



تشخیص بین حالت‌های برهم‌نهیده همدوس نوری با کشف ناقص

اردلان فتاحی زاده* و اردشیر رابعی

دانشکده علوم دانشگاه رازی، باغ ابریشم، کرمانشاه

پست الکترونیکی: rabeie@razi.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۴۰۰/۱۰/۲۸؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۴۰۱/۰۴/۲۱)

چکیده

ما در این مقاله به تشخیص حالت کوانتومی بین حالت‌های برهم‌نهیده همدوس نوری می‌پردازیم. برای این منظور حد هلستروم را برای کشف ناقص مورد ارزیابی قرار می‌دهیم. چندین روش برای تشخیص بین حالت‌های برهم‌نهیده همدوس نوری را تحت یک مدل واقعی فیزیکی آشکارساز فوتونی مورد مطالعه قرار می‌دهیم. احتمال‌های خطای کوانتومی برای دریافت کننده کندی، دریافت کننده دولینار و طرح چرخش یکانی پیشنهاد شده به وسیله ساساکی و هیروتا را برای ضریب آشکارساز غیر واحد تحقیق می‌کنیم. همچنین راهبرد بازخورد به کار گرفته شده به وسیله دریافت کننده دولینار تا رسیدن به حد هلستروم برای ضریب آشکارساز غیر واحد را مطالعه می‌کنیم.

واژه‌های کلیدی: حالت‌های گربه شرودینگر، حد هلستروم، دریافت کننده کندی، دریافت کننده ساساکی - هیروتا، دریافت کننده دولینار

۱. مقدمه

که α یک دامنه مختلط و n تعداد فوتون‌ها است [۷]. از برهم‌نهی کوانتومی دو حالت همدوس از یک مد نوری نیز حالت‌های گربه شرودینگر ایجاد می‌شوند [۸ و ۹]. بر این اساس حالت‌های گربه شرودینگر زوج و فرد به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$|even\rangle = \frac{1}{\sqrt{N_+}}(|\alpha\rangle + |-\alpha\rangle), \quad (2)$$

$$|odd\rangle = \frac{1}{\sqrt{N_-}}(|\alpha\rangle - |-\alpha\rangle), \quad (3)$$

که

$$N_{\pm} = 2 \left(1 \pm \exp(-2|\alpha|^2) \right), \quad (4)$$

در حالت همدوس زوج " $|even\rangle$ " تنها برای تعداد زوج از فوتون‌ها، احتمال تعداد فوتون غیر صفر وجود دارد، در حالی

تشخیص حالت کوانتومی بین حالت‌های برهم‌نهیده همدوس نوری یک موضوع مهم در ارتباطات کوانتومی محسوب می‌شود. یک راهبرد مناسب برای تشخیص حالت کوانتومی، احتمال خطای کوانتومی کمینه یا حد هلستروم نامیده می‌شود [۱]. برای تشخیص بین حالت‌های همدوس نوری دریافت کننده کندی، دریافت کننده دولینار و دریافت کننده ساساکی - هیروتا در ارجاع‌های [۲-۶] پیشنهاد شده‌اند. ابتدا حالت همدوس $|\alpha\rangle$ را که به وسیله برهم‌نهی حالت‌های تعداد فوتونی زیر نمایش داده می‌شود در نظر می‌گیریم:

$$|\alpha\rangle = \exp\left(-\frac{|\alpha|^2}{2}\right) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle, \quad (1)$$

تعداد میانگین فوتون‌ها که در طی بازه $0 \leq t \leq \tau$ به دریافت کننده می‌رسند، به صورت زیر است:

$$\bar{N}(\tau) = \int_0^\tau |\psi_1(t)|^2 dt, \quad (10)$$

همچنین برای منطق "۱"، توان میانگین لحظه‌ای سیگنال نوری $\hbar\omega|\psi_1(t)|^2$ است.

