



## کیهان‌شناسی در نظریه رستال با جفت‌شدگی غیر کمینه ماده باریونی

شهاب شهیدی

دانشکده فیزیک، دانشگاه دامغان، دامغان

پست الکترونیکی: s.shahidi@du.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۴۰۰/۰۴/۰۹؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۴۰۰/۰۴/۲۸)

### چکیده

در این مقاله ما به بررسی کیهان‌شناسی در نظریه رستال می‌پردازیم که با یک جفت‌شدگی غیر کمینه با ماده باریونی تعمیم یافته است. در نظریه رستال، تانسور انرژی تکانه پایسته نیست و این عدم پایستگی به تغییرات انحنای فضا مرتبط است. در این مقاله این وابستگی را به گونه‌ای تعمیم داده‌ایم که شامل خود ماده باریونی هم بشود. بررسی کیهان‌شناسی این مدل تعمیم یافته مقدار فراوانی ماده باریونی بیشتری نسبت به مدل استاندارد  $\Lambda$ CDM پیش‌بینی می‌کند. همچنین نشان خواهیم داد که دینامیک این سامانه مشابه با مدل  $\Lambda$ CDM با یک درجه آزادی بیشتر است.

واژه‌های کلیدی: کیهان‌شناسی، گرانش تعمیم یافته، نظریه رستال، جفت‌شدگی ماده و هندسه

### ۱. مقدمه

نظریه اولیه انجام شده است. ثابت کیهان‌شناسی در کنار ماده تاریک سرد مدل استاندارد کیهان‌شناسی کنونی را تشکیل می‌دهد. مدل استاندارد کیهان‌شناسی با مشکلات متعددی اعم از مشاهداتی و تئوری روبرو است. از جمله این مشکلات می‌توان به مسئله ثابت کیهان‌شناسی، تنش هابل و تنش  $\sigma_8$  اشاره کرد [۲]. تمام این مشکلات برای فیزیکدانان انگیزه‌ای ایجاد می‌کند که به سراغ نظریه‌های تعمیم یافته گرانشی فراتر از مدل  $\Lambda$ CDM بروند. با این حال مدل استاندارد  $\Lambda$ CDM به مدل پایه‌ای برای مقایسه نظریه‌های تعمیم یافته با مشاهدات رصدی تبدیل شده است [۳]. از نظریه‌های تعمیم یافته گرانشی مورد توجه می‌توان به

نظریه نسبیت عام اینشتین برای مدت طولانی به نظریه غالب برای توصیف برهم‌کنش گرانش تبدیل شده است. در بحث کیهان‌شناسی با بهره‌گیری از نظریه نسبیت عام اینشتین، فرض این که عالم بزرگ مقیاس به وسیله فضا-زمان فریدمن-رابرتسون-واکر توصیف بشود به یک باور عمومی تبدیل شده است. مشاهدات اخیر همراه با فرض بالا پیش‌بینی می‌کند که عالم در یک فاز منبسط شونده با شتاب تندشونده است [۱]. البته نظریه اینشتین نمی‌تواند این شتاب تندشونده را توضیح دهد و نیاز به تعمیم یا تصحیح دارد. اولین تلاش در این زمینه توسط خود اینشتین و با اضافه کردن ثابت کیهان‌شناسی به

ریچی است. در نتیجه می توان این عدم برقراری پایستگی را به اثرات کوانتمی در فضا زمان خمیده مربوط کرد. برای مثال در ناهنجاری گرانشی چنین جمله‌ای ایجاد می شود [۱۲]. در زمینه کیهان‌شناسی هم نظریه رستال اثراتی مشابه نظریات کوانتمی از خود نشان می دهد. برای مثال می توان نشان داد که این نظریه، حل کیهان‌شناسی بدون تکینگی اولیه همانند نظریه کوانتمی حلقه‌ای دارد [۱۳]. البته در حد منظومه شمسی قیده‌های قدرتمندی برای نقض بقای تانسور انرژی تکانه وجود دارد [۱۴]. اما در سطح کیهان‌شناسی برای مثال در سحابی آبل ۸۵۸۶ برهم‌کنش‌های ماده تاریک و انرژی تاریک دیده شده است که به نقض بقای تانسور انرژی تکانه در آن اشاره دارد [۱۵]. از آنجایی که ما در این مقاله به ملاحظات کیهان‌شناختی این مدل علاقه‌مندیم این نقض بقای تانسور انرژی تکانه در نظریه رستال برای ما هیجان انگیز است.

نظریه رستال در کیهان‌شناسی مورد توجه زیادی بوده است [۱۶]. برای مثال در [۱۷] نویسندگان ثابت کرده‌اند که هیچ راهی وجود ندارد که نظریه رستال بتواند هر دوی تنش‌های هابل و  $\sigma_8$  را بهبود ببخشد. درست کردن یکی از این تنش‌ها دیگری را بغرنج‌تر می کند. در مورد مقابله این نظریه با مشاهدات کیهان‌شناسی در [۱۸] نشان داده شده است که پارامتر رستال  $\lambda$  باید بسیار نزدیک صفر باشد در غیر اینصورت نظریه ناپایدار خواهد شد. البته در این مقاله ما نظریه رستال را برای مقایسه با مدل ارائه شده دوباره بررسی خواهیم کرد. همچنین در [۱۹] با استفاده از داده‌های ابرنواخترهای نوع Ia و همچنین انفجارهای تابش گاما، مقدار پارامتر رستال را تا حد  $2\sigma$  کمتر از  $0/1$  به دست آورده‌اند.

نظریه رستال به شیوه‌های گوناگونی تعمیم یافته است. مهم‌ترین این تعمیم‌ها به این صورت بوده است که از توابع پیچیده‌تری از نرده‌ای ریچی در طرف راست معادله پایستگی انرژی- تکانه استفاده کنیم. همچنین رابطه بین نظریه رستال با دیگر نظریه‌های تعمیم یافته مانند k-essence یا  $f(R, L_m)$  در [۲۰] مورد مطالعه قرار گرفته است. البته چندین تلاش هم در مقالات وجود دارد که ثابت کند نظریه رستال با نظریه نسبیت

نظریه‌های نرده‌ای- تانسوری [۴]، بردار- تانسوری مانند نظریه‌های تعمیم یافته پروکا [۵]، نظریات گرانش جرم‌دار [۶] مانند نظریه  $dRGT$  و نظریات وایل-کارتان [۷] و تعمیم‌های آن مانند نظریه  $f(T)$  اشاره کرد.

