

به کارگیری مسیرهای بوهمی در تقلیل گرانشی تابع موج

فرامرز رحمانی* و مهدی صادقی

گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه آیت ا... بروجردی، بروجرد

پست الکترونیکی: faramarz.rahmani@abru.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۴۰۲/۰۸/۲۹؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۴۰۲/۱۱/۳۰)

چکیده

در این تحقیق، تقلیل گرانشی تابع موج را که در مکانیک کوانتومی استاندارد بررسی شده است، در چارچوب مکانیک کوانتومی بوهمی مورد مطالعه قرار می‌دهیم. به عنوان یک نگاه جدید به مسئله، تقلیل تابع موج را با مطالعه دینامیک حرکت ذره که در چارچوب کوانتوم بوهمی قابل تعریف است بررسی می‌کنیم. در این راستا، کمیت‌هایی مانند جرم بحرانی تقلیل، زمان تقلیل و دمای تقلیل که مشابه با دمای آنرو است، به طور سیستماتیک به دست می‌آید.

واژه‌های کلیدی: مکانیک کوانتومی بوهمی، پتانسیل کوانتومی، تقلیل گرانشی تابع موج، تقلیل تابع موج

۱. مقدمه

با ظهور مکانیک کوانتومی، مفاهیمی مانند مسیر، نیرو، دترمینیسم و تجسم حرکت ذرات در دنیای اتمی و آنچه که در فیزیک کلاسیک رایج بود کم رنگ شد. دلیل آن این بود که با نگاه کلاسیکی و مفاهیم مربوط به آن امکان توصیف پدیده‌هایی که در آزمایشگاه مشاهده شده بودند، وجود نداشت. با حاکمیت نگاه پوزیتیویستی در آن دوران این ایده جا افتاد که دانش ما حداقل در بحث دنیای اتم و زیر اتمی محدود به کمیتی است که در آزمایشگاه قابل اندازه‌گیری است. این تفکرات باعث شد که فیزیک کوانتومی استاندارد متولد شود. در این نگرش مسیر حرکت برای ذرات معنی ندارد و تنها باید به یک توصیف احتمالی از طبیعت با حاکمیت معادله موج شرودینگر یا روابط بین عملگرها و ماتریس‌ها بسنده کرد [۱ و ۲]. معادله موج شرودینگر بیشتر ابزاری برای محاسبه است و توصیفگر واقعیت‌های فیزیکی نیست. وقتی همین معادله شرودینگر در

مکانیک کوانتومی بوهمی به دو معادله همزمان پیوستگی و هامیلتون-ژاکوبی تجزیه می‌شود، پای توصیف و درک بیشتر از طبیعت به میان می‌آید که واقعا کار ساده‌ای نیست. مکانیک کوانتومی بوهمی، "کلام آخر" نیست بلکه عنوان می‌کند که امکان نگاه تعینی به دنیای کوانتومی وجود دارد [۳-۶]. این سخنی بود که بوهم در همان نخستین روزهای ارائه ایده‌اش بیان کرد. مکانیک کوانتومی بوهمی چیست؟ پاسخ به این سؤال در این مقاله نمی‌گنجد ولی سعی می‌کنیم به اختصار توضیحاتی بدهیم. مکانیک کوانتومی بوهمی به دنبال رویکردهای فیزیک کلاسیک که یک سامانه فیزیکی توسط یک معادله هامیلتون-ژاکوبی توصیف می‌شود بنا شده است. البته در اینجا یک هامیلتون-ژاکوبی تعمیم یافته داریم که نسبت به فیزیک کلاسیک جمله‌ای بنام "پتانسیل کوانتومی" دارد. پتانسیل کوانتومی رفتارهای غیر کلاسیکی به سامانه کوانتومی می‌دهد. در واقع بوهم نشان داد که امکان نگاه تعینی به دنیای کوانتومی وجود دارد. در این این رویکرد، برای ذرات می‌توان ویژگی‌های

آنسامبلی از مسیرهای مختلف برای ذره روبه‌رو هستیم. به عبارت دیگر مسیر ذره از معادله هدایت

$$\dot{\mathbf{x}} = \frac{1}{m} (\nabla S)_{\mathbf{x}=\mathbf{x}(t)}, \quad (5)$$

پیروی می‌کند که نشان می‌دهد ذره در آنسامبل، بر مسیر $\mathbf{x}(t)$ حرکت می‌کند. در اینجا ∇S همان تکانه ذره و S تابع کنش ذره است. در مکانیک کلاسیک تابع کنش S به موج $\Psi(\mathbf{x}, t)$ که ذره را هدایت می‌کند وابسته نیست [۶]. اما در اینجا ذره اطلاعات حرکتی خود را از طریق فاز تابع موج می‌گیرد.

اکنون که به اختصار درباره مکانیک کوانتومی بوهمی صحبت کردیم بجا است که مختصری به تقلیل گرانشی تابع موج کوانتومی بپردازیم.

در تقلیل گرانشی تابع موج عقیده بر این است که گرانش، دینامیک ذره را به سوی موضعیت بیشتر می‌برد و عاملی برای تقلیل تابع موج است. اگر بخواهیم مرزی را که دنیای کوانتومی و کلاسیکی را به هم متصل می‌کند از طریق جرم ذره به عنوان یک کمیت عینی تخمین بزنیم، ناچار پای گرانش به میان می‌آید. در واقع با خود-گرانشی ذره کار می‌کنند. ممکن است خود-گرانشی برای یک ذره (ذره نقطه-ای) تعبیر پذیر نباشد اما در چارچوب مکانیک کوانتومی و مفهوم توزیع احتمال در فضای پیکربندی می‌توان چنین مفهومی را با نگاهی ابزارگرایانه تعریف کرد. اولین بار کارولیهازی^۱ فیزیکدان مجاری به شکل سیستماتیک نحوه عملکرد گرانش یا انحنای فضا زمان در کاهش تابع موج را در چارچوب کوانتوم استاندارد نشان داد و ثابت کرد یک ذره هنگامی که جرمش حدود جرم پلانک $10^{-8} kg$ باشد (در واقع با این جرم یک ذره بنیادی نیست)، تقلیل تابع موج را تجربه می‌کند [۱۰]. می‌بینیم که در حال صحبت از تقلیل تابع موج هستیم ولی بحث اندازه‌گیری نیست بلکه خود-گرانشی ذره یا انحنای فضا زمان ناشی از جرم خود ذره است که باعث موضعیت و تقلیل تابع موج می‌شود. رهیافتی که کارولیهازی و سپس دیوسی و پنروز توسعه دادند بر مبنای عدم قطعیت در متریک یا کار کردن با آنسامبلی از فضا زمان‌ها است. برای داشتن یک فضا زمان به جای آنسامبلی

اختصاصی در نظر گرفت که پیش از اندازه‌گیری نیز وجود دارند. اندازه‌گیری باعث می‌شود که مقدار یک کمیت خاص پس از اثر اندازه‌گیری به دست آید و سامانه پیش از آن، معادلات حرکت تعینی دارد. البته وقتی توزیع احتمال را همان توزیع احتمال بورن $\rho = |\Psi|^2$ می‌گیریم، نتایج مکانیک کوانتومی استاندارد به دست می‌آید [۷]. روشی که بوهم در پیش گرفت این بود که شکل قطبی تابع موج یعنی

$$\psi(\mathbf{x}, t) = R(\mathbf{x}, t) \exp\left(\frac{iS(\mathbf{x}, t)}{\hbar}\right), \quad (1)$$

را در معادله شرودینگر قرار داد و به دسته معادلات زیر رسید.

$$\begin{cases} \frac{\partial S}{\partial t} + \frac{(\nabla S)^2}{2m} + V + Q = 0, \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\frac{\rho \nabla S}{m} \right) = 0. \end{cases}, \quad (2)$$

در اینجا Q پتانسیل کوانتومی غیر نسبیتی بوهم است که مسئول رفتارهای کوانتومی ذره است و به شکل زیر است:

$$Q = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\nabla^2 R}{R} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\nabla^2 \sqrt{\rho}}{\sqrt{\rho}}, \quad (3)$$

لازم به ذکر است که روش بوهم تنها روش ممکن نیست و می‌توان با روش‌هایی که اصلاً نیازی به معادله شرودینگر نیست، پتانسیل کوانتومی بوهم و حتی درجات بالاتر آن را که شامل مشتقات مرتبه بالاتر دامنه موج است استخراج کرد [۸] و [۹]. جزئیات جالب این پتانسیل و رفتارهای غیر موضعی و غیر کلاسیکی آن را می‌توان در مرجع [۶] مطالعه کرد. دینامیک کوانتومی یک ذره بدون اسپین توسط رابطه زیر داده می‌شود:

$$m\ddot{\mathbf{x}} = -\nabla V - \nabla Q, \quad (4)$$

که $-\nabla Q$ همان نیروی کوانتومی است. مشاهده می‌شود که اگر نیروی کلاسیکی هم صفر باشد باز یک نیروی کوانتومی وجود دارد. چنین مفهومی در کوانتوم استاندارد جایی ندارد. ویژگی آماری در مکانیک کوانتومی بوهمی یک ویژگی ذاتی نیست ولی به علت عدم اطلاع از همه پارامترها و متغیرهای دخیل در مسئله بازهم توصیف احتمالی به میان می‌آید و با

۲. تقلیل گرانشی تابع موج در مکانیک کوانتومی استاندارد

در ادامه، به دو روش در چارچوب تقلیل گرانشی تابع موج در کوانتوم استاندارد به شکل بسیار مختصر می‌پردازیم؛ زیرا نتایج آن را برای مقایسه با رویکرد بوهمی نیاز داریم.

