



اثر پتانسیل‌های پدیده‌شناختی $\Lambda\alpha$ در هستهٔ اگزوتیک هایپرونی ${}^{\Lambda\Lambda}\text{He}$ با جدیدترین پتانسیل ${}^{\Lambda\Lambda}$ استخراج شده از کوانتوم کرومودینامیک شبکه‌ای

فیصل اطمینان* و سیده فریماه فرساد

گروه فیزیک، دانشکدهٔ علوم پایه، دانشگاه بیرجند، بیرجند

پست الکترونیکی: fetminan@birjand.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۴۰۰/۱۱/۰۹؛ دریافت نسخهٔ نهایی: ۱۴۰۱/۰۳/۲۹)

چکیده

پتانسیل $\Lambda\Lambda$ نزدیک به جرم فیزیکی کوارک‌ها که توسط گروه هل. کیو. سی. دی. به تازگی با استفاده از نظریهٔ کوانتوم کرومودینامیک بر روی شبکه استخراج شده است، با نتایج تجربی، بیشترین سازگاری را دارد. این پژوهش می‌کوشد انرژی بستگی و شعاع ماده برای حالت پایهٔ هستهٔ اگزوتیک هایپرونی ${}^{\Lambda\Lambda}\text{He}$ را با به کارگرفتن این برهمکنش از طریق حل معادله‌های جفت شدهٔ فدیف محاسبه کند. سه نوع متفاوت و متداول برهمکنش‌های $\Lambda\alpha$ ، پتانسیل نوع آیزل، پتانسیل تک گوسی و پتانسیل مادا - اشمیت در این پژوهش امتحان شد. تحلیل‌های عددی در ${}^{\Lambda\Lambda}\text{He}$ با بهره‌گیری از سه مدل برهمکنش $\Lambda\Lambda$ و سه مدل برهمکنش پدیده‌شناختی $\Lambda\alpha$ منجر به مقدار انرژی بستگی حالت پایه بین $7/197$ تا $1/401$ مگاالکترون‌ولت و مقدار شعاع ماده در بازهٔ $1/131$ تا $1/954$ فرمی شد. نتایج عددی نشان می‌دهد نزدیک‌ترین مقدار به مقدار تجربی انرژی بستگی حالت پایه وقتی رخ می‌دهد که در آن از پتانسیل $\Lambda\Lambda$ ی. هل. کیو. سی. دی. در $t/a=12$ و پتانسیل $\Lambda\alpha$ از نوع پدیده‌شناختی مادا - اشمیت استفاده شود. همچنین ویژگی‌های هندسی سامانهٔ ${}^{\Lambda\Lambda}\text{He}$ مورد بررسی قرار گرفت.

واژه‌های کلیدی: هستهٔ اگزوتیک هایپرونی ${}^{\Lambda\Lambda}\text{He}$ ، پتانسیل $\Lambda\Lambda$ ی. هل. کیو. سی. دی، پتانسیل $\Lambda\alpha$ ، سامانه‌های خوشه‌ای سه - جسمی

۱. مقدمه

تشکیل شده است) به هستهٔ معمولی اضافه شود، هستهٔ حاصل، هستهٔ اگزوتیک هایپرونی نامیده می‌شود. همچنین باریون Λ که از یک کوارک بالا، یک کوارک پایین و یک کوارک شگفت ($S=-1$) تشکیل شده است، ساده‌ترین هایپرون است و هسته‌های اگزوتیک هایپرونی Λ از هستهٔ معمولی به علاوهٔ یک یا چند باریون Λ تشکیل شده‌اند. از آنجایی که ذرهٔ Λ بدون

هسته‌های معمولی از پروتون و نوترون تشکیل شده‌اند که پروتون و نوترون به نوبهٔ خود از کوارک‌هایی با طعم بالا و پایین ساخته شده‌اند (طعم، یک عدد کوانتومی است که به منظور تمیز دادن انواع کوارک‌ها از یکدیگر تعریف می‌شود). حال اگر یک هایپرون (باریونی که از کوارکی با طعم شگفت

که ما در ادامه، نتایج این کار را با آن مقایسه خواهیم کرد، خود چندین ویرایش مانند NSC4۷b و NSC4۷e دارد. با استفاده از پتانسیل NSC4۷e، مینت و همکارانش [۷] از روش متفاوتی جهت استخراج پارامترهای توصیف کننده برهمکنش $\Lambda\Lambda$ استفاده کرده‌اند که پتانسیل حاصل به "پتانسیل مینت" معروف است.

اخیراً استخراج برهمکنش‌های هادرونی بر اساس شبیه‌سازی اصل اول کوانتوم کرمودینامیک، برهمکنش‌های کوآرک - گلوونی بر روی شبکه، فراهم شده است [۸]. یکی از این برهمکنش‌های موجود، برهمکنش $\Lambda\Lambda$ است که گروه هل. کیو. سی. دی.^۴ (از اینجا به بعد ما آن را پتانسیل هل می‌نامیم) ارائه کرده است. برهمکنش مذکور، با مقدار جرم‌هایی بسیار نزدیک به مقدار فیزیکی مزون‌ها ($m_K \approx 525 \text{ MeV}$) و بر روی شبکه‌ای نسبتاً بزرگ، است [۹]. از آنجایی که پتانسیل $\Lambda\Lambda$ ی هل در آزمایش‌های اخیر راستی‌آزمایی شده و از میان پتانسیل‌های موجود با داده‌های تجربی آلیس ال. اچ. سی.^۵ بیشترین همخوانی را دارد [۱۱ و ۱۰]؛ لذا ما بر آن شدید محاسبات سامانه $\Lambda\Lambda\text{He}$ را با این پتانسیل جدید بررسی کنیم.