در اجرای قرارداد ارتباطی دوتایی نوری، گیرنده برای به دست آوردن حالت انتقال داده شده هم‌دوس زوج ρ_0 یا ρ_1 ، یک اندازه‌گیری کوانتومی M روی کانال انجام می‌دهد. M به وسیله یک "اندازه‌گیری مطلوب-عملگر مثبت" (POVM) مناسب بیان شده با مجموعه‌ای کامل از عملگرهای مثبت به صورت زیر تعریف می‌شود [۶]:

$$\sum_{i=1}^r M_i = I, \quad M_i \geq 0, \quad (11)$$

برای ارتباط دوتایی، اندازه‌گیری به وسیله گیرنده دو فرضیه H_0 و H_1 را شامل می‌شود. H_0 : زمانی که خروجی اندازه‌گیری متناظر با M_0 انتخاب شده باشد، حالت انتقال داده شده ρ_0 است. H_1 : زمانی که خروجی اندازه‌گیری متناظر با M_1 انتخاب شده باشد، حالت انتقال داده شده ρ_1 است. احتمال خطاهای میانگین به این معنی است که دریافت کننده به ترتیب H_0 یا H_1 را دریافت کند زمانی که به ترتیب ρ_1 یا ρ_0 واقعاً ارائه می‌شوند. از این رو احتمال‌های شرطی زیر را داریم:

$$p(H_0 / \rho_1) = \text{tr}[M_0 \rho_1] = \text{tr}[(I - M_1) \rho_1], \quad (12)$$

$$p(H_1 / \rho_0) = \text{tr}[M_1 \rho_0], \quad (13)$$

احتمال خطای کل دریافت کننده $(p[M_0, M_1])$ به صورت زیر است:

$$p[M_0, M_1] = \xi_0 p(H_1 / \rho_0) + \xi_1 p(H_0 / \rho_1), \quad (14)$$

که $\xi_0 + \xi_1 = 1$. $\xi_0 = p_0(\rho_0)$ و $\xi_1 = p_0(\rho_1)$ احتمال‌های این هستند که فرستنده به ترتیب ρ_0 و ρ_1 را انتقال دهد. کمینه خطا در اندازه‌گیری دریافت کننده روی همه POVM‌های ممکن (M_0, M_1) ، احتمال خطای کوانتومی یا حد هلستروم نامیده می‌شود:

$$P_H = \min_{M_0, M_1} p[M_0, M_1], \quad (15)$$

که در حالت هم‌دوس فرد $|odd\rangle$ تنها برای تعداد فرد از فوتون‌ها، احتمال تعداد فوتون غیر صفر وجود دارد. برای حالت‌های هم‌دوس زوج و فرد، دو توزیع تعداد فوتون به صورت زیر هستند:

$$P_n(|even\rangle) = \frac{(1 + (-1)^n) |\alpha|^{2n} \exp(-|\alpha|^2)}{n! (1 + \exp(-r|\alpha|^2))}, \quad (5)$$

$$P_n(|odd\rangle) = \frac{(1 - (-1)^n) |\alpha|^{2n} \exp(-|\alpha|^2)}{n! (1 - \exp(-r|\alpha|^2))}, \quad (6)$$

بنابراین برای حالت‌های هم‌دوس زوج و فرد، تعداد میانگین فوتون‌های زوج و فرد به صورت زیر خواهند بود:

$$\bar{N}_{even} = \sum_{n=0}^{\infty} n P_n(|even\rangle) = |\alpha|^2 \left(\frac{1 - \exp(-r|\alpha|^2)}{1 + \exp(-r|\alpha|^2)} \right), \quad (7)$$

$$\bar{N}_{odd} = \sum_{n=0}^{\infty} n P_n(|odd\rangle) = |\alpha|^2 \left(\frac{1 + \exp(-r|\alpha|^2)}{1 - \exp(-r|\alpha|^2)} \right), \quad (8)$$

حالت‌های هم‌دوس زوج و فرد بر همدیگر عمودند اما حالت خلأ $|0\rangle$ و حالت زوج $|even\rangle$ بر همدیگر عمود نیستند و آشکارساز فوتون نمی‌تواند به طور کامل آنها را از هم تشخیص دهد.

در این کار، ما تشخیص بین حالت خلأ و حالت‌های هم‌دوس زوج با کشف ناقص را مورد بررسی قرار می‌دهیم.

۲. ارتباط دوتایی

الفبایی شامل دو حالت هم‌دوس زوج خالص متناظر با حالت‌های منطقی "۰" و "۱" را به صورت

$$\rho_0 = |\psi_0\rangle\langle\psi_0|, \quad \rho_1 = |\psi_1\rangle\langle\psi_1|,$$

برای اجرای یک قرارداد ارتباطی دوتایی نوری در نظر می‌گیریم. $\psi_0(t)$ را خلأ انتخاب می‌کنیم، یعنی $\psi_0(t) = |0\rangle$

در حالی که

$$\psi_1(t) = \psi_0(t) \exp[-i(\omega t + \phi)] + c.c., \quad (9)$$

که $c.c.$ مزدوج مختلط عبارت قبلی‌اش در رابطه بالا، ω بسامد حامل نوری و ϕ یک فاز ثابت (به طور آرمانی) است.

