

مطالعه تصحیحات بر سرعت صوت صفرم هولوگرافی

سید محمدرضا میرعباسی^{۱*}، کاظم بی تقصیر فدافن^۲ و مجید منعمزاده^۱

۱. دانشکده فیزیک، دانشگاه کاشان

۲. دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی شاهرود

پست الکترونیکی: nothrino@gmail.com

(دریافت مقاله: ۱۴۰۰/۱۰/۰۱؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۴۰۱/۰۵/۳۱)

چکیده

در یک ماده تراکم‌پذیر کوانتومی مد صوتی را با استفاده از هولوگرافی حساب می‌کنیم. به این منظور ساختاری از شامه‌های $D_V - D_T$ را در نظر می‌گیریم که متناظر با این ماده تراکم‌پذیر باشد. در این سامانه، مد صوتی را مد صوتی صفرم هولوگرافی می‌نامند. در حضور هندسه زمبینه گرانشی گوس - بونت تصحیحات وارد بر صوت صفرم را محاسبه کرده و نشان می‌دهیم که نرخ میرایی کاهش می‌یابد.

واژه‌های کلیدی: هولوگرافی، شامه‌ها، سرعت صوت صفرم، گوس - بونت

۱. مقدمه

اکنون تناظر AdS/CFT یک ابزار مهم در مطالعه مباحث گوناگونی از فیزیک است. این تناظر به نام‌های دوگانی پیمانانه/گرانش یا هولوگرافی نیز شناخته می‌شود [۱-۳]. در این تناظر AdS ، یعنی جواب معادله اینشتین با ثابت کیهان شناختی منفی و CFT به معنی نظریه میدان همدیس است [۴-۶].

به این دلیل از این تناظر استفاده می‌شود که اگر ثابت جفت‌شدگی در نظریه میدان قوی باشد در محاسبه‌ها این ثابت را دیگر نمی‌توان کوچک در نظر گرفت و یک بسط نوشت و از روش اختلالی استفاده کرد. در این صورت برای مطالعه سامانه

باید از روش‌های غیر اختلالی بهره برد. در اینجا است که تناظر AdS/CFT به کمک ما می‌آید تا بتوان سامانه مورد مطالعه را بهتر شناخت [۷-۹]. در این مقاله کاربرد این تناظر در مطالعه ماده چگال مورد نظر می‌باشد [۱۰-۱۴].

البته استفاده از این تناظر اصلاً راحت و سراسر نیست. ابتدا بایستی بدانیم که چطور کمیت‌هایی که در نظریه میدان داریم به کمیت‌های نظریه گرانش ربط داده می‌شوند. جدول ۱ به طور خلاصه این ارتباط را نشان می‌دهد. این کار شبیه یک لغت‌نامه است که شما باید کمیت‌های نظریه میدان را به زبان گرانش ترجمه کنید. مثلاً برای معرفی دما در نظریه میدان می‌بایستی سیاه‌چاله‌ای در فضای حجم در نظر گرفت. مطابق

۱. Conformal field theory

جدول ۱. ارتباط کمیت های فیزیکی در مرز و توده در دوگانی AdS/CFT

توده	مرز
ناوردایی پیمانانه ای در نظریه گرانش	نظریه میدان با تقارن جهانی
بار الکتریکی	پتانسیل شیمیایی μ
میدان پیمانانه ای A_a	چگالی جریان J_μ
دمای تابش هاوکینگ سیاهچاله	دما T
مدل شامه ای $D_V - D_H$	ماده کوانتومی تراکم پذیر
متریک زمینه G_{ab}	تانسور انرژی - تکانه $T_{\mu\nu}$

نتیجه‌های آزمایشگاهی برای این کمیت هم در مورد اتم‌های سرد و پلاسمای کوآرک - گلوئون، این تخمین را تأیید می‌کنند [۱۸]. در این مقاله "ماده کوانتومی تراکم‌پذیر" را بررسی می‌کنیم. "تراکم‌پذیر" به این معنی است که چگالی بار مخالف صفر است و همچنین یک تابع هموار در برابر تغییرات پتانسیل شیمیایی μ است. "کوانتومی" به معنی دمای پایین است، $T \rightarrow 0$ ، به طوری که در این حالت این پدیده‌های کوانتومی هستند که اثرات حالت پایه سامانه را تعیین می‌کنند نه نوسان‌های گرمایی [۱۹]. همچنین در این مقاله سامانه مورد نظر دوگان گرانشی $D_V - D_H$ یا همان مدل شامه می‌باشد. در واقع سؤال این است که با در نظر گرفتن میدان الکتریکی روی شامه آزمون D_V ، هیدرودینامیک مربوطه به چه صورتی است؟ در بخش‌های بعدی این ساختار گرانشی را به دقت توضیح داده‌ایم. یکی از ویژگی‌های عمومی هیدرودینامیک این سامانه، وجود مدهای صوتی است که به اختصار مد صوتی صفرم هولوگرافی نامیده شده است و در ادامه آن را توضیح می‌دهیم.

۲. معرفی مدهای صوتی در سامانه

صوت یک موج طولی است که تکانه و انرژی دارد. ویژگی‌های محیطی که این موج در آن منتشر می‌شود با کمیتی به نام تانسور انرژی - تکانه $T^{\mu\nu}$ داده می‌شوند.

