



مطالعه مؤلفه $\varphi\theta$ تانسور تنش در قرص‌های پیش سیاره‌ای

مهدی نژادکهنوجی و مریم قاسم‌نژاد بافنده*

دانشکده فیزیک، دانشگاه شهید باهنر کرمان، کرمان

پست الکترونیکی: m.ghasemnezhad@uk.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۴۰۲/۰۴/۱۰؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۴۰۲/۰۶/۰۸)

چکیده:

شواهد رصدی و محاسبات عددی نشان می‌دهد که قرص‌های پیش‌سیاره‌ای اطراف اجسام ستاره‌ای جوان (YSOs) از لحاظ گرانشی ناپایدار هستند و خودگرانش در چنین قرص‌هایی حائز اهمیت است. ناپایداری گرانشی و کاهش جرم از قرص به شکل باد در نواحی سرد میانی این قرص‌ها، سازوکار غالب در انتقال تکانه زاویه‌ای به بیرون و برافزایش در چنین قرص‌هایی است. ساختار چنین قرص‌هایی به اهنگ سرد شدن آنها وابسته است. در این تحقیق با استفاده از جواب‌های نیمه تحلیلی خودمشابهی در مختصات کروی و با فرضیات حالت پایا و تقارن محوری، معادلات هیدرودینامیکی قرص را با حضور مؤلفه تانسور تنش در راستای عمودی ($t_{\varphi\theta}$) مطالعه کرده‌ایم. این مؤلفه مربوط به انتقال تکانه زاویه‌ای به بیرون ناشی از باد است. نتایج ما نشان می‌دهد که قرص از لحاظ گرانشی ناپایدار است. ناپایداری گرانشی به عنوان منبع وشکسانی سبب گرم شدن قرص می‌شود و نتایج ما نشان می‌دهد با افزایش سرمایش مقدار پارامتر Q کاهش می‌یابد؛ زیرا گرمایش ناشی از ناپایداری گرانشی نمی‌تواند با سرمایش مقابله کند و در نتیجه قرص کپه کپه می‌شود و سیارات شکل می‌گیرند. نتایج نشان می‌دهد که مؤلفه عمودی تانسور تنش سبب می‌شود تا قرص نازک‌تر و سردتر شده و باد با شدت بیشتر در عرض‌های کوچک‌تر شکل بگیرد. ما نشان داده‌ایم تأثیر مؤلفه عمودی تانسور تنش در بدنه قرص از وشکسانی تلاطمی بیشتر است.

واژه‌های کلیدی: برافزایش، قرص‌های برافزایشی، خودگرانش، قرص‌های پیش سیاره‌ای، شکل‌گیری سامانه‌های سیاره‌ای

۱. مقدمه

جسم مرکزی متراکم در مرکز قرص می‌تواند منبع اصلی انرژی این اجرام باشد. لذا شکل‌گیری قرص‌های برافزایشی اطراف جسم مرکزی به عنوان یکی از جذاب‌ترین اجرام نجومی در عالم، توجه اخترشناسان را به خود جلب کرد. مطالعه گسترده قرص‌های برافزایشی از این واقعیت نشأت می‌گیرد که این سامانه‌ها منبع اصلی تابش دریافتی از بسیاری از اجسام جالب اخترفیزیکی نظیر کوازارها، فوران‌های پرتو گاما و دوتایی‌های پرتو ایکس هستند و می‌توانند گستره وسیعی از پدیده‌ها همچون تحول سیاه‌چاله‌های پرجرم در هسته‌های فعال کهکشانی تا شکل‌گیری ستاره‌ها و سیارات در قرص‌های پیش

ظهور نجوم رادیویی در نیم قرن گذشته منجر به کشف اختروش‌ها شد. تابندگی بسیار بالای این منابع نقطه‌گونه با قمرگرایی بالا باعث حیرت اخترشناسان در آن زمان بود. انرژی هسته‌ای که تا آن زمان به عنوان منبع قوی انرژی در عالم شناخته شده بود نمی‌توانست مقادیر عظیم انرژی آزاد شده توسط این اجرام را تأمین کند [۱]. مرجع [۲] راه حلی را ارائه دادند که در آن، انرژی پتانسیل گرانشی آزاد شده ناشی از سقوط مواد از یک قرص برافزایشی در حال چرخش بر روی

سیاره‌ای را توضیح دهند. مواد برافزایشی چرخان در سامانه‌های برافزایشی که عمدتاً از گازهای هیدروژن تشکیل شده‌اند تحت تأثیر میدان گرانش جسم مرکزی به آرامی و به صورت مارپیچی بر روی جسم مرکزی فروریزش می‌کنند و تحت عامل وشکسانی انرژی و تکانه زاویه‌ای را از دست می‌دهند. همراه با فروریزش گازها بر روی جسم مرکزی، انرژی بستگی گرانشی آزاد شده تبدیل به تابش می‌شود و این تابش در گستره وسیعی از طول موج‌های الکترومغناطیسی قابل آشکارسازی خواهد بود. در این چهار دهه گذشته مقالات بی‌شماری در زمینه قرص‌های برافزایشی با ارائه مدل‌های متنوع و گوناگونی همچون مدل قرص‌های نازک استاندارد شاکورا و سانئوف (SSD)، قرص‌های برافزایشی با پهن‌رفت غالب (ADAF)، قرص‌های باریک (Slim Disk) و قرص‌های پف کرده (Puffy Disk) توسط محققین نوشته شده است [۳-۸]. مقالات مروری مراجع [۹] و [۱۰] به تفصیل در مورد ساختار انواع قرص‌ها و ویژگی‌های آنها می‌پردازند. هر کدام از این مدل‌ها موفقیت‌ها و شکست‌هایی داشته‌اند. مدل استاندارد شاکورا و سانئوف نخستین مدل نظری موفق در توصیف قرص‌های اطراف هسته‌های فعال کهکشانی با تابندگی معمولی و قرص‌های پیش‌سیاره‌ای است اما همراه با شکست‌هایی در توجیه تابندگی‌های بالا و پایین است. مدل استاندارد موسوم به مدل آلفا، یک قرص سرد و از لحاظ هندسی نازک و نوری غلیظ را بیان می‌کند به طوری که تمام انرژی اتلاف شده در اثر وشکسانی تلاطمی بلافاصله پس از تولید، به طور موثری تابش می‌شود. زمانی نه چندان دور می‌پنداشتیم پیدایش سیارات فرایند نادری است. اما کشف بیش از ۵۰۰۰ سیاره فراخورشیدی، نشان داد که چنین نیست. هنوز به درستی مشخص نیست چگونه از قرص متشکل از ذرات گاز و گرد و غبار، سیارات به وجود می‌آیند به ویژه آن که به لحاظ رصدی مطالعه مراحل اولیه تکوین و پیدایش سیارات یک چالش جدی است. از همین روست که چندی است فناوری‌های نوین امکان تصویربرداری مستقیم از قرص‌های پیش‌سیاره‌ای را فراهم آورده‌اند. امروزه می‌توانیم در طول موج‌های فروسرخ نظاره‌گر چنین قرص‌هایی باشیم؛ قرص‌هایی که در آنها سیارات در حال