$$P_H = \frac{1}{2} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{\lambda \xi_0 \xi_1 \exp(-\eta |\alpha|^2)}{(1 + \exp(-2\eta |\alpha|^2))}} \right), \quad (20)$$

این نتیجه و (۱۶) نشان می‌دهد که یک احتمال خطای کوانتومی محدود برای همه انتخاب‌های $|\psi_1\rangle$ وجود دارد، حتی وقتی که یک اندازه‌گیری مطلوب انجام شود. نمودار حد هلستروم بر حسب دامنه α و ضریب آشکارساز η ، با در نظر گرفتن $\xi_0 = \xi_1 = 0.5$ در شکل ۱ نشان داده شده است. در این شکل اگر $|\alpha| > 2/3$ و $\eta > 0.3$ باشد آنگاه حد هلستروم تقریباً به صفر می‌رسد. همچنین در شکل ۲ برای $\xi_0 = \xi_1 = 0.5$ و $\eta = 1$ ، تغییرات حد هلستروم بر حسب دامنه α نشان داده شده است. در این شکل هم دیده می‌شود که برای $|\alpha| > 2/3$ حد هلستروم به صفر می‌رسد.

۳. دریافت‌کننده کندی

اکنون می‌خواهیم خطای دریافت‌کننده کندی [۲] را برای کشف ناقص بررسی کنیم. دریافت‌کننده کندی بر این اصل بنا شده است که یک دریافت‌کننده تقریباً مطلوب به سادگی تعداد فوتون‌های ورودی ثبت شده به وسیله آشکارساز بین $t=0$ و T را می‌شمارد. زمانی که تعداد کلیک‌ها صفر باشد دریافت‌کننده H_0 را انتخاب می‌کند، در غیر این صورت H_1 انتخاب می‌شود. روند امتحان فرضیه‌ها متناظر با عملگرهای اندازه‌گیری زیر است:

$$M_0 = |0\rangle\langle 0|, \quad M_1 = \sum_{n=1}^{\infty} |n\rangle\langle n|, \quad (21)$$

دریافت‌کننده به درستی H_0 را انتخاب می‌کند زمانی که کانال در ρ_0 باشد؛ چون هنگامی که حالت خلأ وجود دارد هیچ فوتونی ثبت نمی‌شود (نور پس زمینه و شمارش‌های تاریک آشکارساز را برای حالا نادیده بگیریم) و بنابراین $p(H_1 | \rho_0) = 0$. یک آشکارساز ناقص اگرچه می‌تواند فوتون‌ها را بشمارد، اما اگر در ایجاد کلیک‌ها برای فوتون‌هایی که به آشکارساز می‌رسند، اشتباه کند ممکن است ρ_1 را اشتباه

P_H کوچک‌ترین احتمال خطای دسترس پذیر فیزیکی است که هم‌پوشانی بین ρ_0 و ρ_1 را می‌دهد. P_H را می‌توان به صورت زیر نیز نوشت [1]:

$$P_H = \frac{1}{2} \left(1 - \sqrt{1 - 2\xi_0\xi_1 |\langle \psi_0 | \psi_1 \rangle|^2} \right), \quad (16)$$

اکنون با در نظر گرفتن $|\psi_0\rangle = |0\rangle$ و $|\psi_1\rangle = |even\rangle$ ، حد هلستروم را با استفاده از رابطه (۱۶) به صورت زیر به دست می‌آوریم:

$$P_H = \frac{1}{2} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{\lambda \xi_0 \xi_1 \exp(-|\alpha|^2)}{(1 + \exp(-2|\alpha|^2))}} \right), \quad (17)$$