یکی از تعمیم‌هایی که می توان برای نظریه نسبیت عام اینشتین تصور کرد، برهمکنش‌های غیر استاندارد ماده باریونی در این نظریه‌ها است. این برهمکنش‌ها می توانند با اضافه کردن جملات جدید، از لاگرانژی ماده یا تانسور انرژی تکانه، به صورت کمینه یا غیرکمینه به وجود بیایند. از مثال‌های این تعمیم می توان به نظریه  $f(R, L_m)$ ،  $f(R, T)$  یا  $f(R, T, R_{\mu\nu} T^{\mu\nu})$  اشاره کرد [۸] که اینجا  $T$  رد تانسور انرژی-تکانه است. همچنین برهمکنش‌های غیر استاندارد ماده که به صورت کمینه به نظریه اینشتین اضافه می شوند هم اخیراً مورد توجه قرار گرفته‌اند. از این نوع نظریه‌ها می توان به نظریه انرژی- تکانه مربعی [۹] یا تعمیم‌های آن مانند  $f(T, R_{\mu\nu} T^{\mu\nu})$  و نظریه‌های مشتق ماده باریونی [۱۰] اشاره کرد.

نظریه نسبیت عام اینشتین به گونه‌ای نوشته شده است که تانسور انرژی- تکانه پایسته باشد. این الزام از نسبیت خاص که در فضای تخت نوشته شده است به نسبیت عام به ارث رسیده است. رستال [۱۱] در سال ۱۹۷۲ پیشنهاد کرد که پایستگی تانسور انرژی-تکانه را طوری تعریف کنیم که در فضای تخت به پایستگی استاندارد نظریه نسبیت خاص برسد اما شرط اضافه‌ای روی فضا‌های خمیده نگذارد. این کار را می توان با نوشتن قانون پایستگی تانسور انرژی-تکانه به صورت

$$\nabla_{\mu} T_{\nu}^{\mu} = a_{\nu}, \quad (1)$$

انجام داد که  $a_{\nu}$  یک بردار دلخواه تابع انحنای فضا-زمان است. نظریه اولیه رستال برای این بردار فرض  $a_{\nu} = \lambda \nabla_{\nu} R$  را پذیرفته است.

در اینجا سخنی در مورد نقض بقای تانسور انرژی تکانه لازم است. همان طوری که در بالا گفته شد در نظریه اولیه رستال عدم بقای تانسور انرژی تکانه متناسب با مشتق نرده‌ای

تعمیمی از نظریه رستال با ایده‌ای از میدان‌های آفتاب پرست<sup>۱</sup> است [۲۳]. در نقاطی از فضا که ماده وجود ندارد معادله بالا متحداً برقرار است. این در تقابل با نظریه رستال است که در عدم حضور ماده، معادله بالا پیش‌بینی می‌کند که تغییرات انحنای نرده‌ای هم باید صفر باشد. در واقع نظریه حاضر عدم پایستگی تانسور انرژی-تکانه را برای نقاطی که ماده وجود دارد فرض می‌کند بدون این که شرط اضافه‌ای برای نقاط خالی از ماده بگذارد.

با استفاده از معادله بالا می‌توان به راحتی مشاهده کرد که معادله حرکت متریک باید به صورت زیر باشد:

$$G_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} + \alpha RL_m g_{\mu\nu} = \frac{1}{2\kappa^2} T_{\mu\nu}, \quad (۳)$$

که در آن  $\Lambda$  ثابت کیهان‌شناسی است. در حالت  $\alpha = 0$  به نظریه استاندارد اینشتین با ثابت کیهان‌شناسی باز می‌گردیم. در این معادله هم به طور واضح تعمیم آفتاب پرست گونه نظریه رستال را مشاهده می‌کنیم. در حالتی که ماده وجود نداشته باشد نظریه بالا دقیقاً نظریه اینشتین با ثابت کیهان‌شناسی است و اختلاف از نظریه استاندارد فقط در نقاطی که ماده وجود دارد ایجاد می‌شود.

### ۳. نتایج کیهان‌شناسی

در این بخش به بررسی کیهان‌شناسی مدل می‌پردازیم. برای این کار فرض کنید که عالم با المان طول فریدمن-رابرتسون-واکر تخت به صورت زیر توصیف شود:

$$ds^2 = a^2(-dt^2 + d\vec{x}^2),$$

که در آن  $a = a(t)$  ضریب مقیاس است و ما از مختصات همدیس استفاده کرده‌ایم. همچنین فرض می‌کنیم که عالم از ماده باریونی که به صورت یک شاره کامل با لاگرانژی  $L_m = -\rho$  توصیف می‌شود، پر شده باشد. تانسور انرژی-تکانه این ماده به صورت زیر خواهد بود

$$T_\nu^\mu = \text{diag}(-\rho, p, p, p),$$

که در اینجا  $\rho$  چگالی انرژی و  $p$  فشار ترمودینامیکی ماده

عام معادل است [۲۱]. این تلاش‌ها در [۲۲] پاسخ داده شده‌اند. در این مقاله، ما به تعمیم متفاوتی از نظریه رستال می‌پردازیم. در اینجا ما فرض خواهیم کرد که  $a_\nu = \alpha \nabla_\nu(RL_m)$  باشد. این فرض از این بابت برای ما جالب توجه است که ناپایستگی تانسور انرژی-تکانه را مستقیماً به خود ماده مربوط می‌کند. در این حالت برای جاهایی که ماده باریونی وجود ندارد بدون محدود کردن پارامتر  $\alpha$  یا گذاشتن شرط اضافه‌ای روی تانسور انحنای معادله اینشتین با ثابت کیهان‌شناسی می‌رسیم، موضوعی که در نظریه رستال اتفاق نمی‌افتد. در این مقاله ما به بررسی کیهان‌شناسی زمینه در این مدل می‌پردازیم. مشاهده خواهیم کرد که از منظر سیستم‌های دینامیکی، این نظریه تفاوتی با نظریه رستال و مدل استاندارد کیهان‌شناسی ندارد. اما برای انتقال به سرخ‌های بالاتر، این نظریه تحول متفاوتی را از این دو نظریه پیش‌بینی می‌کند. در بخش بعد بیشتر در مورد مدل بحث خواهیم کرد. بعد از آن به بررسی کیهان‌شناسی مدل و همچنین تحلیل سیستم‌های دینامیکی خواهیم پرداخت.

