



انتقال برانگیختگی در یک زنجیره سه اسپینی در حضور نوفه، رویکرد سراسری در مقابل رویکرد موضعی

لاله معمارزاده

دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی شریف، تهران

پست الکترونیکی: memarzadeh@sharif.edu

(دریافت مقاله: ۱۳۹۹/۱۰/۰۳؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۹/۱۱/۲۷)

چکیده

در اینجا ما به مطالعه انتقال برانگیختگی در زنجیره‌ای با سه اسپین و در حضور نوفه می‌پردازیم. برای ارائه مدل برای نوفه، فرض می‌کنیم هر کیوبیت زنجیره با محیط بوزونی مستقلی برهمکنش می‌کند و دینامیک کل زنجیره از نوع مارکوفی است. با استفاده از دو رویکرد سراسری و موضعی معادله دینامیکی را به دست می‌آوریم و با مقایسه نتایج دو رویکرد علاوه بر این که در مورد اثر نوفه بر انتقال برانگیختگی بحث می‌کنیم، نشان می‌دهیم رویکرد موضعی حدی از رویکرد سراسری نیست.

واژه‌های کلیدی: سیستم‌های کوانتومی باز، انتقال در زنجیره اسپینی

۱. مقدمه

در سال‌های اخیر پژوهشگران علوم اطلاعات کوانتومی توانسته‌اند مشارکت چشمگیری در ارائه مدل برای این گونه فرایندها ارائه دهند. دلیل این موفقیت را می‌توان استفاده از چهارچوب‌های گسترش یافته برای توصیف دینامیک سیستم‌های کوانتومی دانست. به طور مشخص‌تر، بر خلاف مکانیک کوانتومی مقدماتی که در آن فرض می‌شود همه تحول‌ها با عملگرهای یکانی توصیف می‌شوند، در علوم اطلاعات کوانتومی چهارچوبی منسجم برای توصیف دینامیک بنیان نهاده شده است که قادر به توصیف دینامیک‌هایی و رای دینامیک‌های یکانی است. در واقع بر خلاف دینامیک‌های

مسئله انتقال از مسائل مورد توجه در گستره وسیعی از حوزه‌های مختلف است و با رویکردهای گوناگونی به آن پرداخته می‌شود. برخی از تحقیقات به انتقال انرژی و برانگیختگی در شبکه‌های مورد علاقه پژوهشگران ماده چگال می‌پردازد و برخی دیگر متمرکز بر ارائه مدل در انتقال انرژی در سیستم‌های بیولوژیکی است. نتایج گزارش شده در مطالعات اخیر کاربرد مستقیم در اتم‌های سرد [۱]، تله‌های یونی [۲ و ۳] و انتقال انرژی و برانگیختگی در شبکه‌های بیولوژیکی [۴ و ۵] دارد.

باشد، و محیط با اجزای سیستم به طور مستقل از هم برهمکنش کند، می‌توان معادلهٔ مادر را تنها با قطری کردن هامیلتونی تک ذرات به دست آورد. روش اول که در آن فقط تقریب بورن-مارکوف فرض می‌شود و قطری کردن هامیلتونی کل سیستم مورد نظر است به روش یا رویکرد سراسری موسوم است و رویکرد دوم که فرض اضافه‌تری دارد که فقط هامیلتونی موضعی ذرات مهم است، به عنوان رویکرد موضعی شناخته می‌شود.

در این که کدام یک از این رویکردها صحیح است، و آیا می‌توان رویکرد موضعی را حدی از رویکرد سراسری در نظر گرفت، در جامعهٔ علمی امروز توافق جامعی وجود ندارد و از موضوعات پژوهشی روز است [۱۳-۲۵]. حتی برخی از نتایج اخیر پیشنهاد می‌کند که در بازه‌ای از پارامترها باید ترکیبی از دو رویکرد را در نظر گرفت [۲۶].

از این رو پرداختن به این مسئله و بررسی و مقایسهٔ نتایج دو رویکرد می‌تواند روشن کند که آیا می‌توان مدل ریاضی در رویکرد موضعی را حدی از مدل ریاضی در رویکرد سراسری دانست یا خیر. همچنین با بررسی نظری کمیت‌های مختلف می‌توان نامزدهای مناسبی را برای آزمایش به فیزیکدانان تجربی معرفی کرد که در نهایت بتوان بررسی کرد کدام رویکرد با تجربه سازگار است. از مطالعات اخیر که با به دست آوردن معادلهٔ مادر به طور دقیق از هر دو رویکرد پرداخته و موفق به مقایسهٔ نتایج هر رویکرد شده است، می‌توان به پژوهش انجام شده در [۲۵] اشاره کرد. در کار مورد بحث، زنجیره‌ای شامل سه ذره اسپین $\frac{1}{2}$ در نظر گرفته شده است و دو سر زنجیره به دو حمام گرمایی متصل است. جریان اسپینی در هر دو رویکرد در آن بررسی شده است و نشان داده شده است، دو رویکرد پیش بینی کاملاً متفاوتی در مورد جریان‌های اسپینی دارند.

در اینجا ما قصد داریم پیش بینی دو رویکرد را در مورد انتقال برانگیختگی در حضور نوفه بررسی کنیم. به این منظور زنجیرهٔ اسپینی با هامیلتونی XX در میدان مغناطیسی خارجی را در نظر می‌گیریم. این زنجیره در حالت آرمانی و بدون حضور نوفه، برانگیختگی را به

یکانی، در ساختار مورد بحث می‌توان تحول‌های برگشت‌ناپذیر را هم توصیف کرد که ما را قادر می‌سازد علاوه بر مسائل مطرح در ارتباطات و محاسبات کوانتومی، توانایی ارائه مدل ریاضی برای توصیف دینامیک سیستم‌های مورد علاقه سایر فیزیکدانان در مقیاسی که مکانیک کوانتومی حکمفرماست را داشته باشیم.

می‌توان گفت کلی‌ترین شکل دینامیک یک سیستم کوانتومی با یک نگاه کاملاً مثبت رد نگهدار توصیف می‌شود [۶، ۷ و ۸]. در تقریب‌هایی شکل صریح‌تری از این دینامیک‌ها در دست است. به عنوان مثال سیستم کوانتومی را در نظر بگیرید که با محیط اطراف خود که با حمام بوزونی توصیف می‌شود، در برهمکنش است و طبیعتاً تحول آن برگشت‌ناپذیر است. اگر شرایط تقریب بورن-مارکوف برقرار باشد [۹ و ۱۰]، تحول سیستم، از نوع مارکوف کوانتومی است و معادلهٔ مادر یک معادلهٔ دیفرانسیل خطی مرتبهٔ اول از زمان است [۹ و ۱۰]. در تقریب بورن-مارکوف، روش به دست آوردن شکل صریح معادلهٔ مادر بر اساس نوع برهمکنش‌های موجود در سیستم و همچنین برهمکنش بین سیستم و محیط ارائه می‌شود ولی انجام مراحل محاسباتی و بیان دقیق چنین معادله‌ای برای سیستم دلخواه ساده نیست [۱۱ و ۱۲]. می‌توان گفت ریشهٔ این پیچیدگی در آن است که برای به دست آوردن معادلهٔ مادر، ویژه بردارها و ویژه مقادیر هامیلتونی توصیف کنندهٔ سیستم مورد مطالعه، لازم هستند. در نتیجه قطری کردن هامیلتونی سیستم ضروری است. کاملاً روشن است قطری کردن هامیلتونی یک ذرهٔ اسپین $\frac{1}{2}$ ، که فقط درجهٔ آزادی اسپینی آن مهم است، کار بسیار ساده‌ای است. اما قطری کردن هامیلتونی سیستمی که شامل N ذره اسپین $\frac{1}{2}$ است، معادل قطری کردن ماتریسی با بعد $2^N \times 2^N$ است که با افزایش N به طور چشمگیری پیچیده و محاسبات تحلیلی برای دستهٔ وسیعی از هامیلتونی‌ها غیر ممکن می‌شود. از طرفی در مواردی علاوه بر فرض بورن-مارکوف، فرض می‌شود که اگر قدرت برهمکنش بین اجزای سیستم در مقایسه با قدرت برهمکنش بین سیستم و محیط کم