۲.۱. رهیافت دیوسی در یافتن جرم بحرانی گذار و توجیه تقلیل تابع موج

دیوسی در مقاله [۱۳] جرم بحرانی لازم برای گذار از دنیای کوانتومی به دنیای کلاسیکی را با استفاده از معادله شرودینگر-نیوتن به دست آورد. بدین شکل که خود-گرانشی ذره برخلاف پهن‌شدگی بسته موج ذره آزاد که در کوانتوم استاندارد توسط اصل عدم قطعیت توجیه می‌شود، عمل می‌کند و در جایی که تعادلی برقرار شود جواب پایایی به شکل کلی $\phi(\mathbf{x})e^{-iE_n t/\hbar}$ را می‌توان در نظر گرفت و با آن تابعی هامیلتونی معادله شرودینگر-نیوتن را اکستریم کرد. در این راستا پهنای مشخصه و جرم بحرانی لازم برای گذار به دست می‌آید. معادله شرودینگر-نیوتن تک ذره به شکل زیر نوشته می‌شود:

$$i\hbar \frac{\partial \psi(\mathbf{x}, t)}{\partial X} = \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 - Gm^2 \int \frac{\psi(\mathbf{x}', t)}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|} d^3 \mathbf{x}' \right) \psi(\mathbf{x}, t), \quad (6)$$

با در نظر گرفتن جواب‌های پایا و وردش تابعی هامیلتونی این معادله، پهنای مشخصه به شکل زیر است:

$$\sigma_c = \frac{\hbar^2}{Gm^2}, \quad (7)$$

می‌بینیم که در سمت چپ یک کمیت غیر عینی به کمیات عینی در سمت راست معادله مربوط شده‌اند. اکنون می‌توان گفت که بسته موجی با پهنای σ_c چه جرمی داشته باشد که در مرز دنیای کلاسیک و کوانتومی قرار بگیرد. همچنین جرم بحرانی را برای یک σ_c مشخص می‌توان به صورت زیر تعریف کرد:

$$m_c = \left(\frac{\hbar^2}{G\sigma_c} \right)^{\frac{1}{3}}, \quad (8)$$

با یک σ_c مشخص، ذرات با جرم بیشتر از m_c رفتار کلاسیکی دارند و با جرم کمتر از آن رفتار کوانتومی از خود نشان می‌دهند.

از فضا زمان‌ها، تابع موج لزوماً باید تقلیل یابد. در آنسامبلی از فضا زمان‌ها امکان تعریف یک سامانه پایدار کوانتومی وجود ندارد. لذا برای داشتن یک سامانه پایدار ناچار باید حالت کوانتومی سامانه در حضور گرانش به یک حالت خاص فرو ریزد. این ایده پایه‌ای برای توسعه بیشتر موضوع توسط دانشمندان در دهه‌های بعدی شد. بعدها پروز در دهه ۹۰ میلادی توضیح می‌دهد که گرانشی کردن کوانتوم یا نزدیک کردن کوانتوم به اصول نسبیت عام می‌تواند به تقلیل تابع موج منجر شود. یعنی حفظ اصولی مانند هموردایی عام یا اصل هم‌ارزی در سطح کوانتومی منجر به تقلیل تابع موج می‌شود [۱۱ و ۱۲]. از آنجا که این تقلیل به مخلوطی از حالت‌ها منجر می‌شود لذا با یک سامانه آماری روبه‌رو هستیم و سامانه‌های آماری ذاتاً نامتعیین نیستند.

تقلیل تابع موج از طریق اندازه‌گیری نیز صورت می‌گیرد. پروز نشان می‌دهد که جرم دستگاه اندازه‌گیری که جرمی ماکروسکوپی است باعث تقلیل تابع موج ذره یا سامانه می‌شود. چون که تابع موج دستگاه اندازه‌گیری با تابع موج سامانه کوانتومی درهم‌تنیده است وقتی تابع موج دستگاه اندازه‌گیری فرو می‌ریزد به تبع آن تابع موج سامانه که با آن درهم‌تنیده است نیز تقلیل می‌یابد [۱۱ و ۱۲]. دقت به این نکته جالب است که اثر خود-گرانشی یک ذره در واقع معادل عمل اندازه‌گیری است، ولی نیازی به مشاهده‌گر برای اندازه‌گیری ندارد!

در دهه ۸۰ میلادی، دیوسی با استفاده از معادله شرودینگر-نیوتن که هامیلتونی آن شامل جمله غیر خطی خود-گرانشی است، معیاری برای گذار از دنیای کوانتوم به کلاسیک پیدا کرد [۱۳]. این کار پیش‌تر توسط کارولیهازی، ولی در سطح نسبیتی و استفاده از معادله کلاین-گوردون، انجام شده بود. لازم به ذکر است که در برخی از دیدگاه‌ها، مانند تعبیر چند جهانی [۱۴] تقلیل تابع موج معنی ندارد. تعبیر دیگری نیز برای تقلیل تابع موج وجود دارد مانند تعبیر وادوسی یا تعبیر جهش‌های کوانتومی گیراردی [۱۵-۱۷].

طبق استدلال پرنوز این حالت یک حالت پایسته نیست و در مدت زمان $\frac{\hbar}{\Delta E_G}$ به یکی از حالت‌ها می‌رود؛ زیرا برای ما آنسامبلی از فضا زمان‌ها را به ارمغان می‌آورد و در چنین سامانه‌ای امکان تعریف بردار کیلینگ زمانگونه که پایستگی سامانه را نشان بدهد وجود ندارد.

پرنوز در جایی اشاره می‌کند که فیزیکی که پشت تقلیل تابع موج و همچنین میدان‌های کوانتومی در فضای خمیده است یکی است. در اینجا وقتی گرانش را وارد می‌کنیم با خلأهای مختلفی رو به رو هستیم. از آنجا که برهم‌نهی خلأها منطقی نیست تابع موج تقلیل می‌یابد. نتیجه تقلیل، مخلوطی از بردارهای حالت است؛ مانند ناظری که بر اثر شتاب، خلأ کوانتومی را به شکل گرمایی می‌بیند. ناظر شتابدار با شتاب ویژه a در نظریه میدان‌های کوانتومی در فضای خمیده، دمای $T = \hbar a / \sqrt{\pi K_B c^3}$ را به ذرات خلأ خود که اکنون یک سامانه در حال تعادل ترمودینامیکی هستند (مخلوطی از حالت‌های میدان کوانتومی) نسبت می‌دهد و ناظر اینرسی خلأ را در حالت خالص کوانتومی مشاهده می‌کند. دو خلأ یکسان نیستند. پرنوز می‌گوید در تقلیل تابع موج همین تعبیر وجود دارد. در حضور گرانش یا شتاب (اندازه‌گیری) با مخلوطی از حالت‌ها رو به رو هستیم. قبل از اندازه‌گیری با یک حالت خالص کوانتومی مواجه هستیم. پس یک دمایی نیز در این سازوکار وجود دارد که نزدیک به دمای آنرو است و این دما در حد نیوتنی که سرعت‌ها بسیار از سرعت نور کمتر هستند، قابل چشم‌پوشی است [۱۲]. در واقع تفاوت خلأها در حالت غیر نسبیته نیز وجود دارد ولی خلأ دیگر یک خلأ گرمایی نیست. این که چگونه می‌توان چنین دمایی را در بحث تقلیل تابع موج نشان داد در مکانیک کوانتومی استاندارد بحث نشده است ولی در مکانیک کوانتومی بوهمی امکان تعریف چنین دمایی به راحتی وجود دارد.

در بخش‌های پیش رو با مفهوم مسیرهای بوهمی شرط دیوسی را به دست می‌آوریم و همچنین ثابت می‌کنیم که دمای تقلیل واقعاً شباهت نزدیکی به دمای آنرو دارد.

در کارهای بعدی دیوسی، زمان تقلیل و نتایج بیشتری به دست آمد که نقش گرانش و مفهوم عدم قطعیت در متریک در آن مطالعات به چشم می‌خورد [۱۸].