مدهای صوتی به معنی قطب‌های موجود در کلنال طولی توابع دو نقطه‌ای تأخیری $T^{\mu\nu}$ هستند. منظور از کلنال طولی، نوسانات در راستای انتشار موج هستند. رابطه پاشندگی موج

این دوگانی تانسور انرژی - تکانه در نظریه میدان همدیس، دوگان متریک است و جریان نیز دوگان یک میدان پیمانانه‌ای است. یا برای مطالعه نظریه میدان‌هایی با برهمکنش قوی و دما T و پتانسیل شیمیایی μ غیر صفر، بایستی سیاهچاله باردار در AdS را مطالعه کرد. به بیان دقیق تر AdS/CFT بیان می‌کند که برخی از نظریه‌های میدان همدیس در فضا - زمان d بعدی معادل گرانش اینشتین در $d+1$ بعد فضای AdS است.

در جدول ۱ شاخص‌های μ و V مربوط به نظریه میدان مرز هستند و فقط روی مرز تغییر می‌کنند ولی شاخص‌های a و b علاوه بر شاخص‌های مرز شامل مختصه گرانش هم هستند که به عنوان مختصه هولوگرافی هم شناخته می‌شود. در این مقاله این مختصه را با r نشان می‌دهیم.

این نظریه‌ها نوعاً نظریه‌های پیمانانه‌ای غیرآبلی در حد N_c بزرگ توفت است که N_c عدد رنگ گروه تقارنی $SU(N_c)$ است. در حضور دما، چگالی آنتروپی s متناسب با N_c^2 است که دوگان یک سیاهچاله با دمای هاوکینگ مشابه و چگالی آنتروپی بکشتاین - هاوکینگ است.

در همین‌جا باید به این نکته مهم اشاره کرد که AdS/CFT هنوز در توصیف سامانه‌های واقعی ناتوان است و تنها قادر است که مبانی فراگیر و کلی قابل اجرا در سامانه‌های واقعی را نشان دهد. یک مثال بسیار مهم از این دست محاسبه‌ها در مورد نسبت کمیت چسبندگی برشی η به چگالی آنتروپی s است؛ به طوری که $\frac{\eta}{s} = \frac{1}{4\pi}$. ادعا می‌شود که این نسبت برای همه نظریه‌های میدان دوگان بایستی برقرار باشد [۱۴-۱۷].

سامانه دوگان به $D_V - D_T$ برقرار نیست؛ به این دلیل که جفت‌شدگی معمولاً در این سامانه‌ها قوی است و شبه ذره نداریم. از طرفی در مدل‌های شامه آزمون هیچ نشانه‌ای از سطح فرمی وجود ندارد [۲۲]. پس در می‌یابیم که مد صوتی صفرم در سامانه‌های هولوگرافی ناشی از یک توصیف مؤثر شبیه مایع لاندائو - فرمی، نیست. نامگذاری که برای این نوع مد صوتی انتخاب می‌شود «مد صوتی صفرم هولوگرافی» است [۲۲ و ۲۳]. نام صوت صفرم عمدتاً به این دلیل که این مدها فونون نیستند، انتخاب می‌شود؛ با این وجود این مد صوتی می‌تواند به عنوان یک بوزون گلدستون که از شکسته شدن یک تقارن انتزاعی ناشی می‌شود نیز تعبیر شود [۲۴].

در واقع سؤال این است: وقتی میدان الکتریکی را روی شامه آزمون D_V روشن می‌کنیم هیدرودینامیکی که مشخص می‌کند، چگونه است و منشأ این مد صوتی چیست؟ وقتی دما را در نظر بگیریم چه اتفاقی می‌افتد؟ قابل توجه است که در دمای غیر صفر T ، رفتار این مد صوتی کاملاً مشابه LFL است [۲۵].

در این صورت پارامترهای مهم سامانه T و μ می‌باشند. فرض کنیم μ و ω مقادیرهای معلومی داشته باشند، حالا T را عوض کنیم، با سه ناحیه متفاوت در سامانه روبرو می‌شویم که عبارتند از [۲۵]:

الف) رژیم بدون برخورد کوانتومی، $\omega/\mu < \pi T/\mu \leq 0$ ، در این ناحیه برخوردها بسیار ضعیف هستند و تغییر پاشندگی صوت صفرم از شکل $T/\mu = 0$ به ندرت صورت می‌گیرد، و داریم: $|Im(k)| \propto \omega^2/\mu$.

ب) رژیم بدون برخورد گرمایی، $\omega/\mu < \pi T/\mu < \sqrt{\omega/\mu}$ ، برخوردها در این محدوده به اندازه کافی قوی و متوالی می‌شوند که $|Im(k)|$ در این محدوده متناسب با $(\pi T)^2/\mu$ افزایش می‌یابد.

ج) رژیم هیدرودینامیکی برخوردها بسیار قوی و متوالی بوده که صوت صفرم را از بین می‌برد. اگر چه برانگیختگی‌های گرمایی اکنون از مد صوت معمول هیدرودینامیکی پشتیبانی می‌کند، میرایی آن در محدوده متناسب با $\mu\omega^2/T^2$ کاهش

صوتی با بسامد ω ، تکانه k و سرعت v عبارت است از $\omega(k) = \pm vk + \dots$ ، جملاتی با توان‌های بالاتر k هستند. در این رابطه، ω ممکن است حقیقی یا موهومی باشد. قسمت حقیقی معرف انرژی موج است و قسمت موهومی آن، میرایی موج را مشخص می‌کند.