که در آن $|E_i\rangle$ ها ویژه حالت های هامیلتونی هستند که شکل صریح آنها به ترتیب زیر است:

$$\begin{aligned} |E_1\rangle &= |eee\rangle, \\ |E_2\rangle &= |ggg\rangle, \\ |E_r\rangle &= \frac{1}{\sqrt{r}}(|eeg\rangle - |gee\rangle), \\ |E_f\rangle &= \frac{1}{\sqrt{r}}(|egg\rangle - |gge\rangle), \\ |E_{D,e}\rangle &= \frac{1}{r}(|eeg\rangle \pm \sqrt{r}|ege\rangle|ge\rangle), \\ |E_{V,\lambda}\rangle &= \frac{1}{r}(|egg\rangle \pm |geg\rangle|gge\rangle). \end{aligned} \quad (3)$$

که در آن $|e\rangle$ و $|g\rangle$ به ترتیب ویژه بردارهای σ_z با ویژه مقادیر $+1$ و -1 و نشان دهنده حالت برانگیخته و حالت پایه هستند. ویژه حالت های انرژی متناظر با ویژه مقادیر نیز به ترتیب زیر هستند:

$$\begin{aligned} \epsilon_{1,r} &= \pm 3\Delta, \epsilon_{r,f} = \pm \Delta, \\ \epsilon_{D,e} &= \Delta \pm \sqrt{r}g, \epsilon_{V,\lambda} = -(\Delta \pm r\sqrt{r}g), \end{aligned} \quad (4)$$

این زنجیره اسپینی نامزد مناسبی برای انتقال برانگیختگی از یک انتها به انتهای دیگر است. برای روشن شدن این موضوع، حالت اولیه زیر را در نظر می گیریم:

$$|\psi(0)\rangle = |egg\rangle, \quad (5)$$

که در آن تنها اسپین شماره یک در حالت برانگیخته است. به سادگی می توان نشان داد حالت توصیف کننده زنجیره در زمان دلخواه t به صورت زیر است:

$$|\psi(t)\rangle = \frac{\sqrt{r}}{r} e^{-iE_r t} |E_r\rangle + \frac{1}{r} e^{-iE_f t} |E_f\rangle + \frac{1}{r} e^{-iE_{\lambda} t} |E_{\lambda}\rangle, \quad (6)$$

با گرفتن رد جزئی بر روی زیر بخش های اول و دوم، ماتریس چگالی ذره سوم در زمان دلخواه به دست می آید و نتیجه می شود که احتمال این که ذره سوم در حالت برانگیخته باشد عبارت است از:

$$P_e(t) = \frac{r}{\lambda} + \frac{1}{\lambda} (\cos(r\sqrt{r}gt) - r\cos(r\sqrt{r}gt)), \quad (7)$$

همان طور که در شکل ۱ نیز نشان داده شده است، مطابق انتظار احتمال حضور برانگیختگی در لحظه اول در جایگاه سوم صفر است و به طور متناوب این احتمال بین صفر و یک تغییر می کند. نکته قابل توجه آن است که هامیلتونی با تعداد کل برانگیختگی یعنی:

$$|e\rangle\langle e| \otimes I_r \otimes I_r + I_r \otimes |e\rangle\langle e| \otimes I_r + I_r \otimes I_r \otimes |e\rangle\langle e|, \quad (8)$$

خوبی در زنجیره منتقل می کند. در اینجا برای مدل کردن نوفه، فرض می کنیم هر سه کیوبیت زنجیره در برهمکنش با محیط های گرمایی مجزا از هم هستند. با توجه به این که زنجیره در عدم حضور نوفه، نامزد مناسبی برای انتقال برانگیختگی است، این مدل ما را قادر می سازد در حضور نوفه به بررسی عملکرد زنجیره برای انتقال برانگیختگی پردازیم. به این ترتیب با استفاده از دو رویکرد سراسری و موضعی، معادله دینامیکی را به دست می آوریم و با حل کردن آن علاوه بر بررسی اثر نوفه بر انتقال برانگیختگی به این پرسش پاسخ می دهیم که آیا رویکرد موضعی حدی از رویکرد سراسری است یا خیر.

ساختار مقاله به شرح زیر است. در بخش دو به معرفی زنجیره سه-اسپینی و عملکرد آن در انتقال برانگیختگی در عدم حضور نوفه می پردازیم. در بخش سه شکل دقیق معادله مادر توصیف کننده دینامیک سیستم را از دو رهیافت سراسری و موضعی به دست می آوریم و پاسخ این رویکردها را به انتقال برانگیختگی در زنجیره ارائه می دهیم. در بخش چهارم، به مقایسه نتایج دو رویکرد و نتیجه گیری می پردازیم.

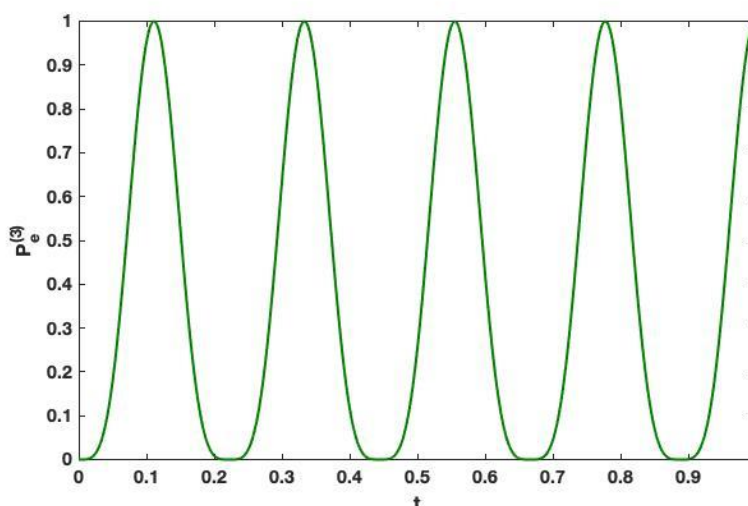
۲. مدل زنجیره اسپینی آرمانی

در این بخش به توصیف مدل مورد نظر در عدم حضور نوفه می پردازیم و عملکرد آن برای انتقال برانگیختگی را بررسی می کنیم. زنجیره مورد نظر ما شامل سه ذره با اسپین $\frac{1}{2}$ است که با هامیلتونی زیر توصیف می شود:

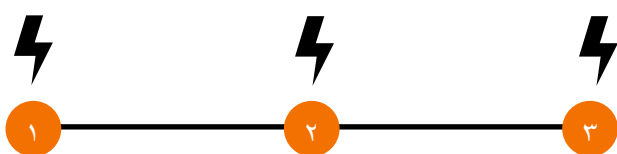
$$H_S = g \sum_{n=1}^r (\sigma_x^{(n)} \sigma_x^{(n+1)} + \sigma_y^{(n)} \sigma_y^{(n+1)}) + \Delta \sum_{n=1}^r \sigma_z^{(n)}. \quad (1)$$

که در آن g و Δ پارامترهای مثبت و حقیقی در نظر گرفته می شوند و $\sigma_x^{(n)}$ ، $\sigma_y^{(n)}$ و $\sigma_z^{(n)}$ عملگرهای پائولی در محل اسپین n ام هستند. برای مقاصد پیش رو لازم است تجزیه طیفی هامیلتونی سیستم را داشته باشیم:

$$H_S = \sum_{j=1}^{\lambda} \epsilon_j |E_j\rangle\langle E_j|, \quad (2)$$



شکل ۱. احتمال این که کیوبیت سوم در حالت برانگیخته باشد بر حسب زمان در حالت آرمانی یعنی عدم حضور نوفه. در این حالت $g = 3, \Delta = 10$.