هسته α انرژی بستگی به نسبت زیادی دارد و می‌توان در حد انرژی‌های پایین (انرژی‌هایی کمتر از انرژی‌های لازم برای برانگیختگی هسته α) آن را به صورت ذره‌ای صلب در نظر گرفت. این موضوع به در نظر گرفتن سامانه $\Lambda\Lambda\text{He}$ به صورت هسته اگزوتیک هایدرونی‌ای متشکل از سه خوشه $\Lambda + \Lambda + \alpha$ کمک می‌کند [۱۲]. علاوه بر آن، از آنجایی که هیچ تابع تحلیلی برازش‌شده به داده‌های تجربی برای برهمکنش $\Lambda\alpha$ وجود ندارد، ما از سه نوع برهمکنش $\Lambda\alpha$ متداول که بسیار در مطالعه هسته‌های اگزوتیک هایدرونی به کار گرفته می‌شود (پتانسیل نوع آیزل^۶ ((Isle)) [۱۳ و ۱۴]، پتانسیل تک گوسی

بار الکتریکی است، با ذرات دیگر در هسته، برهمکنش کولنی ندارد.

هسته اگزوتیک هایدرونی $\Lambda\Lambda\text{He}$ اولین بار توسط پیروز و همکارانش [۱] در آزمایشگاه ملی بروکهاون در سال ۱۹۶۶ میلادی مشاهده شد. آنها انرژی بستگی حالت پایه این سامانه را نسبت به خوشه‌ها ($B_{\Lambda\Lambda}$) انرژی لازم برای جداسازی دو Λ) $MeV \pm 0.1/0.4$ اندازه‌گیری کردند. وجود هسته اگزوتیک هایدرونی در سال ۲۰۰۱ میلادی در آزمایش KEK E ۳۷۳ معروف به رویداد ناگارا^۱ تأیید شد. در این آزمایش برای $B_{\Lambda\Lambda}$ مقدار $MeV \pm 0.19/0.25$ گزارش شد [۲] و بعدها با استفاده از به‌روزترین مقدار جرم هایدرونی Ξ^- ، مقدار $B_{\Lambda\Lambda}$ به $MeV \pm 0.16/0.41$ اصلاح شد [۳].

از آنجایی که هسته‌های اگزوتیک هایدرونی به طور عادی، خیلی سریع به هسته‌های معمولی واپاشی می‌کنند، داده‌های آزمایشگاهی خیلی محدودی در مورد آنها موجود است. البته در مورد هسته‌های اگزوتیک هایدرونی با دو هایدرون Λ اطلاعات بسیار کمتری وجود دارد [۴]. به عبارت دیگر، می‌توان گفت تقریباً هیچ داده پراکندگی در مورد سامانه‌های با عدد شگفتی $S = -2$ وجود ندارد و این امر موجب شده است که درک ما از برهمکنش‌های $\Lambda\Lambda$ بسیار ناچیز باشد. بنابراین به دست آوردن اطلاعات درباره این برهمکنش از ساختار هسته‌های اگزوتیک هایدرونی دوتایی Λ بسیار مهم است. به طور معمول در پژوهش‌های نظری در مورد هسته‌های اگزوتیک هایدرونی با دو هایدرون Λ ، جهت توصیف برهمکنش $\Lambda\Lambda$ از پتانسیل‌های پدیده شناختی مدل نیمخن استفاده می‌شود. پتانسیل نیمخن چندین نسخه دارد، مانند نسخه ND^2 که در آن توصیف برهمکنش $\Lambda\Lambda$ قسمت دافعه یا مغز سخت در فاصله‌های کوتاه در نظر گرفته شده است [۵] و نسخه NSC4۷^۳ که در آن، برهمکنش $\Lambda\Lambda$ مغز سخت ندارد [۶]. پتانسیل مدل NSC4۷

۴. HAL QCD

۵. LHC ALICE

۶. Isle-type potential

۱. Nagara event

۲. Nijmegen model D

۳. Nijmegen soft-core model

جدول ۱. مقدار پارامترهای $V_{\Lambda\Lambda}(r)$ در رابطه (۱) برای هر سه مدل هل در کانال 1S داده شده است [۹].

t/a	$\alpha_i [MeV]$	$\beta_i [fm]$	$\alpha_r [MeV]$	$\beta_r [fm]$	$\lambda_i [MeV \cdot fm^2]$	$\rho_r [fm]$
۱۱	۱۴۶۶/۴	۰/۱۶۰	۴۰۷/۱	۰/۳۶۶	-۱۷۰/۳	۰/۹۱۸
۱۲	۱۴۸۶/۷	۰/۱۵۶	۴۱۸/۲	۰/۳۶۷	-۱۶۰/۰	۰/۹۲۹
۱۳	۱۳۳۸/۰	۰/۱۴۳	۵۶۰/۷	۰/۳۲۲	-۱۷۶/۲	۱/۰۳۳

۲.۲. پتانسیل‌های $\Lambda\alpha$

در این قسمت سه نوع پتانسیل متداول پدید‌شناختی و متفاوت از نظر رفتار در فواصل مختلف برای برهمکنش $\Lambda\alpha$ معرفی خواهد شد که در مطالعه هسته‌های اگزوتیک هایپرونی استفاده می‌شود.

۲.۲.۱. پتانسیل نوع آیزل ($Isle$)

این نوع پتانسیل $\Lambda\alpha$ یک دافعه مرکزی دارد که بر اساس پتانسیل ΛN دالیتز با مغزسخت ساخته شده است [۱۳] و از دو تابع گوسی شکل تشکیل شده است [۱۳ و ۱۴]:

$$V_{\Lambda\alpha}^{Isle}(r) = 450/4 \exp\left(-\left(\frac{r}{1/25}\right)\right)^2 - 404/9 \exp\left(-\left(\frac{r}{1/41}\right)\right)^2, \quad (2)$$

۲.۲.۲. پتانسیل تک گوسی (SG)

تابع پتانسیل تک گوسی که به طور معمول در محاسبه ویژگی‌های هسته‌های اگزوتیک هایپرونی سبک از آن استفاده می‌شود به طور کامل با پتانسیل نوع آیزل متفاوت است. تابع تحلیلی آن توسط رابطه (۳) داده شده است [۱۲ و ۱۵]:

$$V_{\Lambda\alpha}^{SG}(r) = -43/92 \exp\left(-\left(\frac{r}{1/566}\right)\right)^2, \quad (3)$$

۲.۲.۳. پتانسیل مادا - اشمیت (MS)

پتانسیل MS از دو تابع وود - ساکسونی تشکیل شده است. این پتانسیل از لحاظ شکل بر روی تمام بردش شبیه پتانسیل SG است و با پتانسیل آیزل متفاوت است [۱۶]:

(SG) [۱۵] و پتانسیل مادا - اشمیت (MS) [۱۶]، استفاده و نتایج حاصل را با هم مقایسه کرده تا درک بهتری از نقش نوع برهمکنش $\Lambda\alpha$ در ویژگی‌های سامانه $^{\Lambda}\text{He}$ با پتانسیل جدید $\Lambda\alpha$ داشته باشیم.