چنان که بیان شد در این مقاله، محیطی که موج صوتی در آن منتشر می‌شود را ماده کوانتومی تراکم‌ناپذیر می‌گیریم. یعنی دوگان این ماده همان ساختار گرانشی مدل شامه‌های $D_V - D_T$ است. منشأ فیزیکی مدهای صوتی در این نوع از ماده کوانتومی هنوز مبهم و مرموز است؛ چرا که این مد صوتی خاصیت‌های غیرقابل انتظاری دارد. به عنوان مثال انتظار داریم که مد صوتی در یک سامانه، حاصل شکستن یک تقارن باشد. مثلاً با شکستن تقارن انتقالی در جامدها، مد فونون ایجاد می‌شود. البته در این سامانه هیچ تقارنی شکسته نمی‌شود اما مد صوتی وجود دارد [۲۰-۲۲]. پس به دنبال سامانه‌ای می‌گردیم که در آن چنین رفتاری را ببینیم. مد صوتی صفرم به صورت نظری در مورد مایع لاندائو - فرمی (LFL) وجود دارد و به طور آزمایشگاهی هم در مورد هلیوم ۳ دیده شده است [۲۰]. در این نوع از سامانه هیچ تقارنی لازم نیست شکسته شود و تنها نوسان‌های کوچک در نزدیکی سطح فرمی موجب برانگیختگی صوت صفرم لاندائو می‌شوند [۲۱]. مد صوتی صفرم در این سامانه با رابطه پاشندگی هیدرودینامیکی ذیل داده می‌شود:

$$\omega = \pm vk - i\Gamma k^2 + \dots,$$

با ثابت میرایی Γ و ... نمایانگر توان‌های k بزرگ‌تر از k^2 در این رابطه، ω مختلط است و شامل هر دو بخش حقیقی و موهومی می‌شود که مطالعه هر کدام می‌تواند ویژگی‌های مد را توضیح بدهند.

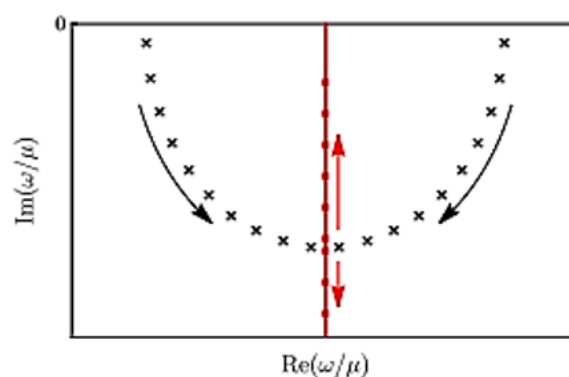
آیا می‌توانیم منشأ مد صوتی صفرم را در نظریه LFL توضیح بدهیم؟ پاسخ مثبت است. در این نظریه حالت پایه، یک سامانه همگن برهمکنشی شبه ذراتی فرمیونی است و نوسانات مربوط به حالت پایه یا شبه ذرات/حفره‌ها یا برانگیختگی جمعی هستند که موجب صوت صفرم می‌شوند. ولی توضیح مشابهی در مورد

در T/μ کم، مقیاس‌های میرایی صوت مانند $|Im(k)| \propto T^0$ ، شبیه به رژیم بدون برخورد کوانتومی LFL است. اما در T/μ متوسط، آن مقیاس‌ها مانند T کوچک‌تر از T^2 ، رژیم بدون برخورد گرمایی LFL داریم. در T/μ بالاتر، رژیم هیدرودینامیکی پدیدار می‌شود که $|Im(k)| \propto T^{-1}$ ، برخلاف T^{-2} در LFL . اما همانطور که برای CFT انتظار می‌رود، برای T/μ به اندازه کافی بزرگ، که همه مقیاس‌ها همراه با T قابل چشم‌پوشی هستند، تجزیه تحلیل ابعادی نیاز به $|Im(k)| \propto T^{-1}$ دارد، که همان نتیجه AdS شوارتزشیلد است [۲۶].

در این مقاله پس از مطالعه مد صوتی صفرم در سامانه دوگان $D_4 - D_7$ ، محاسبه را در هندسه زمینه گوس - بونت انجام می‌دهیم و اثر تصحیحات را بر سرعت صفرم می‌یابیم. این تصحیحات تا کنون مطالعه نشده‌اند و پیدا کردن آن‌ها مهم است؛ چرا که در نظریه دوگان، این تصحیحات معادل با محدود کردن ثابت جفت‌شدگی میان میدان‌هاست. سایر تصحیحات مطالعه شده بر سرعت صفرم نشان می‌دهند که، در ماده تراکم‌پذیر کوانتومی، چنین مد صوتی وجود دارد [۲۷-۳۱]. انگیزه مطالعه این تصحیحات، بررسی اثر آنها بر این مد صوتی خاص است. مثلاً ممکن است که سرعت صفرم هولوگرافی در حضور این جملات از بین برود. البته محاسبه ما در پایان نشان می‌دهد که این کمیت، شکل کلی رابطه خود را همچنان حفظ می‌کند و فقط نرخ میرایی را کاهش می‌دهد. به هر حال هنوز باید در آزمایشگاه به دنبال شاهدهی بر این پدیده باشیم، و امیدوار بود که این کمیت مشابه آزمایشگاهی داشته باشد.