۲.۲. رهیافت پرنوز در یافتن زمان تقلیل و اشاره به دمای تقلیل

رهیافتی که پرنوز پیش می‌گیرد بر اساس نزدیک کردن مکانیک کوانتومی به اصول نسبیت عام صورت می‌گیرد. شرح کامل آن در این مقاله نمی‌گنجد. ولی مخلص کلام این است که اصالت را به اصول نسبیت عام بدهیم و آنگاه کوانتوم را به آن نزدیک کنیم. به عنوان مثال ذره‌ای را فرض کنید که طبق عدم قطعیت در دو مکان مختلف به شکل همزمان قرار دارد. جمع حالت‌های کوانتومی مربوط به دو مکان مختلف در معادله شرودینگر صدق می‌کند و سامانه بردار کیلینگ خوش تعریفی دارد. در حضور خود-گرانشی ذره یا انحنای فضا زمان ناشی از جرم خود ذره، سامانه‌ای به وجود می‌آید که بردار کیلینگ خوش تعریفی ندارد و چنین سامانه‌ای در مدت زمان

$$\tau = \frac{\hbar}{\Delta E_G}, \quad (9)$$

وامی باشد که همان زمان تقلیل تابع موج است. در اینجا ΔE_G عدم قطعیت در خود-گرانشی ذره است. در واقع وقتی ذره طبق عدم قطعیت مکانی خود در جاهای مختلفی قرار دارد، در هر جا انحنای فضا زمان را ایجاد می‌کند که می‌توان به این انحناءها تابع حالت کوانتومی نسبت داد. آنگاه حالت کل پایسته نیست و فرو می‌پاشد. به دو نکته باید دقت کرد. نخست این که حالت کوانتومی فضا زمان به معنی کوانتیده کردن فضا زمان نیست. دوم این که این نظریه‌ها مؤثر هستند و زمینه با یک متریک تثبیت شده در نظر گرفته می‌شود.

وقتی ذره در غیاب گرانش در دو نقطه مختلف قرار دارد، حالت آن یک برهم‌نهی از حالت‌ها است:

$$|\psi\rangle = \alpha|X\rangle + \beta|Y\rangle, \quad (10)$$

در حالی که در حضور گرانش حالت گرانشی در هر موقعیت را باید وارد کنیم و حالت درهم‌تنیده زیر را بنویسیم:

$$|\psi\rangle = \alpha|X\rangle|g_X\rangle + \beta|Y\rangle|g_Y\rangle, \quad (11)$$

غلبه کند، ذره موضعی بیشتری پیدا می کند و تابع موج مربوطه نیز تقلیل می یابد. دوباره تأکید می کنیم که خود-گرانشی با توجه به مفهوم توزیع احتمال کوانتومی ذره در فضای پیکربندی تعریف می شود و همه کسانی که در کوانتوم استاندارد نیز مفهوم تقلیل گرانشی را مطرح کرده اند اینچنین اندیشه اند.

بردار انحراف بین دو مسیر مجاور به شکل زیر تعریف می شود:

$$\eta^\alpha = \frac{\partial x^\alpha(t, s)}{\partial s}, \quad \alpha = 1, 2, 3 \quad (12)$$

شتاب نسبی بین دو مسیر عبارت است از:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^\nu \eta^\alpha}{\partial t^\nu} &= \frac{\partial^\nu}{\partial t^\nu} \left(\frac{\partial x^\alpha(t, s)}{\partial s} \right) \\ &= \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{\partial^\nu x^\alpha(t, s)}{\partial t^\nu} \right) \\ &= \frac{\partial \alpha^\alpha}{\partial s}, \quad \alpha = 1, 2, 3 \end{aligned} \quad (13)$$

که α^α شتاب برآیند ذره است.

در اینجا دو شتاب داریم: یکی شتاب بوهمی و دیگری شتاب ناشی از خود-گرانشی ذره (Self gravity) که به ترتیب زیرند:

$$\alpha_B^\alpha = -\frac{1}{m} \frac{\partial Q}{\partial x^\alpha}, \quad (14)$$

و دیگری

$$\alpha_g^\alpha = -\frac{1}{m} \frac{\partial U}{\partial x^\alpha}, \quad (15)$$

که U همان انرژی خود-گرانشی است که در معادله شرودینگر-نیوتن ظاهر می شود. به عبارت دیگر

$$\begin{aligned} U &= -Gm^\nu \int \frac{|\Psi(x', t)|^2}{|x - x'|} d^\nu x' \\ &= -Gm^\nu \int \frac{\rho(x', t)}{|x - x'|} d^\nu x', \end{aligned} \quad (16)$$

که $\rho(\mathbf{x}', t)$ توزیع احتمال ذره است.

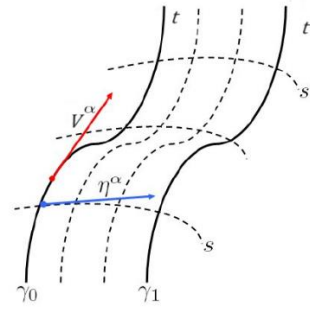
اکنون معادله شتاب انحراف به شکل زیر در می آید:

$$\frac{\partial^\nu \eta^\alpha}{\partial t^\nu} = -\frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{1}{m} \frac{\partial Q}{\partial x^\alpha} + \frac{1}{m} \frac{\partial U}{\partial x^\alpha} \right), \quad (17)$$

که با استفاده از

$$\frac{\partial}{\partial s} = \eta^\alpha \frac{\partial}{\partial x^\alpha}, \quad (18)$$

شکل:



شکل ۱. ذره بر مسیر دلخواهی از آنسامبل بردار مماس بر مسیر، سرعت ذره را نشان می دهد.

۳. تقلیل گرانشی تابع موج با استفاده از مفاهیم مکانیک کوانتومی بوهمی

بحث تقلیل گرانشی تابع موج در مکانیک کوانتومی بوهمی اولین بار در مقاله [۱۹] مطرح شد و در مقالات [۲۰ و ۲۱] بیشتر مورد بررسی قرار گرفت. هدف این بود که با فضای شهودی تری که مکانیک کوانتومی بوهمی ایجاد می کند بتوان یک تصویر روشن-تری از تقلیل داشته باشیم. همچنین ارتباط نزدیکی که مکانیک کوانتومی بوهمی با گرانش دارد ما را ترغیب کرد که این مسئله را بررسی کنیم. در ادامه، تقلیل تابع موج را با دینامیک حرکت ذره بررسی می کنیم که اصلاً جایی در کوانتوم استاندارد ندارد. یکی از ویژگی های مکانیک کوانتومی بوهمی امکان تصویرسازی برای حرکت ذره در دنیای کوانتومی است. مسیرهای بوهمی می توانند نمایشی از تحول سامانه فیزیکی را ارائه دهند. ثابت شده است که مسیرهای بوهمی غیر نسبیتی یکدیگر را قطع نمی کنند [۶]. بنابراین می توان به آنسامبلی از این مسیرها فکر کرد که سرعت ذره بر مسیر دلخواهی برابر با v_α است. شکل ۱ را ببینید. در واقع می خواهیم دینامیک ذره را در میدان خود-گرانشی آن مطالعه کنیم. به این روش که بردار انحراف بین دو مسیر مجاور را بررسی می کنیم، انتظار داریم وقتی نیروی کوانتومی بر نیروی خود-گرانشی غلبه کند انحراف بین مسیرها بیشتر شود. (زیرا نیروی کوانتومی باعث پهن شدن بسته موج و عدم قطعیت بیشتر در مکان ذره می شود و مسیرهای وابسته به ذره از هم واگرا می شوند [۶]). در هنگام گذار، نیروی خود-گرانشی و کوانتومی در تعادل هستند و به مرز بین دنیای کلاسیک و کوانتوم دست می یابیم و هنگامی که نیروی خود-گرانشی بر نیروی کوانتومی

یک تبدیل $x \rightarrow x' + \frac{1}{\gamma} g t^{\tau}$ از یک دستگاه شتابدار به دستگاه اینرسی و بالعکس شکل دامنه در هر دستگاه ناوردا می‌ماند. همچنین می‌توان نشان داد که شکل دامنه بسته موج برای ذره‌ای با سرعت اولیه صفر (این اصطلاح "ذره‌ای با سرعت اولیه صفر" در کوانتوم استاندارد جایی ندارد) در دستگاه کروی به شکل زیر است:

$$R(r) = (\sqrt{2\pi}\sigma^{\tau})^{-\frac{\tau}{2}} \exp\left(-\frac{r^{\tau}}{2\sigma^{\tau}}\right), \quad (25)$$

که در آن

$$\sigma = \sigma_0 \left(1 + \frac{\hbar^{\tau} t^{\tau}}{4m^{\tau}\sigma_0^{\tau}}\right)^{\frac{\tau}{2}}, \quad (26)$$

و در حضور میدان گرانشی همگن، رابطه (۲۵) همان شکل تابع موج گوسی را دارد [۶ و ۲۱]. در واقع با در نظر گرفتن تخمین زمان-کوتاه که در آن $\sigma \approx \sigma_0$ ، می‌توان با دقت خوبی شتاب گرانش را یکنواخت گرفت و دامنه شکل گوسی خود را حفظ کند [۲۱]. همچنین پتانسیل و نیروی کوانتومی نیز شکل خود را حفظ می‌کنند [۲۱]. در آینده که میانگین نیروی گرانش را حساب کنیم متوجه می‌شویم که میانگین شتاب گرانش بر حسب پهنای تابع موج بیان می‌شود و در تخمین زمان کوتاه عملاً با دامنه گوسی مواجه هستیم.