### ۲. مدل

در این بخش به معرفی مدل و به دست آوردن معادلات حرکت می‌پردازیم. همان‌طور که در بالا اشاره شد، مهم‌ترین خاصیت نظریه رستال و تعمیم‌های آن این است که تانسور انرژی-تکانه پایسته نیست. به عنوان تعمیمی از نظریه رستال فرض کنید که این عدم پایستگی به صورت زیر باشد:

$$\nabla_\mu T_\nu^\mu = 2\kappa^2 \alpha \nabla_\nu(L_m R), \quad (۲)$$

که در آن  $T_\nu^\mu$  تانسور انرژی تکانه ماده باریونی است،  $L_m$  لاگرانژی ماده باریونی و  $\alpha$  یک ثابت دلخواه است و داریم  $2\kappa^2 = 1/8\pi G$  که  $G$  ثابت گرانش نیوتن است. مشاهده می‌کنیم که در حالتی که  $\alpha = 0$  باشد، پایستگی تانسور انرژی-تکانه به سامانه باز می‌گردد. همچنین ذکر این نکته خالی از لطف نیست که این نظریه کاملاً با نظریه رستال متفاوت است و فقط در قسمت‌هایی از فضا که لاگرانژی ماده تقریباً ثابت باشد به نظریه رستال تبدیل می‌شود. نظریه بالا از نظر پدیده‌شناختی

۱. Chameleon fields

در این مقاله، ما برای راحتی محاسبات از کمیت  $\bar{\rho}_m$  استفاده می‌کنیم. برای این که بتوانیم مدل حاضر را با داده‌های کیهان‌شناسی تطبیق دهیم راحت‌تر است که به جای زمان از انتقال به سرخ  $z$  که به صورت زیر تعریف می‌شود استفاده کنیم:

$$1+z = \frac{1}{a}.$$

در این حالت معادلات فریدمن و همچنین معادله بقای انرژی-تکانه به صورت زیر نوشته خواهند شد:

$$h^2(z+1)^2(\beta\bar{\rho}_m+1) - \beta(z+1)^2 hh' \bar{\rho}_m - \Omega_{\Lambda_0} - \bar{\rho}_m = 0, \quad (8)$$

و

$$2\beta h^2(z+1)^2 \bar{\rho}_m + \beta h(z+1)^2 (h\bar{\rho}_m' - h'\bar{\rho}_m) - \beta(z+1)^2 (hh'\bar{\rho}_m' + \bar{\rho}_m(hh'' + h'^2)) + 3\bar{\rho}_m - (z+1)\bar{\rho}_m' = 0. \quad (9)$$

معادله ریچادوری مستقل نیست و از ترکیب دو معادله به دست می‌آید، برای همین از نوشتن آن خودداری کردیم.

همان‌طور که گفته شد معادلات بالا را با فرض این که ثابت جفت‌شدگی  $\beta$  کوچک باشد حل خواهیم کرد. برای این کار پارامتر هابل و چگالی انرژی بدون بعد را بر حسب توان‌های  $\beta$  بسط می‌دهیم. در اینجا ذکر این نکته لازم است که فراوانی کنونی ثابت کیهان‌شناسی  $\Omega_{\Lambda_0}$  را می‌توان با توجه به این نکته که  $h(z=0)=1$  است از روی معادلات حرکت بر حسب ثابت‌های دیگر مسئله به دست آورد. در نتیجه برای به دست آوردن بسط اختلالی صحیح، این ثابت را هم بر حسب توان‌های  $\beta$  بسط خواهیم داد. داریم

$$h = \sum_{i=0}^{\infty} \beta^i h_i, \quad \bar{\rho}_m = \sum_{i=0}^{\infty} \beta^i \bar{\rho}_i, \quad \Omega_{\Lambda_0} = \sum_{i=0}^{\infty} \beta^i \Omega_{\Lambda_i}.$$

با جایگذاری روابط بالا در معادلات حرکت می‌توانیم معادلات را مرتبه به مرتبه برای  $h$  و  $\bar{\rho}_m$  حل کرد. در این مقاله ما این کار را تا مرتبه ۲ اختلال ادامه خواهیم داد.

همان‌طور که از شکل معادلات هم مشخص است مرتبه صفر معادلات بالا همان معادلات استاندارد اینشتین با ثابت کیهان‌شناسی است و حلی به صورت زیر خواهد داشت:

$$\bar{\rho}_0 = \Omega_{m_0}(1+z)^3, \\ h_0 = \frac{(\Omega_{\Lambda_0} + \Omega_{m_0}(1+z)^3)^{1/2}}{1+z},$$

باریونی است. معادلات فریدمن و ریچادوری را می‌توان به شکل زیر ساده کرد:

$$6\kappa^2 H^2 + 12\alpha\kappa^2 \rho (\dot{H} + H^2) = a^2 (2\kappa^2 \Lambda + \rho), \quad (4)$$

$$2\kappa^2 (3\alpha\rho + 1)\dot{H} + 2\kappa^2 H^2 (6\alpha\rho + 1) = -a^2 (p - 2\kappa^2 \Lambda), \quad (5)$$

که علامت نقطه نشان دهنده مشتق نسبت به زمان است. همچنین معادله (عدم) بقای تانسور انرژی-تکانه را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$a^2 (\dot{\rho} + 3H(\rho + p)) = 12\alpha\kappa^2 \left( \rho (\ddot{H} - 2H\dot{H}) + \dot{\rho} (\dot{H} + H^2) \right). \quad (6)$$

همان‌طور که مشاهده می‌شود در حالتی که  $\alpha = 0$  باشد به معادلات استاندارد کیهان‌شناسی می‌رسیم. به علت وجود جفت‌شدگی جدید، حل معادلات بالا به صورت تحلیلی امکان‌پذیر نیست. اما در اینجا می‌توان یک فرض ساده‌کننده انجام داد. مشاهدات اخیر کیهانی نشان می‌دهد که مقدار ناپایداری تانسور انرژی-تکانه در جهان خیلی کوچک است. از این رو منطقی است فرض کنیم که ثابت جفت‌شدگی در این مدل باید کوچک باشد. در نتیجه می‌توانیم معادلات بالا را بر حسب توان‌های  $\alpha$  بسط بدهیم. با این کار می‌توان فرم تحلیلی برای پارامتر هابل و چگالی انرژی ماده باریونی را به صورت اختلالی به دست آورد. برای انجام این کار ابتدا کمیت‌های بدون بعد زیر را تعریف می‌کنیم:

$$\tau = H_0 t, \quad H = H_0 h, \quad \bar{\rho}_m = \frac{\rho}{6\kappa^2 H_0^2},$$

$$\Omega_{\Lambda} = \frac{\Lambda}{3H_0^2}, \quad \beta = 12\kappa^2 H_0^2 \alpha,$$

در اینجا  $H_0$  مقدار کنونی ثابت هابل است و  $\bar{\rho}_m$  بی‌بعد شده چگالی انرژی غبار با معادله حالت  $p=0$  است. همچنین از آنجایی که ما به کیهان کنونی علاقه‌مندیم و فراوانی تابش در حال حاضر نسبت به فراوانی غبار بسیار کمتر است فرض کرده‌ایم که عالم از غبار پر شده است. توجه کنید که  $\bar{\rho}_m$  با فراوانی غبار متفاوت است. در واقع فراوانی غبار به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\Omega_m = \frac{\bar{\rho}_m a^2}{h^2}, \quad (7)$$