۳. مدل $D_4 - D_7$

نظریه مؤثر ریسمان در زمینه $S^5 \times AdS_5$ با نظریه ابر تقارن $\mathcal{N}=4$ یانگ میلز با تقارن پیمانانه‌ای $SU(N_c)$ در حد N_c ‌های بزرگ و ثابت جفت‌شدگی قوی توفت $\lambda = g_{YM} N_c$ معادل است. نظریه ابر تقارن $\mathcal{N}=4$ یانگ - میلز با تقارن پیمانانه‌ای

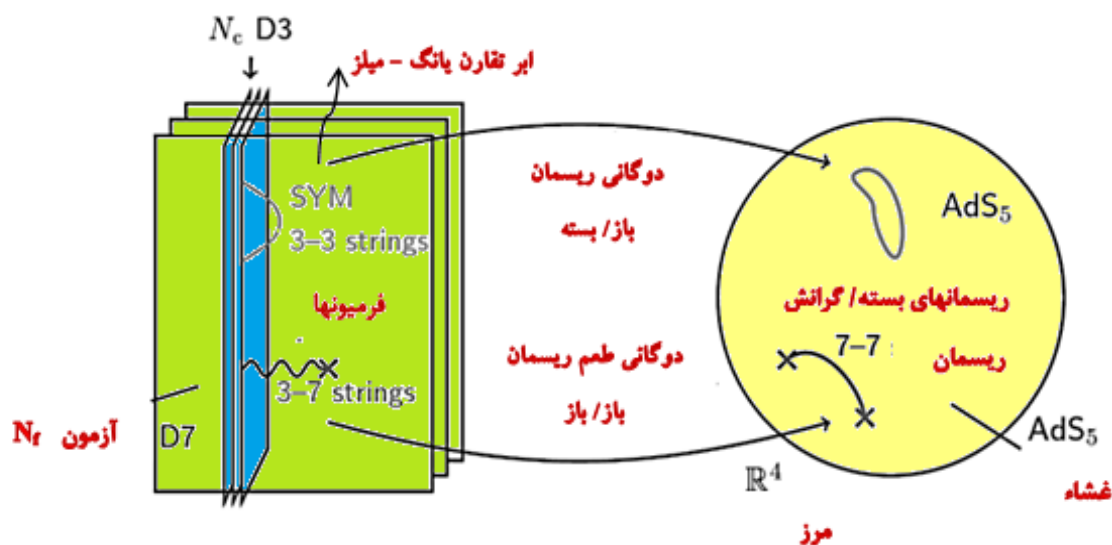


شکل ۱. رفتار قطب در مدل شامه آزمون.

می‌یابد. در این مقاله، قطب‌های توابع تأخیری دو نقطه‌ای جریان - جریان هستند که مد صوتی را تولید می‌کنند. این رفتار را در مورد شامه‌های آزمون مطالعه می‌کنیم.

تأکید کردیم که در مدل‌های شامه آزمون، رفتار مد صوتی صفرم کاملاً متفاوت است [۲۲]. مشخص شده است که وقتی $T/\mu > \sqrt{\omega/\mu}$ ، مد صوتی به پخش بار و نه صوت هیدرودینامیکی گذر می‌کند. در این حالت ω بخش حقیقی ندارد و موهومی است و برای مقدار حقیقی k رابطه پاشندگی عبارت است از: $\omega = -iDk^2$ که D ثابت پخش نامیده می‌شود.

فرض کنید k و μ معلوم باشند و دما را زیاد کنیم، رفتار قطب مورد نظر در شکل ۱ آمده است. نخست دو قطب تقریباً در امتداد نیم دایره مانند پایین می‌آیند؛ یعنی ω هم مقدار حقیقی و هم موهومی دارد که نهایتاً روی محور موهومی به یکدیگر می‌رسند. در نهایت برای تبدیل به قطب پخش بار دو قطب موهومی خالص از هم جدا شده، یکی به سمت پایین محور موهومی و یکی به سمت بالا می‌رود که همان مد پخش است. نقطه به هم رسیدن، تعریفی برای لحظه دقیق گذر از ناحیه کوانتومی به هیدرودینامیکی را فراهم می‌کند [۲۵]. این رفتار با مدل‌های غیر از شامه‌ها کاملاً فرق دارد، به طوری که در مدل‌های اینشتین - ماکسول، گذر از لحاظ کیفی مشابه با مدل‌های LFL است.



شکل ۲. معرفی درجات آزادی فرمیونی در نمایش بنیادی و الحاقی با استفاده از شامه‌ها.

۴. شامه‌های آزمون در حضور تصحیحات گرانشی گوس

- بونت

در ابتدای این بخش تأکید می‌کنیم که شاخص‌های μ و ν فقط روی مرز تغییر می‌کنند ولی شاخص‌های a و b علاوه بر شاخص‌های مرز، شامل مختصه شعاعی r هم هست. ابتدا پس‌زمینه گرانش گوس - بونت را معرفی می‌کنیم. کنش عبارت است از:

$$S = \frac{1}{16\pi} \int d^5x \sqrt{-g} \left[R - 2\Lambda + \lambda_{GB} \mathcal{L}_{GB} \right], \quad (1)$$

که $g = -\det G_{ab}$ متریک زمینه است. R نرده‌ای انحنای فضا - زمان، Λ ثابت کیهان شناختی و \mathcal{L}_{GB} تصحیحات گرانشی گوس - بونت به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\mathcal{L}_{GB} = R^2 - 4R_{ab}R^{ab} + R_{abcd}R^{abcd}, \quad (2)$$

مقدار ثابت جفت شدگی λ_{GB} محدود است و در مرجع‌های [۳۲ و ۳۳] آمده که $-\frac{1}{\sqrt{3}} \leq \lambda_{GB} \leq \frac{1}{\sqrt{3}}$ است. کاربردهایی از این مسئله در مقاله‌های [۳۴ و ۳۵] آمده‌اند. متریک گوس - بونت با توجه به [۳۶] از رابطه زیر به دست می‌آید:

$SU(N_c)$ فقط شامل میدان‌هایی در نمایش الحاقی^۱ است. با معرفی ابر چندتایی‌ها $\mathcal{N}=2$ میدان‌ها در نمایش بنیادی^۲ محسوب می‌شوند. برای معرفی فرمیون‌ها در نمایش بنیادی، تعداد N_f, N_c, D_V شامه در نظر می‌گیریم که تعداد آنها بسیار کمتر از تعداد N_c, D_3 شامه است. این D_V شامه‌ها در حد آزمون معرفی می‌شوند، بدین معنی که N_c رنگ بسیار بیشتر از N_f کوارک از آنها است.