تولد هستند. رصد چنین سامانه‌هایی امکانی منحصر به فرد برای درک فرایندهای نحوه تشکیل سیارات نظیر همان فرایندهایی است که احتمالاً به پیدایش منظومه شمسی منجر شد. قرص‌های پیش‌سیاره‌ای هم به لحاظ تئوری و هم به لحاظ مشاهدات رصدی مورد توجه محققین قرار گرفته است. تصویربرداری‌ها با وضوح بالا توسط پروژه آما از قرص‌های پیش‌سیاره‌ای نشان می‌دهد که آنها ساختارهایی نظیر حلقه‌های روشن و تاریک، ساختارهای مارپیچی، شکاف‌ها و توده‌ها و سیارات جوان دارند [۱۱]. در این قرص پیش‌سیاره‌ای، متانول در حالت گازی به عنوان یکی اجزای سازنده حیات و ترکیبات آلی یافت شده است [۱۲-۱۳]. لذا این داده‌های رصدی سبب افزایش علاقمندی به مطالعه این نوع از قرص‌ها شده است.

در همه انواع قرص‌های برافزایشی سازوکار اصلی که نقش عمده در انتقال تکانه زاویه‌ای و در نتیجه برافزایش در قرص بازی می‌کند، وشکسانی است. این تلاطم تولید شده در قرص‌ها بسته به شرایط قرص و نوع آن می‌تواند شامل فرایندهایی چون ناپایداری مغناطی دورانی (MRI)، ناپایداری گرانشی، ناپایداری همرفتی و باد باشد. البته هنوز ابهاماتی درباره ماهیت تلاطم وجود دارد. ناپایداری مغناطی دورانی در نواحی داغ درونی قرص‌های پیش‌سیاره‌ای سازوکار غالب در انتقال تکانه زاویه‌ای است. شواهد رصدی و محاسبات عددی نشان می‌دهد که قرص‌های پیش‌سیاره‌ای اطراف اجسام ستاره‌ای جوان (YSOs) از لحاظ گرانشی ناپایدار هستند و خودگرانش در چنین قرص‌هایی حائز اهمیت است. ناپایداری گرانشی و خروج جرم از قرص به شکل باد در نواحی سرد میانی این قرص‌ها مسئول انتقال تکانه زاویه‌ای و برافزایش در چنین قرص‌هایی هستند [۱۴-۲۲]. ناپایداری گرانشی در قرص‌های برافزایشی با معیار تومره $Q = \frac{C_s \Omega}{\pi G \Sigma}$ که نسبت جرم ستاره مرکزی به جرم قرص اطراف آن است بیان می‌شود. در این رابطه پارامتر بدون بعد تومره، C_s سرعت صوت، Ω سرعت زاویه‌ای کپلری و Σ چگالی سطحی قرص است. زمانی که جرم قرص اطراف ستاره مرکزی قابل مقایسه با جرم ستاره مرکزی باشد اثر خودگرانش مهم می‌شود. شرط تومره

برای رشد ناپایداری و تکه تکه شدن این است که باید $Q \leq 1$ باشد. شبیه سازی‌های عددی نشان می‌دهد که با گذشت زمان، مقدار پارامتر تومره به مقدار بحرانی خودش نزدیک می‌شود لذا این معیار تومره به منظور تضمین تکه تکه شدن و تشکیل شدن سیارات کافی نیست و معیار دومی برای ناپایداری گرانشی توسط گامی در سال ۲۰۰۱ ارائه شد که نشان داد علاوه بر معیار ناپایداری تومره برای وجود ناپایداری گرانشی و تکه تکه شدن، قرص باید با یک آهنگ نسبتاً سریع سرد شود. گامی مقیاس زمانی سرمایش را به صورت $\beta = \frac{t_{cooling}}{t_{dyn}}$ تعریف کرد و نشان داد برای تکه تکه شدن قرص و تشکیل سیارات باید مقیاس زمانی سرمایش از مضربی از مقیاس دینامیکی قرص کمتر باشد ($\beta \approx 3$) تا سامانه از نظر گرانشی ناپایدار شود [۲۲-۲۴]. قرص‌های نازک به دلیل کوچک بودن ضخامت قرص به شعاع آن، آهنگ سرمایش باعث تغییرات دما می‌شود. هرچه آهنگ سرد شدن در این قرص‌های نازک سریع‌تر باشد شرایط تکه تکه بیشتر فراهم می‌شود بنابراین از مدل استاندارد یا الگوی وشکسانی آلفا برای بررسی ساختار قرص‌های پیش‌سیاره‌ای استفاده می‌کنیم. برای مطالعه ساختار قرص‌های برافزایشی انتخاب بهترین الگوی وشکسانی اهمیت دارد. محققین زیادی تنها مؤلفه سمتی شعاعی تانسور وشکسانی تلاطمی ($t_{r\theta}$) که مربوط به تنش برافزایشی است را به عنوان تنها مسئول انتقال تکانه زاویه‌ای در مدل‌های خود در نظر گرفته‌اند و فرض کردند این مؤلفه متناسب با فشار گاز است و پارامتر بدون بعد وشکسانی α را در این رابطه معرفی کردند که کلیه عوامل ناشناخته درباره ماهیت تلاطم در این پارامتر گنجانده شده است. همچنین محققین زیادی نیز از مدل بتا برای بررسی تحول قرص‌های خودگرانشی استفاده کردند و نشان دادند که مدل بتا در قرص‌های خودگرانشی با طیف رصدی به دست آمده از قرص‌های پیش‌سیاره‌ای در توافق است. همچنین محققین نشان داده‌اند که ساختار و تحول قرص‌های خودگرانشی اطراف ستاره تازه متولد شده در دو الگوی بتا و آلفا متفاوت است ولی به خاطر وجود نایقینی‌های زیادی در مورد مسئله، تلاطم این دو الگو از نظر ساختار فیزیکی در یک

سطح هستند و هر دو الگو برای توضیح تنش تلاطمی در مدل‌های قرص‌های پیش‌سیاره‌ای استفاده می‌شوند [۳، ۲۸-۲۵].

