \mu^+ + e^+$ و یا واپاشی به دو ذره بتا بدون تولید نوترینو [۲۷]:

$$(۲۱) \quad (A, Z) \rightarrow (A, Z-2) + e^- + e^-,$$

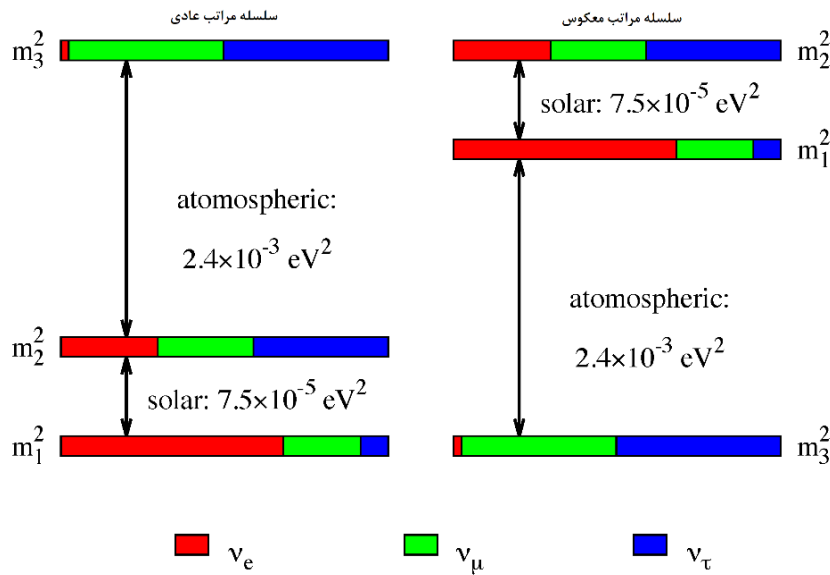
که A و Z به ترتیب نشان دهنده عدد اتمی و عدد جرمی اتم هستند. در فرایند واپاشی به دو ذره بتا بدون نوترینو، در سمت چپ فرایند هیچ لپتونی وجود ندارد، اما در سمت راست دو لپتون تولید می‌شود. بنابراین در این فرایند عدد لپتونی کل نقض می‌شود. در صورتی که چنین واپاشی مشاهده شود، نتیجه می‌گیریم که در برهمکنش‌های ضعیف، عدد لپتونی کل می‌تواند بقا نداشته باشد و این فرایند تنها در صورتی رخ می‌دهد که عبارت‌های جرمی نوترینوی مایورانا (ذره و پادذره قابل تمیز نباشند) وجود داشته باشد. بنابراین مشاهده چنین برهمکنشی، دلیل بر وجود نوترینوی مایورانا است. در نتیجه، این واپاشی حساس‌ترین فرایند، برای نقض عدد لپتونی کل است. با استفاده از داده‌های نوسانات طعم، می‌توان مقدار جرم مایورانا را که به شدت به سلسله مراتب جرم و کمترین جرم نوترینوهای دیراک وابسته است، در سه سلسله مراتب جرم متفاوت، پیش‌بینی کرد [۲۸].

۱.۴. سلسله مراتب جرمی

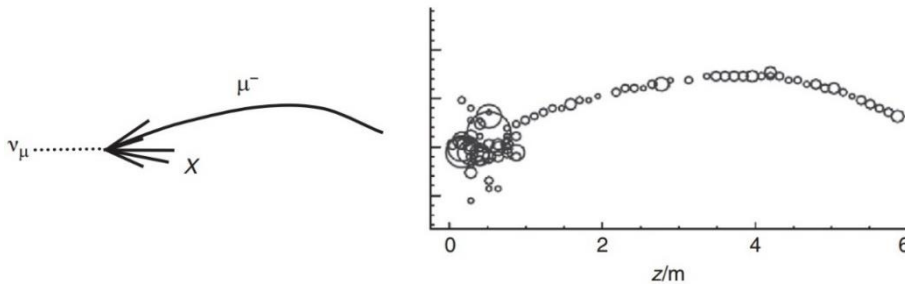
تاکنون جرم دقیق نوترینوهای دیراکی توسط آزمایش‌های تجربی اندازه‌گیری نشده است و آزمایش‌ها تنها توانسته‌اند اختلاف جرم سه ویژه حالت جرم دیراکی $\nu_i (i=1,2,3)$ را اندازه‌گیری کنند. با توجه به محاسبات نظری مقدار تقریبی جرم نوترینو مایورانا از مرتبه چند MeV است. اما این محاسبات نظری وابسته به مقدار اختلاف جرم بین نوترینوهای دیراک و مقدار جرم سبک‌ترین نوترینو دیراک است. همچنین با توجه به این که تاکنون تنها اختلاف جرم نوترینوهای دیراک مشخص شده و مقدار دقیق جرم هر کدام از این نوترینوها