شکل ۲. سه کیوبیت در زنجیره اسپینی که با دایره های نارنجی رنگ نشان داده شده اند، تحت اثر نوفه محیط قرار دارند که نتیجه موثر برهم کنش هر کیوبیت با محیط اطرافش است.

دست آوردن معادله تحول استفاده می کنیم و نهایتاً نتایج رویکرهای نامبرده را با هم مقایسه می کنیم.

جابه جا می شود. به عبارت دیگر تعداد کل برانگیختگی در طول تحول ناوردا باقی می ماند. با توجه به این که در مسئله مورد بررسی تعداد کل برانگیختگی در حالت اولیه، یک است، بنابراین همان برانگیختگی که در لحظه اول در جایگاه شماره یک وجود داشته است، در طول تحول در جایگاه سوم ظاهر می شود. حال که انتقال برانگیختگی در حالت آرمانی روشن است، در بخش بعدی به بررسی اثر نوفه بر انتقال برانگیختگی می پردازیم.

۳. اثر نوفه بر انتقال برانگیختگی

در بخش قبل نشان دادیم زنجیره مورد بحث نامزد مناسبی برای انتقال برانگیختگی در حالت آرمانی و بدون حضور نوفه است. برای در نظر گرفتن حالتی که نزدیک تر به واقعیت باشد مدلی برای توصیف نوفه ارائه می دهیم. در واقع طبیعی است که فرض کنیم مطابق با شکل ۲ هر یک از کیوبیت های زنجیره اسپینی با محیط اطراف خود برهم کنش دارد. بنابراین در اثر این برهم کنش دیگر حالت آرمانی فرایند برگشت پذیر را نخواهیم داشت. برای بررسی عملکرد زنجیره برای انتقال برانگیختگی در حضور نوفه، ابتدا باید معادله دینامیکی را به دست آوریم. در اینجا است که از دو رویکرد متفاوت سراسری و موضعی برای به

۱.۳. رویکرد سراسری برای توصیف دینامیک

همان طور که در بخش قبلی شرح داده شد، فرض می کنیم هر کیوبیت با محیط اطراف خود که یک حمام گرمایی است برهم کنش می کند. هامیلتونی سیستم و محیط به شرح زیر است:

$$H_{total} = H_S + H_E + \lambda H_{int}, \quad (9)$$

که در آن H_S هامیلتونی زنجیره اسپینی در رابطه (۱) است. H_E و H_{int} به ترتیب هامیلتونی محیط و هامیلتونی برهم کنش کننده زنجیره اسپینی با محیط و λ قدرت برهم کنش سیستم و محیط را نشان می دهد. هامیلتونی محیط عبارت است از:

$$B_l^{(n)} = \int_0^{\omega_{max}} dv h_n(v) \frac{b^{(n)}(v) + b^{(n)\dagger}(v)}{r}, B_r^{(n)} = i \int_0^{\omega_{max}} dv h_n(v) \frac{b^{(n)}(v) - b^{(n)\dagger}(v)}{r}, \quad (17)$$

به این ترتیب عملگرهای لیندبلد به ترتیب زیر به دست می آیند:

$$A_k^{(n)}(\omega_m) = \sum_{\epsilon_p - \epsilon_q = \omega_m} \Pi_q A_k^{(n)} \Pi_p, \quad (18)$$

که در آن Π_p عملگر تصویر بر روی ویژه حالت $|E_p\rangle$ هامیلتونی کل سیستم، یعنی H_S ، با انرژی ϵ_p و ω_m فاصله بین ترازهای انرژی سیستم است که بین آنها مطابق رابطه (۱۸) انتقال رخ می دهد. در مسئله مورد نظر ما بسامدهای گذار به ترتیب زیر به دست می آیند:

$$\begin{aligned} \omega_s &= 2\Delta \\ \omega_l &= 2(\Delta + \sqrt{r}g) \\ \omega_r &= 2(\Delta - \sqrt{r}g) \\ \omega_{+} &= 2(\Delta + 2\sqrt{r}g) \\ \omega_{-} &= 2(\Delta - 2\sqrt{r}g), \end{aligned} \quad (19)$$

با انجام محاسبات طولانی اما سر راست عملگرهای لیندبلد با استفاده از رابطه (۱۸) به دست می آیند. عناصر ماتریس کوزاکوفسکی $\gamma(\omega_m)$ نیز به ترتیب زیر به دست می آید:

$$\gamma_{l,k}^{(n,n')}(\omega_m) = 2\pi Tr \left(B_l^{(n)}(\omega_m) B_k^{(n')} \rho_{TH} \right), \quad (20)$$

که در آن $\rho_{TH} = \rho_{TH}^{(l)} \otimes \rho_{TH}^{(r)} \otimes \rho_{TH}^{(s)}$ به طوری که حالت گرمایی محیطی است که با کیوبیت n ام برهمکنش می کند:

$$\rho_{TH}^{(n)} = \frac{e^{\beta_n H_E^{(n)}}}{Tr \left(e^{\beta_n H_E^{(n)}} \right)}, \quad (21)$$

که در آن $\beta_n = 1/KT_n$ به طوری که K ثابت بولتزمن و T_n دمای محیط بر همکنش کننده با کیوبیت n ام است. در مورد جملات دیگر رابطه (۲۰)، لازم به یادآوری است که $B_k^{(n)}$ ها در رابطه معرفی شده اند و $B_l^{(n)}(\omega)$ ها به شرح زیر تعریف می شوند:

$$B_l^{(n)}(\omega) = \int_{-\omega_{max}}^{\omega_{max}} dv |v - \omega\rangle_n \langle v - \omega| B_l^{(n)} |v\rangle_n \langle v|, \quad (22)$$

$$H_E = \sum_{n=1}^r H_E^{(n)}, \quad (10)$$

که در آن هامیلتونی حمام گرمایی برهمکنش کننده با کیوبیت n ام به صورت زیر توصیف می شود:

$$H_E^{(n)} = \int dv b^{(n)\dagger}(v) b^{(n)}(v), \quad (11)$$

که در آن $b^{(n)}(v)$ و $b^{(n)\dagger}(v)$ عملگرهای بوزونی توصیف کننده محیط برهمکنش کننده با کیوبیت n ام هستند:

$$\left[b^{(n)}(v), b^{(n')\dagger}(v') \right] = \delta(v - v') \delta_{n,n'}, \quad (12)$$

برهمکنش بین کیوبیت ها و محیط به صورت زیر توصیف می شود:

$$H_{int} = \sum_{n=1}^r \int_0^{\omega_{max}} dv h_n(v) \left((\sigma_x^{(n)} \otimes b^{(n)\dagger}(v) + \sigma_y^{(n)} \otimes b^{(n)}(v)) \right), \quad (13)$$