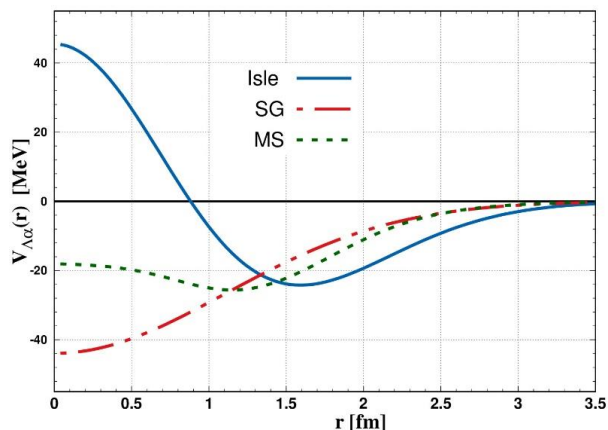
۲. معرفی پتانسیل‌های استفاده شده در این پژوهش

۲.۱. پتانسیل $\Lambda\Lambda$ ی هل

برای برهمکنش $\Lambda\Lambda$ از پتانسیل دو جسمی استخراج شده توسط هل.کیو.سی. دی در کانال 1S استفاده شده است [۹]. پتانسیل هل با استفاده از اصل اول شبیه‌سازی کوانتوم کرومودینامیک ($2+1$) - طعم بر روی شبکه‌ای با یک حجم بزرگ $L^3 = (1/1)^3$ ، با تقریب نزدیک به مقدار فیزیکی جرم کوارک‌ها $m_K \approx 525 \text{ MeV}$ ، در طول شبکه fm $a = 0/146$ به دست آمده است. پتانسیل $\Lambda\Lambda$ هل توسط تابعی تحلیلی و پیوسته که در رابطه (۱) داده شده است به نتایج گسسته استخراج شده از شبکه، برازش شده است:

$$V_{\Lambda\Lambda}(r) = \sum_{i=1}^3 \alpha_i \exp\left(-\frac{r}{\beta_i}\right) + \lambda_r \left[\left(1 - \exp\left(-\frac{r}{\rho_r}\right)\right) \frac{\exp(-m_\pi r)}{r} \right], \quad (1)$$

پارامترهای پتانسیل‌های $\Lambda\Lambda$ در رابطه (۱) برای هر سه مدل هل.کیو.سی.دی در فواصل زمانی شبکه‌ای $t/a = 11$ ($V_{\Lambda\Lambda}(i)$)، $t/a = 12$ ($V_{\Lambda\Lambda}(ii)$) و $t/a = 13$ ($V_{\Lambda\Lambda}(iii)$) در جدول ۱ داده شده است. همچنین برای مقایسه بهتر هر سه مدل هل در شکل ۱ رسم شده است.



شکل ۲. سه نوع پتانسیل $\Lambda\alpha$ را که در این مقاله استفاده شده است، نشان می‌دهد. خط توپر و آبی رنگ پتانسیل نوع آیزل $Isle$ در رابطه (۲)، خط نقطه چین - توپر قرمز رنگ پتانسیل تک گوسی SG در رابطه (۳) و خط نقطه چین سبز رنگ پتانسیل MS در رابطه (۴) را نشان می‌دهد.

هر $\psi_i^{JM}(x_i, y_i)$ به صورت یکی از سه مجموعه مختلف مختصات ژاکوبی بیان می‌شود و هر کدام حل معادلات جفت-شده فدیف است:

$$(T-E)\psi_i^{JM} + V_{jk}(\psi_i^{JM} + \psi_j^{JM} + \psi_k^{JM}) = 0, \quad (6)$$

که در آن T عملگر انرژی جنبشی، E انرژی کل و V_{jk} برهمکنش دو جسمی بین جفت مربوطه است. اگر m_i و r_i جرم و مکان ذره i ام باشند، سه مجموعه ممکن از مختصات ژاکوبی $\{x_i, y_i\}$ عبارتند از:

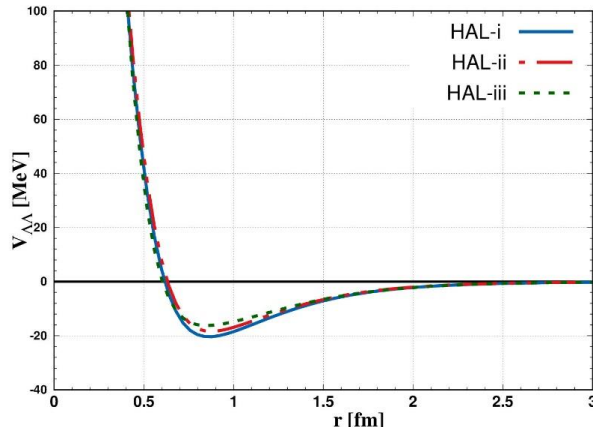
$$x_i = \sqrt{A_{jk}} r_{jk}, \quad y_i = \sqrt{A_{(jk)i}} r_{(jk)i}, \quad (7)$$

$$r_{jk} = r_j - r_k, \quad r_{(jk)i} = \left(r_i - \frac{A_j r_j + A_k r_k}{A_j + A_k} \right), \quad (8)$$

که در آن r_{jk} فاصله بین هر جفت از ذرات است و $r_{(jk)i}$ فاصله بین مرکز جرم جفت ذره برهمکنش کننده jk و سومین ذره مربوطه i (ذره ناظر) است. جرم‌های کاهش یافته به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$A_{jk} = \frac{A_j A_k}{A_j + A_k}, \quad A_{(jk)i} = \frac{A_i (A_j + A_k)}{A_i + A_j + A_k}, \quad (9)$$

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$$



شکل ۳. سه مدل پتانسیل $\Lambda\Lambda$ در کانال 1S متناظر با فواصل زمانی شبکه‌ای $t/a = 11$ ، $t/a = 12$ ، $t/a = 13$ و $(V_{\Lambda\Lambda}(ii))$ ، $(V_{\Lambda\Lambda}(i))$ ، $(V_{\Lambda\Lambda}(iii))$ که توسط تابع تحلیلی رابطه (۱) به همراه پارامترهای داده شده در جدول ۱ توصیف می‌شوند.