در تعریف بالا، جمع روی داده‌های مشاهداتی در انتقال به سرخ‌های مختلف است،  $O_i$  مقادیر مشاهداتی،  $T_i$  مقادیر پیش‌بینی شده توسط نظریه و  $\sigma_i$  خطای مشاهداتی مربوط به داده نام است. برای نظریه حاضر تابع احتمال به صورت زیر تبدیل می‌شود:

$$L = L_0 \exp \left[ -\frac{1}{2} \sum_i \left( \frac{O_i - H_0 T_i}{\sigma_i} \right)^2 \right],$$

که پارامترهای  $\Omega_{m0}$  و  $\beta$  در تابع  $T_i$ ، که همان پارامتر هابل بدون بعد در انتقال به سرخ  $z_i$  است، قرار گرفته‌اند. با پیشینه کردن تابع احتمال بالا می‌توانیم بهترین تخمین را برای پارامترهای  $H_0$ ،  $\Omega_{m0}$  و  $\beta$  به دست آوریم. نتایج این محاسبه در جدول ۱ به همراه سطوح اطمینان ۱۵ و ۲۵ نشان داده شده است. همچنین در شکل ۱ نمودار مثلثی مربوط به این سه پارامتر را تا سطح اطمینان ۱۵ رسم کرده‌ایم. در این نمودار شکل‌های آبی مربوط به مدل حاضر و شکل‌های قرمز مربوط به نظریه رستال است. در شکل ۲ تحول پارامتر هابل و پارامتر کند شونده‌گی که به صورت زیر تعریف می‌شود

$$q = (1+z) \frac{h'}{h},$$

و در شکل ۳ فراوانی غبار را بر حسب انتقال به سرخ رسم کرده‌ایم. در اینجا نمودار خط‌چین مربوط به مدل حاضر، نمودار نقطه‌چین مربوط به نظریه رستال و خط ممتد مربوط به مدل استاندارد  $\Lambda$ CDM است. هر سه نمودار با استفاده از بهترین تخمین برای پارامترها رسم شده‌اند. همچنین خطوط عمودی روی نمودار هابل مربوط به داده‌های مشاهداتی و خط‌های آن است. مشاهده می‌کنیم که در مدل کنونی تحول پارامتر هابل به مدل استاندارد  $\Lambda$ CDM نزدیک‌تر است. تفاوت خیلی مهم این مدل با نظریه رستال در این است که پارامتر کندشوندگی شتاب بیشتری را در انتقال به سرخ‌های بالاتر نسبت به مدل رستال نشان می‌دهد. این مسئله البته قابل درک است چون جمله رستال با یک ضریب از لاگرانژی ماده تصحیح شده است. از آنجایی که چگال انرژی ماده باریونی نزولی است در انتقال به

$$\Omega_{\Lambda_0} = 1 - \Omega_{m_0}, \quad (10)$$

با ادامه این روند می‌توانیم پارامتر هابل و همچنین چگالی انرژی را تا مرتبه دوم بسط نسبت به  $\beta$  به صورت زیر به دست آوریم:

$$h = \frac{1}{32(A+1)^{3/2}(z+1)} \left( 32 - 24\beta(z+1) \right)^2 \Omega_{m0} \log(z+1) \\ \left( (3A^2\beta + 4A(\beta+1) - 8\beta + 4) \Omega_{m0} - \right. \\ \left. A((3A+8)\beta + 4) + 2(A+3)\beta \Omega_{m0} + \right. \\ \left. 6\beta(\Omega_{m0}-1)^2 \log(z+1)(-A + \Omega_{m0} - 2) - 4 \right) + \\ A\beta^2(8(5A^2 + 2A - 8)\Omega_{m0} - A(A^2 + 56A + 80) + \\ 16(2A+3)\Omega_{m0}^2) + 8A(A+1)\beta(A+4\Omega_{m0}-4) + \\ 32A(A+2),$$

که تعریف کرده‌ایم

$$A = \Omega_{m0}(3+z(z+3))z$$

و

$$\bar{\rho}_m = (z+1)^2 \Omega_{m0} \left( 1 + \beta(\beta+1) \left( A - 6(\Omega_{m0}-1) \log(z+1) \right) \right)$$

همچنین فراوانی کنونی ثابت کیهان‌شناسی هم به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\Omega_{\Lambda_0} = 1 - \Omega_{m_0} + \frac{\beta}{2} \Omega_{m_0} (4 - 3\Omega_{m_0}). \quad (11)$$

جواب  $\Omega_{\Lambda_0}$  دقیق است و به راحتی می‌توان آن را با جایگذاری در معادلات فریدمن و ریچادوری بررسی کرد. معادلات کیهان‌شناسی بالا دو ثابت  $\beta$  و  $\Omega_{m0}$  دارد که در ادامه تخمینی از این دو را به همراه ثابت هابل کنونی  $H_0$  ارائه خواهیم داد. برای این کار از داده‌های مشاهداتی مربوط به پارامتر هابل که در بازه انتقال به سرخ (۰ و ۲) اندازه‌گیری شده‌اند استفاده می‌کنیم [۲۴]. برای انجام این کار از تخمین احتمال پیشینه<sup>۱</sup> استفاده خواهیم کرد. تابع احتمال به صورت زیر تعریف می‌شود:

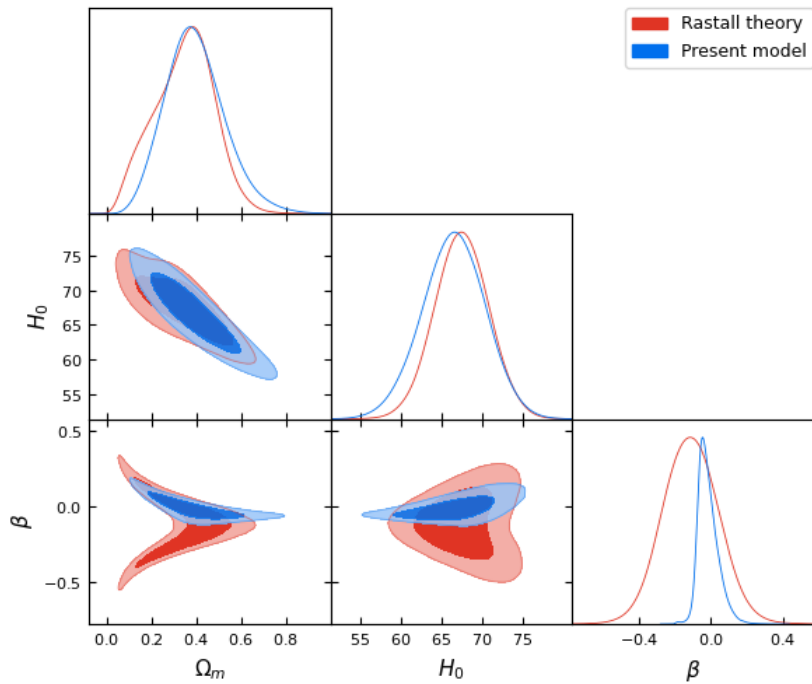
$$L = L_0 e^{-\chi^2/2},$$

که  $L_0$  ثابت بهنجارش است و کمیت  $\chi^2$  به صورت زیر تعریف می‌شود:

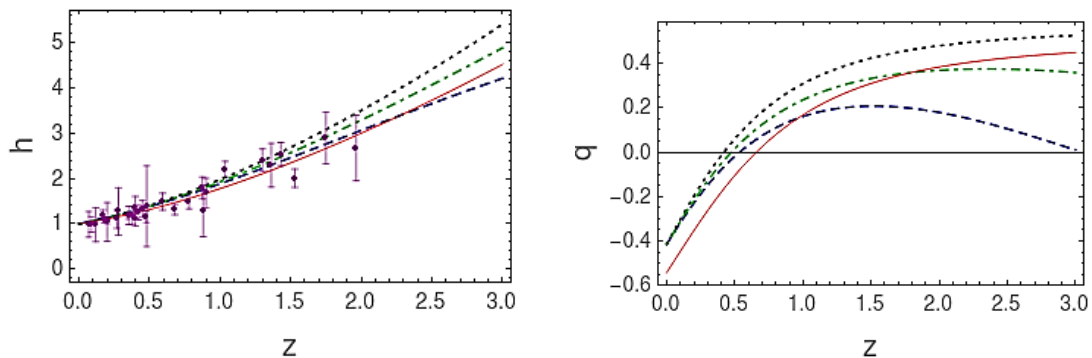
$$\chi^2 = \sum_i \left( \frac{O_i - T_i}{\sigma_i} \right)^2.$$

جدول ۱. بهترین تخمین برای پارامترهای  $H_0$ ،  $\Omega_m$  و  $\beta$  به همراه محدوده‌های اطمینان  $1\sigma$  و  $2\sigma$  مربوط به آنها.

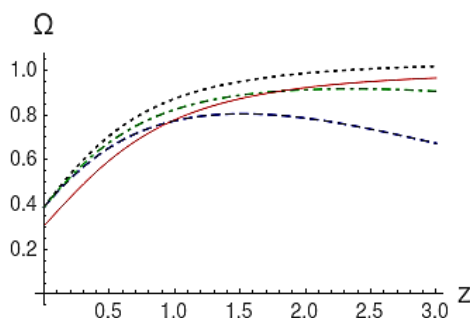
پارامتر	بهترین تخمین	محدوده $1\sigma$	محدوده $2\sigma$
$H_0$	۶۶/۵۲	$66/52^{+3/77}_{-3/88}$	$66/52^{+7/38}_{-7/66}$
$\Omega_m$	۰/۳۸	$0/38^{+0/13}_{-0/12}$	$0/38^{+0/25}_{-0/23}$
$\beta$	-۰/۰۲۵	$-0/025^{+0/64}_{-0/42}$	$-0/025^{+0/125}_{-0/82}$



شکل ۱. (رنگی در نسخه الکترونیکی) نمودار مثلثی مربوط به بهترین تخمین به همراه محدوده  $1\sigma$  پارامترهای  $\beta$ ،  $\Omega_m$  و  $H_0$ . خطوط آبی مربوط به مدل حاضر و خطوط قرمز مربوط به نظریه رستال است.



شکل ۲. (رنگی در نسخه الکترونیکی) نمودارهای تحول پارامتر هابل (سمت چپ) و پارامتر کند شونددگی (سمت راست) بر حسب انتقال به سرخ. نمودار خط چین مربوط به مدل حاضر، نقطه چین مربوط به نظریه رستال و خط ممتد مربوط به نظریه  $\Lambda$ CDM است. نمودار خط نقطه مربوط به  $\beta = -0/05$  است. خطوط عمودی در نمودار هابل مربوط به داده‌های مشاهداتی به همراه خطاهای آنها است.



**شکل ۳.** (رنگی در نسخه الکترونیکی) نمودار تحول فراوانی غبار برحسب انتقال به سرخ. نمودار خطچین مربوط به مدل حاضر، نقطه‌چین مربوط به نظریه رستال و خط ممتد مربوط به نظریه  $\Lambda$ CDM است. هر سه نمودار با استفاده از بهترین تخمین برای پارامترها رسم شده‌اند. نمودار خط‌نقطه مربوط به  $\beta = -0.05$  است. خطوط عمودی در نمودار هابل مربوط به داده‌های مشاهداتی به همراه خط‌های آنها است.

فریدمن را به صورت زیر نوشت:

$$\Omega_{\Lambda} = 1 - \Omega_m - \Omega_r - \frac{1}{\beta} \beta \Omega_h^2 (\Omega_m (\nu \Omega_r - 4) + 2\Omega_m^2 + 4(\Omega_r - 1)\Omega_r). \quad (12)$$

این معادله نشان می‌دهد که فراوانی ثابت کیهان‌شناسی متغیر مستقل نیست و می‌توان آن را از سه متغیر دیگر به دست می‌آید. برای این که بتوانیم شکل تحول عالم را به دست آوریم، مناسب است که یک پارامتر معادله حالت به صورت زیر تعریف کنیم:

$$\omega_{eff} = -\frac{1}{3} - \frac{2h'}{3h^2}.$$

در واقع مقدار این کمیت رفتار عالم را به طور کلی مشخص خواهد کرد. برای مدل حاضر می‌توان نوشت:

$$\omega_{eff} = -1 + \Omega_m + \frac{4}{3}\Omega_r.$$

با استفاده از معادلات فریدمن، ریچادوری و معادله بقای انرژی-تکانه می‌توان معادلات تحول متغیرهای دینامیکی را به صورت زیر به دست آورد:

$$\frac{d\Omega_m}{d \ln a} = \frac{(X - 4\Omega_r)}{3\beta\Omega_h^2 (\beta(X-4)(X-2)\Omega_h^2 + 3X - 8) + 6} \times \frac{(\beta\Omega_h^2 (\beta(X-4)^2 X\Omega_h^2 + 2\Omega_r + 3(X-4)(X-1)) + 2(X-3))}{3\beta\Omega_h^2 (\beta(X-4)(X-2)\Omega_h^2 + 3X - 8) + 6} \quad (13)$$