که در آن $\sigma_{\pm}^{(n)} = \frac{1}{r} (\sigma_x^{(n)} \pm i\sigma_y^{(n)})$ و $h_n(v)$ ضریب جفت شدگی بین کیوبیت n ام و محیط اطرافش است. شکل کلی معادله توصیف کننده تحول سیستم در تقریب بورن-مارکوف عبارت است از [۱۱ و ۱۲]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} &= -i \left[H_S + \lambda^r H_{LS}, \rho \right] + \\ &\lambda^r \sum_{k,l} \sum_{m,n,n'=1}^r \gamma_{k,l}^{(n,n')}(\omega_m) \\ &\left(A_k^{(n)}(\omega_m) \rho A_l^{(n')} - \frac{1}{r} \left[A_l^{(n')}(\omega_m) A_k^{(n)}(\omega_m), \rho \right] \right), \end{aligned} \quad (14)$$

که در آن $\gamma(\omega_m)$ ماتریس کوزاکوفسکی، H_{LS} تصحیحی $-(n)$ است که به هامیلتونی سیستم وارد می شود و $A_k^{(n)}$ ها عملگرهای لیند بلد هستند. در زیر، به دست آوردن هر یک از این جملات را شرح می دهیم. به این منظور لازم است ابتدا هامیلتونی برهمکنش سیستم و محیط را به شکل زیر بازنویسی کنیم:

$$H_{int} = \sum_{k=1}^r \sum_{n=1}^r A_k^{(n)} \otimes B_k^{(n)}, \quad (15)$$

که در آن

$$\begin{aligned} A_l^{(n)} &= \sigma_x^{(n)} = \sigma_+^{(n)} + \sigma_-^{(n)}, \\ A_r^{(n)} &= \sigma_y^{(n)} = -i \left(\sigma_+^{(n)} - \sigma_-^{(n)} \right), \end{aligned} \quad (16)$$

عملگرهای متناظر آن در جمع $A_i^{(n)}$ ها هستند. بنابراین برای سادگی در نگارش، A_n و $A_n(\omega_m)$ را معرفی می‌کنیم: $A_n := A_i^{(n)}$ و $A_n(\omega_m) := A_i^{(n)}(\omega_m)$ و با در نظر گرفتن شکل صریح ویژه مقادیر ماتریس کوزاکوفسکی، شکل نهایی معادلهٔ مادر به دست می‌آید:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -i \left[H_S + \lambda^\dagger H_{LS}, \rho \right] + \sum_{m=0}^r \sum_{n=1}^r \eta(\omega_m) (1 + \tau(\omega_m)) \left(A_n(\omega_m) \rho A_n^\dagger(\omega_m) - \frac{1}{r} \left\{ A_n^\dagger(\omega_m) A_n(\omega_m), \rho \right\} \right) + \sum_{m=0}^r \sum_{n=1}^r \eta(\omega_m) \tau(\omega_m) \left(A_n^\dagger(\omega_m) \rho A_n(\omega_m) - \frac{1}{r} \left\{ A_n(\omega_m) A_n^\dagger(\omega_m), \rho \right\} \right), \quad (29)$$

که در آن $\eta(\omega_m) = r \pi h^\dagger(\omega_m) \lambda^\dagger$ و طبیعتاً تنها ω_m های مثبت در این جمع ظاهر می‌شوند که با قید $\Delta > 2\sqrt{r}g$ همان بسامدهای گذار در رابطه (۱۹) هستند.

شکل صریح عملگرهای $A_n(\omega_m)$ نیز در زیر آمده است. برای $n=1$ داریم:

$$A_1(\omega_-) = \frac{1}{r} \left(\sigma_-^{(l)} - \sigma_z^{(l)} \sigma_z^{(r)} \sigma_-^{(r)} \right), \quad (30)$$

$$A_1(\omega_+) = \frac{1}{r} \left(\sigma_-^{(l)} - \sqrt{r} \sigma_z^{(l)} \sigma_-^{(r)} + \sigma_z^{(l)} \sigma_z^{(r)} \sigma_-^{(r)} \right), \quad (31)$$

$$A_1(\omega_r) = \frac{1}{r} \left(\sigma_-^{(l)} + \sqrt{r} \sigma_z^{(l)} \sigma_-^{(r)} + \sigma_z^{(l)} \sigma_z^{(r)} \sigma_-^{(r)} \right), \quad (32)$$

و $A_1(\omega_r) = A_1(\omega_+) = 0$ است. برای $n=2$ به دست می‌آوریم:

$$A_2(\omega_-) = \frac{r}{r} \left(\sigma_-^{(r)} - \sigma_z^{(l)} \sigma_-^{(r)} \sigma_z^{(r)} \right) - \frac{1}{r} C, \quad (33)$$

$$A_2(\omega_+) = \frac{1}{r} \left(\sigma_-^{(r)} + \sigma_z^{(l)} \sigma_-^{(r)} \sigma_z^{(r)} \right) - \frac{\sqrt{r}}{r} B_+, \quad (34)$$

$$A_2(\omega_r) = \frac{1}{r} \left(\sigma_-^{(r)} + \sigma_z^{(l)} \sigma_-^{(r)} \sigma_z^{(r)} \right) + \frac{\sqrt{r}}{r} B_+, \quad (35)$$

$$A_2(\omega_r) = \frac{1}{r} \left(\sigma_-^{(r)} - \sigma_z^{(l)} \sigma_-^{(r)} \sigma_z^{(r)} \right) - \frac{\sqrt{r}}{r} B_- + \frac{1}{r} C, \quad (36)$$

$$A_2(\omega_r) = \frac{1}{r} \left(\sigma_-^{(r)} - \sigma_z^{(l)} \sigma_-^{(r)} \sigma_z^{(r)} \right) + \frac{\sqrt{r}}{r} B_- + \frac{1}{r} C, \quad (37)$$

که در آن

$$B_\pm = \sigma_-^{(l)} \sigma_z^{(r)} + \sigma_-^{(l)} \sigma_z^{(r)} \pm \sigma_z^{(l)} \sigma_-^{(r)} \pm \sigma_z^{(r)} \sigma_-^{(r)}, \quad (38)$$

$$C = \sigma_+^{(l)} \sigma_-^{(r)} \sigma_-^{(r)} - r \sigma_-^{(l)} \sigma_+^{(r)} \sigma_-^{(r)} + \sigma_-^{(l)} \sigma_-^{(r)} \sigma_+^{(r)}, \quad (39)$$

که در آن $|v\rangle_n$ ها ویژه حالت‌های هامیلتونی محیط کیوبیت n ام یعنی $H_E^{(n)}$ هستند. به این ترتیب به سادگی می‌توان دید $\gamma_{i,k}^{(n,n')}$ در مواردی که $n \neq n'$ است، برابر صفر است. به عبارت دیگر

$$\gamma(\omega_m) = \gamma^{(l)}(\omega_m) \oplus \gamma^{(r)}(\omega_m) \oplus \gamma^{(r)}(\omega_m), \quad (23)$$

که در آن برای $n=1,2,3$ داریم:

$$\gamma^{(n)}(\omega_m) = \pi h^\dagger(\omega_m) (1 + \tau_n(\omega_m)) \begin{pmatrix} 1 & -i \\ -i & 1 \end{pmatrix}, \omega_m > 0, \quad (24)$$

و

$$\gamma^{(n)}(-\omega_m) = \pi h^\dagger(-\omega_m) \tau_n(-\omega_m) \begin{pmatrix} 1 & i \\ -i & 1 \end{pmatrix}, \omega_m < 0, \quad (25)$$