بنا بر این تابع توزیع در دستگاه کروی برابر می‌شود با:

$$\rho(r) = R^{\tau}(r) = (\sqrt{2\pi})^{-\frac{\tau}{2}} \sigma_0^{-\tau} \exp\left(-\frac{r^{\tau}}{2\sigma_0^{\tau}}\right), \quad (27)$$

ابتدا، پتانسیل کوانتومی و پتانسیل خود-گرانشی را به دست می‌آوریم که به ترتیب برابرند با:

$$Q = -\frac{\hbar^{\tau}}{2m} \frac{\nabla^{\tau} R}{R} = -\frac{\hbar^{\tau}}{2m} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial R}{\partial r} \right) = \frac{\hbar^{\tau}}{\lambda m \sigma_0^{\tau}} (\epsilon \sigma_0^{\tau} - r^{\tau}), \quad (28)$$

و

$$U = -\int_0^r \frac{Gm^{\tau}}{r^{\tau}} \rho(r') \epsilon \pi r'^{\tau} dr' = \sqrt{\frac{\tau}{\pi}} \frac{Gm^{\tau}}{\sigma_0} \left(1 - \exp\left(-\frac{r^{\tau}}{2\sigma_0^{\tau}}\right) \right), \quad (29)$$

$$\frac{\partial^{\tau} \eta^{\alpha}}{\partial t^{\tau}} = -\eta^{\alpha} \frac{\partial}{\partial x^{\alpha}} \left(\frac{1}{m} \frac{\partial Q}{\partial x^{\alpha}} + \frac{\partial \phi}{\partial x^{\alpha}} \right), \quad (19)$$

$$\alpha = 1, 2, 3$$

را به خود می‌گیرد. در اینجا از $U = m\phi$ استفاده کرده‌ایم که انرژی پتانسیل گرانشی و پتانسیل گرانشی را به هم مربوط می‌سازد. از این معادله آشکار است که برای داشتن شتاب انحراف صفر و توازی مسیرهای ذره در آنسامبل، باید عبارت درون پرانتز صفر شود. یعنی:

$$\frac{1}{m} \frac{\partial Q}{\partial x^{\alpha}} = -\frac{\partial \phi}{\partial x^{\alpha}}, \quad \alpha = 1, 2, 3 \quad (20)$$

به شکل برداری داریم:

$$\frac{1}{m} \nabla Q = -\nabla \phi, \quad (21)$$

با اعمال عملگر دیورژانس به هر دو طرف معادله و استفاده از این که

$$\nabla^{\tau} \phi = -\epsilon \pi G \rho, \quad (22)$$

خواهیم داشت:

$$\nabla^{\tau} Q = -\epsilon \pi G m \rho, \quad (23)$$

و با توجه به رابطه پتانسیل کوانتومی (۳) داریم.

$$\frac{\hbar^{\tau}}{2m} \nabla^{\tau} \left(\frac{\nabla^{\tau} \sqrt{\rho}}{\sqrt{\rho}} \right) = \epsilon \pi G m \rho, \quad (24)$$

که یک معادله جالب غیر خطی و پیچیده است. اینگونه به نظر می‌رسد که در حالت تعادل یا گذار، اطلاعات کوانتومی و اطلاعات گرانشی هم‌ارز می‌شوند. این معادله در چارچوب کوانتوم بوهمی قابل استخراج و بحث است و ارتباط جالبی را بین گرانش و مشتقات پتانسیل کوانتومی نشان می‌دهد. می‌توان در یک کار مستقل به جواب‌های این معادله پرداخت.

چگونه می‌توانیم جرم گذار را به دست آوریم؟ طبیعتاً باید مقادیر چشمداشتی را در آنسامبلی از مسیرهای ذرات در نظر بگیریم تا به مقادیر لازم به شکل عینی برسیم. باید میانگین هر دو طرف معادله (۲۱) را حساب کنیم تا جرم گذار یا پهنای مشخصه به دست آید.

در مرجع [۶] شکل یک بسته موج گوسی در فضای آزاد و همچنین در یک میدان یکنواخت (مثلاً گرانشی) نشان داده شده است. ثابت شده است که اگر میدان همگن باشد، آنگاه بسته موج شکل گوسی خود را حفظ می‌کند. می‌توان نشان داد که با

افزایش نیروی کوانتومی (رژیم کوانتوم- غالب) پراکندگی و رفتار کوانتومی غالب می‌شود.

با استفاده از رابطه‌های (۲۲) و (۲۳)، معادله انحراف می‌تواند به شکل سه بعدی زیر نوشته شود:

$$\frac{\partial^2 \eta^\alpha}{\partial t^2} = -\frac{4\pi Gm}{3} \left(\frac{\nabla^2 Q}{4\pi Gm^2} + \rho \right) \eta^\alpha, \quad \alpha = 1, 2, 3 \quad (35)$$

در یک رژیم گرانش غالب جمله دوم درون پرانتز را نگه می‌داریم و در رژیم کوانتوم- غالب جمله اول را حفظ می‌کنیم.

۴. زمان تقلیل تابع موج

فرض کنید در رژیم هستیم که نیروی خود-گرانش بر نیروی کوانتومی غلبه دارد و شتاب انحراف در معادله (۱۹) به معادله زیر کاهش می‌یابد:

$$\frac{\partial^2 \eta^\alpha}{\partial t^2} = -\eta^\alpha \frac{\partial}{\partial x^\alpha} \left(\frac{\partial \phi}{\partial x^\alpha} \right), \quad \alpha = 1, 2, 3 \quad (36)$$

که معادل آن از رابطه (۳۵) داریم:

$$\frac{\partial^2 \eta^\alpha}{\partial t^2} = -\frac{4\pi Gm\rho}{3} \eta^\alpha, \quad \alpha = 1, 2, 3 \quad (37)$$

در این حالت مسیرها تمایل به نزدیک شدن به یکدیگر را دارند و موقعیت ذره دقیق‌تر می‌شود و گرانش رفتار کلاسیکی به سامانه می‌دهد. می‌توان معادله حرکت ذره در چنین نیرویی را در مختصات کروی به صورت زیر نوشت:

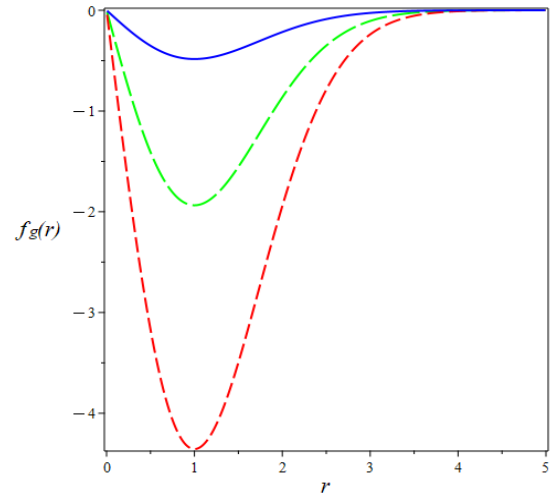
$$f_g = m\ddot{r} = -\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{Gm^2}{\sigma^2} r \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right), \quad \alpha = 1, 2, 3 \quad (38)$$

که می‌توان نشان داد در یک تقریب زمان- کوتاه و با فرض این که در $t = 0$ ذره در $r = r(0) = \sigma$ باشد، معادله حرکت ذره در گرانش خودش به شکل زیر است:

$$r(t) = \sigma - \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{Gm}{\sigma^2} \right) t^2 = \sigma - \frac{1}{2} g t^2, \quad (39)$$

این معادله به راحتی زمان تقلیل تابع موج یا زمانی را که لازم است ذره از $r(0) = \sigma$ به $r(\tau) = 0$ برسد را می‌دهد. در اینجا g به میدان خود-گرانشی ناشی از توزیع کوانتومی اشاره دارد. نتیجه به شکل زیر است:

$$\tau = \left(\frac{\sigma^2}{Gm} \right)^{1/2}, \quad (40)$$



شکل ۲. نیروی خود-گرانشی در تخمین زمان کوتاه. این شکل برای یک پهنای توزیع ثابت و جرم‌های مختلف رسم شده است.