بنابراین زمینه AdS بدون تغییر باقی می‌ماند، به بیان دیگر از اثر D_V شامه‌ها در هندسه زمینه چشم‌پوشی می‌کنیم. مطابق جدول ۱ در هولوگرافی، یک نظریه میدان با تقارن جهانی با ناوردایی پیمانه‌ای در نظریه گرانش دوگان خواهد بود. به بیان دیگر یک چگالی متناهی باریونی ρ برای $U(1)_B$ جریان J^μ دوگان یک ساختار غیر بدیهی در سمت گرانش برای میدان پیمانه‌ای $U(1)_B$ روی جهان حجم D_V شامه می‌باشد. این نکات در شکل ۲ بیان شده‌اند.

در جملات نظریه میدان، حد آزمون زمانی توجیه می‌شود که میدان‌های باردار کسرکوچکی از کل درجات آزادی را شامل شوند.

۱. Adjoint

۲. Fundamental

۵. هیدرودینامیک جریان پایسته

هدف یافتن معادلات هیدرودینامیک سامانه است که در مرجع [۳۷] مطالعه شده است. به همین منظور معادله (۸) را در نظر می‌گیریم و فرض می‌کنیم که چگالی نسبت به مختصه‌های مکانی، تغییرات بسیار آرامی داشته باشد، یعنی بتوان در بسط گرادیان فقط مرتبه‌های پایین مشتق را نگاه داشت. این مختصه‌های مرز را به صورت x^μ نشان می‌دهیم. شاخص μ شامل i و t بوده و در اینجا فقط روی فضا زمان نظریه مرز تغییر می‌کند. شاخص i نیز مختصه‌های مکانی را نمایش می‌دهد. مؤلفه‌های معادله (۸) به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$M^{ab} = \sqrt{-\det(g + \epsilon \pi \alpha' F)} (g + \epsilon \pi \alpha' F)^{-1},$$

رابطه (۸) را می‌توان به صورت زیر باز نویسی کرد:

$$\partial_a M^{ab} = 0, \quad (9)$$

با در نظر گرفتن $a, b \equiv (t, i, r)$ ، رابطه (۹) را باز می‌کنیم:

$$\partial_t M^{tb} + \partial_i M^{ib} + \partial_r M^{rb} = 0, \quad (10)$$

دو جمله اول مشتقات مرتبه دوم نسبت به مختصات t و i هستند که به طور مختصر آنها را به صورت زیر نشان می‌دهیم:

$$\partial_t M^{tb} + \partial_i M^{ib} = \mathcal{O}(\partial_r^\mu), \quad (11)$$

با توجه به این که پاسخ سامانه را به صورت خطی مطالعه می‌کنیم می‌توانیم از جمله‌های مرتبه دوم صرف نظر کنیم. اما جمله سوم در رابطه (۱۰) مشتق نسبت به بعد شعاعی r است که آن را لحاظ می‌کنیم. در پیمانه شعاعی $A_r = 0$ ، بعد از قرار دادن مؤلفه‌های $b \equiv (t, i)$ داریم:

$$\partial_r \left(\frac{1}{\mathcal{L}} \left(\frac{L}{r} \right)^\epsilon A_t' \right) = \mathcal{O}(\partial_r^\mu), \quad (12)$$

$$\partial_r \left(\frac{1}{\mathcal{L}} \left(\frac{L}{r} \right)^\epsilon f A_i' \right) = \mathcal{O}(\partial_r^\mu) \quad (13)$$

با جایگذاری رابطه‌های فوق، چگالی لاگرانژی:

$$\partial_a \left(\sqrt{-\det(g + \epsilon \pi \alpha' F)} (g + \epsilon \pi \alpha' F)^{-1} \right) = 0, \quad (14)$$

$$ds^r = \frac{1}{r^r L^r} \left(-f(r) dt^r + \frac{dr^r}{f(r)} + \sum_{i=1}^r dx_i^r \right), \quad (3)$$

همچنین:

$$f(r) = \frac{n}{r \lambda_{GB}} \left(1 - \sqrt{1 - \epsilon \lambda_{GB} \left(1 - \left(\frac{r}{r_h} \right)^\epsilon \right)} \right), \quad (4)$$

که r_h افق را نشان داده و مرز در $r \rightarrow \infty$ قرار دارد. همچنین:

$$n = \frac{1}{\epsilon} \left(1 + \sqrt{1 - \epsilon \lambda_{GB}} \right), \quad (5)$$

و دما از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$T = \frac{1}{\pi r_h \sqrt{n}}, \quad (6)$$

اکنون در این هندسه زمینه، شامه‌های D_V را قرار می‌دهیم که کنش آنها با کنش DBI معرفی می‌شود:

$$S = -N_f T_{D_V} \int d^D x \sqrt{-\det(g_{ab} + \epsilon \pi \alpha' F_{ab})}, \quad (7)$$

برای مطالعه ماده در حضور چگالی، جواب‌های معادله زیر لازم است:

$$\partial_a \left(\sqrt{-\det(g + \epsilon \pi \alpha' F)} (g + \epsilon \pi \alpha' F)^{-1} \right) = 0, \quad (8)$$

در معادله بالا $(g + \epsilon \pi \alpha' F)^{-1}$ به مؤلفه‌های ماتریس معکوس $g_{ab} + \epsilon \pi \alpha' F_{ab}$ اشاره دارد.