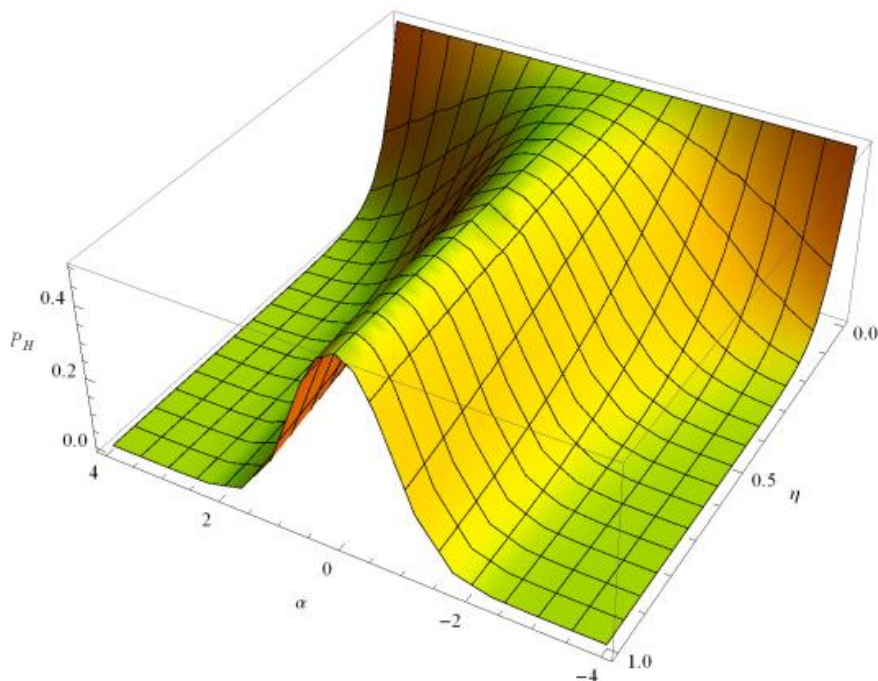
همچنین ما می‌توانیم حد هلستروم را برای کشف ناقص بررسی کنیم. کارایی غیر کامل آشکارساز منجر به شمارش فوتونی می‌شود که این شمارش فوتونی به توزیع فوتون قبلاً اندازه‌گیری شده آرمانی ($\eta = 1$) به وسیله تبدیلات برنولی مرتبط است [10]. احتمال $p_n(\eta, |even\rangle)$ کشف n فوتون با استفاده از یک آشکارساز غیر آرمانی ($\eta < 1$) بر حسب احتمال $p_m(\eta = 1, |even\rangle)$ یک آشکارساز آرمانی به صورت زیر است:

$$p_n(\eta, |even\rangle) = \sum_{m=n}^{\infty} \binom{m}{n} \eta^n (1-\eta)^{m-n} p_m(\eta = 1, |even\rangle), \quad (18)$$

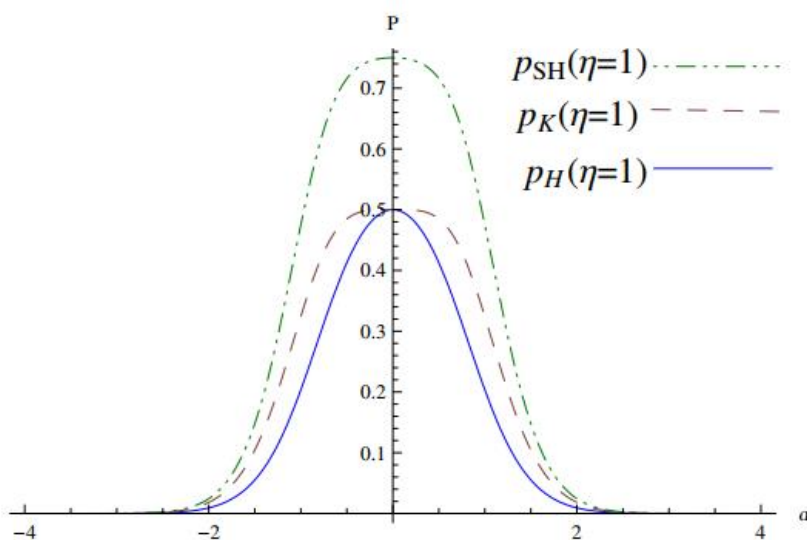
حالت‌های همدوس این ویژگی مناسب را دارند که این کارایی کوانتومی غیر کامل هم‌ارز با یک آشکارساز آرمانی پوشیده شده به وسیله یک شکافنده پرتو با ضریب انتقال $\eta < 1$ است. با در نظر گرفتن $s = m - n$ در (۱۸) و دوباره بهنجار کردن، رابطه زیر را به دست آوردیم:

$$P_n(\eta, |even\rangle) = \frac{(1 + (-1)^n) |\sqrt{\eta} \alpha|^n \exp(-\eta |\alpha|^2)}{n! (1 + \exp(-2\eta |\alpha|^2))}, \quad (19)$$

این مقدار محاسبه شده با جابه‌جایی α با $\sqrt{\eta} \alpha$ در حالت‌های زوج هم به دست می‌آید. بنابراین حد هلستروم برای کشف ناقص به صورت زیر می‌شود:



شکل ۱. حد هلستروم بر حسب دامنه α و ضریب آشکارساز η برای $\xi_1 = \xi_2 = 0/5$.