نیروی کوانتومی و نیروی خود-گرانشی به ترتیب زیر می‌شوند:

$$f_q = -\frac{\partial Q}{\partial r} = \frac{\hbar^2 r}{4m\sigma^2}, \quad (30)$$

و

$$f_g = -\frac{\partial U}{\partial r} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{Gm^2}{\sigma^2} r \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right), \quad (31)$$

نیروی کوانتومی در تخمین زمان کوتاه $\sigma \approx \sigma$ رفتار خطی دارد. رفتار نیروی خود-گرانشی را می‌توان در تخمین زمان- کوتاه در شکل ۲ مشاهده کرد. جالب این است که در مرکز توزیع، تکینگی نداریم.

برای به دست آوردن یک ملاک عینی، به متوسط کمیت‌های فوق نیاز داریم که به نتایج زیر می‌رسیم:

$$\bar{f}_q = \int_0^\infty \rho(r) f_q 4\pi r^2 dr = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\hbar^2}{m\sigma^2} \approx \frac{\hbar^2}{m\sigma^2}, \quad (32)$$

$$\bar{f}_g = \int_0^\infty \rho(r) f_g 4\pi r^2 dr = -\frac{1}{\pi} \frac{Gm^2}{\sigma^2} \approx -\frac{Gm^2}{\sigma^2}, \quad (33)$$

با مساوی قراردادن این دو عبارت به می‌رسیم به:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\hbar^2}{Gm^2} \approx \frac{\hbar^2}{Gm^2}, \quad (34)$$

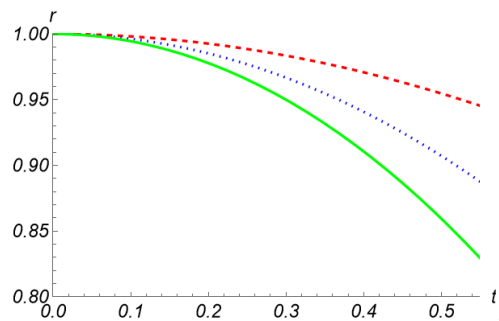
که متناسب با رابطه دیوسی (۷) است. این رابطه می‌تواند رابطه جرم بحرانی (۸) را بدهد. از روابط (۳۲) و (۳۳) واضح است که به ازای یک پهنای ثابت برای بسته موج، با افزایش جرم افزایش نیروی خود-گرانشی و رفتار کلاسیکی (رژیم گرانش- غالب) و قطعیت بیشتری خواهیم داشت و برای جرم‌های کمتر

ذره باید از جرم بحرانی به ازای یک پهنای مشخص σ ، بزرگ‌تر باشد.

با افزایش جرم ذره به ازای یک پهنای ثابت، زمان تقلیل کاهش می‌یابد.

آن پارامتری که در اینجا اثر گذار است، جرم ذره است که می‌توان با استفاده از آن برای اشیاء واقعی که گسترده هستند یک اندازه بحرانی تعریف کرد. در بررسی‌های واقع‌گرایانه‌تر نتایجی برای اندازه بحرانی یک شیئی برآورد شده است. مثلاً در مراجع [۱۳] و [۱۸] تخمین‌هایی برای ابعاد یک شیئی با چگالی‌های عادی زده شده است. رابطه (۷) یا (۳۴) در فوق برای یک ذره نقطه‌ای است. در مرجع [۱۳] ثابت شده است که برای شیئی به شعاع R و چگالی معمول، شعاع بحرانی شیئی حدود $R_c \approx 10^{-5}$ سانتی‌متر است. به عبارت دیگر، برای اجسام گسترده‌تر از این (طبیعتاً جرم بالاتر از جرم بحرانی) رفتار گرانشی غالب است و برای اجسام با گستردگی کمتر از این مقدار (طبیعتاً جرم‌های کمتر از جرم بحرانی) رفتار کوانتومی غالب است. جرم بحرانی برای چگالی‌های معمول حدود جرم پلانک به دست آمده است که مقدارش حدود 10^{-5} گرم است. ناگفته نماند که در رژیم گرانش-غالب، نیروی کوانتومی دقیقاً صفر نیست و در رژیم کوانتوم-غالب نیز نیروی گرانشی دقیقاً صفر نیست؛ درست مانند وضعیتی که در مباحث مربوط به کیهان‌شناسی داریم. وقتی رژیم ماده-غالب را در نظر می‌گیریم، تابش دقیقاً صفر نیست و در رژیم تابش-غالب نیز نمی‌توان گفت اثر ماده به طور کامل صفر است.

رابطه‌های (۳۰) و (۳۱) نشان می‌دهند که با افزایش جرم ذره، نیروی خود-گرانشی و با کاهش آن نیروی کوانتومی غالب می‌شود. فرض کنید شرایط به گونه‌ای است که به ازای یک پهنای بسته موج ثابت، جرم ذره از جرم بحرانی بسیار کمتر باشد به گونه‌ای که بتوان یک رژیم کوانتوم-غالب را در نظر گرفت. آنگاه با استفاده از معادله (۳۰) و نوشتن قانون دوم نیوتن برای ذره‌ای با سرعت اولیه صفر نمودار شماره ۴ را برای مکان ذره بر حسب زمان و جرم‌های مختلف به دست می‌آوریم.

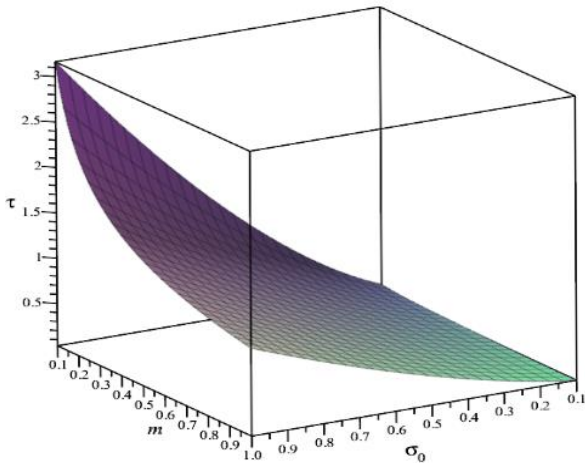


شکل ۳. نمودار معادله حرکت بوهمی ذره برای شرط اولیه $r(0) = \sigma_0$ و سرعت اولیه صفر. با افزایش جرم ذره، زمان تقلیل کاهش می‌یابد.

که با استفاده از رابطه دیوسی (۷) می‌توان آن را به شکل کاملاً عینی به صورت زیر نوشت:

$$\tau = \frac{\hbar^2}{G^2 m^5}, \quad (41)$$

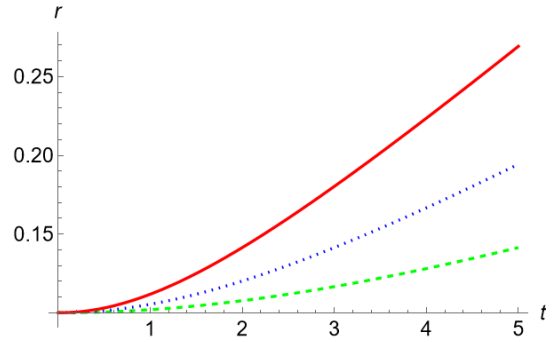
برای رسیدن به معادله (۳۹) از $o\left(\frac{r^2}{\sigma^2}\right)$ در معادله (۳۸) چشم‌پوشی کرده‌ایم. می‌توان امتحان کرد که با وجود همین تقریب نیز زمان تقلیل با زمان تقلیلی که پنروز در رابطه (۹) ارائه داده است متناسب است. در واقع با استفاده از رابطه (۲۹) تفاوت انرژی خود-گرانشی سامانه $\Delta U = |U(\sigma) - U(0)|$ را برای حالت‌هایی که ذره در $r(0) = \sigma$ و در $r(\tau) = 0$ است حساب می‌کنیم و به جای عدم قطعیت در خود-گرانشی ذره در رابطه‌ای که پنروز ارائه داده است یعنی رابطه (۹) قرار می‌دهیم و به راحتی می‌بینیم که منجر به رابطه ما یعنی رابطه (۴۰) می‌شود. یک مزیت رهیافت ما این است که انتگرال انرژی خود-گرانشی با توجه به رویکردی که پیش گرفته‌ایم حتی برای ذره هنگامی که ذره در مرکز توزیع است صفر نمی‌شود؛ چون ذره در آنسامبلی از موقعیت‌های خودش قرار دارد و این نیروها در آنسامبل تعریف می‌شوند. به عبارت دیگر ذره بر روی خودش قرار نمی‌گیرد! البته اگر حساسیت زیادی دارید می‌توان معادله (۳۸) را به شکل عددی بدون هیچ تقریبی، حتی تقریب زمان کوتاه، حل کرد. آنگاه در یک رژیم گرانش-غالب رفتار موقعیت ذره با زمان بسیار نزدیک به رفتار تابع سهمی است که می‌توان در شکل ۳ آن را مشاهده کرد. برای مشاهده چنین رفتاری جرم



شکل ۵. این شکل وضعیت زمان تقلیل بر حسب جرم و پهنای تابع موج را نشان می‌دهد. زمان تقلیل با افزایش پهنای بیشتر می‌شود و با افزایش جرم کمتر می‌شود.