$$\frac{d\Omega_h}{d \ln a} = -\frac{1}{2} X \Omega_h$$

در معادلات بالا تعریف کرده‌ایم

سرخ‌های بالاتر، جمله جدید در این مدل غلبه بیشتری خواهد داشت. در انتقال به سرخ‌های بالاتر البته به خاطر منفی بودن پارامتر  $\beta$  سهم جمله جدید اثرات تانسور انحنا را حذف می‌کند و پارامتر کندشوندگی به صفر می‌رسد. باید خاطر نشان کرد که تحول پارامتر کندشوندگی و همچنین فراوانی غبار بسیار به مقدار  $\beta$  حساس است. تغییرات خیلی کم این پارامتر در محدوده  $1\sigma$  شتاب کمتری نسبت به بهترین تخمین ارائه می‌دهد. این مطلب در شکل‌های ۲ و ۳ قابل مشاهده است. در این دو شکل نمودار خط‌نقطه مربوط به  $\beta = -0.05$  است. برای مقادیر مثبت پارامتر  $\beta$  واقع در محدوده  $1\sigma$ ، مدل حاضر شتاب بیشتری نسبت به مدل  $\Lambda$ CDM ارائه می‌دهد. در بخش بعد در مورد تحول کلی جهان در این مدل خواهیم گفت.

#### ۴. بررسی سیستم دینامیکی مدل

در این بخش به بررسی تحلیل سیستم دینامیکی مدل حاضر می‌پردازیم. برای این کار متغیرهای دینامیکی زیر را تعریف می‌کنیم:

$$\Omega_m = \frac{a^2}{h^2} \bar{\rho}_m, \quad \Omega_r = \frac{a^2}{h^2} \bar{\rho}_r, \quad \Omega_{\Lambda} = \frac{a^2}{h^2} \Omega_{\Lambda 0}, \quad \Omega_h = \frac{h}{a}.$$

سه متغیر اول فراوانی غبار، تابش و ثابت کیهان‌شناسی هستند. متغیر آخر در واقع به تحول جمله جدید اضافه شده در مدل حاضر مربوط می‌شود. با استفاده از متغیرهای بالا می‌توان معادله

مشاهده می‌شود رفتار این نقطه در مقطع  $\Omega_h = 0$  مانند یک نقطه دافع است. در واقع این نقطه دوران موقت تابش غالب عالم را توصیف می‌کند.

(iii) نقطه ثابت غبارگونه

نقطه ثابت آخر به صورت زیر است:

$$\{\Omega_m = 1, \Omega_r = 0, \Omega_h = 0\}.$$

برای این نقطه ثابت داریم  $\omega_{eff} = 0$  که نشان می‌دهد این نقطه یک نقطه ثابت با رفتار غبار غالب است. مقادیر ویژه این نقطه به صورت زیر هستند:

$$\left\{3, -\frac{3}{2}, -1\right\}$$

مشاهده می‌کنیم که این نقطه هم زینی است. همان‌طور که در شکل مشاهده می‌شود برای خطوطی که از طرف نقطه ثابت تابش غالب می‌آیند رفتار این نقطه ثابت جاذب است و برای بقیه جهات این نقطه ثابت رفتار دافع دارد. در واقع می‌توان تاریخچه عالم را در این مدل این‌گونه توصیف کرد که جهان از اطراف نقطه ثابت تابش غالب شروع به حرکت می‌کند و به سمت نقطه ثابت غبار غالب حرکت می‌کند. پس از آن به سمت نقطه ثابت دوسپته حرکت می‌کند و در آن نقطه باقی خواهد ماند. همان‌طور که گفته شد این حالت فاز کنونی عالم را توصیف می‌کند. برای جمع‌بندی می‌توان گفت که مدل حاضر می‌تواند تاریخچه تحول عالم را به خوبی توصیف کند.

## ۵. نتیجه‌گیری و سخن پایانی

در این مقاله ما به بررسی کیهان‌شناسی مدل تعمیم‌یافته‌ای از نظریه رستال پرداختیم، به طوری که جمله عامل ناپایستگی تانسور انرژی-تکانه با اضافه شدن لاگرانژی ماده باریونی تصحیح شده بود. این جمله جدید ذاتاً با جمله رستال متفاوت است؛ به این علت که در نظریه رستال در حالتی که ماده وجود نداشته باشد یک قید اضافه در معادلات وجود دارد که با اضافه کردن لاگرانژی ماده این قید از بین می‌رود. در این مدل، در

$$X = 3\Omega_m + 2\Omega_r.$$

نقاط ثابت سیستم دینامیکی بالا به شرح زیر است:

(i) نقطه ثابت دوسپته گونه

یکی از نقاط ثابت این سامانه به صورت زیر است:

$$\{\Omega_m = 0, \Omega_r = 0, \Omega_h\}.$$

در حقیقت این یک خط ثابت است که برای تمام مقادیر  $\Omega_h$  درست است. برای این خط ثابت داریم  $\omega_{eff} = -1$  که نشان می‌دهد این خط رفتار تندشونده مانند رفتار دوسپته در نسبیت عام دارد. مقادیر ویژه این خط ثابت به صورت زیر است:

$$\left\{\frac{4}{2\beta\Omega_h^2 - 1}, \frac{3}{2\beta\Omega_h^2 - 1}, 0\right\}.$$

برای مقدار بهترین تخمین  $\beta$ ، ویژه مقدارها منفی هستند که نشان می‌دهد این یک خط جاذب است. البته برای بررسی دقیق‌تر این ادعا احتیاج به بررسی خمینه مرکزی داریم که خارج از محدوده این مقاله است. در اینجا به این نکته بسنده می‌کنیم که جاذب بودن این خط از روی شکل‌های دینامیکی که در شکل ۴ کشیده شده اند مشخص است. در شکل ۴ ما دو مقطع  $\Omega_h = 2$  و  $\Omega_h = 0$  را رسم کرده‌ایم. مبدا مختصات در این شکل‌ها در واقع همان خط ثابت دوسپته است. مشاهده می‌شود که تمام خطوط به مبدا مختصات ختم می‌شوند. این خط ثابت در واقع سرنوشت نهایی تحول عالم خواهد بود و فازی است که هم‌اکنون در آن قرار داریم.