مطالعه روی ساختار و تحول قرص‌های خودگرانشی از طریق روش‌های تحلیلی، نیمه تحلیلی و شبیه‌سازی صورت گرفته و مطالعه قرص‌های پیش‌سیاره‌ای خودگرانشی عمدتاً به روش شبیه‌سازی صورت گرفته و به روش تحلیلی کمتر بررسی شده است [۲۹ و ۳۰]. در سامانه‌های برافزایشی نظیر قرص‌های پیش‌سیاره‌ای، اجسام ستاره‌ای جوان و هسته‌های فعال کهکشانی، حضور باد (به عنوان سازوکار کاهش جرم قرص) توسط مشاهدات رصدی تأیید شده است. سازوکارهای ایجاد کننده باد می‌توانند عواملی چون تابش در نواحی بیرونی قرص‌های پیش‌سیاره‌ای و میدان مغناطیسی در نواحی درونی قرص باشند. باد می‌تواند باعث انتقال تکانه زاویه‌ای به بیرون از قرص در راستای عمودی شود [۳۱-۳۳]. در این مقاله می‌خواهیم مؤلفه تانسور تنش در راستای عمودی ($t_{\theta\theta}$) که مربوط به انتقال تکانه زاویه‌ای به بیرون ناشی از باد است را بررسی کنیم که در مقالات پایه‌ای در بررسی و مطالعه قرص‌های پیش‌سیاره‌ای کمتر به آن پرداخته شده است. مرجع [۳۴] اثر سرمایش را در ساختار قرص‌های پیش‌سیاره‌ای با حضور باد مطالعه کردند و تنها مؤلفه سمتی شعاعی تانسور وشکسانی تلاطمی ($t_{r\theta}$) را در بررسی ساختار عمودی قرص در دستگاه کروی در نظر گرفتند. نتایج مرجع [۳۴] نشان می‌دهد که با افزایش آهنگ سرد شدن در قرص، ضخامت قرص کاهش می‌یابد و معیار تومره به صورت $Q < 1$ برای تکه تکه شدن قرص فراهم می‌شود. در این تحقیق برای نخستین بار ما با گسترش کار مرجع [۳۴] و وارد کردن نیروی وشکسانی عمودی می‌خواهیم ساختار عمودی قرص را با حضور باد و نیروهای خودگرانشی در راستاهای عمودی و شعاعی مطالعه کنیم و نتایج تحقیق را با نتایج به دست آمده توسط مرجع [۳۴] مقایسه کنیم. معادلات اساسی به همراه فرضیات مسئله را در قسمت بعدی بیان می‌کنیم و راه-حل‌های خودمشابهی در قسمت ۳ ارائه خواهند شد و در قسمت

و معادله پواسون

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \frac{\partial \psi}{\partial r}) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta \frac{\partial \psi}{\partial \theta}) = 4\pi G \rho, \quad (6)$$

که $\Omega (= \omega/r)$ سرعت زاویه‌ای، u_r سرعت شعاعی، u_θ سرعت عمودی، u_ϕ سرعت چرخشی، ρ چگالی قرص، p فشار گاز، ψ پتانسیل خودگرانشی قرص و $\Omega_K (= \sqrt{\frac{GM^*}{r^3}})$ سرعت زاویه‌ای کپلری است. همچنین e ، انرژی درونی است که به صورت $e = \frac{p}{\rho(\gamma-1)}$ تعریف می‌شود که γ ضریب

گرمای ویژه گاز است. آهنگ سرمایه‌گذاری به صورت $q_{cool} = \frac{\rho e}{t_{cool}}$ بیان می‌شود و همانطور که در مقدمه عنوان شد، زمان سرمایه‌گذاری t_{cool} به صورت βt_{dyn} تعریف می‌شود به طوری که مقیاس زمانی دینامیکی قرص $t_{dyn} = \frac{1}{\Omega}$ است. تانسور تنش سمتی شعاعی $t_{r\phi}$ و تانسور تنش عمودی $t_{\theta\phi}$ به صورت زیر بیان می‌شوند:

$$t_{r\phi} = \rho v r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v_\phi}{r} \right), \quad (7)$$

$$t_{\theta\phi} = \rho v \left[\frac{\sin \theta}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{v_\phi}{\sin \theta} \right) \right], \quad (8)$$

که v ضریب وشکسانی سینماتیکی است که بر اساس مدل آلفا به صورت $v = \frac{\alpha p_g}{\rho \Omega_K} = \alpha C_s H$ است. تمام متغیرها تابع مختصه شعاعی r و مختصه عمودی θ است. در این مدل می‌خواهیم اثر باد را بررسی کنیم، بنابراین سرعت در راستای مختصه عمودی $(v_\theta)\theta$ را مخالف صفر در نظر گرفته‌ایم.

۳. راه حل‌های خودمشابه

روش خودمشابهی یک روش مفید در بسیاری از زمینه‌های تحقیقاتی در اخترفیزیک است که پیچیدگی حل معادلات دیفرانسیلی جزئی را کاهش می‌دهد. برای حل معادلات (۱) تا (۶) از این تکنیک استفاده می‌کنیم. اگرچه این روش قادر به بیان جزئیات در نزدیکی مرزهای قرص نیست ولی با حدس اولیه جواب‌ها یک درک فیزیکی مناسب از مدل را فراهم می‌کند. لذا کمیات مسئله را به صورت توان‌هایی از شعاع حدس می‌زنیم. سپس در معادلات جایگذاری می‌کنیم و این

۴ نمودارها و نتایج نمایش داده می‌شود. جمع‌بندی و خلاصه تحقیق به قسمت ۵ اختصاص یافته است.

۲. فرمول‌بندی مسئله و فرضیات حاکم

هدف ما بررسی ساختار قرص‌های خودگرانشی است که در آن مؤلفه تانسور تنش در راستای عمودی $(t_{\theta\theta})$ نقش مهمی در معادله حرکت و انرژی ایفا می‌کند. معادلات پایستگی جرم، تکانه، انرژی و پواسون را در مختصات کروی با فرض تقارن محوری $(\frac{\partial}{\partial \phi} = 0)$ و حالت پایا $(\frac{\partial}{\partial t} = 0)$ به دست می‌آوریم و از اثرات نسبیتی صرف نظر می‌کنیم. برای سادگی از پتانسیل نیوتنی $(-\frac{GM^*}{r})$ استفاده می‌کنیم که برای راه-حل‌های خودمشابهی مناسب‌تر هستند که G ثابت گرانشی و M^* جرم ستاره مرکزی است.

با دنبال کردن مرجع [۳۴] و فرضیات بالا و وارد کردن تانسور تنش در راستای عمودی $(t_{\theta\theta})$ ، معادلات اساسی شار به صورت زیرند:

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \rho v_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\rho v_\theta \sin \theta) = 0, \quad (1)$$

سه مؤلفه معادله حرکت:

$$v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \left(\frac{\partial v_r}{\partial \theta} - v_\theta \right) - \frac{v_\phi^2}{r} = -\frac{GM}{r^2} - \frac{\partial \psi}{\partial r} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r}, \quad (2)$$

$$v_r \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \left(\frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} - v_r \right) - \frac{v_\phi^2}{r} \cot \theta = -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} - \frac{1}{\rho r} \frac{\partial p}{\partial \theta}, \quad (3)$$

$$v_r \frac{\partial v_\phi}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_\phi}{\partial \theta} + \frac{v_\phi}{r} (v_r + v_\theta \cot \theta) = \quad (4)$$

$$\frac{1}{\rho r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 t_{r\phi}) + \frac{1}{\rho r} \left(\frac{\partial}{\partial \theta} t_{\theta\phi} \cot \theta \right) +$$

$$\frac{1}{\rho r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (t_{\theta\phi} \sin \theta),$$

معادله انرژی با در نظر گرفتن سهم گرمایش ناشی از وشکسانی تلاطمی، وشکسانی عمودی و سرمایه‌گذاری ناشی از تابش $(q_{adv} = q_{vis_{r\phi}} + q_{vis_{\theta\phi}} - q_{cool})$:

(۵)

$$\rho [u_r \frac{\partial e}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial e}{\partial \theta}] - \frac{p}{\rho} [u_r \frac{\partial \rho}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial \rho}{\partial \theta}] = r t_{r\phi} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v_\phi}{r} \right) +$$

$$\frac{1}{r} t_{\theta\phi} \frac{\partial u_\phi}{\partial \theta} - t_{\theta\phi} \frac{v_\phi}{r} \cot \theta - \frac{p \Omega}{\beta(\gamma-1)},$$

$$\frac{d^2\psi}{d\theta^2} + \psi \cot\theta = 4\pi\rho, \quad (19)$$

از معادله (۱۹) پارامتر n را ۳ به دست می‌آوریم و در بقیه معادلات (۱۴) تا (۱۸) مقدار n را جایگزین می‌کنیم.