شاخص‌های a, b روی جهان حجم D_7 تغییر می‌کنند و متناسب با مجذور طول ریسمان بوده و $F_{ab} = \partial_a A_b - \partial_b A_a$ ، همچنین g_{ab} متریک القایی روی جهان حجم و T_{D_V} تنش شامه D_7 می‌باشند.

$$g_{ab} + F_{ab} = \begin{bmatrix} -f L^{-2} r^{-2} & \partial_t A_i - \partial_i A_t & \circ & \circ & -A_i' \\ \partial_i A_t - \partial_t A_i & L^{-2} r^{-2} & \circ & \circ & -A_t' \\ \circ & \circ & L^{-2} r^{-2} & \circ & \circ \\ \circ & \circ & \circ & L^{-2} r^{-2} & \circ \\ A_i' & A_t' & \circ & \circ & f^{-1} L^{-2} r^{-2} \end{bmatrix}$$

علامت پریم در ماتریس نشان دهنده مشتق میدان پیمانه‌ای نسبت به r است. روی این شامه آزمون چگالی بار و جریان را روشن می‌کنیم و در بخش بعدی پایستگی جریان را مطالعه خواهیم کرد.

$$c = \frac{1}{\epsilon\sqrt{\pi}} \Gamma\left(\frac{1}{3}\right) \Gamma\left(\frac{1}{6}\right), \quad (22)$$

با توجه به $\frac{1}{f} = 1 + \frac{1-f}{f}$ و بسط $\frac{1-f}{f}$ داریم:

$$A_i(r) = A_i^\circ - J^i \int_0^r ds \frac{s}{f(s) \sqrt{1 + C^r \rho^r s^\epsilon}} \\ = A_i^\circ - J_i (C\rho)^{\frac{-r}{r}} \int_0^r dy \frac{y}{\sqrt{1 + y^\epsilon}} + \quad (23)$$

$$J_i \int_0^r ds \frac{s(1 + \lambda_{GB})}{\sqrt{1 + C^r \rho^r s^\epsilon}} \left(\frac{s}{r_h}\right)^r \left[1 - \left(\frac{s}{r_h}\right)^r\right]^{-1},$$

در حد دماهای پایین با توجه به (۶) $(C\rho)^{\frac{1}{r}} r_h \gg 1$ جمله

سوم، واگرایی لگاریتمی نزدیک افق دارد، بنابراین در حد $r \approx r_h$ نمی توان از این جمله چشم پوشی کرد.

$$\int_0^r ds \frac{(1 + \lambda_{GB})s}{\sqrt{1 + C^r \rho^r s^\epsilon}} \left(\frac{s}{r_h}\right)^r \left[1 - \left(\frac{s}{r_h}\right)^r\right]^{-1} \\ \approx \frac{1}{C\rho} \int_0^r ds \frac{(1 + \lambda_{GB})s^r}{r_h^r - s^r} + \mathcal{O}\left(\frac{T^\epsilon}{\rho^r}\right), \quad (24) \\ \approx \frac{(1 + \lambda_{GB})r_h^{-1}}{C\rho} \log \frac{r_*}{r_h - r} + \text{ثابت},$$

برای به دست آوردن جواب های فیزیکی باید سراغ اولین مرتبه بسط گرادیان برویم. با استفاده از مؤلفه r معادله (۱۰)، شاخص b معادل r ، رابطه زیر به دست می آید:

$$-\partial_t \left[\frac{1}{\mathcal{L}} \left(\frac{L}{r} \right)^\epsilon A_i' \right] + \partial_i \left[\frac{1}{\mathcal{L}} \left(\frac{L}{r} \right)^\epsilon f A_i' \right] = 0, \quad (25)$$

با استفاده از (۱۵) و (۱۶) داریم:

$$\partial_t \rho + \partial_i J^i = 0, \quad (26)$$

که رابطه معادله پیوستگی است. نتیجه می گیریم که مقدار چشمداشتی $J^\mu = (\rho, J^i)$ در نظریه دوگان پایسته است، که قابل انتظار بود. هنگامی که، $r \rightarrow r_h$ ، از مشتقات زمانی مؤلفه های x روابط (۱۲) و (۱۳) نمی توان چشم پوشی کرد، بنابراین در نزدیک افق رابطه (۱۳) را با رابطه زیر جایگزین می کنیم (دقت کنید که در رابطه ۱۰ شاخص b معادل i است):

به دست می آید. در این رابطه، مشتقات مرتبه دوم را در جمله آخر آورده ایم که در نظر گرفته نمی شوند.