در این عبارات $\tau_n(\omega_m) = \frac{1}{e^{K T_n} - 1}$ تعداد متوسط فوتون با انرژی ω_m در محیط برهمکنش کننده با کیوبیت n ام در دمای T_n است. بنابراین شکل معادلهٔ مادر در عبارت (۱۴) کمی ساده‌تر می‌شود:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -i \left[H_S + \lambda^\dagger H_{LS}, \rho \right] + \lambda^\dagger \sum_{k,l} \sum_{m=1}^r \sum_n \gamma_{k,l}^{(n)}(\omega_m) \left(\begin{matrix} \sim (n) & \sim (n)^\dagger \\ A_k(\omega_m) \rho A_l(\omega_m) - \\ \frac{1}{r} \left\{ A_l(\omega_m) A_k(\omega_m), \rho \right\} \end{matrix} \right), \quad (26)$$

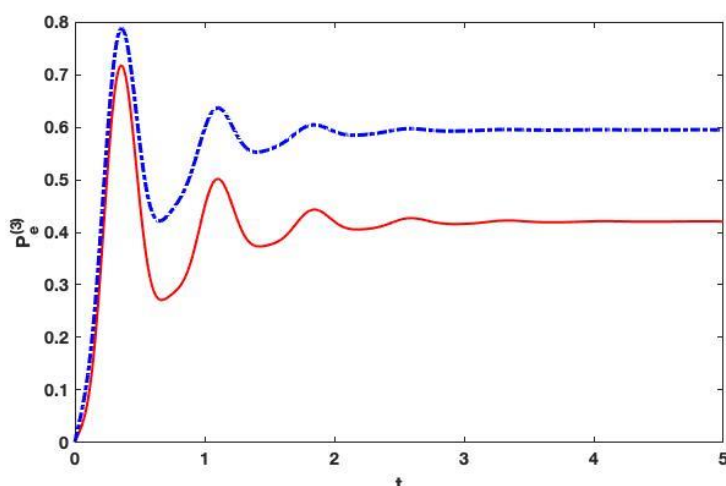
همان‌طور که از شکل ماتریس کوزاکوفسکی در معادلات (۲۴) و (۲۵) بر می‌آید، تبدیل یکانی که آنها را قطری می‌کند، مستقل از ω_m است. اگر این تبدیل یکانی را با R نشان دهیم، یعنی $R \gamma_D^{(n)}(\omega_m) R^\dagger = \gamma_D^{(n)}(\omega_m)$ است، با تعریف

$$A_i^{(n)}(\omega_m) := \sum_{k=1}^r R_{k,i}^\dagger A_k^{(n)}(\omega_m), \quad (27)$$

معادلهٔ مادر در رابطه (۲۶) باز هم ساده‌تر می‌شود:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -i \left[H_S + \lambda^\dagger H_{LS}, \rho \right] + \lambda^\dagger \sum_{i=m}^r \sum_n \gamma_D^{(n)}(\omega_m) \left(\begin{matrix} A_i^{(n)}(\omega_m) \rho A_i^{(n)\dagger}(\omega_m) - \\ \frac{1}{r} \left\{ A_i^{(n)\dagger}(\omega_m) A_i^{(n)}(\omega_m), \rho \right\} \end{matrix} \right), \quad (28)$$

در مرحلهٔ آخر، با توجه به این که ماتریس‌های حاصل در رابطه‌های (۲۴) و (۲۵) تنها یک ویژه مقدار غیر صفر دارند در جمع بر روی i تنها یک جملهٔ غیر صفر وجود دارد که



شکل ۳. احتمال این که کیوبیت سوم در حالت برانگیخته باشد بر حسب زمان. منحنی قرمز رنگ تو پر نتیجه رویکرد سراسری است و منحنی خط چین آبی مربوط به رویکرد موضعی است. در هر دو حالت $g = 3$, $\Delta = 10$, $T_1 = 100$, $T_2 = 50$, $T_3 = 0$ است.

$$H_{LS} = \sum_{m=0}^m \sum_{n=1}^r S_n(\omega_m) A_n^\dagger(\omega_m) A_n(\omega_m) + S_n(-\omega_m) A_n(\omega_m) A_n^\dagger(\omega_m), \quad (43)$$

که در آن

$$S_n(\omega_m) = \frac{1}{r} P.V. \int_{\omega_{\min}}^{\omega_{\max}} d\omega' h_n(\omega') \frac{\omega' + \omega_m(1 + r\tau_n(\omega'))}{\omega_m^2 - \omega'^2}, \quad (44)$$

بنابراین با داشتن عملگرهای لیندبلد و جمله انتقال لمب و ضرایب کوزاکوفسکی، معادله دینامیکی را به طور کامل داریم و می‌توانیم به بررسی اثر نوفه در انتقال برانگیختگی بپردازیم. حالت اولیه را مانند حالت بدون نوفه $|\psi_0\rangle = |egg\rangle$ در نظر می‌گیریم. با حل عددی معادله مادر در عبارت (۲۹) می‌توان ماتریس چگالی سه کیوبیت و در نتیجه احتمال بودن کیوبیت سوم در حالت برانگیخته را در زمان دلخواه به دست آورد. منحنی قرمز رنگ توپر در شکل‌های ۳ و ۴ به ترتیب برای $g = 3$ و $g = 10$ نشان دهنده این کمیت بر حسب زمان است. وقتی $\Delta = 10$ و $T_1 = 100$, $T_2 = 50$, $T_3 = 0$ است. مقایسه شکل ۱ و ۳ نشان می‌دهد که در حضور نوفه، احتمال پیدا کردن کیوبیت آخر در حالت برانگیخته رفتار نوسانی دارد که با گذر زمان میرا شده و به عدد ثابتی در حالت پایا میل می‌کند که مطابق انتظار هم هست. از مقایسه منحنی قرمز رنگ توپر در شکل ۴ با منحنی قرمز رنگ شکل ۳ به خوبی مشاهده می‌کنیم

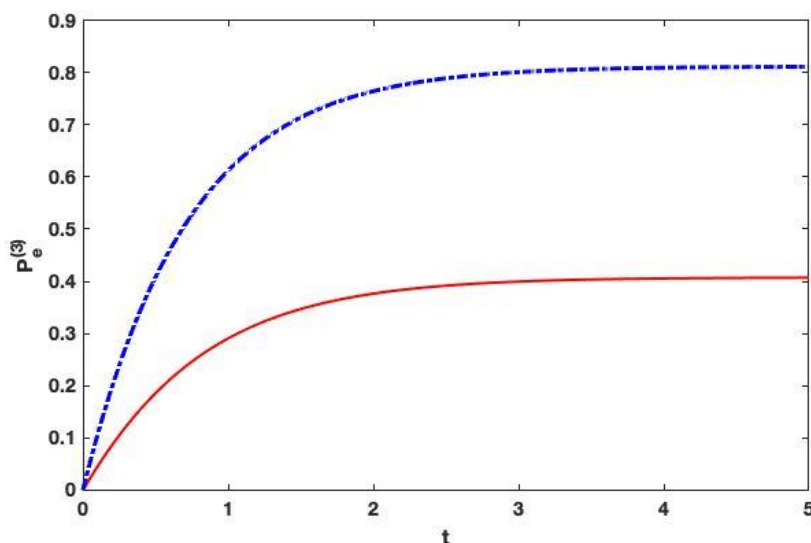
و نهایتاً برای $n = 3$ عملگرهای به دست آمده عبارتند از

$$A_r(\omega_0) = \frac{1}{r} \left(\sigma_-^{(r)} - \sigma_-^{(l)} \sigma_z^{(r)} \sigma_z^{(r)} \right), \quad (40)$$

$$A_r(\omega_1) = \frac{1}{r} \left(\sigma_-^{(r)} - \sqrt{r} \sigma_-^{(r)} \sigma_z^{(r)} + \sigma_-^{(l)} \sigma_z^{(r)} \sigma_z^{(r)} \right), \quad (41)$$

$$A_r(\omega_2) = \frac{1}{r} \left(\sigma_-^{(r)} - \sqrt{r} \sigma_-^{(r)} \sigma_z^{(r)} + \sigma_-^{(l)} \sigma_z^{(r)} \sigma_z^{(r)} \right), \quad (42)$$