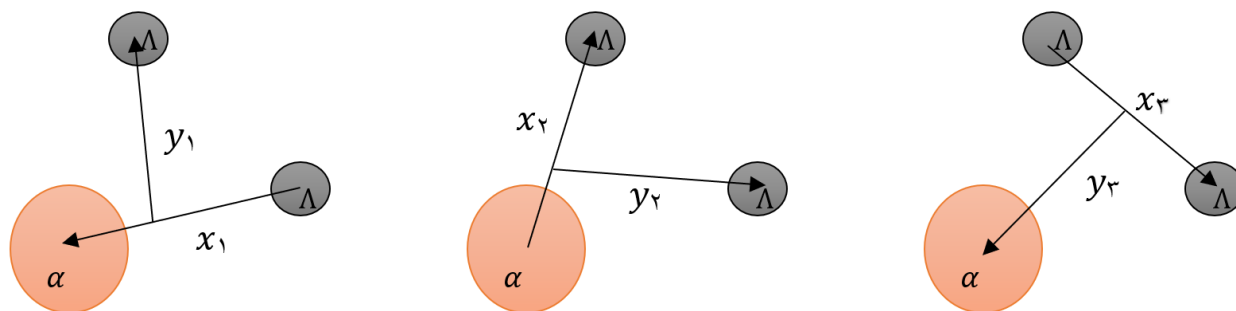
هر سه پتانسیل $Isle$ ، SG و MS در شکل ۲ نشان داده شده‌اند.

۳. روش حل معادله‌های جفت شده سه - جسمی فدیف با استفاده از بسط تابع‌های موج بر حسب هارمونیک‌های ابرکروی

روش حل معادله‌های فدیف سه - جسمی با استفاده از هارمونیک‌های ابرکروی به طور کامل در مرجع‌های [۲۰ - ۱۷] توضیح داده شده است. ما در اینجا قسمت‌هایی را که استفاده کرده‌ایم، به طور خلاصه ارائه می‌دهیم.

تابع موج کل سه - جسمی سامانه $\Lambda + \Lambda + \alpha$ با تکانه زاویه کل J با مؤلفه M ، Ψ^{JM} به صورت جمع سه مؤلفه $\psi_i^{JM}(x_i, y_i)$ نوشته می‌شود:

$$\Psi^{JM} = \sum_{i=1}^r \psi_i^{JM}(x_i, y_i), \quad (5)$$



شکل ۳. سه مجموعه مختصات ژاکوبی برای توصیف خوشه‌های $\Lambda + \Lambda + \alpha$ در حالت پایه ${}^4\text{He}$ را نشان می‌دهد. x_i فاصله بین دو ذره برهمکنش‌کننده و y_i فاصله بین مرکز جرم دو ذره برهمکنش‌کننده با ذره سوم (ذره ناظر) است. همان‌طور که در شکل دیده می‌شود، دو مجموعه اول و دوم (از سمت چپ) برای این سامانه، همانند و معادل هستند.

مختصات ابرکروی و معرفی $\Omega \equiv (\alpha, x, y)$ برای نمایش وابستگی زاویه‌ای، تابع موج جزئی پایه برای هر مؤلفه فدیف در مختصات ژاکوبی i ام که قسمت وابستگی زاویه‌ای و شعاعی آن تفکیک شده است، به صورت:

$$\Psi_{\beta_i}^{n, JM}(x_i, y_i) = R_{\beta_i}^n(\rho) Y_{\beta_i}^{JM}(\Omega_i), \quad (10)$$

نوشته می‌شود. $Y_{\beta_i}^{JM}(\Omega_i)$ ، وابستگی زاویه‌ای تابع موج با تکانه زاویه‌ای کل J (که ثابت حرکت است) را نشان می‌دهد. $Y_{\beta_i}^{JM}(\Omega_i)$ را می‌توان برحسب هماهنگ‌های کروی (HH^1) یعنی تابع‌های $Y_{K, l, m_i}^{l_{x_i} l_{y_i}}(\Omega_i)$ بسط داد [۱۶ و ۱۷]:

$$Y_{\beta_i}^{JM}(\Omega_i) = \sum_{\nu l} \langle j_{ab} \nu l | JM \rangle \kappa_l^j \sum_{m_i \sigma} \langle l m_i S_{x_i} \sigma | j_{ab} \nu \rangle Y_{K, l, m_i}^{l_{x_i} l_{y_i}}(\Omega_i) \chi_{S_{x_i}}^\sigma, \quad (11)$$

$\beta_i \equiv \{K_i, l_{x_i}, l_{y_i}, l, S_{x_i}, j_{ab}\}$ مجموعه‌ای از اعداد کوانتومی به نام کانال است که این مجموعه اعداد کوانتومی، بخش زاویه-ای تابع موج کل را به طور کامل توصیف می‌کند. در این مجموعه K عدد کوانتومی ابرتکانه است، l_{x_i} و l_{y_i} تکانه زاویه‌ای مدارای به ترتیب مرتبط با مختصات ژاکوبی x و y است، l تکانه زاویه‌ای مدارای کل ($l = l_x + l_y$) است، S_x اسپین ذرات مربوط به مختصات ژاکوبی x ، و j_{ab} از جفت شدن $I = I + S_x$ ناشی می‌شود. اگر I اسپین ذره سوم باشد و فرض شود ثابت است، تکانه زاویه‌ای کل J با