شکل ۲. حد هلستروم، خطای دریافت کننده کندی و خطای دریافت کننده ساساکی هیروتا بر حسب دامنه α با در نظر گرفتن $\eta=1$ و $\xi_1 = \xi_2 = 0/5$.

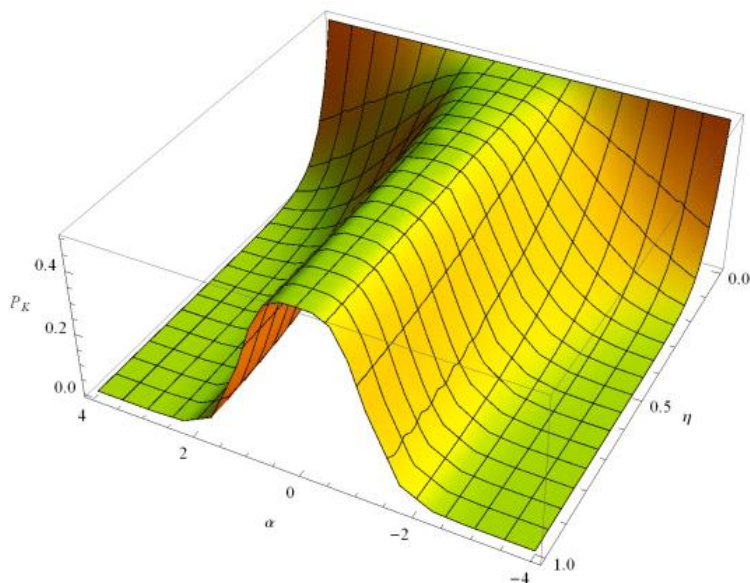
$$p(n,k) = \frac{n!}{k!(n-k)!} \eta^k (1-\eta)^{n-k}, \quad (23)$$

این احتمال را می‌دهد، زمانی که تعداد واقعی فوتون‌ها n باشد، آشکارساز با ضریب کوانتومی η ، k کلیک را ثبت کند. ما خطای دریافت کننده کندی را به صورت زیر به دست آوردیم:

تشخیص دهد. هنگامی که ρ_1 حاضر باشد، احتمال این که به طور موفق H_1 انتخاب شود به صورت زیر است:

$$p_\eta(H_1, \rho_1) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} p(n,k) |\langle n | \text{even} \rangle|^2, \quad (22)$$

که توزیع برنولی:



شکل ۳. خطای دریافت کننده کندی بر حسب دامنه α و ضریب آشکارساز η برای $\xi_1 = \xi_2 = 0.5$.

$$|\psi'_0\rangle = |\psi_0\rangle, \quad |\psi'_1\rangle = \frac{|\psi_1\rangle - c_0 |\psi_0\rangle}{\sqrt{1 - c_0^2}}, \quad c_0 = \langle \psi_1 | \psi_0 \rangle, \quad (25)$$

این الفبای تبدیل یافته، دوران های زیر را ایجاد می کند:

$$U(\theta) = \exp[\theta(|\psi'_0\rangle\langle\psi'_1| - |\psi'_1\rangle\langle\psi'_0|)], \quad (26)$$

زاویه θ برای رسیدن به حد هلستروم باید بهینه شود. چون $|\psi'_0\rangle$ یک حالت خلأ است، فرضیه های آزمایش را می توان با یک شمارشگر ساده فوتون انجام داد. برخلاف دریافت کننده کندی، ممکن است ρ اشتباه تشخیص داده شود چون $U(\theta)|\psi_0\rangle$ یک توزیع غیر صفر از $|\psi_1\rangle$ را دربر می گیرد. احتمال ها برای کشف درست و برای کشف اشتباه با یک آشکارساز فوتون با کارایی η به صورت زیر هستند:

$$p_{\eta}^{\theta}(H_1|\rho_1) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} p(n,k) |\langle n|U(\theta)|\psi_1\rangle|^2 \\ = \frac{c_0^{2\eta} - 1}{c_0^2 - 1} \left[c_0 \sin \theta - \sqrt{1 - c_0^2} \cos \theta \right]^2, \quad (27)$$

$$p_{\eta}^{\theta}(H_1|\rho_0) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} p(n,k) |\langle n|U(\theta)|\psi_0\rangle|^2 = \frac{c_0^{2\eta} - 1}{c_0^2 - 1} \sin^2 \theta,$$