۴. نتایج

شش معادله بدون بعد شده (۱۴) تا (۱۹) را با استفاده از شرایط مرزی مناسب در صفحه استوا به طور عددی حل می‌کنیم. شش کمیت مجهول مسئله $\psi(\theta), p(\theta), \rho(\theta), v_r(\theta), v_\theta(\theta), \Omega(\theta)$ از حل معادلات به دست می‌آیند. پارامترهای آزاد و بدون بعد β (پارامتر مقیاس زمانی سرمایه‌ش) و α (پارامتر بدون بعد و شکسانی) هستند. ما فرض می‌کنیم شماره تقارن بازتابی نسبت به صفحه استوا دارد [۵]. لذا مقادیر شماره در صفحه استوا $(\theta = \frac{\pi}{4})$ به صورت زیرند:

$$\frac{d\Omega}{d\theta} = \frac{dv_r}{d\theta} = \frac{dp}{d\theta} = \frac{d\rho}{d\theta} = \frac{d\psi}{d\theta} = 0 = v_\theta, \quad (20)$$

$$\rho = 1, \psi = -1, \quad (21)$$

با قرار دادن شرایط مرزی (۲۰) و (۲۱) در معادلات اصلی مسئله یعنی در (۱۴) تا (۱۹)، معادلات زیر را در صفحه استوا به دست می‌آوریم و سپس با استفاده از این معادلات، کمیات مجهول در صفحه استوا را استخراج می‌کنیم.

$$\frac{dv_\theta}{d\theta} = \frac{3}{2}v_r, \quad (22)$$

$$-\frac{1}{2}v_r^2 - \Omega^2 = -2 + 4\rho, \quad (23)$$

$$\frac{1}{2}v_r\Omega = \alpha p \left[\frac{3}{2}\Omega + \frac{d^2\Omega}{d\theta^2} \right], \quad (24)$$

$$\left(3 - \frac{1}{\gamma-1} \right) v_r = \frac{9}{4}\alpha\Omega^2 - \frac{\Omega}{\beta(\gamma-1)}, \quad (25)$$

$$\frac{d^2\psi}{d\theta^2} = 4\pi, \quad (26)$$

اگر در روابط (۲۲) تا (۲۶) جمله $\frac{d^2\Omega}{d\theta^2}$ را که مربوط به حضور مؤلفه عمودی تانسور تنش در معادله حرکت است برابر صفر فرض کنیم به راحتی می‌توانیم از معادلات جبری جفت‌شده بالا، کمیات شماره را در صفحه استوا پیدا کنیم. ولی اکنون حضور این جمله سبب شده که تعداد مجهولات مسئله $(\Omega, p, \frac{d^2\Omega}{d\theta^2}, v_r)$ از تعداد معادلات موجود در صفحه استوا ((۲۳) تا (۲۶)) کمتر

توان‌ها به دست می‌آیند. معادلات (۱) تا (۶) را با استفاده از این جواب‌های خودمشابهی شعاعی بدون بعد می‌کنیم:

$$v_{r,\theta}(r, \theta) = v_r \left(\frac{r}{r_0} \right)^{-\frac{1}{2}} v_{r,\theta}(\theta), \quad (9)$$

$$v_\theta(r, \theta) = v_\theta \left(\frac{r}{r_0} \right)^{-\frac{1}{2}} \sin\theta \Omega(\theta), \quad (10)$$

$$\rho(r, \theta) = \rho_0 \left(\frac{r}{r_0} \right)^{-n} \rho(\theta), \quad (11)$$

$$p(r, \theta) = p_0 \left(\frac{r}{r_0} \right)^{-n-1} p(\theta), \quad (12)$$

$$\psi(r, \theta) = \psi_0 \left(\frac{r}{r_0} \right)^{-1} \psi(\theta), \quad (13)$$

در روابط بالا $v_r \left(= \sqrt{\frac{GM^*}{r}} \right)$ سرعت کپلری، $\rho_0 \left(= \frac{M}{r_0^3} \right)$ چگالی، فشار $p_0 (= \rho_0 v_r^2)$ و پتانسیل خودگرانشی $\psi_0 (= v_r^2)$ در شعاع مشخصه r_0 از قرص هستند. با قرار دادن روابط خودمشابهی بالا در معادلات اساسی شماره، وابستگی شعاعی معادلات را حذف می‌کنیم و نهایتاً معادلات را بر حسب کمیات‌های بدون بعد تابع θ به دست می‌آوریم. معادلات دیفرانسیلی جفت شده به دست آمده زیر را با استفاده از شرایط مرزی از استوای قرص $(\theta = \frac{\pi}{4})$ تا قطبین $(\theta = 0)$ انتگرال‌گیری می‌کنیم.

$$\rho \left[\left(\frac{3}{2} - n \right) v_r + \frac{dv_\theta}{d\theta} + v_\theta \cot\theta \right] + v_\theta \frac{d\rho}{d\theta} = 0, \quad (14)$$

$$-\frac{1}{2}v_r^2 + v_\theta \frac{dv_r}{dr} - v_\theta^2 - \Omega^2 \sin^2\theta = -1 + \psi + (n+1) \frac{p}{\rho}, \quad (15)$$

$$+\frac{1}{2}v_r v_\theta + v_\theta \frac{dv_\theta}{d\theta} - \Omega^2 \sin\theta \cos\theta = -\frac{d\psi}{d\theta} - \frac{1}{\rho} \frac{dp}{d\theta}, \quad (16)$$

$$+\frac{1}{2}\rho v_r \Omega \sin\theta + \rho v_\theta \frac{d\Omega}{d\theta} \sin\theta + 2\rho v_\theta \Omega \cos\theta = \alpha p \left[\frac{3}{2}(n-2)\Omega \sin\theta + 3 \frac{d^2\Omega}{d\theta^2} \cos\theta + \frac{d^2\Omega}{d\theta^2} \sin\theta \right] + \alpha \frac{dp}{d\theta} \frac{d\Omega}{d\theta} \sin\theta, \quad (17)$$

$$\left(n - \frac{1}{\gamma-1} \right) v_r p + \frac{v_\theta}{\gamma-1} \left(\frac{dp}{d\theta} - \gamma \frac{p}{\rho} \frac{d\rho}{d\theta} \right) = \frac{9}{4} \alpha p \Omega^2 \sin^2\theta + \alpha p \left(\frac{d\Omega}{d\theta} \right)^2 \sin^2\theta - \frac{p\Omega \sin\theta}{\beta(\gamma-1)}, \quad (18)$$