(ii) نقطه ثابت تابش گونه

نقطه ثابت دوم نقطه زیر است

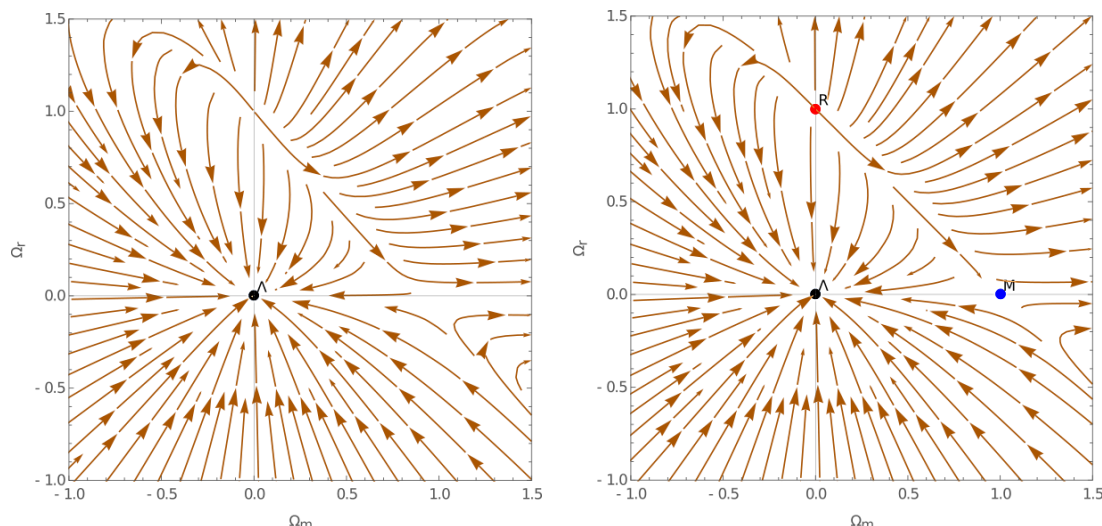
$$\{\Omega_m = 0, \Omega_r = 1, \Omega_h = 0\}.$$

پارامتر معادله حالت برای این نقطه  $\omega_{eff} = 1/3$  است که نشان می‌دهد این نقطه یک نقطه ثابت تابش غالب است. مقادیر ویژه این نقطه به صورت زیر است

$$\{4, -2, 1\}$$

همان‌طور که مشاهده می‌شود این نقطه زینی است در شکل ۴ این نقطه با رنگ قرمز نشان داده شده است. همان‌طور که





شکل ۴. (رنگی در نسخه الکترونیکی) نمودارهای تحول دینامیکی عالم برای مقاطع  $\Omega_h = 0$  (سمت راست) و  $\Omega_h = 2$  (سمت چپ). در نمودار سمت راست نقطه ثابت تابش غالب و غبار غالب نشان داده شده‌اند. در هر دو شکل مبدأ مختصات خط ثابت دوسویه است.

رستال کمتر خواهد بود. البته در انتقال به سرخ‌های بالاتر، هر دوی نرده‌ای ریچی و لاگرانژی ماده افزایش یافته و سهم این جمله را در زمان‌های گذشته نسبت به نظریه رستال بیشتر می‌کند. باید اشاره کرد که در این مقاله ما فقط به بررسی کیهان‌شناسی مدل رستال تعمیم‌یافته در سطح زمینه پرداختیم. همچنین مقادیری که برای پارامترها به دست آوردیم با استفاده از داده‌های هابل در اندازه‌گیری‌های موضعی از ساختارهای کیهانی نزدیک بوده است. برای بررسی دقیق‌تر این مدل و همچنین به دست آوردن مقادیر دقیق‌تری از پارامترها که منجر به بررسی تنش هابل در این مدل می‌شود ما باید داده‌های تابش زمینه کیهانی را در نظر بگیریم و مدل را در سطح اختلاسی هم مورد آزمایش قرار دهیم. این موارد در کارهای پژوهشی آینده در نظر نویسنده خواهد بود.

در این مقاله همچنین به بررسی سیستم دینامیکی مدل پرداختیم. مشاهده کردیم که نقاط ثابت این مدل مانند مدل استاندارد است. البته مدل حاضر سه متغیر دینامیکی مستقل دارد. اما می‌توان به راحتی مشاهده کرد که مقطع  $\Omega_h = 0$  این سامانه همانند مدل استاندارد است. از اینرو پیش‌بینی ما این است که مدل حاضر می‌تواند تاریخچه عالم را به درستی پیش‌بینی کند.

حالتی که ماده وجود نداشته باشد نظریه به نظریه نسبیت عام اینشتین با ثابت کیهان‌شناسی تبدیل می‌شود. لازم به ذکر است که جمله تصحیح جدید به خاطر وجود لاگرانژی ماده با زمان کاهش می‌یابد. در نتیجه انتظار داریم که جمله حاضر تاثیر زیادی در کیهان‌شناسی عالم اولیه داشته باشد مگر آن که میدان اینفلاتون غلبه این جمله را خنثی کند. این احتمال نیازمند تحقیقات دقیق‌تر است که خارج از حوزه بررسی این مقاله است. در این مقاله، ما عموماً به بررسی اثر این جمله در تحولات کیهان کنونی پرداختیم. با استفاده از داده‌های مربوط به پارامتر هابل در بازه انتقال به سرخ (۰ و ۲) مقادیر بهترین تخمین را برای پارامتر هابل و فراوانی کنونی غبار و پارامتر مدل  $\beta$  به دست آوردیم. مشاهده کردیم که این نظریه سهم بیشتری برای ماده باریونی و ماده تاریک نسبت به مدل استاندارد پیش‌بینی می‌کند. از طرف دیگر مقدار پیش‌بینی شده برای پارامتر هابل تفاوت معناداری با مقدار پیش‌بینی شده در مدل استاندارد ندارد. همچنین مشاهده کردیم که در مدل حاضر تحول پارامتر هابل به مدل استاندارد شبیه‌تر است تا مدل رستال. دلیل این مطلب این است که به علت وجود لاگرانژی ماده در جمله رستال، سرعت کاهش این جمله از حالت اولیه رستال بیشتر است و در زمان‌های کنونی سهم این جمله نسبت به مدل