خطای کل دریافت کننده ساساکی-هیروتا با مجموع وزنی به صورت زیر است:

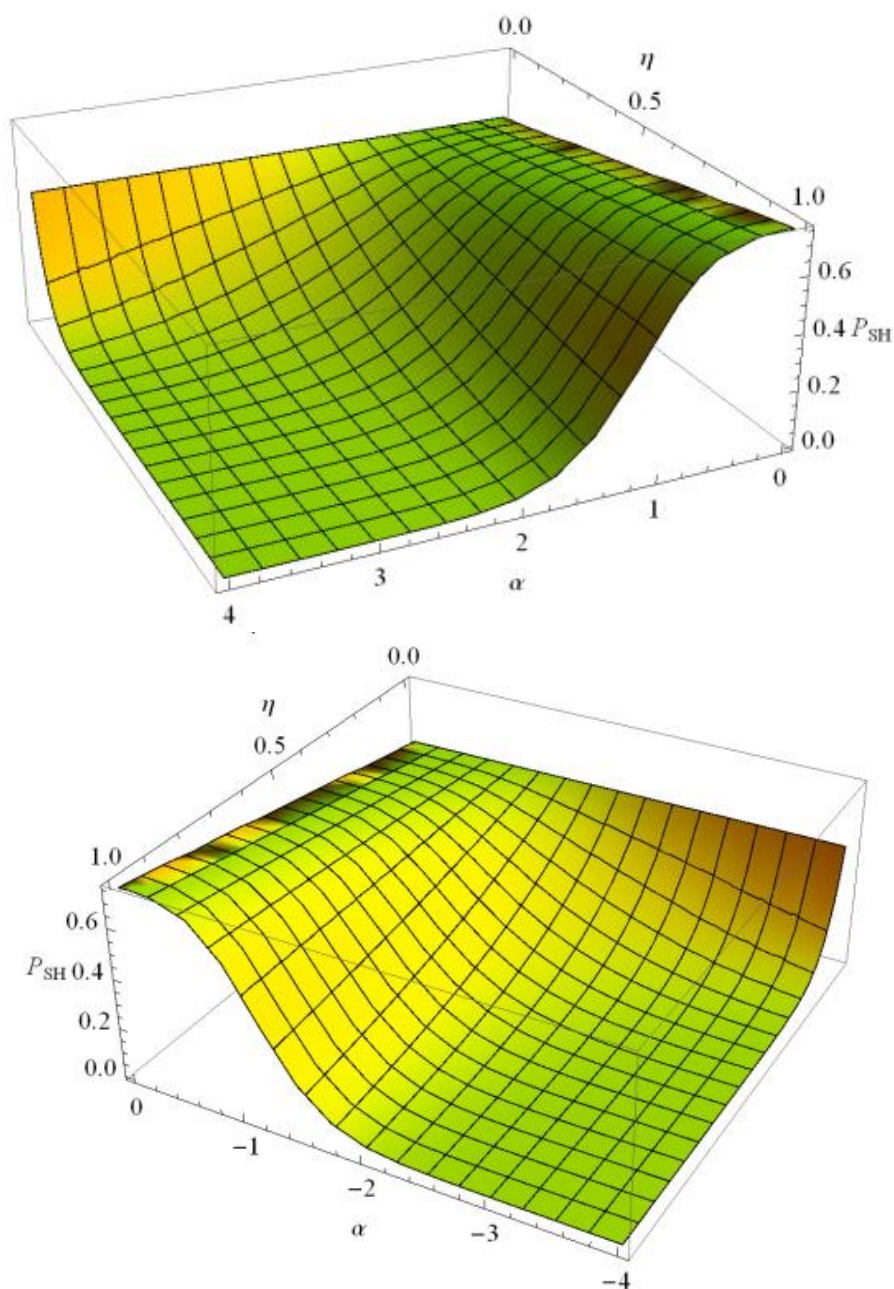
$$P_{SH}(\eta, \theta) = \xi_0 p_{\eta}^{\theta}(H_1|\rho_0) + \xi_1 [1 - p_{\eta}^{\theta}(H_1|\rho_1)], \quad (28)$$

$$P_K = \frac{\xi_1 \left(\exp(-\eta|\alpha|^2) + \exp((\eta-2)|\alpha|^2) \right)}{\left(1 + \exp(-2|\alpha|^2) \right)}, \quad (24)$$