با دقت در (۱۲) و (۱۳) رابطه های زیر را برای A_i' و A_i'' می یابیم:

$$A_i'' = -\rho \frac{r^\epsilon \mathcal{L}}{L^\epsilon}, \quad (15)$$

$$A_i' = J_i \frac{r^\epsilon \mathcal{L}}{L^\epsilon} \frac{1}{f}, \quad (16)$$

در این رابطه ρ چگالی بار و J_i چگالی جریان هستند که به مختصات نظریه میدان در مرز وابسته اند. با استفاده از این عبارتها، لاگرانژی به صورت زیر:

$$\mathcal{L} = \frac{L^\epsilon}{r^\epsilon} \frac{1}{\sqrt{1 + C^r \left(\rho^r - \frac{(J^i)^r}{f} \right) r^\epsilon}}, \quad (17)$$

به دست می آید که:

$$C^r = \frac{(r\pi\alpha')^r}{L^r}, \quad (18)$$

در بخش بعدی پاسخ سامانه به ازای چگالی جریان کوچک را بررسی می کنیم.

۶. پاسخ سامانه

فرض می کنیم J^i بی نهایت کوچک باشد تا از وجود جواب برای (۱۵) و (۱۶) اطمینان حاصل کنیم.

پاسخ دقیقاً جایی است که هم مد صوت صفرم و هم قله درود مشاهده می شوند. خواهیم دید که در این حد باید J^i و $\partial_{\mu\nu}\rho$ را به عنوان مقادیر کوچک در نظر بگیریم، بنابراین فقط باید مرتبه خطی آنها حفظ شود.

ابتدا انتگرال A_i' و A_i'' را روی r می گیریم:

$$A_i(r) = A_i^\circ - \rho \int_0^r ds \frac{s}{\sqrt{1 + C^r \rho^r s^\epsilon}} = A_i^\circ - C^{\frac{-r}{r}} \rho^{\frac{1}{r}} \int_0^r dy \frac{y}{\sqrt{1 + y^\epsilon}} \quad (19)$$

$$\mathcal{F}(x) = \int_0^x dy \frac{y}{\sqrt{1 + y^\epsilon}}, \quad (20)$$

$$\mathcal{F}(x) = c - \frac{b}{x} + \dots, \quad (21)$$

بسامدهای سامانه را می‌یابیم. قسمت حقیقی و قسمت موهومی آن عبارت است از:

$$\omega_r = \text{Re}(\omega) = \pm v \sqrt{k^2 - k_g^2} \quad (50)$$

$$\omega_i = \text{Im}(\omega) = \frac{-i}{\tau} \quad (51)$$

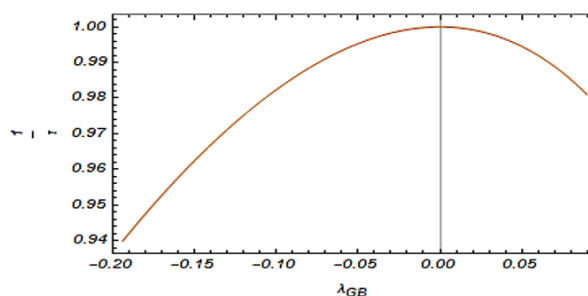
که مقدار k_g یک تکانه خاص در سامانه است:

$$k_g = \frac{1}{v\tau} \quad (52)$$

اگر $k = k_g$ قسمت حقیقی صفر خواهد شد، این مسئله در مرجع [۳۸] به دقت مطالعه شده است. با توجه به این که τ به λ_{GB} وابسته است پس k_g هم با λ_{GB} تغییر می‌کند. نمودار $\frac{1}{\tau}$ بر حسب λ_{GB} در دما و چگالی مشخص برای مقادیر مثبت $\frac{1}{\tau}$ در شکل ۳ آمده است. حرکت قطب در صفحه مختلط ω در شکل ۱ آمده است، می‌بینیم که رابطه (۴۸)، معادله ریاضی برای توصیف این رفتار را به دست می‌دهد.

۸. نتیجه‌گیری

در این مقاله سرعت صوت صفرم هولوگرافی را در مدل شامه‌های آزمون مطالعه کردیم و نشان دادیم با استفاده از تناظر AdS/CFT، چگونه یک هیدرودینامیک مؤثر برای سامانه به دست می‌آید. به این پرسش پاسخ دادیم که اگر مطابق این دوگانگی اثر تصحیحات گرانش را در نظر بگیریم چه اتفاقی برای این کمیت می‌افتد. از این جهت این تصحیحات مهم هستند که موجب محدود شدن ثابت جفت‌شدگی در نظریه میدان می‌شوند. بدون در نظر گرفتن این جمله‌ها، ثابت جفت‌شدگی بی‌نهایت است. در این مقاله به طور خاص تصحیحات گرانشی گوس - بونت را مطالعه کردیم و مشاهده شد نرخ میرایی مد صوتی صفرم کاهش می‌یابد که می‌تواند ناشی از همین کوچک شدن ثابت جفت‌شدگی باشد. این نتیجه جالب توجهی است و در ارتباط با تغییر سایر کمیت‌های ترابردی در این پس زمینه خاص هم هست. مثلاً در مرجع [۳۳] نقض نسبت چسبندگی برشی به چگالی آنتروپی در حضور این تصحیحات برای اولین بار گزارش شد. در قدم‌های بعدی می‌توان ثابت پخش را مطالعه کرد و اثر تصحیحات را به دست آورد تا با دقت بیشتری اظهار نظر کرد.



شکل ۳. نمودار نرخ میرایی $1/\tau$ بر حسب λ_{GB} .