شکل ۱، اثرات آهنگ سرمایه‌ش قرص (آهنگ سرمایه‌ش با افزایش مقیاس زمانی سرمایه‌ش β کاهش می‌یابد) و اثرات وشکسانی را روی سرعت شعاعی (فروریزش) و سرعت صوت (دمای قرص) نشان می‌دهد. همانطور که مشاهده می‌شود دمای قرص با افزایش سرمایه‌ش کاهش می‌یابد در حالی که پارامتر وشکسانی، سرعت صوت را افزایش می‌دهد. همچنین مقدار دمای قرص در صفحه استوا بیشینه است و هر چه به سمت سطح قرص $(\theta - \theta_0)$ های کوچک‌تر (پیش می‌رویم دمای قرص کاهش می‌یابد. دلیل این امر را در دو نمودار بالایی شکل ۱ که مربوط به فروریزش مواد است توضیح می‌دهیم.

همانطور که در این دو نمودار نشان داده شده است سرعت شعاعی در صفحه استوایی قرص $(\theta_0 \leq \theta \leq 90)$ مقادیر منفی دارد (این منطقه را نواحی فروریزش می‌نامیم یعنی مواد سیال به سمت جرم مرکزی حرکت می‌کنند) و هر چه به سمت سطح قرص پیش می‌رویم مقدار فروریزش کاهش می‌یابد و در یک زاویه مشخص θ_0 ، مقدار صفر خواهد داشت و برای نواحی $\theta_0 \leq \theta \leq \theta_b$ مقادیر مثبت می‌شوند. به این ناحیه، منطقه باد گفته می‌شود. انتگرال گیری عددی از معادلات حاکم بر سامانه برای نواحی $(\theta < \theta_b)$ گسترش پیدا نمی‌کند؛ زیرا نقاط تکین در برنامه عددی ظاهر می‌شود. مقدار θ_b برای هر نمودار با مقادیر مختلف آهنگ سرمایه‌ش و وشکسانی متفاوت است و هر کدام از راه حل‌ها در این زاویه مشخص θ_b متوقف می‌شوند. خط افقی در دو نمودار بالایی، مرز این دو منطقه را نشان می‌دهد.

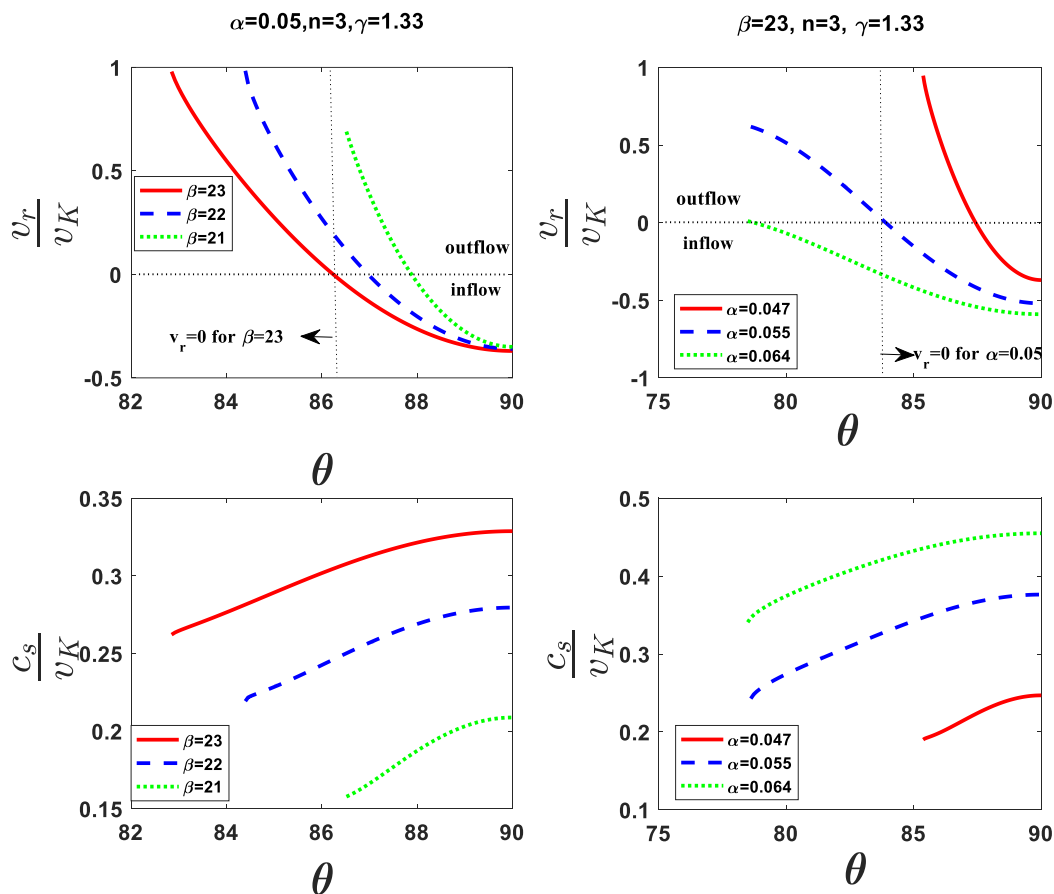
در دو نمودار، مقدار θ_0 برای حالت $\alpha = 0.055, \beta = 23$ مقدار $\theta_0 \approx 86/40$ است. همانطور که در شکل ۱ می‌بینیم ضخامت قرص با افزایش پارامتر β (یا کاهش آهنگ سرد شدن قرص) افزایش می‌یابد که این نتیجه با یافته‌های مرجع [۳۴] همخوانی دارد. همچنین اثر وشکسانی در افزایش سرعت فروریزش مواد را در نمودار سمت راستی شکل ۱ مشاهده می‌کنیم. از آنجا که نقش هر دو نوع وشکسانی اعمال شده در مسئله، انتقال تکانه زاویه‌ای به بیرون و فروریزش با سرعت بالاتر است لذا با افزایش پارامتر α ضخامت قرص

باشد. از آنجا که هیچ قید فیزیکی دیگری نیز در مسئله حضور ندارد بنابراین یکی از این کمیات ناشناخته، مثلاً ما در این کار مطابق با مرجع [۳۵] سرعت شعاعی (v_r) ، را در صفحه استوا به عنوان پارامتر آزاد انتخاب می‌کنیم. روش حل ما به این صورت است که ابتدا یک سرعت شعاعی در صفحه استوا حدس می‌زنیم و سپس با استفاده از معادلات (۲۳) تا (۲۵) کمیت‌های مجهول در صفحه استوا یعنی $(\Omega, p, \frac{d^2\Omega}{d\theta^2})$ را به دست می‌آوریم. همچنین از فشار و چگالی قرص در صفحه استوا می‌توانیم سرعت صوت (c_s) در صفحه استوای قرص را نیز به دست آوریم. حال که همه کمیات مسئله در صفحه استوا مشخص شدند شروع به انتگرال گیری از معادلات (۱۴) تا (۱۹) از صفحه استوا آغاز می‌شود و تا زاویه مشخص (θ) گسترش می‌یابد و در این زاویه، سرعت شعاعی صفر می‌شود و فراتر از این زاویه یعنی $(\theta < \theta_0)$ نواحی باد را خواهیم داشت. یک قید فیزیکی در این زاویه (θ_0) که مربوط به ضخامت قرص است وجود دارد. از آنجا که مقیاس ارتفاع قرص (H) به صورت
$$\frac{c_s}{\Omega_K} \approx \left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) r$$
 است، بنابراین مقدار سرعت صوت در این زاویه θ_0 به صورت زیر است:

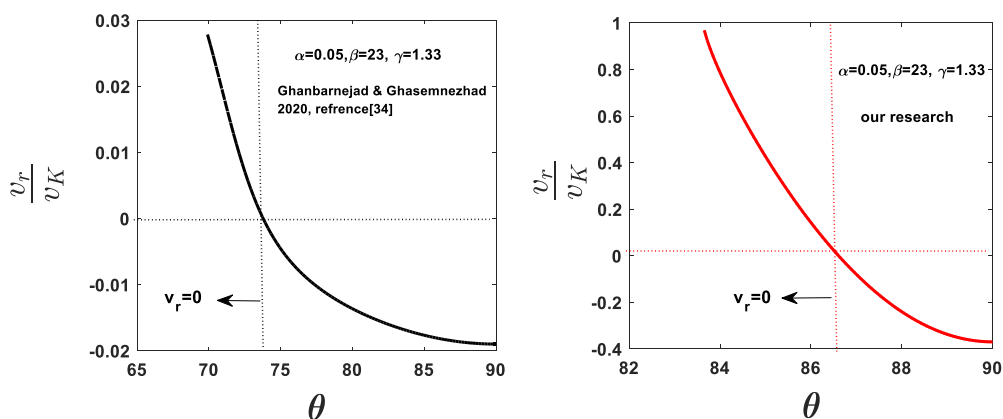
$$c_s(\theta_0) \approx \left(\frac{\pi}{2} - \theta_0\right), \quad (27)$$

ما این شرط فیزیکی را قید باد می‌نامیم و از این شرط باد برای به دست آوردن جواب درست و فیزیکی استفاده می‌کنیم. بنابراین با حدس یک مقدار برای سرعت شعاعی در صفحه استوا، انتگرال-گیری از معادلات را با دانستن تمام کمیات در صفحه استوا شروع می‌کنیم و قید باد یعنی رابطه (۲۷) را در نقطه‌ای که سرعت شعاعی صفر می‌شود یعنی زاویه θ_0 ، چک می‌کنیم. اگر معادله (۲۷) برقرار بود آنگاه حدس اولیه ما برای v_r در صفحه استوای قرص درست است ولی اگر قید باد ارضا نشود باید حدس اولیه v_r را آنقدر تغییر دهیم تا این قید فیزیکی برقرار شود.

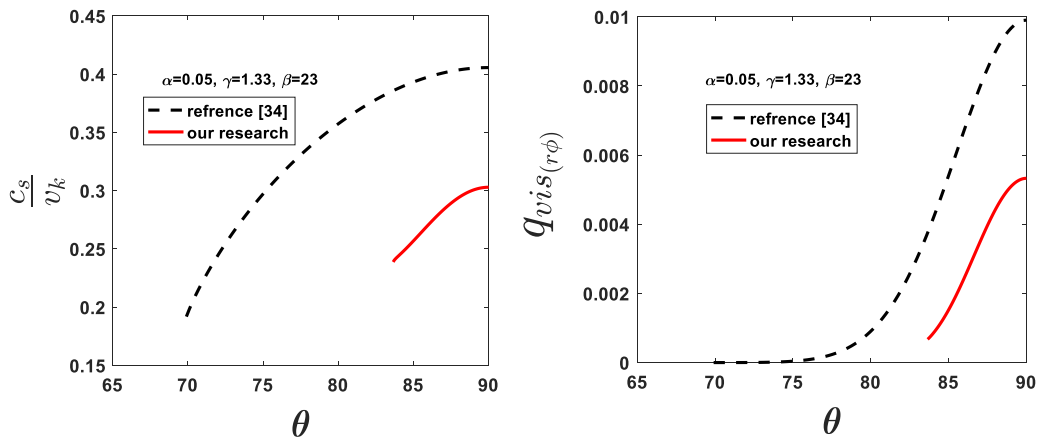
هدف اصلی این پژوهش با دنبال کردن مرجع [۳۴]، مطالعه نیروی وشکسانی عمودی و اثرات آن بر ساختار عمودی قرص با حضور باد و نیروهای خودگرانشی است. نتایج در شکل‌های ۱ تا ۵ نمایش داده شده است.



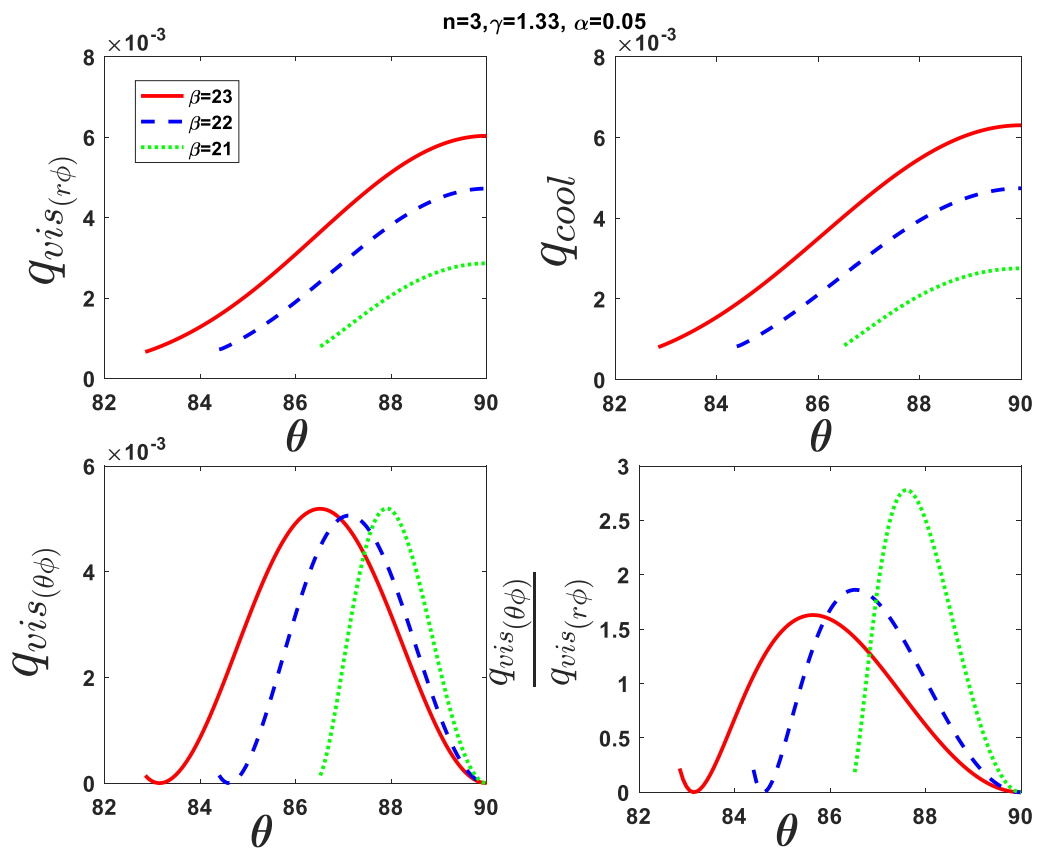
شکل ۱. رفتار زاویه‌ای (یا رفتار عمودی) سرعت شعاعی و سرعت صوت برای مقادیر مختلف پارامتر مقیاس زمانی سرمایه‌گذاری β (نمودارهای سمت چپ) و پارامتر وشکسانی α (نمودارهای سمت راست).