نمودار خطای دریافت کننده کندی بر حسب دامنه α و ضریب آشکارساز η با در نظر گرفتن $\xi_1 = \xi_2 = 0.5$ در شکل ۳ نشان داده شده است. در این شکل اگر $|\alpha| > 2/3$ آنگاه خطای دریافت کننده کندی به حد هلستروم نزدیک تر می شود اما برای دامنه های کوچک سیگنال، بزرگ تر از حد هلستروم است. همچنین در شکل ۲ برای $\xi_0 = \xi_1 = 0.5$ و $\eta = 1$ تغییرات خطای دریافت کننده کندی بر حسب دامنه α نشان داده شده است. در این شکل هم دیده می شود که برای $|\alpha| > 2/3$ خطای دریافت کننده کندی به صفر می رسد.

۴. دریافت کننده اساکی - هیروتا

در اجرای ساده شمارش فوتون، ساساکی و هیروتا [۳] پیشنهاد کردند که یک تبدیل یکانی روی حالت های سیگنال ورودی قبل از کشف می تواند در رسیدن بیشتر به حد هلستروم به ما کمک کند. آنها با به کارگیری متعامدسازی گرام-اشمیت، الفبای تبدیل یافته زیر را در نظر گرفتند:



شکل ۴. خطای دریافت کننده ساساکی-هیروتا بر حسب دامنه α و ضریب آشکارساز η برای $\xi_1 = \xi_2 = 0/5$.

نمودار خطای دریافت کننده ساساکی-هیروتا بر حسب دامنه α و ضریب آشکارساز η با در نظر گرفتن $\xi_1 = \xi_2 = 0/5$ در شکل ۴ نشان داده شده است. در این شکل اگر $|\alpha| > 2/3$ آنگاه خطای دریافت کننده ساساکی-هیروتا به حد هلستروم نزدیک تر می شود اما برای دامنه های کوچک سیگنال، بزرگ تر از حد هلستروم است. همچنین در شکل ۲ برای $\eta = 1$ و $\xi_1 = \xi_2 = 0/5$ تغییرات خطای دریافت کننده

که بهینه شده روی تمام مقادیر ممکن θ به صورت زیر است:

$$\theta = -\tan^{-1} \frac{\sqrt{1-4\xi_1\xi_2c_0^2} - 1 + 2\xi_1c_0^2}{\sqrt{1-4\xi_1\xi_2c_0^2} + 1 - 2\xi_1c_0^2}, \quad (29)$$

که در اینجا در نظر می گیریم:

$$c_0 = \langle \text{even} | \circ \rangle = \frac{r \exp(-|\alpha|^2 / r)}{\sqrt{r(1 + \exp(-2|\alpha|^2))}}. \quad (30)$$

$$u_0^*(t) = \psi_1(t) \left(\frac{\left(1 - \sqrt{1 - \frac{\lambda \xi_0 \xi_1 \exp(-\eta |\alpha|^r)}{1 + \exp(-r\eta |\alpha|^r)}} \right)}{r - 2 \left(1 - \sqrt{1 - \frac{\lambda \xi_0 \xi_1 \exp(-\eta |\alpha|^r)}{1 + \exp(-r\eta |\alpha|^r)}} \right)} \right), \quad (35)$$

بنابراین خطای نهایی دریافت کننده دولینار به صورت زیر می‌شود:

$$P_D(\eta) = \frac{1}{r} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{\lambda \xi_0 \xi_1 \exp(-\eta |\alpha|^r)}{1 + \exp(-r\eta |\alpha|^r)}} \right), \quad (36)$$

که برای تمامی مقادیر، کارایی آشکارساز $0 < \eta \leq 1$ مساوی با حد هلستروم است.