آن چیزی است که ناظر شتابدار در نظریه میدان‌های کوانتومی می‌بیند. ناظر شتابدار خلأ را گرمایی می‌بیند و برای آن دمایی معادل با دمای آنرو به دست می‌آورد. یعنی در حالی که ناظر اینرسی خلأ را در پایه‌های خود بدون هیچ اثر خاصی می‌بیند، ناظر شتابدار آن را به صورت یک سامانه آماری (که طبیعتاً متعین است) با یک دمای معین می‌بیند. این تفاوت خلأها چیزی است که در تقلیل تابع موج نیز اتفاق می‌افتد. می‌توان یک ناظر اینرسی در نظر گرفت و یک ناظر شتابدار و تبدیل بین تابع موج‌های این دو ناظر را بررسی کرد. آنگاه درمی‌یابیم که جمله غیرخطی در این تبدیل باعث می‌شود دو ناظر یک خلأ یکسان را نبینند. گرانش باعث می‌شود که با مخلوطی از حالت‌ها مواجهه شویم. البته در اینجا خلأ، یک خلأ گرمایی نیست ولی قاعدتاً باید دمایی مرتبط با دمای آنرو پیدا کرد [۱۲]. در ادامه، به مفاهیمی که پرنور ارائه کرده است نگاهی مختصر می‌اندازیم و در نهایت دمای مشابه با دمای آنرو را که ما آن را دمای تقلیل می‌نامیم، استخراج می‌کنیم.

طبق رهیافتی که پرنور در پیش می‌گیرد، ناظر نیوتنی می‌بیند که ذره در میدان گرانشی g سقوط می‌کند و در دستگاه مختصات خود تابع موج را $\Psi(\mathbf{x}, t)$ می‌نویسد. از دید اصل هم‌ارزی ناظری که به آن ناظر اینشتینی یا اینرسی می‌گویند و با ذره سقوط می‌کند تابع موج ذره را در دستگاه خود $\phi(\mathbf{x}', t)$ می‌بیند. معادلات شرودینگر برای هر ناظر را می‌توان در بسیاری



شکل ۴. نمودار معادله حرکت ذره با سرعت اولیه صفر در یک رژیم کوانتوم- غالب. با کاهش جرم ذره نمودار حرکت به محور عمودی متمایل تر می‌شود.

برای رسم این نمودار در رابطه (۳۰) پهنای تابع موج را متغیر گرفته‌ایم (رابطه (۲۶)) و از تقریب زمان-کوتاه استفاده نکرده‌ایم. آنگاه معادله دیفرانسیل را به شکل عددی حل کرده‌ایم. اگر تخمین زمان-کوتاه در نظر بگیریم نمودارها کاملاً خطی می‌شوند. در اینجا اگر به شکل ۴ دقت کنیم متوجه می‌شویم که در زمان‌های طولانی نمودارها خطی هستند و در زمان‌های اولیه مقداری انحناء دارند.

می‌توان معیاری بر حسب میانگین نیروهای دخیل در مسئله برای تعیین رژیم‌های مختلف بر حسب جرم ذره به دست آورد. با استفاده از رابطه‌های (۸)، (۳۲) و (۳۳) می‌رسیم به:

$$\frac{m_c}{m} = \left(\frac{\bar{f}_q}{f_g} \right)^{1/3}, \quad (42)$$

که رابطه مفیدی است و نشان می‌دهد برای جرم‌های کمتر از جرم بحرانی، نیروی کوانتومی غالب می‌شود و برای جرم‌های بزرگ‌تر، نیروی خود-گرانشی غالب است. هنگامی که جرم ذره برابر با جرم بحرانی سامانه باشد، هر دو نیرو مقادیر میانگین مساوی دارند.

شکل (۵) زمان تقلیل را بر حسب پهنای بسته موج و جرم آن نشان می‌دهد. به ازای یک جرم ثابت هرچه تابع موج پهن‌تر باشد، زمان بیشتری برای تقلیل لازم است و بالعکس. این نمودار را با استفاده از رابطه (۴۰) رسم کرده‌ایم.

۵. دمای تقلیل تابع موج

نکته جالبی که پرنور در مرجع [۱۲] به آن تأکید دارد این است که در مسئله تقلیل گرانشی تابع موج اتفاقی که می‌افتد مشابه با

دو ناظر یکی نیستند. همچنین نشان می‌دهد در غیاب گرانش بین ناظر نیوتنی و اینشتینی تفاوتی وجود ندارد. این نتیجه از فاز (۴۷) حاصل می‌شود و این فاز به خاطر این به دست آمد که تقاضای حفظ اصل هم‌ارزی در سطح کوانتومی را داشتیم. اکنون می‌توان مفهوم دما در فضای پیکربندی ذره را به شکل زیر استخراج کرد. یک بسته موج گوسی سه بعدی یک توزیع کروی گوسی در فضای پیکربندی را می‌دهد (تقریب زمان-کوتاه فراموش نشود). در لحظه $t = 0$ ذره در $r(0) = \sigma$ است و در $t = \tau$ ذره در $r(\tau) = 0$ است. در واقع یک توزیع کروی در فضای پیکربندی با حجم تقریبی $\frac{4\pi\sigma^3}{3}$ در بازه زمانی $0 \ll t \ll \tau$ ایجاد شده است. میانگین مربعی سرعت در این حجم برابر است با:

$$\bar{v}^2(\tau) = \int \rho v^2 dv = (g^2 t^2)_{t=\tau} \int \rho dv \approx g^2 \tau^2, \quad (51)$$

در این رابطه، $v = gt$ سرعت ذره بر یکی از مسیرهای موجود در آنسامبل است. از طرف دیگر با استفاده از (۳۹) می‌توان زمان تقلیل که زمان سقوط ذره در میدان گرانش خود برای رسیدن به مرکز توزیع است را به شکل زیر نوشت:

$$\tau^2 = 2 \frac{\sigma}{|g|}, \quad (52)$$

که با استفاده از آن رابطه (۵۱) را به شکل

$$\bar{v}^2(\tau) = 2|g|\sigma, \quad (53)$$

می‌نویسیم. پس رابطه (۵۰) به شکل زیر در می‌آید:

$$|\Delta E(t = \tau)| = \frac{2}{3} m \bar{v}^2(\tau), \quad (54)$$

که توزیع انرژی ناشی از تفاوت بین خلأها یا ناظرها بر حسب درجات آزادی را نشان می‌دهد. در واقع این درجات آزادی به علت برقراری اصل هم‌ارزی در سطح کوانتومی به وجود آمده‌اند. نمود واقعی این مطلب در نظریه میدان‌های کوانتومی در فضای خمیده است که درجات آزادی حالات برانگیخته میدان کوانتومی ظاهر می‌شود. اکنون در مختصات کروی فقط درجه آزادی شعاعی را داریم و می‌توان از ترمودینامیک نوشت:

از مراجع دید. ثابت شده است که اگر $\Psi(\mathbf{x}, t)$ را (که مربوط به ناظر نیوتنی است) در دستگاه پریم‌دار (ناظر سقوط کننده با شتاب g یا ناظر اینرسی) در نظر بگیریم و با $\Psi(\mathbf{x}', t)$ نشان دهیم، آنگاه ارتباط این دو شکل تابع موج در یک چارچوب (چارچوب پریم‌دار یا سقوط آزاد کننده) به صورت زیر است:

$$\psi(\mathbf{x}', t) = \phi(\mathbf{x}', t) \exp\left(\frac{i}{\hbar} \left(-mg \cdot \mathbf{x}' t + \frac{1}{3} mg^2 t^3\right)\right), \quad (43)$$

یعنی ارتباط بین تابع موج نیوتنی و اینشتینی را در یک دستگاه نشان می‌دهد؛ مراجع [۲۲ و ۲۳] را ببینید. رابطه فوق به این دلیل به دست آمده است که تقاضای حفظ اصل هم‌ارزی در سطح کوانتومی را داشته‌ایم.