شکل ۲. مقایسه رفتار زاویه‌ای سرعت شعاعی در پژوهش کنونی (نمودار سمت راست) و مرجع [۳۴] (نمودار سمت چپ).



شکل ۳. مقایسه رفتار زاویه‌ای سرعت صوت و آهنگ گرمایش و شکسانی ناشی از مؤلفه $r\phi$ در پژوهش کنونی (نمودار سمت راست) و مرجع [۳۴] (نمودار سمت چپ).



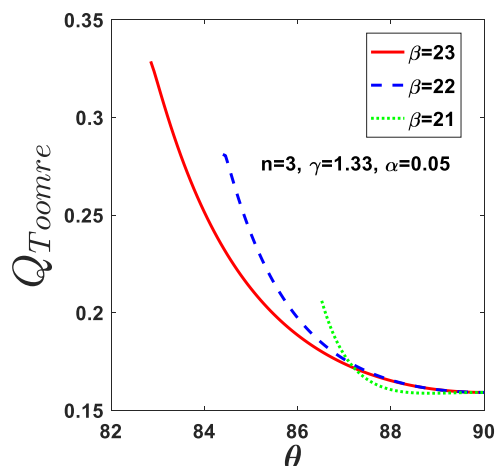
شکل ۴. رفتار زاویه‌ای آهنگ گرمایش ناشی از تلاطم (مؤلفه $r\phi$)، آهنگ سرمایش تابشی، آهنگ گرمایش ناشی از انتقال تکانه زاویه‌ای توسط باد ($\theta\phi$) و نسبت دو نوع گرمایش برای مقادیر مختلف پارامتر مقیاس زمانی سرمایش β .

مقداری و بزرگی در صفحه استوای قرص با آهنگ‌های گرمایش ناشی از وشکسانی تلاطمی برابری می‌کند. هر چه به سمت سطح قرص پیش می‌رویم از این مقدار سرماییش نیز کاسته می‌شود و هر دو با افزایش پارامتر β در سامانه افزایش می‌یابند به طوری که این دو جمله در معادله انرژی با کاهش مقیاس زمانی سرد شدن می‌توانند سبب کپه کپه شدن قرص خودگرانشی و تشکیل توده‌ها شوند.

رفتار آهنگ وشکسانی عمودی در قرص $q_{vis}(\theta\varphi)$ (این مؤلفه مربوط به انتقال تکانه زاویه‌ای در راستای عمودی توسط باد است) حایز اهمیت است. در شکل ۴ مشاهده می‌شود که در استوای قرص و در سطح قرص این مؤلفه مقدار صفر دارد و نقش سرماییش در استوای قرص را آهنگ پهن‌رفت انرژی q_{adv} (سمت چپ معادله انرژی) بازی می‌کند؛ زیرا رابطه $q_{vis}(r\varphi) = q_{cool}$ هم در استوای قرص و هم در سطح قرص برقرار است. در بدنه قرص یعنی در بازه $(\theta \leq \theta \leq 90)$ مقدار وشکسانی عمودی نقش غالب در قرص را بازی می‌کند که منجر به برافزایش با مقادیر بالاتر در زوایای بزرگ‌تر ولی کاهش ضخامت قرص و برون‌ریزش ماده به شکل باد با قدرت بالاتر در ضخامت‌های کوچک‌تر قرص می‌شود (مثلاً برای حالت $\beta = 21$ ، $\alpha = 0.055$ مقدار این بازه تقریباً بین $87 \leq \theta \leq 89$ است). با افزایش پارامتر β بازه زاویه‌ای تأثیرگذاری وشکسانی عمودی بزرگ‌تر می‌شود. بنابراین در بدنه قرص آهنگ سرماییش ناشی از پهن‌رفت با آهنگ گرمایش وشکسانی عمودی در تعادل خواهند بود که این منجر به نازک شدن قرص خواهد شد.

۵. نتیجه‌گیری

شیبه‌سازی‌های عددی از قرص‌های خودگرانشی نشان می‌دهند که تحول چنین سامانه‌هایی قویاً به آهنگ سرد شدن (عکس پارامتر β) آنها وابسته است. قرصی که در این پژوهش در نظر گرفتیم یک قرص خودگرانشی است؛ زیرا $(\frac{c_s}{v_\varphi} = \frac{H}{r})$ و همچنین برای یک قرص خودگرانشی باید شرط $(\frac{1}{2} \frac{H}{r} M^* < M_{disk} \leq M^*)$ برقرار باشد. به عنوان مثال برای



شکل ۵. رفتار زاویه‌ای پارامتر تومره برای مقادیر مختلف آهنگ سرماییش.

افزایش می‌یابد و منطقه باد در زوایای کوچک‌تر شروع می‌شود و سرعت برون ریزش مواد به شکل باد کاهش می‌یابد. در شکل ۲ و ۳ مقایسه‌ای بین این پژوهش به لحاظ مقداری با مرجع [۳۴] انجام شده است. همانطور که در شکل ۲ مشاهده می‌شود با وارد کردن مؤلفه عمودی تانسور تنش $(t_{\theta\varphi})$ ، مقادیر سرعت فروریزش و سرعت باد حدوداً ۱۰ برابر شده است و همچنین ضخامت قرص با وارد کردن این مؤلفه عمودی تانسور تنش $(t_{\theta\varphi})$ کاهش می‌یابد و باد در زوایای بزرگ‌تر (ضخامت کوچک‌تر) می‌تواند با قدرت بالاتری شکل بگیرد. مؤلفه تانسور تنش در راستای عمودی $(t_{\varphi\theta})$ مربوط به انتقال تکانه زاویه‌ای به بیرون ناشی از باد می‌شود و این مؤلفه $t_{\varphi\theta}$ همانطور که در شکل ۳ نشان داده شده است موجب کاهش دمای قرص می‌شود و کمک به سرد شدن قرص می‌کند و قرص را نازک‌تر می‌کند.