۶. نتایج

در این مقاله، ما تشخیص حالت کوانتومی بین حالت خلأ و حالت‌های همدوس زوج را بررسی کردیم. حد هلستروم را که کوچک‌ترین احتمال خطای دسترس پذیر فیزیکی است برای کشف ناقص مورد ارزیابی قرار دادیم. اگر $|\alpha| > 2/3$ و $\eta > 0/3$ باشد آنگاه حد هلستروم تقریباً به صفر می‌رسد. چندین روش برای تشخیص بین حالت‌های برهم نهیده همدوس نوری را تحت یک مدل واقعی فیزیکی آشکارساز فوتونی مورد مطالعه قرار دادیم. احتمال‌های خطای کوانتومی برای دریافت کننده کندی، دریافت کننده دولینار و طرح چرخش یکانی پیشنهاد شده به وسیله ساساکی و هیروتا را برای ضریب آشکارساز غیر واحد تحقیق کردیم. برای $|\alpha| > 2/3$ خطای دریافت کننده کندی و خطای دریافت کننده ساساکی-هیروتا به حد هلستروم نزدیک‌تر می‌شود اما برای دامنه‌های کوچک سیگنال، بزرگ‌تر از حد هلستروم است. همچنین راهبرد بازخورد به کار گرفته شده به وسیله دریافت کننده دولینار تا رسیدن به حد هلستروم برای ضریب آشکارساز غیر واحد را مطالعه کردیم. خطای دریافت کننده دولینار با حد هلستروم برابر است.

ساساکی-هیروتا بر حسب دامنه α نشان داده شده است. در این شکل هم دیده می‌شود که برای $|\alpha| > 2/3$ خطای دریافت کننده ساساکی-هیروتا به صفر می‌رسد.

۵. دریافت کننده دولینار

دریافت کننده دولینار از یک راهبرد با اعمال یک دامنه بازخورد برای نزدیک شدن به POVM هلستروم استفاده می‌کند [۴]. دریافت کننده دولینار سیگنال ورودی $\psi(t)$ را با یک سیگنال مجزای جایگزیده

$$U(t) = u(t) \exp[-i(\omega t + \phi)] + c.c., \quad (31)$$

ترکیب می‌کند که $u(t)$ دامنه بازخورد یا جابه‌جایی است. آشکارساز فوتون‌ها را با نرخ میانگین لحظه‌ای کل

$$\phi(t) = |\psi(t) + u(t)|^2, \quad (32)$$

می‌شمارد که $\psi(t) = 0$ (برای منطق "۰") زمانی که کانال در حالت ρ است و $\psi(t) = \psi_1(t)$ (برای منطق "۱") زمانی که کانال در حالت ρ_1 باشد. دریافت کننده بین دو فرض H_0 و H_1 با ثبت زمان‌های ورود فوتون مشاهده شده به وسیله آشکارساز تصمیم می‌گیرد که چه $u(t)$ را انتخاب کند. وقتی که نسبت احتمال‌های زمانی ورودی، یعنی

$$\Lambda = \frac{p_\eta[\rho_1 | t_1, \dots, t_n, u(t)]}{p_\eta[\rho_0 | t_1, \dots, t_n, u(t)]}, \quad (33)$$

بزرگ‌تر از یک باشد، H_1 انتخاب می‌شود در غیر این صورت ρ انتخاب می‌شود. با استفاده از روش به کار برده شده در

[۶]، برای $\Lambda > 1$ ، $u_1^*(t)$ به صورت زیر است:

$$u_1^*(t) = -\psi_1(t) \left(1 + \frac{\left(1 - \sqrt{1 - \frac{\lambda \xi_0 \xi_1 \exp(-\eta |\alpha|^r)}{1 + \exp(-r\eta |\alpha|^r)}} \right)}{r - 2 \left(1 - \sqrt{1 - \frac{\lambda \xi_0 \xi_1 \exp(-\eta |\alpha|^r)}{1 + \exp(-r\eta |\alpha|^r)}} \right)} \right), \quad (34)$$

همچنین برای $\Lambda < 1$ ، $u_1^*(t)$ به صورت زیر است:

مراجع

1. C W Helstrom, "Quantum Detection and Estimation Theory", Academic Press, New York (1976).
2. R S Kennedy, Quaterly Progress Report. Tech. Rep. 110, Research Laboratory of Electronics, MIT, p. 219, unpublished (1972)
3. M Sasaki and O Hirota, *Phys. Rev. A* **54** (1996) 2728.
4. S Dolinar, Tech. Rep. 111, Research Laboratory of Electronics, MIT (1973)
5. A Assalini, N D Pozza, and G Pierobon, *Phys. Rev. A.* **84** (2011) 022342.
6. J M Geremia, *Phys. Rev. A.* **70** (2004) 062303.
7. J P Gazeau, "Coherent states in quantum physics", WILEY-VCH Verlag GmbH and Co. KGaA, Weinheim (2009).
8. A Ourjoumtsev, *et al.*, *Nature.* **448** (2007) 784.
9. B Vlastakis, *et al.*, *Science* **342** (2013) 607.
10. R. Loudon, "The Quantum Theory of Light", Oxford University Press (1973).