۱. Main injector neutrino oscillation search (MINOS)

۲. Northern Minnesota



شکل ۲. سلسله مراتب جرم عادی و معکوس نوترینوی دیراک. اختلاف جرم بین نوترینوها توسط آزمایش‌های نوترینوی اتمسفری و خورشیدی به دست آمده است. با توجه به این مقادیر، دو سلسله مراتب محتمل در شکل رسم شده‌اند. در بخش قبل گفتیم که حالت‌های نیروی ضعیف (ویژه حالت‌های طعم) ترکیب خطی از ویژه حالت‌های جرم و برعکس هستند. قسمت‌های رنگی در شکل، میزان مشارکت هر طعم نوترینو در ویژه حالت جرم را نشان می‌دهد [۲۹].



شکل ۳. یک برهمکنش ضعیف جریان باردار (برهمکنشی که ذره واسطه آن بوزون‌های باردار W^\pm هستند). در $\nu_\mu + N \rightarrow \mu^- + X$ آشکارساز آزمایش MINOS. اندازه دایره‌ها نشان دهنده شدت نور تولید شده است. تکانه از طریق میزان انحنایی که میون باردار در میدان مغناطیسی پیدا می‌کند، مشخص می‌شود. همچنین میزان انرژی سیستم هادرونی را با استفاده از مقدار نوری که در رأس برهمکنش تولید شده است، مشخص می‌کنند [۱۵].

وقتی که یک ذره باردار سوسوزن را می‌پیماید، آن را یونیزه کرده و در نهایت نور تولید می‌شود. نور سوسوزن به تقویت کننده‌های نوری^۱ کوچک فرستاده می‌شود. این تقویت کننده‌های نوری از فیبرهای نوری که در داخل سوسوزن جاسازی شده‌اند، استفاده می‌کنند. آشکارساز مغناطیسه شده است تا بتواند تکانه میون‌های تولید شده در فرایند

با استفاده از انحنای μ ها اندازه‌گیری کند. مقدار نور سوسوزن معیاری برای اندازه‌گیری انرژی حالت هادرونی نهایی است که در این فرایند تولید شده است. بنابراین انرژی نوترینو در حالت رویداد به رویداد بازسازی می‌شود. $E_\nu = E_\mu + E_X$ یک نمونه از برهمکنش نوترینو در آشکارسازها در آزمایش MINOS در شکل ۳ نمایش داده شده است [۱۵].

۱. Photomultiplier tube (PMTs)

پارامتر نقض CP مایورانا را بر حسب α بازنویسی کرده و محدوده‌های نقض نامساوی به دست آمده را بر حسب مقادیر α مشخص کنیم، در حقیقت متوجه می‌شویم که به ازای چه ضرایب وزنی‌ای دو ویژه حالت مایورانا نقض CP، یعنی (۵) و (۶)، علاوه بر CP، نامساوی بل را نیز نقض می‌کنند. در این صورت محدوده‌های نقض همزمان تقارن CP و نامساوی بل که حاکی از کوانتومی بودن پارامتر نقض CP در این بازه‌ها است، به دست می‌آید. در صورتی که $\alpha = |\alpha|e^{i\theta}$ در نظر گرفته شود، می‌توانیم با استفاده از معادله (۱۹) و (۲۴) نامساوی (۲۳) را بر حسب متغیرهای $|\alpha|$ و θ رسم کنیم.

$$\theta \leq \cos^{-1} \left[\frac{0.14(1+|\alpha|^2)}{2|\alpha|} \right] \quad (24)$$

همانطور که در شکل ۴ مشاهده می‌شود، منحنی که قسمت (الف) را از قسمت (ب) جدا می‌کند، مربوط به نامساوی (۲۳) است. با توجه به نامساوی (۲۳)، تمامی نقاطی که در قسمت (الف) قرار می‌گیرند، توسط نامساوی نقض می‌شوند. برای مثال به ازای نقطه (۱۸/۳ و ۱/۲۷۲) پارامتر نقض CP مایورانایی برابر $\delta_E^M \leq 0.92$ می‌شود که این مقدار از نامساوی (۲۳) بزرگ‌تر است و در نتیجه پارامتر نقض CP به دست آمده به ازای نقطه مذکور، نشان دهنده نقض نامساوی (۲۳) است. همچنین تمامی نقاط روی منحنی و نقاطی که در قسمت (ب) قرار گرفته‌اند، نامساوی مذکور را نقض نمی‌کنند.