و $A_r(\omega_0) = A_r(\omega_2) = 0$ است. عملگرهای لیندبلد (۳۰) تا (۳۲) همچنین (۴۰) تا (۴۲) همان طور که انتظار می‌رفت با عملگرهای لیندبلد گزارش شده در [۲۵] همخوانی دارد. اما در اثر در نظر گرفتن برهمکنش کیوبیت میانی با محیط بوزونی، عملگرهای لیندبلد (۳۳) تا (۳۷) نیز در معادله مادر نقش دارند که در [۲۵] وجود ندارند. همچنین دو فرکانس گذار ω_m و ω_f نیز در این مدل ظاهر می‌شوند که ناشی از برهمکنش کیوبیت دوم با محیط است. نکته‌ای که توجه به آن ضروری است، آن است که با این که محیط با هر کیوبیت به تنهایی برهمکنش می‌کند، اثر موثر محیط که در عملگرهای $A_n(\omega_m)$ انعکاس داده شده، اصلاً موضعی نیست و این عملگرها بر هر سه کیوبیت اثر می‌کنند که نتیجه در نظر گرفتن ویژه حالت‌های هامیلتونی کل سیستم یعنی H_S در محاسبه عملگرهای لیندبلد است. جمله دیگری که در معادله مادر لازم است به آن بپردازیم جمله انتقال لمب است که آن هم بر حسب عملگرهای لیندبلد بیان می‌شود:



شکل ۴. احتمال این که کیوبیت سوم در حالت برانگیخته باشد بر حسب زمان. منحنی قرمز رنگ تو پر نتیجه رویکرد سراسری است و منحنی خط چین آبی مربوط به رویکرد موضعی است. در هر دو حالت $g = 0/1, \Delta = 10, T_1 = 100, T_r = 50, T_m = 0$ است.

فرض به معنی $g \ll \Delta, g \ll \lambda$ است که موجب این فرض می شود که از ویژه حالت های هامیلتونی موضعی $\Delta \sigma_z^{(n)}$ در محاسبه عملگرهای لیندبلد استفاده شود:

$$A_k^{(n)}(\omega_s) = |g\rangle_n \langle g| A_k^{(n)} |e\rangle_n \langle e|, \quad (45)$$

در حالت رویکرد موضعی، عملگرهای لیندبلد کاملاً با عملگرهای لیندبلد در رویکرد سراسری تفاوت دارند اما تنها ماتریس های کوزاکوفسکی و قطری کردن آنها و باز نویسی معادله دینامیکی در پایه ای که ماتریس کوزاکوفسکی قطری است، به همان روال بخش قبل انجام می شود و معادله مادر نهایی به شکل زیر به دست می آید:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -i[H_S + H_{LS}, \rho] + \sum_{n=1}^r \eta(\omega_s) (1 + \tau(\omega_s)) \left(\sigma_-^{(n)} \rho \sigma_+^{(n)} - \frac{1}{2} \left\{ \sigma_+^{(n)} \sigma_-^{(n)}, \rho \right\} \right) + \sum_{n=1}^r \eta(\omega_s) \tau(\omega_s) \left(\sigma_+^{(n)} \rho \sigma_-^{(n)} - \frac{1}{2} \left\{ \sigma_-^{(n)} \sigma_+^{(n)}, \rho \right\} \right), \quad (46)$$

برای حالت اولیه $|\psi_s\rangle = |egg\rangle$ ، معادله دینامیکی (۴۵) را به صورت عددی حل می کنیم و احتمال این که کیوبیت سوم در حالت برانگیخته باشد را بر حسب زمان به دست می آوریم. در شکل ۳ و ۴ منحنی آبی رنگ خط چین این کمیت را بر حسب زمان نشان می دهد. با مقایسه منحنی آبی خط چین شکل ۳ با

که وقتی قدرت برهمکنش هر اسپین با همسایه اش، یعنی g در مقایسه با میدان خارجی یعنی Δ خیلی کوچک است، رفتار نوسانی دیگر مشاهده نمی شود که همچنان مورد انتظار است و احتمال پیدا کردن کیوبیت سوم در حالت برانگیخته به عدد ثابت کوچک تری میل می کند. این مقدار وابسته به دمای محیط های برهمکنش کننده با سیستم است. در منحنی نشان داده شده در شکل های ۳ و ۴، دمای محیط برهمکنش کننده با کیوبیت سوم $T_m = 0$ در نظر گرفته شده است. با این فرض، اطمینان حاصل می شود که برانگیختگی کیوبیت سوم ناشی از دریافت انرژی از محیط جفت شده به آن نیست بلکه از زنجیره به آن منتقل شده است.

۲.۳ رویکرد موضعی برای توصیف دینامیک

همان طور که در بخش قبل توضیح داده شد، فرض های لازم برای نوشتن معادله مادر در رهیافت سراسری، فرض برون و مارکوف است. در رویکرد موضعی یک فرض اضافه تر لازم است. در این رویکرد فرض می شود که اثر محیط موضعی است و برای به دست آوردن عملگرهای لیندبلد تنها طیف هامیلتونی موضعی کفایت می کند. به طور مشخص در مدل مورد نظر این

مقدار کمتری را پیش‌بینی می‌کند. لازم است توجه داشته باشیم که پیش‌بینی دو مدل از مقدار کمیت مورد نظر در زمان به خصوص در حالت‌های پایا متفاوت است؛ هرچند ممکن است شباهت‌هایی در رفتار بر حسب زمان دیده شود. این تفاوت برای تمام مقادیر مجاز g و Δ دیده می‌شود. در شکل ۴ دیده می‌شود که علی‌رغم این که $g \ll \Delta$ دو رویکرد نتیجه یکسانی ندارند.