که در آن $A_i = m_i/m$ ، $i, j, k \in (1, 2, 3)$ با $m = 1 \text{ a.m.u}$ و m_i مقدار جرم ذره i برحسب a.m.u است. سه مجموعه ژاکوبی با تعداد جایگشت زوج از $\{i, j, k\}$ تعیین می‌شوند. سه مجموعه مختصات ژاکوبی در شکل ۳ نشان داده شده است. در سامانه‌ای که ما در این پژوهش در نظر گرفته‌ایم از آنجایی که دو ذره یکسان هستند فقط دو مختصات ژاکوبی مستقل خواهیم داشت. به عبارت دیگر در شکل ۳ دو مجموعه اول از سمت چپ در سامانه‌ای که دو ذره از سه ذره برهمکنش‌کننده مشابه هم باشند، به طور کامل معادل هستند. پس برای سامانه $\Lambda + \Lambda + \alpha$ دو مجموعه متفاوت و مستقل مختصات ژاکوبی می‌توان در نظر گرفت. در اصل، به کاربرد هر مجموعه مختصات ژاکوبی در حل مسئله سه - جسمی به طور کامل معادل است، ولی مجموعه سوم از سمت چپ در شکل ۳ (معروف به مجموعه T) مناسب‌ترین نمایش برای سامانه $\Lambda + \Lambda + \alpha$ است؛ زیرا تابع موج باید تحت مبادله دو ذره Λ که با مختصات x_i مرتبط شده‌اند، نامتقارن باشد. در ${}^4\text{He}$ دو ذره Λ را می‌توان به عنوان ذره‌های ظرفیت و ذره α را می‌شود به عنوان مغز آن تصور کرد.

از مختصات ژاکوبی می‌توان مختصات ابرکروی (ρ, α, x, y) را تعریف کرد که در آن ابرشعاع $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$ و ابرزاویه $\alpha = \tan^{-1}(x/y)$ است. با استفاده از

تعریف می‌شود که در آن A_c و $\langle r_{A_c}^r \rangle$ به ترتیب، عدد جرمی و مجذور میانگین شعاع شناخته‌شده هر خوشه هستند.

۴. نتایج عددی و بحث

به منظور محاسبه انرژی بستگی حالت پایه $B_{\Lambda\Lambda}$ و شعاع ماده r_{mat} ، معادله‌های جفت شده فدیف، رابطه (۶)، با استفاده از پتانسیل‌های دو جسمی (معرفی شده در قسمت ۲.۲) حل شده است. مختصات ابرشعاعی پیوسته ρ با استفاده از مربع‌سازی گوس - لاگر^۲ با ۱۰۰ نقطه، مشبک شده است. همچنین انتگرال‌گیری بر روی قسمت زاویه‌ای با استفاده از چند جمله‌ای گوس - ژاکوبی بر روی ۶۰ نقطه گسسته، انجام شده است. برش‌های^۳ ابرشعاعی به گونه‌ای انتخاب شده‌اند که مقدار مشاهده‌پذیرها مستقل از برش‌ها و به خوبی همگرا شده باشند. مقدار بیشینه عدد کوانتومی ابرتکانه برابر با $K_{max} = 10$ و تعداد پایه‌های قسمت شعاعی تابع موج $n_{max} = 35$ در رابطه (۱۵) طوری انتخاب شده است که با این مقادیر، مشاهده‌پذیرها به اندازه کافی همگرا می‌شوند.

از آنجایی که مشاهده‌پذیرهایی مانند انرژی بستگی حالت پایه $B_{\Lambda\Lambda}$ (رابطه (۱۷)) و شعاع ماده r_{mat} (رابطه (۱۶))، قیدهایی حیاتی هستند که نقش پتانسیل مؤثر در محاسبات سامانه‌های چند جسمی را نشان می‌دهند، ما در این پژوهش از مقدارهای عددی محاسبه‌شده برای این دو مشاهده‌پذیر به منظور مقایسه نقش پتانسیل‌ها در سامانه استفاده کردیم. انرژی بستگی حالت پایه نسبت به خوشه‌ها و یا انرژی جداسازی $\Lambda\Lambda$ به صورت:

$$B_{\Lambda\Lambda} = E\left({}^r_2He\right) - E\left({}_{\Lambda\Lambda}He\right), \quad (17)$$

تعریف می‌شود. نتایج عددی برای سه مدل برهمکنش $\Lambda\Lambda$ ی هل، $HAL(i, ii, iii)$ ، به همراه سه نوع برهمکنش $\Lambda\alpha$ ، یعنی $Isle$ ، SG و MS در جدول ۲ ارائه شده است. به علاوه برای داشتن دیدی بهتر نسبت به سامانه سه - جسمی، انرژی بستگی

$J = j_{ab} + I$ داده می‌شود. $\chi_{S_{xy}}^\sigma$ تابع موج اسپینی دو ذره است که توسط مختصات x ژاکوبی به هم مرتبط‌اند و K_I^J تابع موج اسپینی ذره سوم است. HH ویژه توابع عملگرهای ابرتکانه‌ای K^J هستند و می‌توان آنها را برحسب هماهنگ‌های کروی بیان کرد:

$$Y_{K_I m_I}^{l_x l_y}(\Omega_i) = \sum_{m_x m_y} \langle l_x m_x l_y m_y | l m \rangle Y_K^{l_x l_y m_x m_y}(\Omega), \quad (12)$$

$$Y_K^{l_x l_y m_x m_y}(\Omega) = \phi_k^{l_x l_y}(\alpha) \left[Y_{l_x m_x}(x) \otimes Y_{l_y m_y}(y) \right], \quad (13)$$

$$\phi_k^{l_x l_y}(\alpha) = \quad (14)$$

$$N_k^{l_x l_y} (\sin(\alpha))^{l_x} (\cos(\alpha))^{l_y} P_n^{l_x + \frac{1}{2}, l_y + \frac{1}{2}}(\cos(r\alpha)),$$

$$N_k^{l_x l_y} (\cos(r\alpha))^{l_x + \frac{1}{2}, l_y + \frac{1}{2}} \quad \text{که چند جمله‌ای ژاکوبی و}$$