۴.۴. سلسله مراتب معکوس (IH)

در این سلسله مراتب، جرم نوترینوها به صورت $m_\mu \ll m_\tau \ll m_\nu$ در نظر گرفته می‌شود؛ بنابراین کران بالا و پایین جرم نوترینوی مایورانا به صورت $1.4 \times 10^{-2} \text{ eV} \lesssim \langle m \rangle \lesssim 5.1 \times 10^{-2} \text{ eV}$ و $24.05 \times 10^{-4} \text{ eV}^2$ است. بنابراین نامساوی‌های بل را می‌توان به دست آورد. با جایگذاری اختلاف جرم به دست آمده و با استفاده از ویژگی‌های ساختاری آشکارساز MINOS و

با توجه به این که نوترینوها یک انرژی به خصوص نداشته بلکه طیف انرژی دارند، ما محاسبات را با انرژی‌های $E' = 1 \text{ GeV}$ و $E'' = 5 \text{ GeV}$ انجام داده و حدود نقض نامساوی بل را برای این دو انرژی اکستریم به دست می‌آوریم. جرم مایورانا m' (کران بالا جرم) و m'' (کران پایین جرم) را می‌توان با توجه به طیف جرمی نوترینوی دیراک ($i = 1, 2, 3$) توسط سه سلسله مراتب نوشت. این مقادیر از گزارش [۸] استخراج شده است.

۳.۴. سلسله مراتب جرم عادی (NH)

در این سلسله مراتب، جرم نوترینوها به صورت $m_1 \ll m_2 \ll m_3$ در نظر گرفته می‌شود؛ بنابراین کران بالا و پایین جرم نوترینوی مایورانا به صورت $0.78 \times 10^{-2} \text{ eV} \lesssim \langle m \rangle \lesssim 4.32 \times 10^{-2} \text{ eV}$

با توجه به

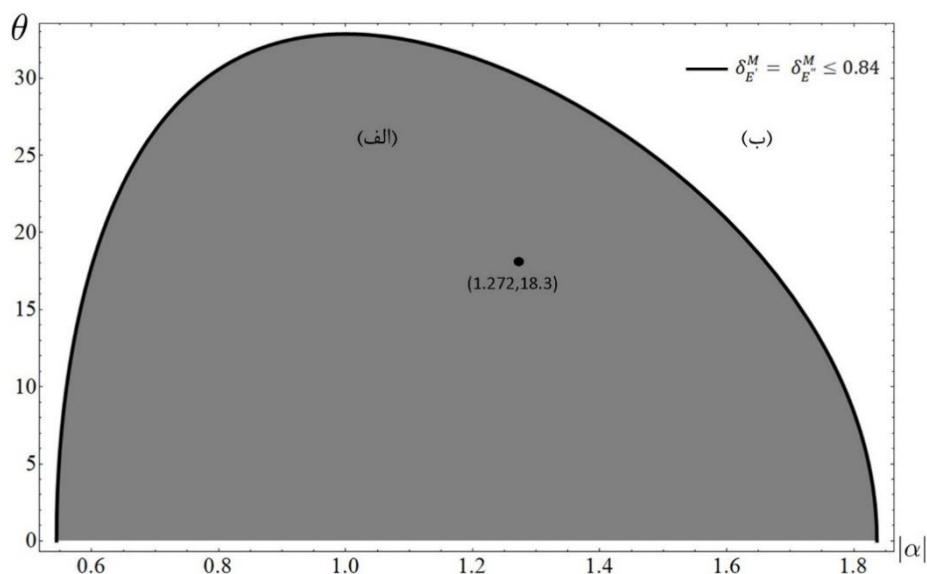
$$\Delta m^2 = m'^2 - m''^2 = 11.054 \times 10^{-6} (eV)^2, \quad (22)$$