داریم:

$$-i\omega\sigma e^{-i\omega t} = \chi e^{-i\omega t} - \frac{\sigma e^{-i\omega t}}{\tau} \quad (45)$$

$$\sigma(1 - i\omega\tau) = \chi\tau \quad (46)$$

در نهایت می‌توان رابطه رسانندگی را به دست آورد:

$$\sigma(\omega) = \frac{\chi\tau}{1 - i\omega\tau} \quad (47)$$

حال اگر رسانندگی را بر حسب تغییرات بسامد مطالعه کنیم قله‌ای را مشاهده می‌کنیم که از صفر شدن مخرج کسر رابطه بالا به دست می‌آید. به این پدیده، قله درود گفته می‌شود. نتیجه اصلی، روابط (۳۹) و (۴۰) می‌باشد. این نشان می‌دهد که هیدرودینامیک خطی دمای پایین در مدل‌های آزمون از نظر ریاضی معادل هیدرودینامیک یک شاره معمولی با اتلاف کوچک است، یعنی τ غیر صفر است. این پدیده چنانچه انتظار داریم در حضور میدان زمینه گوس - بونت هم برقرار است ولی اکنون τ وابسته به λ_{GB} است.

۷. سرعت صوت صفرم

با حل (۳۹) و (۴۰) با ρ و J^i متناسب با $e^{ikx - i\omega t}$ و $E_i = 0$ رابطه پاشندگی پاسخ صوتی در این حالت اختلال، به صورت زیر است:

$$\omega \left(\omega + \frac{i}{\tau} \right) = v^2 k^2 \quad (48)$$

با حل معادله درجه دوم بر حسب ω داریم:

$$\omega = \frac{-i}{\tau} \pm v \sqrt{\frac{-1}{4v^2\tau^2} + k^2} \quad (49)$$

مراجع

1. J M Maldacena, *Adv. Theor. Math. Phys.* **2** (1998) 231.
2. S S Gubser, I R Klebanov, and A M Polyakov, *Phys. Lett. B* **28** (1998) 105.
3. E Witten, *Adv. Theor. Math. Phys.* **2** (1998) 253.
4. E Biglar and F Loran, *Iran. J. Phys. Res.* **4** (2006) 179 (Persian).
5. J Casalderrey-Solana, *et al.*, “*Gauge/String Duality, Hot QCD and Heavy Ion Collisions*”, Cambridge University Press, (2014).
6. J Zaanen, *et al.* “*Holographic Duality in Condensed Matter Physics*”, Cambridge University Press, (2015)..
7. K Bitaghsir Fadafan and S Mojarad Laman jouee. *Iran. J. Phys. Res.* **2** (2018) 190 (Persian).
8. K Bitaghsir Fadafan, *Iran. J. Phys. Res.* **3** (2019) 51 (Persian).
9. S Parvizi and M Sadeghi. *Iran. J. Phys. Res.* **1** (2020) 139 (Persian).
10. S Sachdev, *Ann. Rev. Condensed Matter Phys.* **3** (2012) 9.
11. S A Hartnoll, A Lucas and S Sachdev, [arXiv:1612.07324].
12. A Sean. *Class. Quant. Grav.* **26** (2009) 224002.
13. J McGreevy, *Adv. High Energy Phys.* (2010) 723105.
14. G Policastro, D T Son and A O Starinets, *Phys. Rev. Lett.* **87** (2001) 081601.
15. P Kovtun, D T Son and A O Starinets, *JHEP* **10** (2003) 064.
16. A Buchel and J T Liu, *Phys. Rev. Lett.* **93** (2004) 090602.
17. P Kovtun, D T Son and A O Starinets, *Phys. Rev. Lett.* **94** (2005) 111601.
18. A Adams, *et al.* *New J. Phys.* **14** (2012) 115009.
19. L Landau, *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **32** (1957) 59 [Sov. Phys. JETP **5** (1957) 101].
20. W R Abel, A C Anderson and J C Wheatley, *Phys. Rev. Lett.* **17** (1966) 74.
21. D Pines and P Nozieres, “*The Theory of Quantum Liquids*”, vol. 1. W.A. Benjamin, Inc. New York City, 1 ed., (1966).
22. A Karch, D T Son and A O Starinets, *Zero Sound from Holography*”, [arXiv:0806.3796].
23. M Kulaxizi and A Parnachev, *Phys. Rev. D* **78** (2008) 086004.
24. D Nickel and D T Son, *New J. Phys.* **13** (2011) 075010.
25. R A Davison and A O Starinets, *Phys. Rev. D* **85** (2012) 026004.
26. C P Herzog, *Phys. Rev. D* **68** (2003) 024013.
27. C Hoyos-Badajoz, A O’Bannon, and J M S Wu, *JHEP* **09** (2010) 086.
28. B H Lee, D W Pang and C Park, *JHEP* **11**(2010) 120.
29. P Dey and S Roy, *Phys. Rev. D* **88** (2013) 046010.
30. B S DiNunno, *et al.*, *JHEP* **04** (2014) 149.
31. C F Chen and A Lucas, *Phys. Lett. B* **774** (2017) 569.
32. X O Camanho and J D Edelstein, *JHEP* **1004** (2010) 007.
33. M Brigante, *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **100** (2008) 191601.
34. K B Fadafan and S K Tabatabaei, *Eur. Phys. J. C* **74** (2014) 2842.
35. M Atashi, K Bitaghsir Fadafan, [arXiv:1906.11621v1 [hep-th] 13 Jun 2019]
36. R G Cai, *Phys. Rev. D* **65** (2002) 084014.
37. Richard A. Davison and Blaise Goutéraux. *JHEP* **1501** (2015) 039
38. M Baggioli, *et al.*, *Phys. Rept.* **865** (2020) 1.