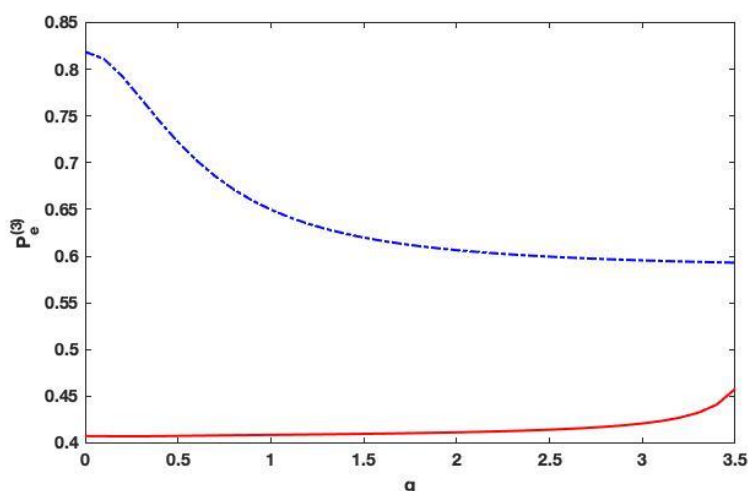
برای روشن‌تر شدن موضوع لازم است به نمودار شکل ۵ بپردازیم که احتمال برانگیخته بودن کیوبیت سوم را در حالت پایا برای حالت اولیه $|\psi_0\rangle = |egg\rangle$ بر حسب ضریب جفت شدگی g نشان می‌دهد. در این شکل منحنی توپر قرمز رنگ نتیجه رویکرد سراسری و منحنی آبی خط چین نتیجه رویکرد موضعی را نشان می‌دهد در حالی که $T_I = 10^\circ$, $T_r = 5^\circ$, $T_m = 0^\circ$ و $\Delta = 10^\circ$ است. این شکل به وضوح نشان می‌دهد که حتی در بازه‌ای که $g \ll \Delta$ است، جواب رویکرد موضعی حد جواب رویکرد سراسری نیست. به عبارت دیگر این فرض که در رژیم $g \ll \Delta$ صرفنظر کردن از برهمکنش بین اجزا تشکیل دهنده سیستم و در نتیجه استفاده از عملگرهای لیندبلد موضعی در معادله مادر، هم ارز حد گیری از جواب‌های رویکرد سراسری است، صحیح نیست. به عبارت دیگر با فرض کوچک بودن برهمکنش همسایه‌های نزدیک، نمی‌توان فرض اضافی منتج به رویکرد موضعی را توجیه شده دانست. در واقع اگر در صورت‌مندی ریاضی به دست آوردن معادله مارکوف دقت شود [۹ و ۱۰]، دیده می‌شود این موضوع ناشی از عدم جابه‌جایی انتگرال‌گیری ارگودیک و خاموش کردن ضریب جفت شدگی بین اسپین‌های همسایه است. رد این مسئله را می‌توان در گذارهای توصیف شده در هر رویکرد دید. با توجه به رابطه (۱۸) عملگرهای لیندبلد در رویکرد سراسری، گذار بین ویژه حالت‌های هامیلتونی سیستم را توصیف می‌کند. همان‌طور که در رابطه (۳) دیده می‌شود، این ویژه حالت‌ها مستقل از ضریب جفت شدگی $g \neq 0$ و در هم تنیده هستند. اما در رویکرد موضعی، عملگرهای لیندبلد توصیف کننده گذار بین ویژه

منحنی شکل ۱ می‌بینیم در این رویکرد حضور نوفه باعث می‌شود این احتمال نوسانی با دامنه در حال کاهش باشد و از مقایسه منحنی‌های آبی رنگ خط چین شکل‌های ۳ و ۴ در می‌یابیم که با کوچک‌تر شدن g ، رفتار نوسانی از بین می‌رود و این احتمال به عدد ثابتی میل می‌کند. از مقایسه دو منحنی قرمز توپر و آبی خط چین در شکل ۳ و ۴ به وضوح دیده می‌شود که دو رویکرد سراسری و موضعی مقدار یکسانی را برای این کمیت پیش‌بینی نمی‌کنند. در بخش بعدی در مورد نتایج هر رویکرد با جزئیات بیشتری بحث می‌کنیم.

۴. بحث و نتیجه‌گیری

در بخش ۲ با معرفی زنجیره آرمانی برای انتقال برانگیختگی، نشان دادیم اگر در حالت اولیه شامل یک برانگیختگی در کیوبیت اول باشد و دو کیوبیت دیگر در حالت پایه باشند، این برانگیختگی به انتهای زنجیره انتقال می‌یابد و همان‌طور که انتظار می‌رود و شکل ۱ نشان می‌دهد، احتمال این که کیوبیت سوم در حالت برانگیخته باشد به طور متناوب بین صفر و بیشترین مقدار که یک است، تغییر می‌کند.

در بخش ۳ معادله دینامیکی را در رویکرد سراسری و رویکرد موضعی به دست آوردیم. با حل کردن عددی این دو معادله برای حالت اولیه‌ای که یک تک برانگیختگی در کیوبیت اول قرار دارد، مجدداً احتمال این که کیوبیت سوم در حالت برانگیخته باشد را بر حسب زمان به صورت عددی به دست می‌آوریم. از جزئیات مرور شده در بخش ۳ به خوبی دیده می‌شود که عملگرهای لیندبلد در رویکرد سراسری، عملگرهایی هستند که روی کل زنجیره اثر می‌کنند (معادلات (۳۰) تا (۴۲)) در حالی که در رویکرد موضعی، عملگرهای لیندبلد به صورت موضعی اثر می‌کنند (معادله (۴۵)). نتیجه این تفاوت در نمودارهای شکل ۳ و ۴ به خوبی دیده می‌شود. همان‌طور که مشاهده می‌شود، این دو رویکرد دو پیش‌بینی متفاوت برای مقدار کمیت احتمال برانگیخته بودن کیوبیت سوم دارند و رویکرد سراسری برای وجود برانگیختگی در کیوبیت سوم



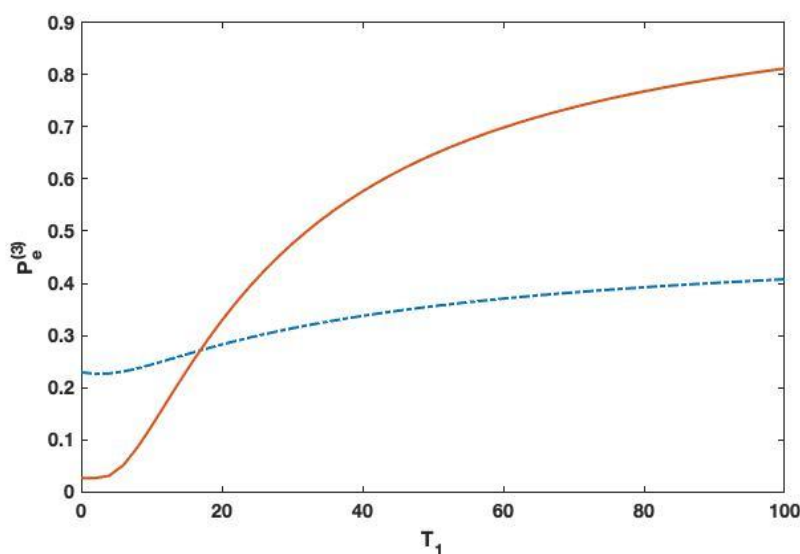
شکل ۵. احتمال این که کیوبیت سوم در حالت برانگیخته باشد بر حسب g . منحنی قرمز رنگ توپر نتیجه رویکرد سراسری و منحنی آبی رنگ خط چین نتیجه رویکرد موضعی است. در هر دو حالت $T_1 = 100$, $T_2 = 50$, $T_3 = 0$ است.

اول برانگیخته شود و سپس این برانگیختگی به کیوبیت سوم برسد افزایش می‌یابد. همان طور که در شکل ۶ دیده می‌شود منحنی حاصل از دو رویکرد تنها در یک نقطه خاص یکدیگر را قطع می‌کنند که به این معنی نیست که رویکرد موضعی حدی از رویکرد سراسری است.