## مراجع

- Lobo, *Phys. Rev. D* **75** (2007) 104016; Z Haghani, T Harko, and f S N Lobo, H R Sepangi, and S Shahidi, *Phys. Rev. D* **88** (2013) 044023.
9. M Roshan and f Shojai, *Phys. Rev. D* **94** (2016) 044002; J D Barrow and C Board, *Phys. Rev. D* **96** (2017) 123517; O Akarsu, N Katirci and S Kumar, *Phys. Rev. D* **97** (2018) 024011.
  10. Z Haghani and S Shahidi, PDU (2020) 100683; Z Haghani, and S Shahidi, *EPJ Plus* **135** (2020) 509.
  11. P Rastall, *Phys. Rev. D* **6** (1972) 3357.
  12. R A Bertlemann, "Anomalies in quantum field theory", Oxford university press, Oxford (1996).
  13. J C Fabris, O F Piattella, and D C Rodrigues, *AIP Conf. Proc.* **1647** (2015) 50.
  14. O Bertolami and L Guisado, *Phys. Rev. D* **67** (2003) 025001; O Bertolami, *Mod. Phys. Lett. A* **29** (2005) 123525.
  15. O Bertolami, F Gil Pedro and M Le Delliou, *Phys. Lett. B* **654** (2007) 165.
  16. Y Heydarzade and F Darabi, *Phys. Lett. B* **771** (2017) 365, arXiv:1702.07766; J P Morais Graca and I P Lobo, *Eur. Phys. J. C* **78** (2018) 101, arXiv:1711.08714; R. Kumar and S. G. Ghosh, *Eur. Phys. J. C* **78**, 750 (2018), arXiv:1711.08256; M.-S. Ma and R Zhao, *Eur. Phys. J. C* **77** (2017) 629, arXiv:1706.08054; A. M. Oliveira, H. E. S. Velten, J C Fabris, and L Casarini, *Phys. Rev. D* **92** (2015) 044020, arXiv:1506.00567; F Darabi, H Moradpour, I. Licata, Y. Heydarzade, and C Corda, *Eur. Phys. J. C* **78** (2018) 25, arXiv:1712.09307; T R P Caramel, et al., *Eur. Phys. J. C* **74** (2014) 3145, arXiv:1409.2322.
  17. O Akarsu, N Katirci, S Kumar, R C Nunes, B Ozturk, and S Sharma, *Eur. Phys. J. C* **80** (2020) 1050.
  18. C E M Batista, J C Fabris, O F Piattella, A M Velasquez-Toribio, *Eur. Phys. J. C* **73** (2013) 2425.
  19. M Capone, V F Cardone, and M L Ruggiero, *J. Phys.: Conf. Ser.* **222** (2010) 012012.
  20. R V dos Santos, and J A C Nogales, arXiv:1701.08203 [gr-qc]; H Shabani, and A H Ziaie, *Europhys. Lett.* **129** (2020) 20004; J C Fabris, O F Piattella, and D C Rodrigues, D C Rodrigues, E C O Santos, arXiv:2011.10503 [gr-qc]; K A Bronnikov, J C Fabris, O F Piattella, D C Rodrigues, E C Santos, *Eur. Phys. J. C* **77** (2017) 409.
  21. M Visser, *Phys. Lett. B* **782** (2018) 83.
  22. F Darabi, H Moradpour, I Licata, Y Heydarzade, C Corda, *EPJC* **78** (2018) 25.
  23. J Khoury and A Weltman, *Phys. Rev. D* **69** (2004) 044026.
  24. H Boumaza and K Nouicer, *Phys. Rev. D* **100** (2019) 124047.
  1. S Perlmutter et al., *Astrophys. J.* **517** (1999) 565; A G Riess et al., *Astron. J.* **116** (1998) 1009; J L Tonry et al., *Astrophys. J.* **594** (2003) 1; A G Riess et al., *Astrophys. J.* **607** (2004) 665; D N Spergel et al., *Astrophys. J. Suppl.* **148** (2003) 175; M Tegmark et al., *Phys. Rev. D* **69** (2004) 103501; D J Eisenstein et al., *Astrophys. J.* **633** (2005) 560.
  2. S Weinberg, *Rev. Mod. Phys.* **61** (1989) 1; A Padilla, arXiv:1502.05296 [hep-th]; L Lombriser, *Phys. Lett. B* **797** (2019) 134804; Di Valentino, O Mena, S Pan, L Visinelli, W Yang, A Melchiorri, D F Mota, A G Riess, J Silk, arXiv:2103.01183 [astro-ph.CO]; G Efstathiou, arXiv:2007.10716 [astro-ph.CO]; E Martsell, S Dhawan, *JCAP* **09** (2018) 025; M Douspis, L Salvati, N Aghanim, arXiv:1901.05289 [astro-ph.CO].
  3. J P Ostriker and Paul J Steinhardt. arXiv:astro-ph/9505066.
  4. I Quiros, *Int. J. Mod. Phys. D* **28** (2019) 1930012; T Kobayashi, *Rept. Prog. Phys.* **82** (2019) 086901; C Deffayet, D A Steer, *Class. Quantum Grav.* **30** (2013) 214006.
  5. R Kimura, A Naruko, D Yoshida, *JCAP* **01** (2017) 002; L Heisenberg, *JCAP* **05** (2014) 015; L Heisenberg, R Kase, S Tsujikawa, *Phys. Lett. B* **760** (2016) 617; Z Haghani, T Harko, H R Sepangi, S. Shahidi, *Eur. Phys. J. C* **77** (2017) 137; S Shahidi, *EPJC* **79** (2019) 448; S Shahidi, *Phys. Rev. D* **98** (2018) 084004; A Amado, Z Haghani, A Mohammadi, S Shahidi, *Phys. Lett. B* **772** (2017) 141; F Charmchi, Z Haghani, S Shahidi, L Shahkarami, *Phys. Rev. D* **93** (2016) 124044.
  6. C de Rham, *Living Rev. Relativity* **17** (2014), 7; K Hinterbichler, *Rev. Mod. Phys.* **84** (2012) 671.
  7. Z Haghani, N Khosravi, S Shahidi, *Class. Quant Grav.* **32** (2015) 215016; J Attard, J Fran sois, and S Lazzarini, *Phys. Rev. D* **93** (2016) 085032; Z Haghani, T Harko, H R Sepangi, S Shahidi, *JCAP* **10** (2012) 061; Z Haghani, T Harko, H R Sepangi, S Shahidi, *Phys. Rev. D* **88** (2013) 044024; Y Xu, G Li, T Harko, S Liang, *EPJC* **79** (2019) 708; Y Xu, T Harko, S Shahidi, S Liang, *EPJC* **80** (2020) 449; J Yang, S Shahidi, T Harko, S Liang, *EPJC* **81** (2021) 111.
  8. T Harko, F S.N. Lobo, S Nojiri and S D Odintsov, *Phys. Rev. D* **84** (2011) 024020; T Harko and F S N Lobo, *Eur. Phys. J. C* **70** (2010) 373; I Ayuso, J Beltran Jimenez and A de la Cruz Dombriz, *Phys. Rev. D* **91** (2015) 104003; S D Odintsov and D Saez-Gomez, *Phys. Lett. B* **725** (2013) 437; N Katirci and M Kavuk, *Eur. Phys. J. Plus* **129** (2014) 163; O Bertolami, C G Boehmer, T Harko, F S N