در اینجا تبدیلات گالیه به صورت

$$\begin{cases} \mathbf{x}' = \mathbf{x} - \frac{1}{3} g t^2, \\ t' = t \end{cases}, \quad (44)$$

به کار رفته است. تابع موج $\phi(\mathbf{x}', t)$ مربوط به یک ذره آزاد (ناظر اینرسی) است. پس می‌توان آن را به شکل

$$\phi(\mathbf{x}', t) = \phi \exp\left(\frac{i}{\hbar} s(\mathbf{x}', t)\right), \quad (45)$$

نوشت. آنگاه تابع موج نیوتنی رابطه (۴۳) به شکل

$$\psi(\mathbf{x}', t) = \phi \exp\left(\frac{i}{\hbar} s(\mathbf{x}', t) + \frac{i}{\hbar} \left(-mg \cdot \mathbf{x}' t + \frac{1}{3} mg^2 t^3\right)\right), \quad (46)$$

در می‌آید. اکنون می‌توان فاز کلی زیر را نوشت:

$$S'(\mathbf{x}', t) = S(\mathbf{x}', t) - mg \cdot \mathbf{x}' t + \frac{1}{3} mg^2 t^3, \quad (47)$$

از کوانتوم بوهمی می‌دانیم که انرژی این سامانه از رابطه $E' = -\partial S' / \partial t$ به دست می‌آید. به عبارت دیگر داریم:

$$E' = E + mg \cdot \mathbf{x}' - mg^2 t^2, \quad (48)$$

در اینجا E' انرژی از دید ناظر نیوتنی و E انرژی از دید ناظر اینرسی یا اینشتینی است. از طرفی می‌توان نوشت:

$$\mathbf{x}' = \frac{1}{3} g t^2, \quad (49)$$

که با جایگذاری در رابطه (۴۷) می‌رسیم به:

$$|\Delta E| = \frac{2}{3} mg^2 t^2, \quad (50)$$

این نتیجه جالب نشان دهنده تفاوت انرژی به خاطر تفاوت ناظرها یا خلأها است. در زبان نظریه میدان کوانتومی خلأهای

$$T = \frac{\sqrt{2} \hbar G m}{c K_B \sigma^{\tau}} \approx \frac{\hbar G m}{c K_B \sigma^{\tau}}, \quad (60)$$

رفتار T بر حسب پهنای مشخصه (شعاع توزیع احتمال گوسی ذره در فضای پیکربندی) و جرم را می‌توان در شکل ۶ دید.

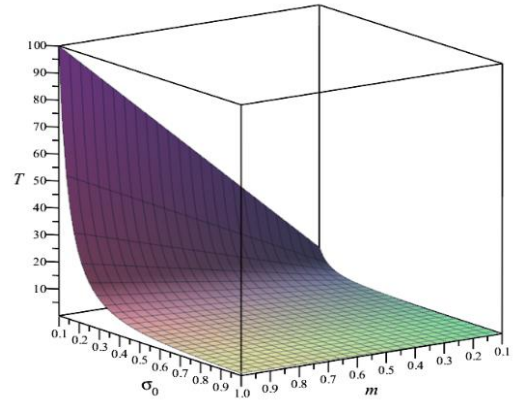
طبیعتاً دما برای یک سامانه تک ذره به معنای واقعی قابل تعریف نیست و چیزی که در اینجا به دست می‌آید متناسب به فضای پیکربندی ذره است که به توزیع احتمال مانند یک گاز آرمانی نگریسته‌ایم. نمود واقعی آن همان چیزی است که در نظریه میدان‌های کوانتومی در فضای خمیده رخ می‌دهد. در اینجا با توجه به این که حرکت ذره بر آسامبلی از مسیرهای مختلف قرار دارد با یک سامانه آماری رو به رو هستیم. البته برای این که مفهوم دما استخراج شود از لحاظ ابزاری مجبوریم این حرکت را در بازه محدود $0 \leq t \leq \tau$ در نظر بگیریم تا بتوانیم در این بازه زمانی به حجمی که در فضای پیکربندی ایجاد شده مانند یک گاز آرمانی محبوس در این حجم بنگریم و از رابطه توزیع انرژی بر حسب درجات آزادی استفاده کرده و دما را تعریف کنیم. نباید فراموش کرد که این مقدار انرژی که به درجات آزادی ذره در این حجم از فضای پیکربندی اختصاص داده شده است بر پایه حفظ اصل هم‌ارزی در سطح کوانتومی استوار است. رابطه (۵۰) ارتباط این تفاوت انرژی را که بر اثر شتاب یا میدان گرانشی به وجود می‌آید نشان می‌دهد. در حالتی که شتاب یا اثر میدان گرانش نباشد این تفاوت انرژی صفر می‌شود. در اینجا فقط برای این که بتوانیم نشان دهیم این تفاوت انرژی می‌تواند دمایی نزدیک به دمای آنرو به سامانه اختصاص دهد، حرکت ذره را به بازه‌ای که این تفاوت انرژی حاصل شده است، مقید کرده‌ایم.

البته ناگفته نماند که می‌توان با یک حساب سرانگشتی و بدون در نظر گرفتن هیچ قیدی نشان داد که دما در رابطه (۵۹) از طریق آمار ماکسول-بولتزمن قابل استخراج است. توزیع ماکسول-بولتزمن را می‌توان به شکل زیر نوشت:

$$f(v) d^{\tau} v = \left(\frac{m}{\sqrt{2\pi} K_B T} \right)^{\tau} \exp \left(-\frac{mv^{\tau}}{\sqrt{2} K_B T} \right) d^{\tau} v, \quad (61)$$

برای بی بعد شدن نما باید داشته باشیم

$$mv^{\tau} = \sqrt{2} K_B T = mg^{\tau} \tau^{\tau}, \quad (62)$$



شکل ۶. وضعیت دمای تقلیل با تغییرات جرم و پهنای تابع موج. با افزایش جرم دمای تقلیل افزایش می‌یابد و بالعکس. در حالی که با افزایش پهنای بسته موج دمای تقلیل کاهش یافته و با کاهش پهنای افزایش می‌یابد.

$$\bar{v}^{\tau}(\tau) = \frac{K_B T}{m}, \quad (55)$$

با استفاده از معادلات (۵۳) و (۵۵) داریم:

$$\frac{K_B T}{m} = \sqrt{2} |g| \sigma, \quad (56)$$

می‌دانیم که تابع موج ذره‌ای که جرمش حدود جرم پلانک باشد شروع به تقلیل می‌کند. از طرفی برای یک ذره با جرم پلانک، شعاع شوارتزشیلد آن با طول موج کامپتون ذره برابر است [۲۳]. یعنی داریم:

$$\lambda_c = \sigma = \frac{\hbar}{mc}, \quad (57)$$

با کنار هم گذاشتن نتایج به رابطه زیر می‌رسیم:

$$T = \frac{\sqrt{2} \hbar |g|}{K_B c} \approx T_{Unruh}, \quad (58)$$

که نتیجه جالبی است؛ چون مشابه دمای آنرو در نظریه میدان‌های کوانتومی در فضای خمیده است.

می‌توان زمان تقلیل تابع موج و دمای تقلیل را-که یک مفهوم تعریف شده در فضای پیکربندی ذره و بر اثر تفاوت ناظرها به وجود آمده است- به شکل زیر به هم وصل کرد:

$$T = \frac{\sqrt{2} \hbar \sigma}{c K_B \tau^{\tau}} = \frac{\sqrt{2} \hbar^{\tau}}{mc^{\tau} K_B \tau^{\tau}} \approx \frac{\hbar^{\tau}}{mc^{\tau} K_B \tau^{\tau}}, \quad (59)$$

که از $\sigma = \frac{\hbar}{mc}$ برای جرم‌های نزدیک به جرم پلانک برقرار است، استفاده کرده‌ایم. ارتباط عکس مجذوری دما با زمان تقلیل قابل مشاهده است. این رابطه را می‌توان به شکل زیر نیز نوشت:

است وجود داشته باشد یا عدم شناخت ما نسبت به جوانبی از اثر گذاری‌های موجود در طبیعت باعث می‌شود که برای توصیف دنیای کوانتومی از احتمالات استفاده کنیم. یعنی مانند آمار کلاسیک آمار کوانتومی ذاتاً متعین است و احتمالات جنبه ابزاری دارد. نکته حالب دیگر: در حالی که به مسئله تقلیل تابع موج پرداخته‌ایم بحث متغیرهای نهان به ذهن می‌رسد. این نکته در ذهن تداعی می‌شود که پرداختن به مفهوم تقلیل تابع موج و متغیرهای نهان می‌تواند به درک بهتر از دنیای ریز مقیاس به ویژه جایی که اثرات کوانتومی و گرانشی گره می‌خورند، کمک کند. اندیشمندانی چون پنروز، اسمولین و جرارد توفت به اهمیت درک بیشتر از دنیای کوانتومی از طریق یک نظریه کامل‌تر و بنیادی‌تر از مکانیک کوانتومی فعلی اشاره کرده‌اند [۲۴-۲۶]. گذشته از مسئله تقلیل گرانشی تابع موج، ارتباط تنگاتنگ مکانیک کوانتومی بوهمی و گرانش را می‌توان در مراجع [۲۷ و ۲۸] مطالعه کرد.