در شکل ۴ اثرات آهنگ سرماییش قرص بر روی آهنگ‌های گرمایش ناشی از وشکسانی تلاطمی مؤلفه $(t_{r\varphi})$ ، گرمایش ناشی از وشکسانی عمودی مؤلفه $(t_{\theta\varphi})$ ، نسبت این دو نوع گرمایش و قدر مطلق آهنگ سرماییش ناشی از تابش در معادله انرژی را مطالعه کرده‌ایم. همانطور که می‌بینیم آهنگ گرمایش ناشی از وشکسانی تلاطمی مؤلفه $(t_{r\varphi})$ در صفحه استوای قرص مقدار بیشینه دارد و باعث گرم شدن قرص می‌شود و هر چه به سمت سطح قرص می‌رویم مقدار این جمله کاهش می‌یابد. قدر مطلق آهنگ سرماییش ناشی از تابش نیز به لحاظ

نتایج نشان می‌دهد که ضخامت قرص و دمای قرص با افزایش سرمایش (کاهش مقدار β) در قرص کاهش می‌یابد. شکل ۵ نشان می‌دهد که قرص از لحاظ گرانشی ناپایدار است، چون معیار تومره ($Q < 1$) برآورده شده است و ناپایداری گرانشی به عنوان منبع وشکسانی سبب گرم شدن قرص می‌شود و مشاهده می‌کنیم با افزایش سرمایش مقدار Q کاهش می‌یابد؛ زیرا گرمایش ناشی از ناپایداری گرانشی نمی‌تواند با سرمایش مقابله کند و در نتیجه قرص کپه کپه می‌شود و سیارات شکل می‌گیرند.

نتایج نشان می‌دهد که مؤلفه عمودی تانسور تنش سبب می‌شود تا قرص نازک‌تر شده و باد با شدت بیشتر در عرض‌های کوچک‌تر شکل بگیرد. این مؤلفه باعث کاهش دمای قرص در بدنه آن می‌شود که نقش این مؤلفه از وشکسانی تلاطمی پررنگ‌تر است. در کارهای آینده برای بررسی دقیق‌تر ساختار قرص‌های خودگرانش، همه مؤلفه‌های تانسور تنش را می‌توانیم در معادلات حرکت و انرژی وارد کنیم و نقش هر یک از این نیروها را در مطالعه ساختار شعاعی و عمودی قرص مطالعه کنیم.

قرص‌های پیش‌سیاره‌ای ضخامت قرص از مرتبه $(\frac{H}{r} \approx 0.1)$ است و در مدل ما با افزایش سرمایش $(\frac{H}{r} \approx 0.1, \beta = 21)$ در قرص چنین مرتبه‌ای از ضخامت قرص را به دست می‌آوریم و بنابراین جرم قرص از مرتبه جرم ستاره مرکزی است و لذا یک قرص خودگرانشی محسوب می‌شود، بنابراین ضخامت قرص در مقابل شعاع آن بسیار کوچک نیست و ما معادلات حاکم بر مسئله را در دو بعد r, θ بررسی کرده ایم. در این تحقیق با دنبال کردن فرض مدل استاندارد قرص‌های برافزایشی و با استفاده از جواب‌های نیمه تحلیلی خودمشابهی در مختصات کروی و با فرضیات حالت پایا و تقارن محوری، معادلات حاکم بر یک قرص خودگرانشی را با حضور باد که عامل اصلی انتقال تکانه زاویه‌ای به بیرون است را حل کرده ایم. همانطور که در مقدمه اشاره کردیم باد نقش پر رنگ در مؤلفه عمودی تانسور تنش وشکسانی بازی می‌کند. در این پژوهش حضور مؤلفه تانسور تنش در راستای عمودی $(t_{\theta\phi})$ که مربوط به انتقال تکانه زاویه‌ای به بیرون ناشی از باد است را بررسی کردیم که در مقالات پایه‌ای در بررسی و مطالعه قرص‌های پیش‌سیاره‌ای، کمتر به آن پرداخته شده است.

مراجع

1. S Kato, J Fukue, and S Mineshige, "Black-Hole Accretion Disks - Towards a New Paradigm", Kyoto University Press (2008).
2. Y B Zeldovich, *SSSR* **155** (1964) 67.
3. N I Shakura and R A Sunyaev, *A&A* **24** (1973) 337.
4. R Narayan and I Yi, *Astrophys. J.* **428** (1994) L13.
5. R Narayan and I Yi, *Astrophys. J.* **444** (1995) 231.
6. M A Abramowicz, et al., *Astrophys. J.* **332** (1988) 646.
7. M J Rees, et al., *Nature* **295** (1982) 17.
8. D Lanc'ova', et al., *Astrophys. J.* **884** (2019) L37.
9. F Yuan and R Narayan, *Annual Review of Astronomy and Astrophysics* **52** (2014) 529.
10. P J Armitage, *Annual Review of Astronomy and Astrophysics* **49** (2011) 195.
11. S Nayakshin, et al., *Mon. Notices Royal Astron. Soc.* **495**, 1 (2020) 285.
12. W Catherine, et al., *Astrophys. J. Lett.* **823** (2016) 10.
13. C Favre, et al., *Astrophys. J. Lett.* **862**, 1 (2018) L2.
14. K Kratter., G Lodato, *ARA&A* **54** (2016) 271K.
15. X -N Bai, *Astrophys. J.* **821**(2016) 80B.
16. X -N Bai and J M Stone, *Astrophys. J.* **769** (2013) 76.
17. S Balbus and J F Hawley, *Astrophys. J.* **376** (1991) 214B.
18. D N C Lin and J E Pringle, *MNRAS* **225** (1987) 607.
19. R R Rafikov, *Astrophys. J.* **804** (2015) 62.

20. W K M Rice, G Lodato, and P J Armitage , *MNRAS* **364** (2005) L56.
21. C E J Terquem, *Astrophys. J.* **689** (2008) 532.
22. A Toomre, *Astrophys. J.* **139** (1964) 1217.
23. C F Gammie, *Astrophys. J.* **553** (2001) 174.
24. G Lodato, *Nuovo Cimento Riv. Ser.* **30** (2007) 293.
25. S Shadmehri, *A&A* **460** (2006) 357.
26. W J Duschl, P A Strittmatter, and P L Biermann, *A&A* **357** (2000) 1123.
27. M Ghasemnezhad, *Iranian Journal of Physics Research* **21** (2022) 4 (Persian).
28. S Abbassi, J Ghanbari, and F Salehi, *A&A* **460** (2006) 357.
29. M Shadmehri and S M Ghoreyshi, *MNRAS* **488** (2019) 4623.
30. F Khajenabi, M Shadmehri, M E Pessah, and R G Martin, *MNRAS* **475** (2018) 5059.
31. J Bally, B Reipurth, and C J Davis, “*in Protostars and Planets V.* Univ”. Arizona Press, Tucson, AZ (2007) 215.
32. T Matsakos, P Tzeferacos, and A Konigl, *MNRAS* **463** (2016) 2716M.
33. C Combet and J Ferreira, *A&A* **479** (2008) 481.
34. H Ghanbarnejad and M Ghasemnezhad, *MNRAS* **496** (2020) 434.
35. G Xu and X Chen, *ApJL* **489** (1997) L29.