در پایان بهتر است توجه کنیم که شکل کلی معادله مادر دینامیک مارکوف کوانتومی [۹ و ۱۰] نتیجه محاسبات دقیق ریاضی در تقریب بورن-مارکوف است. بنابراین اضافه کردن هر فرض دیگری از جمله فرض استفاده از عملگرهای لینبلد موضعی که لازمه آن اعمال حد گیری‌های دقیق در صورت مندی کلی است، باید با دقت صورت گیرد و گرنه ممکن است به نتایج غیر دقیقی منجر شود. مطالعاتی از جنس مطالعه انجام شده در این مقاله، علاوه بر این که به وضوح نشان می‌دهد رویکردهای مختلف نتایج فیزیکی متفاوتی می‌دهند، آزمون‌های مشخصی را بر انجام آزمایش ارائه می‌دهد. در واقع مشاهده‌پذیرهای معرفی شده در اینجا در آزمایشگاه قابل اندازه‌گیری هستند و نتیجه تجربی می‌تواند تعیین کننده رویکرد صحیح باشد. همچنین با شبیه‌سازی دینامیک یکانی برای سیستم و محیط‌های بوزونی و سپس ردگیری بر درجات آزادی محیط می‌توان احتمال برانگیخته بودن کیوبیت سوم را به دست آورد و بررسی کرد

حالت‌های هامیلتونی سیستم در حالت $g = 0$ هستند. این حالت‌های ضربی بوده و نهایتاً گذار بین آنها با عملگرهای لینبلد موضعی توصیف می‌شود. به خوبی دیده می‌شود ویژه حالت‌های هامیلتونی برای $g = 0$ ، حد ویژه حالت‌های هامیلتونی برای $g \neq 0$ نیست. بنابراین عملگرهای لینبلد موضعی حد عملگرهای سراسری برای g های کوچک نیستند و در نتیجه عدم تطابق نتایج دو رویکرد برای ضریف جفت شدگی کوچک دور از انتظار نیست.

نهایتاً برای کامل شدن دیدگاه تحلیل مسئله، رفتار کمیت مورد نظر یعنی احتمال برانگیخته بودن کیوبیت سوم را بر حسب دما بررسی می‌کنیم. در اینجا می‌توان دمای هر سه محیط را تغییر داد و رفتار را بررسی کرد. به عنوان نمونه در شکل ۶ حالتی نشان داده شده است که $\Delta = 10$ ، $g = 0/1$ ، $T_2 = 50$ و $T_3 = 0$. دمای محیط برهمکنش کننده با محیط اول یعنی T_1 متغیر در نظر گرفته شده و احتمال برانگیختگی کیوبیت سوم در حالت پایا بر حسب T_1 در هر دو رویکرد رسم شده است. خط قرمز توپر مربوط به رویکرد سراسری و خط چین آبی مربوط به رویکرد موضعی است. همان طور که دیده می‌شود هر دو منحنی رفتار افزایشی بر حسب T_1 دارند. در واقع با افزایش T_1 ، احتمال داشتن فوتون با انرژی‌های گذار ω_m در محیط کیوبیت اول افزایش می‌یابد. در نتیجه احتمال این که کیوبیت



شکل ۶. احتمال این که کیوبیت سوم در حالت برانگیخته باشد بر حسب دمای محیط کیوبیت اول. منحنی قرمز توپر مربوط به رهیافت سراسری است و منحنی خط چین آبی نتیجه رویکرد موضعی است. در هر دو حالت $\Delta=10$ ، $g=0.1$ ، $T_r=50$ و $T_r=0$ است.

رخ می‌دهد در رویکرد موضعی و سراسری کاملاً متفاوت است و بنابراین واضح است این که نتایج رویکرد موضعی و رویکرد سراسری برای ضرایب جفت شدگی کوچک بر هم منطبق نیستند ناشی از اندازه زنجیره نیست. با این همه، مطالعه نحوه مقیاس شدن کمیت‌هایی مانند احتمال انتقال برانگیختگی با طول زنجیره همچنان مهم و از موضوعات پژوهش‌های پیش رو است.

قدردانی

لاله معمارزاده از حمایت‌های معاونت پژوهشی دانشگاه صنعتی شریف تحت گرنت شماره G۹۵۰۲۲۳ تشکر و قدردانی می‌کند.

که نتیجه شبیه سازی بر نتایج کدام یک از این دو رویکرد منطبق است. موارد ذکر شده تنها چند مورد از مسائلی است که مطالعه حاضر راه را برای آنها باز می‌کند. بدون شک بررسی سیستم‌هایی با زنجیره‌های بلندتر، برهمکنش‌های متنوع‌تر هر یک می‌تواند مطالعه مستقل و آموزنده‌ای باشد. دقت به این نکته لازم است که عدم جابه‌جایی متوسط‌گیری ارگودیک و خاموش کردن ضریب جفت شدگی در صورت مندی کلی [۹ و ۱۰]، که نهایتاً منجر به این می‌شود که نتایج رویکرد موضعی حدی از نتایج رویکرد سراسری نباشد، ناشی از اندازه زنجیره نیست. به سادگی می‌توان دید برای زنجیره با طول دلخواه، ویژه حالت‌های ضربی هامیلتونی در ضریب جفت شدگی صفر حد ویژه حالت‌های در هم تنیده هامیلتونی برای ضریب جفت شدگی‌های غیر صفر نیست. یعنی حالت‌هایی که بین آنها گذار

مراجع

- 10.1209/0295-5075/110/40002 (2015).
6. G Ludwig, *Commun. Math. Phys.* **9** (1986) 1
7. K Hellwig and K Kraus, *Commun. Math. Phys* **11** (1969) 214.
8. S Doplicher, et al., *Commun.Math. Phys.* **23** (1971) 199.
9. V Gorini, et al., *Journal of Mathematical Physics* **17** (1976) 821.
1. J P Brantut, et al., *Science* **342** (2013) 713 .
2. A Bermudez, et al., *Physical Review Letters* **111** (2013) 040601.
3. N Freitas, et al., *Physica Scripta* **91** (2016) 013007 .
4. F Caruso, et al., *The Journal of Chemical Physics* **131** 105106 (2009) 0901.
5. B Leggio, et al., "Thermally activated nonlocal amplification in quantum energy transport", *EPL*

18. A Levy and R Kosloff, *EPL* **107** (2014) 20004 .
19. A S Trushechkin and I V Volovich, *EPL* **113** (2016) 30005 .
20. G Decordi and A Vidiella-Barranco, *Optics Communications* **387** (2017) 366 .
21. J O Gonzalez, et al., *Open Systems & Information Dynamics* **24** (2017) 1740010 .
22. G G Giusteri, et al., *Physical Review E* 10.1103/PhysRevE.96.012113 (2017) .
23. P P Hofer, et al., *New Journal of Physics* **19** (2017) 123037 .
24. G L Cattaneo et al., *New Journal of Physics* **21** (2019) 113045 .
25. F Benatti, et al., *Phys. Rev. A* **102** (2020) 042219.
26. D Farina, et al., *Phys. Rev. A* **102** (2020) 052208.
10. G Lindblad, *Communications in Mathematical Physics* **48** (1976) 119 .
11. H P Breuer and F Petruccione, “*The Theory of Open Quantum Systems*”, Oxford University Press (2007).
12. A Rivas and S F Huelga, “*Open Quantum Systems, Springer Briefs in Physics*”, Springer, Berlin Heidelberg (2012).
13. H Zoubi, et al., *Physical Review A* **67** (2003) 06381.
14. H Wichterich, et al., *Physical Review E* **76** (2007) 031115 .
15. A Rivas, et al., *New Journal of Physics* **12** (2010) 113032 .
16. J P Santos and F L Semião, *Physical Review A* **89** (2014) 022128 .
17. J P Santos and G T Landi, *Physical Review E* **94** (2016) 062143 .