اکنون با جایگذاری اختلاف جرم به دست آمده و با استفاده از ویژگی‌های ساختاری آشکارساز MINOS (انرژی نوترینوهای تولیدی و فاصله آشکارساز دور و نزدیک که نشان دهنده مکان‌های آشکارسازی ماست) و قرار دادن این مقادیر در رابطه به دست آمده برای پارامتر نقض CP مایورانا، رابطه (۲۰) به ازای دو اکستریم انرژی نوترینوهای تولید شده در این آزمایش، نامساوی زیر به دست می‌آید:

$$\delta_{E'}^M = \delta_{E''}^M \leq 0.14, \quad (23)$$

در این سلسله مراتب جرم، توان دوم اختلاف جرم‌ها از مرتبه 10^{-6} هستند و به همین دلیل مقدارهای آرگومان سینوس بسیار کوچک و نزدیک به صفر می‌شوند. از همین رو به ازای مقادیر مختلف انرژی، تنها یک نامساوی بل خواهیم داشت. برای آن که متوجه شویم این نامساوی در چه نقاطی نقض می‌شود، می‌توان آن را رسم کرد و حدود این نقض را مشخص کرد.

همان‌گونه که در تعریف روابط (۴) و (۶) ملاحظه شد، α پارامتر مختلط نقض CP و ضریب وزنی این روابط است. اگر



شکل ۴. نمودار θ برحسب $|\alpha|$ برای نامساوی بل (۲۳)، که به ازای نوترینوهای با طیف انرژی $1-5 \text{ GeV}$ رسم شده است. به دلیل کوچک بودن Δm^2 (از مرتبه 10^{-6}) که اختلاف توان دوم جرم‌های مایورانا است، نمی‌توان نامساوی بل تک‌انرژی‌های موجود در بازه $E' = 1 \text{ GeV}$ تا $E'' = 5 \text{ GeV}$ را به دست آورد و به ازای تمام انرژی‌های بین این دو اکستریم نامساوی (۲۳) برقرار است. این نامساوی توسط تمامی مقادیر θ و $|\alpha|$ که در قسمت (الف) قرار دارند، نقض می‌شود؛ اما به ازای نقاط روی منحنی و قسمت (ب)، نقضی صورت نمی‌گیرد، همچنین در این نمودار θ برحسب درجه است.

به ازای نقطه مذکور نشان دهنده نقض هر دو نامساوی (۲۵) و (۲۶) است. همچنین تمامی نقاطی که در قسمت (ب) قرار گرفته‌اند، نامساوی (۲۵) را نقض کرده اما نامساوی (۲۶) را نقض نمی‌کنند.

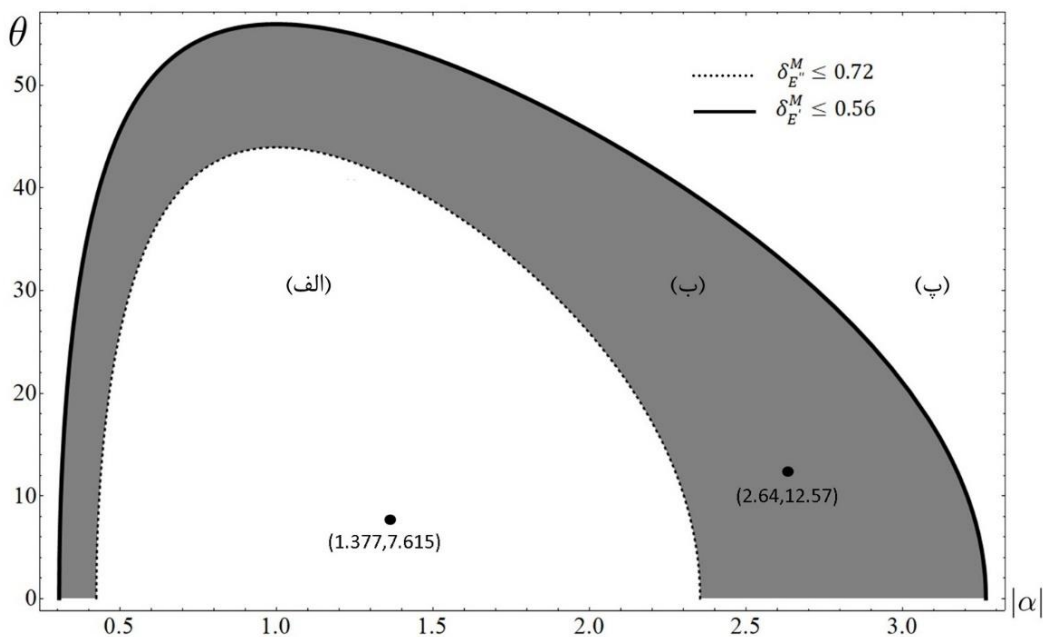
برای مثال به ازای نقطه $(1.2/5.7)$ و $(2/6.4)$ ، پارامتر نقض CP مایورانایی مقداری برابر با $\delta_E^M \leq 0.65$ دارد و این یعنی پارامتر نقض CP به دست آمده به ازای نقطه مذکور از نامساوی (۲۵) بزرگ‌تر و از نامساوی (۲۶) کوچک‌تر است. پس نامساوی اول را نقض کرده و دومی را نقض نمی‌کند. به علاوه، تمامی نقاطی که در قسمت (پ) قرار می‌گیرند، توسط هیچ کدام از نامساوی‌ها نقض نمی‌شوند. این نتیجه یعنی تمامی ویژه حالت‌های ناقض CP مایورانا که ضریب وزنی آنها $|\alpha|$ و θ در قسمت (الف) قرار دارد، علاوه بر این که تقارن CP را نقض می‌کنند، نامساوی بل را نیز نقض می‌کنند. اما اگر ضریب وزنی این ویژه حالت‌ها در قسمت (ب) قرار بگیرد، تنها به ازای محدوده‌های با انرژی پایین‌تر (به ازای هر انرژی در بازه انرژی