۶. نتیجه‌گیری

در این تحقیق، مسئله تقلیل تابع موج که یکی از مسائل حل نشده دنیای کوانتومی است در چارچوب مکانیک کوانتومی بوهمی مورد بررسی قرار گرفت. یکی از مزایای این بررسی این است که با توجه به ساختار مکانیک کوانتومی بوهمی امکان تصویرسازی بهتری از پدیده تقلیل گرانشی تابع موج وجود دارد. معادله انحراف مسیر ذره‌ای که در گرانش خود و نیروی کوانتومی خود حرکت می‌کند به دست آمد و از طریق آن شرط گذار از دنیای کوانتومی به کلاسیک که قبلاً توسط کسان دیگری در چارچوب کوانتوم استاندارد به دست آمده بود با ایجاد تصویر بهتری از مسئله محاسبه شد. بررسی بردار انحراف بین مسیرها در آنسامبل نشان داد که در صورت تعادل نیروهای خود-گرانشی و کوانتومی می‌توان شرط گذار از دنیای کوانتومی به کلاسیکی را به دست آورد. ارتباط جالب بین گرانش و مکانیک کوانتوم در این مسئله روشن‌تر شد. نمودارهای حرکت ذره در رژیم‌های گرانش-غالب و کوانتوم-غالب رسم شد. مفهوم برقراری اصل هم‌ارزی در دنیای کوانتومی و ارتباط آن با پدیده مشابه با آن یعنی اثر شتاب یا گرانش بر

اگر از رابطه (۵۶) شتاب خود-گرانشی را به دست آورده و در رابطه فوق جایگذاری کنیم، می‌رسیم به:

$$T \approx m \frac{\sigma^2}{K_B \tau^2}, \quad (63)$$

اما همانطور که می‌دانیم و در متن مقاله ارجاع دادیم تقلیل برای چگالی‌های معمول برای جرم‌های نزدیک به جرم پلانک اتفاق می‌افتد و در این هنگام پهنای بسته موج حدود طول موج کامپتون است یعنی $\sigma = \hbar/mc$ ، که وقتی در رابطه فوق بگذاریم می‌رسیم به

$$T \approx \frac{\hbar^2}{mc^2 K_B \tau^2}, \quad (64)$$

که همان رابطه (۵۹) است. مشاهده می‌کنیم که از جنبه توزیع آماری نیز سازگاری وجود دارد و نیازی الزاماً به مقید کردن حرکت در حجم محدودی از فضای پیکربندی نیست. مقید کردن سامانه به یک بازه خاص فقط ابزاری برای به دست آوردن دما است.

پس این که یک فیزیک مشابه برای هر دو پدیده تقلیل تابع موج و تابش آنرو وجود دارد سخن با معنایی است. در هر دو حالات خالص به حالات مخلوط تبدیل می‌شوند. اطلاعات کم می‌شوند و نمی‌توان به شکل تحول یکانی تاریخچه سامانه را رصد کرد. ولی پای متغیرهای نهان می‌تواند به مسئله باز شود. خلاً یک ناظر اینرسی از دید ناظر شتابدار یک سامانه ترمودینامیکی است. یک سامانه ترمودینامیکی ذاتاً متعین است و آمار به عنوان ابزاری برای پیش‌بینی میانگین‌ها به کار می‌رود. اعتقاد داریم چنین سامانه‌ای تحت اثر نیروهای معینی کار می‌کند. در نظریه میدان‌های کوانتومی در فضای خمیده می‌بینیم که خلاً کوانتومی برای ناظر شتابدار حاوی ذراتی در تعادل گرمایی با دمای آنرو است. در اینجا دیدیم که اگر بخواهیم اصل هم‌ارزی در کوانتوم پا بر جا بماند یعنی تبدیل (۴۶) بین ناظرهای اینرسی و شتابدار برقرار باشد، آنگاه ناظر شتابدار دمایی را به دست می‌آورد که نشان می‌دهد با سامانه ترمودینامیکی رو به رو شده است و سامانه ترمودینامیکی یک مخلوطی از حالت‌ها است. در نتیجه اگر اصالت را به اصل هم‌ارزی بدهیم، سامانه‌های کوانتومی نیز ذاتاً سامانه‌های نامتعینی نیستند. عدم آگاهی ما از پارامترهای نهانی که ممکن

چارچوب مکانیک کوانتومی بوهمی به ما اجازه می‌دهد که ΔU یا ΔE_G را بدون تکینه شدن برای ذره نقطه‌ای نیز به دست آوریم. می‌توان مسئله را برای اشیاء گسترده در مکانیک کوانتومی بوهمی تعمیم داد تا نتایجی که با واقعیت تطابق بیشتر دارند به دست آید. این بررسی را می‌توان در یک کار جداگانه انجام داد.

میدان کوانتومی و مفهوم دمایی مشابه با دمای آنرو که توسط پنروز در مسئله تقلیل تابع موج مطرح شده بود در این چارچوب به شکل سیستماتیکی بررسی شد و با استفاده از امکانات مکانیک کوانتومی بوهمی به دست آمد. چنین نتیجه‌ای که تا این حد تصویر مناسبی به مسئله دهد از قابلیت‌های مکانیک کوانتومی بوهمی است. نمودارهای زمان و دمای تقلیل برای روشن‌تر شدن رفتار کمیت‌های درگیر در مسئله رسم شد که رفتار آنها با انتظارات ما از سامانه در حال تقلیل منطبق بود.

مراجع

1. P A Heelan, "THE OBSERVABLE, Heisenberg's Philosophy of Quantum Mechanics", Peter Lang Publishing, Inc., New York (2016).
2. M Razavy, "HEISENBERG'S QUANTUM MECHANICS", World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd. (2010).
3. D Bohm, *Phys. Rev.* **85**, 2 (1952) 166.
4. D Bohm, "Wholeness and The Implicate Order", Routledge & Kegan Paul, (1980).
5. D Bohm and B J Hiley, "The undivided universe: An ontological interpretation of quantum theory", Routledge, (1993).
6. P R Holland, "The Quantum Theory of Motion", Cambridge University Press (1993).
7. A Valentini, *Physics Letters A* **156**, 1-2, 3 (1991) 5.
8. M Atiq, M Karamian, and M Golshani, *Found. Phys.* **39** (2009) 33.
9. F Rahmani and M Golshani, *International Journal of Theoretical Physics* **56** (2017) 3096.
10. F Károlyházy, *Il Nuovo Cimento A (1965-1970)* **42** (1966) 390.
11. R Penrose, *General Relativity and Gravitation* **28** (1996) 581.
12. R Penrose, *Foundations of Physics* **44** (2014) 557.
13. L Diósi, *Physics Letters A* **105**, 4-5 (1984).
14. H Everett, *Reviews of Modern Physics* **29** (1957) 454.
15. Stephen L Adler, "Why decoherence has not solved the measurement problem: a response to P.W. Anderson, *Studies in History and Philosophy of Science Part B*", *Studies in History and Philosophy of Modern Physics*, Volume 34, Issue 1 (2003).
16. G Ghirardi, A Rimini, and T Weber, *Physical Review. D, Particles and Fields* **34**, 2 (1986) 470.
17. A Bassi, K Lochan, S Satin, T P Singh, and H Ulbricht, *Reviews of Modern Physics* **85** (2012) 471.
18. L Diósi, *Physical Review. A, General Physics* **40**, 3 (1989) 1165.
19. F Rahmani, M Golshani, and G Jafari, *International Journal of Modern Physics A* **33**, 22 (2018) 1850129.
20. F Rahmani, M Golshani, and G Jafari, *Pramana* **94** (2020) 1.
21. F Rahmani and M Golshani, *International Journal of Modern Physics A*, **36** 26 (2021) 2150181.
22. R G Newburgh, *American Journal of Physics* **75** (2007) 427.
23. M J Lake and B J Carr, *J. High Energ. Phys.* **2015** (2015) 105.
24. R Penrose, "The road to reality: A Complete Guide to the Laws of Universe", 1st American ed. New York, A.A. Knopf, (2005).
25. L Smolin, *International Journal of Theoretical Physics* **25** (1986) 215.
26. G Hooft, "The Cellular Automaton Interpretation of Quantum Mechanics", Springer International Publishing : Imprint: Springer (2016).
27. F Shojai and M Golshani, *International Journal of Modern Physics A* **13**, 04 (1998) 677.
28. Robert. Carroll, "On the quantum potential, Fluctuations, Information, Gravity and the Quantum Potential" Theschoolbook.com (2007).