ضریب بهنجارش و $n = (K - l_x - l_y) / 2$ است. از طرف دیگر،

توابع موج ابرشعاعی هستند و بخش شعاعی تابع

موج را توصیف می‌کنند، شاخص n برانگیختگی ابرشعاعی را

مشخص می‌کند. به منظور حل معادله‌های فدیف جفت‌شده،

قسمت شعاعی تابع موج بر حسب تابع‌های پایه‌ای متعامد (چند

جمله‌ای لاگر مرتبه n) بسط داده می‌شود. حالت‌های سامانه که

با مجموعه اعداد کوانتومی (کانال β_i) مشخص می‌شوند،

توسط قطری‌سازی کردن هامیلتونی سه - جسمی (رابطه (۶))

در تعداد محدودی از پایه‌ها یعنی تا مقدار بیشینه $n(n_{max})$ ' داده می‌شود:

$$\Psi_i^{JM}(\rho, \Omega_i) = \sum_{\beta_i} \sum_n^{n_{max}} c_{\beta_i}^{nJ} \psi_{\beta_i}^{n, JM}(x_i, y_i) = \quad (15)$$

$$\sum_{\beta_i} \left(\sum_n^{n_{max}} c_{\beta_i}^{nJ} R_{\beta_i}^n(\rho) \right) Y_{\beta_i}^{JM}(\Omega_i) = \sum_{\beta_i} R_{\beta_i}^{JM}(\rho) Y_{\beta_i}^{JM}(\Omega_i),$$

که $c_{\beta_i}^{nJ}$ ضرائب قطری‌سازی و $R_{\beta_i}^{JM}(\rho)$ قسمت شعاعی تابع

موج مؤلفه i ام ژاکوبی، $\Psi_i^{JM}(\rho, \Omega_i)$ ، در کانال β_i است.

شعاع ماده برای یک سامانه شامل A نوکلئون به صورت

[۱۹]:

$$r_{mat} = \sqrt{\langle r^r \rangle} = \sqrt{\frac{1}{A} \left[\left(\sum_{c=1}^r A_c \langle r_{A_c}^r \rangle \right) + \langle \rho^r \rangle \right]}, \quad (16)$$

۲. Gauss-Laguerre quadrature

۳. Cutoffs

n برانگیختگی ابرشعاعی در هر کانال نیز نامیده می‌شود. ۱.

جدول ۲. نتایج عددی محاسبه شده برای انرژی بستگی و شعاع ماده ${}^{\Lambda}\text{He}$ را ارائه می‌دهد. در سامانه مذکور برای هر برهمکنش متفاوت $\Lambda\alpha$ ، هر سه مدل پتانسیل $\Lambda\Lambda$ ی هل (i, ii, iii) در HAL در نظر گرفته شده است. B_2 انرژی بستگی سامانه دو جسمی $\Lambda\alpha$ ، B_3 انرژی بستگی سامانه سه جسمی وقتی که برهمکنشی بین دو ذره Λ وجود ندارد، $B_{\Lambda\Lambda}$ انرژی بستگی کل سامانه و r_{mat} شعاع ماده سامانه بر حسب فرمی (fm) است. تمامی انرژی‌ها در واحد MeV است. مقادیرهای تجربی برای $B_{\Lambda\Lambda}$ عبارتند از: $10/9 \pm 0/6$ MeV آزمایش BNL سال ۱۹۶۶ میلادی [۱]، $7/25 \pm 0/19$ MeV در آزمایش KEK E 373 سال ۲۰۰۱ میلادی [۲] و در نهایت آخرین مقدار به‌روز شده $6/91 \pm 0/16$ MeV در سال ۲۰۱۳ میلادی است [۳]. در این محاسبات، مقدار فیزیک جرم ذرات یعنی $m_{\Lambda} = 1115/6830$ MeV و $m_{\alpha} = 3727/3790$ MeV در نظر گرفته شده است.

نوع پتانسیل	$B_2(\Lambda\alpha)$	$B_3(\Lambda\Lambda = 0)$	$B_{\Lambda\Lambda}$		r_{mat}			
			(i)	(ii)	(iii)	(iii)	(iii)	(iii)
Isle	۳/۰۹۶	۶/۳۳۸	۷/۴۶۴	۱/۹۵۳	۷/۳۲۸	۱/۹۶۴	۷/۶۰	۱/۹۳۸
SG	۳/۰۹۰	۶/۳۸۴	۸/۰۶۱	۱/۷۵۲	۷/۸۳۶	۱/۷۶۶	۸/۴۰۸	۱/۷۳۱
MS	۲/۸۵۳	۵/۸۸۵	۷/۳۸۹	۱/۸۱۴	۷/۱۹۷	۱/۸۲۸	۷/۶۷۷	۱/۷۹۴

جدول ۳. مقدار محاسبه شده برای $B_{\Lambda\Lambda}$ ، انرژی بستگی کل سامانه ${}^{\Lambda}\text{He}$ بر حسب MeV، با مدل‌های مختلف پتانسیل $\Lambda\Lambda$ و $\Lambda\alpha$ جهت مقایسه با نتایج این کار در این جدول آورده شده است. تمام برهمکنش‌های $\Lambda\alpha$ در این جدول مربوط به موج s است.