قرار دادن این مقادیر در رابطه (۲۰)، به ازای دو اکستریم انرژی نوترینوهای تولید شده در این آزمایش، نامساوی‌های زیر به دست می‌آید.

$$\delta_{E'}^M \leq 0.56 \quad E' = 1 \text{ GeV} \quad (25)$$

$$\delta_{E''}^M \leq 0.72 \quad E'' = 5 \text{ GeV} \quad (26)$$

همان‌گونه که در شکل ۵ مشاهده می‌شود، منحنی خط‌چین که قسمت (الف) را از قسمت (ب) جدا می‌کند مربوط به نامساوی (۲۶) است که برای نوترینوهای با انرژی $E'' = 5 \text{ GeV}$ رسم شده است. منحنی خط‌ممتد که قسمت (ب) را از (پ) جدا کرده است نیز، مربوط به نامساوی (۲۵) است که برای نوترینوهای با انرژی $E' = 1 \text{ GeV}$ رسم شده است. تمامی نقاطی که در قسمت (الف) قرار می‌گیرند، توسط هر دو نامساوی نقض می‌شوند. برای مثال به ازای نقطه $(7/6.15)$ و $(1/3.77)$ ، پارامتر نقض CP مایورانا مقداری برابر با $\delta_E^M \leq 0.94$ می‌شود که این مقدار از نامساوی‌های (۲۵) و (۲۶) بزرگ‌تر است و در نتیجه پارامتر نقض CP به دست آمده



شکل ۵. نمودار θ بر حسب $|\alpha|$ برای نامساوی بل (۲۵) به ازای انرژی $E' = 1 \text{ GeV}$ (منحنی خط ممتد) و نامساوی بل (۲۶) به ازای انرژی $E'' = 5 \text{ GeV}$ (منحنی خط چین) رسم شده است. این دو نامساوی توسط تمامی مقادیر θ و $|\alpha|$ که در قسمت (الف) قرار دارند، نقض می‌شوند. نامساوی (۲۶) به ازای نقاط روی منحنی خط چین و تمامی نقاط قسمت (ب) و (پ) نقض نمی‌شود. همچنین نامساوی (۲۵) به ازای تمامی نقاط موجود بر روی منحنی خط ممتد و قسمت (پ) نقض نمی‌شود، اما توسط نقاط قسمت (ب) نقض می‌شود. بنابراین تمامی نقاط موجود در قسمت (پ)، هیچ کدام از نامساوی‌ها را نقض نمی‌کنند. به علاوه قسمت رنگی شکل (قسمت ب) شامل تمامی نامساوی‌های بل ممکن است که بتوان آن‌ها را در بازه انرژی بین ۱ تا ۵ GeV محاسبه کرد. در این نمودار θ بر حسب درجه است

پایین جرم نوترینوی میورانا به صورت $0.10 \text{ eV} \lesssim \langle m \rangle \lesssim 2.9 \times 10^{-2} \text{ eV}$ خواهد بود [۸] و $91.59 \times 10^{-4} \text{ eV}^2 = \Delta m^2$ است. نامساوی‌های بل نیز به صورت زیر خواهند بود. با جایگذاری اختلاف جرم به دست آمده و با استفاده از ویژگی‌های ساختاری آشکارساز MINOS قرار دادن این مقادیر در رابطه (۲۰)، به ازای دو اکستریم انرژی نوترینوهای تولید شده در این آزمایش نامساوی‌های زیر به دست می‌آید.