پتانسیل	TH	Gibson	MS	MSA	Isle
Myint	۶/۸۵۳	۷/۰۸۴	۷/۸۵۳	۷/۱۰۷	۶/۹۹۲
NSC9ve	۶/۵۹۳	۶/۸۷۷	۶/۴۷۶	۶/۹۹۸	۶/۹۰۳
NSC9vb	۶/۲۰۰	۶/۵۴۱	۶/۱۸۲	۶/۷۷۳	۶/۶۹۸
$V_{\Lambda\Lambda} = 0$	۶/۳۳۵	۶/۳۸۳	۵/۸۹۰	۶/۴۰۹	۶/۳۴۱

مقدار تجربی انرژی بستگی هسته اگزوتیک هایپرونی ${}^{\Lambda}\text{He}$ را بازتولید می‌کنند [۲۵]. ${}^{\Lambda}\text{He}$ به عنوان حالت مقید سامانه $\Lambda\alpha$ در حالت موج s - در نظر گرفته می‌شود. پتانسیل تانگ - هرندن (TH) [۲۶] و پتانسیل گیبسون [۲۷] از نوع پتانسیل‌های موج s - گوسی هستند که به طور کامل جاذبه‌ای هستند. پتانسیل $\Lambda\alpha$ مدل MSA [۷] بر اساس برهمکنش ΛN مدل NSC9ve ساخته شده است که به طور جداگانه شامل مؤلفه‌های موج s - و p است. نتایج در جدول ۲ و ۳ برای حالتی که انرژی بستگی سامانه سه جسمی وقتی که برهمکنشی بین دو ذره Λ وجود ندارد، $B_3(\Lambda\Lambda = 0)$ ، برای مدل‌های MS و Isle از همخوانی خوبی برخوردار هستند. این اختلاف کوچک می‌تواند از روش حل معادله فدیف ناشی شده باشد.

دو جسمی $B_2(\Lambda\alpha)$ و انرژی بستگی حالت پایه سامانه وقتی هیچ برهمکنشی بین دو ذره Λ وجود ندارد $B_3(\Lambda\Lambda = 0)$ ، برای هر سه نوع پتانسیل $\Lambda\alpha$ نیز در جدول ۲ داده شده است. همانطور که از جدول ۲ دیده می‌شود کمترین مقدار انرژی بستگی سامانه $7/197 \pm 0/19$ MeV، که نزدیک‌ترین مقدار به مقدار تجربی است، وقتی رخ می‌دهد که در آن از برهمکنش $\Lambda\Lambda$ در $t/a = 12$ (HAL(ii)) و برهمکنش $\Lambda\alpha$ از نوع پدیده شناختی MS استفاده می‌شود.

در جدول ۳، نتایج کارهای قبلی [۲۱ - ۲۴] که در آنها از مدل‌های مختلف پتانسیل $\Lambda\alpha$ استفاده شده است، به منظور مقایسه با نتایج محاسبات، در این کار ارائه شده است. تمامی این پتانسیل‌ها با این که شکل متفاوتی دارند، اما با تقریب قابل قبولی

جدول ۴. مقدارهای چشمداشتی مختصات زاکوبی در سامانه $\Lambda\Lambda$ برای پتانسیل‌های دو جسمی متفاوت را ارائه می‌دهد. در این جدول $\langle r_{\Lambda\Lambda} \rangle$ فاصله بین دو ذره Λ ، $\langle r_{\Lambda\alpha} \rangle$ فاصله بین جفت $\Lambda\alpha$ ، $\langle r_{(\Lambda\Lambda)\alpha} \rangle$ فاصله بین مرکز جرم جفت $\Lambda\Lambda$ و ذره ناظر α ، $\langle \rho^2 \rangle^{\frac{1}{2}}$ ریشه میانگین مربعی شعاع ماده سه جسمی است وقتی ذرات به صورت نقطه‌ای در نظر گرفته شده باشند. r_{mat} ریشه میانگین مربعی شعاع ماده سه جسمی است وقتی شعاع ذره Λ برابر با $1/4$ فرمی و شعاع ذره آلفا برابر با $1/47$ فرمی باشد. تمامی فاصله‌ها بر حسب فرمی هستند.

نوع پتانسیل	نوع پتانسیل	$\langle r_{\Lambda\Lambda} \rangle$	$\langle r_{\Lambda\alpha} \rangle$	$\langle r_{(\Lambda\Lambda)\alpha} \rangle$	$\langle \rho^2 \rangle^{\frac{1}{2}}$	r_{mat}
$\Lambda\alpha$	$(t/a)_{\Lambda\Lambda}$					
	(i)	۳/۵۹۸	۲/۹۰۲	۲/۲۷	۳/۹۴۳	۱/۹۴۴
Isle	(ii)	۳/۶۲۹	۲/۹۲۶	۲/۲۹۵	۳/۹۷۶	۱/۹۵۵
	(iii)	۳/۵۵۵	۲/۸۶۷	۲/۲۴۸	۳/۸۹۵	۱/۹۲۹
کارهای دیگران	NSC_{47e}	۳/۹۳	۳/۰۲	۲/۲۹	-	-
	(i)	۳/۰۲۶	۲/۴۴۰	۱/۹۱۳	۳/۳۰۰	۱/۷۵۲
	(ii)	۳/۰۶۹	۲/۴۷۵	۱/۹۴۱	۳/۳۴۷	۱/۷۶۶
SG	(iii)	۲/۹۶۱	۲/۲۳۸	۱/۸۷۲	۳/۲۲۹	۱/۷۳۱
	(i)	۳/۲۱۷	۲/۵۹۴	۲/۰۳۴	۳/۵۰۸	۱/۸۱۴
MS	(ii)	۳/۲۵۹	۲/۶۲۷	۲/۰۶۱	۳/۵۵۳	۱/۸۲۸
	(iii)	۳/۱۵۷	۲/۲۵۴	۱/۹۹۶	۳/۴۴۲	۱/۷۹۴

مگاالکترون ولت دیده شده است. سپس این گونه نتیجه‌گیری شده است که این کاهش به خاطر انرژی بستگی خوشه α که از مؤثر واقع شدن اثر جفت‌شدگی $\Lambda\Lambda \rightarrow \Xi N$ جلوگیری می‌کند، مورد انتظار بوده است [۱۲ و ۲۹].

۵. جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

در این مقاله، هسته آگزوتیک هایپرونی $\Lambda\Lambda^{\text{He}}$ به صورت سه خوشه $\Lambda+\Lambda+\alpha$ در نظر گرفته شد. با استفاده از جدیدترین پتانسیل $\Lambda\Lambda$ ی به دست آمده از اصل اول شبیه‌سازی نظریه کوانتوم کرومودینامیک (۱+۲) - طعم، بر روی شبکه و سه نوع پتانسیل متداول پدیده‌شناختی، انرژی بستگی و ویژگی‌های هندسی حالت پایه هسته آگزوتیک هایپرونی $\Lambda\Lambda^{\text{He}}$ با حل معادله‌های جفت‌شده فدیف با استفاده از بسط تابع‌های موج بر حسب هارمونیک‌های ابرکروی، محاسبه شد.

با توجه به این‌که تاکنون هیچ داده تجربی برای برهمکنش $\Lambda\alpha$ در دسترس نیست، در این پژوهش محاسبات انرژی

از آنجایی که سامانه مورد بررسی ما از دو ذره Λ و یک ذره α تشکیل شده است که از طریق پتانسیل‌های دو جسمی با هم برهمکنش می‌کنند، ویژگی‌های هندسی این سامانه مانند فاصله‌های ریشه میانگین مربعی ($r.m.s$) بین اجزای تشکیل دهنده آن محاسبه شده است تا تأثیر پتانسیل‌های دو جسمی در فاصله بین اجزای سامانه بررسی شود. نتایج عددی در جدول ۴ ارائه شده است.

در نهایت، باید به این نکته مهم اشاره کرد که ما در اینجا از سهم جفت‌شدگی کانال $\Lambda\Lambda \rightarrow \Xi N$ در تابع موج $\Lambda\Lambda^{\text{He}}$ چشم‌پوشی کرده‌ایم. در نظر گرفتن صریح این جفت‌شدگی باعث افزایش MeV $0.1 \sim 0.4$ در $B_{\Lambda\Lambda}(\Lambda\Lambda^{\text{He}})$ می‌شود [۲۸-۳۰]. هرچند در مرجع [۳۰] اذعان شده است در نتایج محاسبات با در نظر گرفتن برهمکنش تک - کانالی مؤثر که به طور ضمنی در آن اثرات جفت‌شدگی $\Lambda\Lambda \rightarrow \Xi N$ اعمال شده است نسبت به محاسباتی که در آن جفت‌شدگی دو - کانالی به طور صریح در نظر گرفته شده است، کاهش حدود 0.3

مقدار تجربی است و وقتی رخ می‌دهد که در آن از پتانسیل $\Lambda\Lambda$ ی هل. کیو. سی. دی. در $t/a=12$ و پتانسیل $\Lambda\alpha$ از نوع پدیده شناختی MS که به شکل وود - ساکسونی است، استفاده شود.

بستگی حالت پایه سامانه $\Lambda\Lambda^6\text{He}$ با سه نوع متفاوت پتانسیل پدیده‌شناختی $\Lambda\alpha$ شامل پتانسیل نوع آیزل ($Isle$)، پتانسیل تک گوسی (SG) و پتانسیل مادا - اشمیت (MS) انجام شد. مشخص شد کمترین مقدار انرژی بستگی حالت پایه این سامانه مقدار $MeV 7/197 \pm 0/19$ است. این نزدیک‌ترین مقدار به

مراجع

1. D J Prowse, *Phys. Rev. Lett.* **17** (1966) 782.
2. H Takahashi, *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **87** (2001) 212502.
3. J K Ahn, *et al.*, *Phys. Rev. C* **88** (2013) 014003.
4. E Hiyama and K. Nakazawa, *Annu. Rev. Nucl. Part. Sci.* **68** (1) (2018) 131.
5. M M Nagels, T A Rijken, and J J de Swart, *Phys. Rev. D* **15** (1977) 2547.
6. V G J Stoks and Th A Rijken, *Phys. Rev. C* **59** (1999) 3009.
7. K S Myint, S Shinmura, Y Akaishi, *Eur. Phys. J. A* **16** (2003) 21.
8. N Ishii, S Aoki, and T Hatsuda, *Phys. Rev. Lett.* **99** (2007) 022001.
9. K Sasaki, *et al.*, *Nucl. Phys. A* **998** (2020) 121737.
10. L Fabbietti, V M Sarti, and O V Doce, *Annu. Rev. Nucl. Part. Sci.* **71** (2021) 377.
11. S Acharya, *ALICE Collaboration, Nature* **588** (2020) 232.
12. I Filikhin and A Gal, *Nucl. Phys. A* **707** (3) (2002) 491.
13. R H Dalitz and B Downs, *Phys. Rev.* **111** (1958) 967.
14. Y Kurihara, Y Akaishi, and H Tanaka, *Prog. Theor. Phys.* **71** (1984) 561; B. Zeitnitz, "Few Body Problem in Physics", Elsevier, New York, **II** (1984).
15. Y Kurihara, Y Akaishi, and H Tanaka, *Phys. Rev. C* **31** (1985) 971.
16. S Maeda and E W Schmid, "Few-body Problem in Physics" vol 2 ed B Zeitnitz (Amsterdam: Elsevier) (1984).
17. M Zhukov, *et al.*, *Phys. Rep.* **231** (4) (1993) 151.
18. J Casal, *et al.*, *Phys. Rev. C* **102** (2020) 064627.
19. J Casal Berbel, *Ph.D. thesis*, Universidad de Sevilla (2016).
20. A A Rajabi, *Iran. J. Phys. Res.* **5**, 2 (2005) 37.
21. T Motoba, H Bando, and K Ikeda, *Prog. Theor. Phys.* **70** (1983) 189.
22. O Portilho, S A Coon, *J. Phys. G* **17** (1991) 1375.
23. S Oryu, *et al.*, *Few-Body Systems* **28** (2000) 103.
24. E Cravo, A C Fonseca, and Y Koike, *Phys. Rev. C* **66** (2002) 014001.
25. D H Davis, in: LAMPF Workshop on Physics, eds. B F Gibson, W R Gibbs, M B Johnson, AIP Conf. Proc., Vol. 224 (AIP, New York, 1991) 38.
26. Y C Tang, R C Herndon, *Phys. Rev. B* **138** (1965) 637.
27. B F Gibson, A Goldberg, and M S Weiss, *Phys. Rev. C* **6** (1972) 741.
28. K Ikeda, H Bando, and T Motoba, *Prog. Theor. Phys. Suppl.* **81** (1985) 147.
29. T Yamada, C Nakamoto, *Phys. Rev. C* **62** (2000) 034319.
30. S B Carr, I R Afnan, and B F Gibson, *Nucl. Phys. A* **625** (1997) 143.