$$\delta_{E'}^M \leq 0.57 \tag{27}$$

$$\delta_{E''}^M \leq 0.49 \tag{28}$$

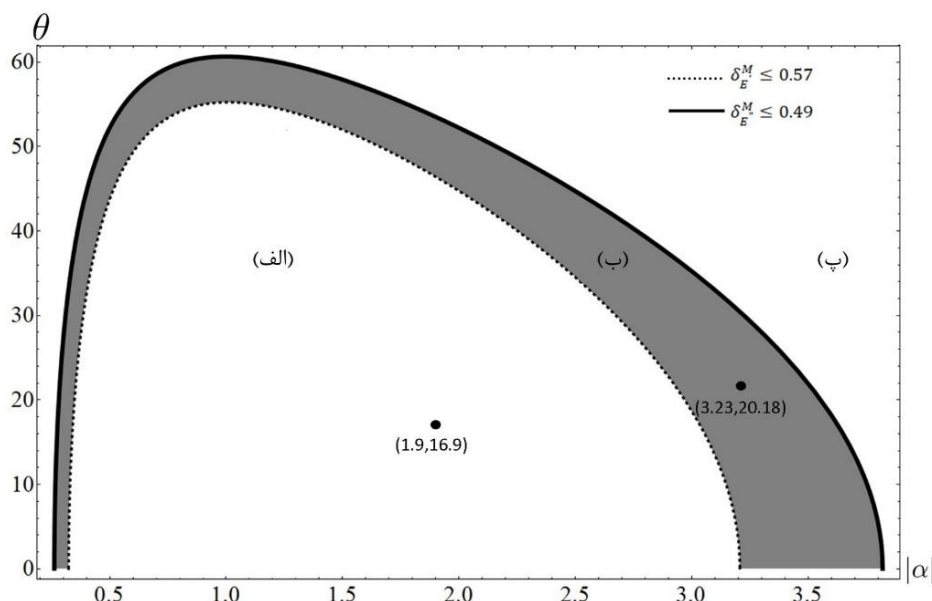
همانطور که در شکل ۶ مشاهده می‌شود، منحنی خط چین که قسمت (الف) را از قسمت (ب) جدا می‌کند، مربوط به نامساوی (۲۷) است که برای نوترینوهای با انرژی $E' = 1 \text{ GeV}$ رسم شده است. منحنی خط ممتد

۱-۵ GeV می‌تواند یک سهمی در محدوده (ب) رسم کرد و منظور ما از محدوده‌های با انرژی پایین‌تر، نقاط درون این سهمی‌ها است) تقارن CP و نامساوی بل با هم نقض می‌شوند. اما به ازای نقاط موجود در محدوده (پ)، تنها تقارن CP نقض می‌شوند و نامساوی بل نقض نخواهد شد. در این سلسله مراتب جرم، در صورتی که انرژی زیاد شود، محدوده نقض کاهش می‌یابد و به ازای انرژی‌های بزرگ‌تر از $E'' = 5 \text{ GeV}$ تعداد $(|\alpha|$ و $\theta)$ کمتری وجود دارد که منجر به نقض نامساوی بل می‌شود.

سلسله مراتب شبه تبهگن^۱ (QD)

در این سلسله مراتب، جرم نوترینوها به صورت $m_1 \cong m_2 \cong m_3$ در نظر گرفته می‌شود؛ بنابراین کران بالا و

۱. Quasi Degenerate



شکل ۶. نمودار θ برحسب $|\alpha|$ برای نامساوی بل (۲۷) به ازای انرژی $E' = 1 \text{ GeV}$ (منحنی خط چین) و نامساوی بل (۲۸) به ازای انرژی $E'' = 5 \text{ GeV}$ (منحنی خط ممتد) رسم شده است. این دو نامساوی توسط تمامی مقادیر θ و $|\alpha|$ که در قسمت (الف) قرار دارند، نقض می‌شوند. نامساوی (۲۷) به ازای نقاط روی منحنی خط چین و تمامی نقاط قسمت (ب) و (پ) نقض نمی‌شود. همچنین نامساوی (۲۸) به ازای تمامی نقاط موجود بر روی منحنی خط ممتد و قسمت (پ) نقض نمی‌شود، اما توسط نقاط قسمت (ب) نقض می‌شود. بنابراین تمامی نقاط موجود در قسمت (پ)، هیچ کدام از نامساوی‌ها را نقض نمی‌کنند. به علاوه قسمت رنگی شکل (قسمت ب) شامل تمامی نامساوی‌های بل ممکن است که بتوان آن‌ها را در بازه انرژی بین ۱ تا ۵ GeV محاسبه کرد. در این نمودار θ برحسب درجه است.

را نقض کرده و دومی را نقض نمی‌کند. به علاوه، تمامی نقاطی که در قسمت (پ) قرار می‌گیرند، توسط هیچ کدام از نامساوی‌ها نقض نمی‌شوند. این نتیجه یعنی تمامی ویژه حالت‌های ناقض CP مایورانا که ضریب وزنی آنها $|\alpha|$ و θ در قسمت (الف) قرار دارد، علاوه بر این که تقارن CP را نقض می‌کنند، نامساوی بل را نیز نقض می‌کنند. اما اگر ضریب وزنی این ویژه حالت‌ها در قسمت (ب) قرار گیرد، تنها به ازای محدوده‌های با انرژی پایین‌تر (به ازای هر انرژی در بازه انرژی بین ۱ تا ۵ GeV می‌توان یک سهمی در محدوده (ب) رسم کرد و منظور ما از محدوده‌های با انرژی پایین‌تر، نقاط درون این سهمی‌ها است) تقارن CP و نامساوی بل با هم نقض می‌شوند. اما به ازای نقاط موجود در محدوده (پ)، تنها تقارن CP نقض می‌شود و نامساوی بل نقض نخواهد شد.

در این سلسله مراتب جرم، برخلاف سلسله مراتب معکوس، در صورتی که انرژی کم شود، محدوده نقض کاهش می‌یابد و

که قسمت (ب) را از (پ) جدا کرده است نیز، مربوط به نامساوی (۲۸) است که برای نوترینوهای با انرژی $E'' = 5 \text{ GeV}$ رسم شده است. تمامی نقاطی که در قسمت (الف) قرار می‌گیرند، توسط هر دو نامساوی نقض می‌شوند.

برای مثال به ازای نقطه $(1/9, 16/9)$ ، پارامتر نقض CP مایورانایی برابر $\delta_E^M \leq 0.79$ می‌شود که این مقدار از نامساوی‌های (۲۷) و (۲۸) بزرگ‌تر است و در نتیجه پارامتر نقض CP به دست آمده به ازای نقطه مذکور نشان دهنده نقض هر دو نامساوی (۲۷) و (۲۸) است. همچنین تمامی نقاطی که در قسمت (ب) قرار گرفته‌اند، نامساوی (۲۸) را نقض کرده اما نامساوی (۲۷) را نقض نمی‌کنند. برای مثال به ازای نقطه $(20/18, 2/234)$ ، پارامتر نقض CP مایورانایی مقداری برابر با $0.53 \leq \delta_E^M$ دارد و این یعنی پارامتر نقض CP به دست آمده به ازای نقطه مذکور از نامساوی (۲۸) بزرگ‌تر و از نامساوی (۲۷) کوچک‌تر است. پس نامساوی اول

شکل‌ها که آن را با عنوان قسمت (ب) نامگذاری کرده‌ایم، مشاهده کرد. همچنین با توجه به نمودارهای رسم شده، نقض نامساوی بل می‌تواند در برخی نقاط رخ داده و در برخی نقاط رخ ندهد. از مقایسه کمترین مقدار $|\alpha|$ که برابر با $۰/۲۶$ است، با مقدار پارامتر نقض CP کائون‌ها که از مرتبه $۱۰^{-۳}$ است، به این نتیجه می‌رسیم که نقض CP در نوترینوهای مایورانا بسیار بزرگ و تقریباً ۲۶۰ برابر پارامتر نقض CP در کائون‌ها است. بنابراین در هر سه سلسله مراتب ذکر شده، در بازه‌های مشخصی که در هر قسمت به توضیح آنها پرداختیم، نامساوی بل و تقارن CP به صورت همزمان نقض می‌شوند. همان‌گونه که اشاره شد این محاسبات با فرض نقض CP در اسپینورهای مایورانا انجام شد و با توجه به نتایج به دست آمده در این مقاله می‌توان بیان کرد که چون نقض CP در اسپینورهای مایورانا منجر به نقض نامساوی بل شد، بنابراین پارامتر نقض CP در نوسانات نوترینوهای مایورانا رویدادی ناموضعی است و نمی‌توان آن را با یک نظریه واقع‌گرا موضعی (LRT) توضیح داد، به عبارت دیگر در محدوده‌های نقض تقارن CP کوانتومی رفتار می‌کند.

به ازای انرژی‌های کوچک‌تر از $E' = 1 \text{ GeV}$ تعداد $|\alpha|$ و θ کمتری وجود دارد که منجر به نقض نامساوی بل می‌شود.

۵. نتیجه

در این مقاله نامساوی بل از نوع CHSH را برای ویژه حالت‌های نقض کننده CP نوترینوهای مایورانا نوشتیم و مشاهده کردیم که این نامساوی به پارامتر نقض CP حساس است. به علاوه اشاره کردیم که نوسان نوترینو به پادنوترینو تنها در صورتی که عبارت جرمی نوترینوها مایورانایی باشد، رخ می‌دهد و این یعنی نوترینو و پادنوترینو از یکدیگر متمایز نیستند و در حین نوسان به همدیگر تبدیل می‌شوند. سپس نامساوی بل به دست آمده را بر حسب پارامتر نقض CP رسم کردیم و برای این کار از داده‌های آزمایش نوترینوی مسافت طولانی MINOS استفاده کردیم. نمودارهایی که به ازای هر سلسله مراتب جرم رسم کردیم، محدوده‌هایی را برای نقض توام نامساوی بل و تقارن CP مشخص کردند. با توجه به نتایج به دست آمده، به نظر می‌رسد α به مقدار انرژی Δm^2 وابسته است. این وابستگی را می‌توان در قسمت‌های رنگی

مراجع

1. K S Hirata et al., *Phys. Lett. B* **205** (1988) 416.
2. Q R Ahmad et al., (SNO Collaboration), *Phys. Rev. Lett.* **89** (2002) 011301.
3. K Eguchi et al., (KamLAND Collaboration), *Phys. Rev. Lett.* **90** (2003) 021802.
4. M H Ahn et al., (K2K Collaboration), *Phys. Rev. D* **74** (2006) 072003.
5. P Adamson et al., (MINOS Collaboration), *Phys. Rev. Lett.* **101** (2008) 131802.
6. P Adamson et al., (MINOS Collaboration), *Phys. Rev. Lett.* **106** (2011) 181801.
7. K Abe et al., (T2K Collaboration), *Phys. Rev. Lett.* **111** (2013) 211803.
8. M Tanabashi et al., (Particle Data Group), *Phys. Rev. D*, **98** (2018) and (2019) update., 030001.
9. P F de Salas et al., *Front. Astron. Space Sci* (2018).
10. J S Bell, *Physics* **1** (1964) 195.
11. C Schuler, bachelor theses, Wien university, (2014).
12. M Nielsen and I Chuang, "*Quantum Computation and Quantum Information*", Cambridge University Press; 1st Edition (2011).
13. K Bartkiewicz et al., *Phys. Rev. A* **88** (2013) 052105.
14. R A Bertlmann, W Grimus, and B C Hiesmayr, *Phys. Lett. A* **289** (2001) 21.
15. M Thomson, '*Modern particle physics*', New York: Cambridge University Press (2013).
16. B R Martin and G Shaw, '*Particle Physics*', John Wiley & Sons; 3rd edition, United Kingdom, (2008).
17. D d WU, *Phys. Lett. B* **96** (1980) 311.
18. W N Cottingham, D A Greenwood, '*An introduction to the standard model of particle physics*', Cambridge University Press, United Kingdom, (1998).
19. S Hannestad, (1997), arXiv:hep-ph/9701216.
20. J Barranco, D Delepine, V Gonzalez Macias, C Lujan-Peschar, and M Napsuciale, (2014), arXiv:1408.3219.
21. F Uchiyama, *Phys. Lett. A* **231** (1997) 295.
22. R A Bertlmann and B C Hiesmayr, Workshop on Neutral Kaon Interferometry at the $\sqrt{s} = \sqrt{3}$ factory, Frascati, (2006).
23. M Courbage, T Durt, and M Saberi Fathi, *J. Phys. A: Math. Theor.* **40** (2007) 2773.

-
27. S M Bilenky, J Hoek, and S T Petcov, *Phys. Lett. B* **94** (1980) 495.
28. S M Bilenky, A Faessler, and F Simkovic, *Phys. Rev. D* **70** (2004) 033003.
29. <https://www.numi.fnal.gov/>.
24. S M Bilenky, arXiv:1408.2864v, (2014).
25. J F Clauser, M A Horne, Shimony, and R A Holt, *Phys. Rev. Lett.* **24** (1970) 549.
26. P Kooijman and N Tuning, ‘‘*Lectures on CP violation*’’(or: The Physics of Anti-matter), (2015).