

## انتقال تابش نسبیتی برای شاره‌های صفحه موازی با تعادل تابشی

### فهیمة حبیبی

دانشکده علوم، دانشگاه بیرجند، بیرجند

پست الکترونیکی: f\_habibi@birjand.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۴۰۲/۰۵/۲۴؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۴۰۲/۱۲/۲۶)

#### چکیده

در این تحقیق، انتقال تابشی نسبیتی در اتمسفر یک قرص نازک از لحاظ هندسی و با عمق اپتیکی محدود را بررسی می‌کنیم. با استفاده از تقریب صفحه موازی، شار را یک بعدی و در راستای محور Z در نظر می‌گیریم. سپس با فرض یک سرعت جریان ثابت و با استفاده از عامل ادینگتون متغیر، معادلات انتقال نسبیتی را در یک چارچوب متحرک برای مورد تعادل تابشی و در حضور منبع گرم‌شدگی داخلی به صورت تحلیلی حل می‌کنیم و جواب‌های تحلیلی را برای شدت ظاهری و همچنین سایر کمیت‌های تابش به دست می‌آوریم. نتایج نشان می‌دهد که سرعت شار و عمق اپتیکی کل قرص به صورت معنی‌داری بر روی کمیت‌های تابش تأثیر می‌گذارند. ما همچنین نشان دادیم که کمیت‌های مختلف تابش تابعی از عمق نوری هستند. با این حال، اثرات ترکیبی سرعت، گرمایش داخلی و عمق اپتیکی کل قرص ممکن است نوع این وابستگی را تغییر دهند.

**واژه‌های کلیدی:** قرص، قرص برافزایشی، انتقال تابش، نسبیت خاص، عمق اپتیکی

#### ۱. مقدمه

اما در مورد حالت‌های نسبیتی، مطالعات کمتری صورت گرفته و خواص انتقال تابش در این محیط‌ها هنوز به خوبی بررسی و درک نشده است. از این‌رو، تحقیق در مسئله انتقال تابش در محیط‌های متحرک نسبیتی اهمیت دارد.

انتقال تابش در قرص‌های برافزایشی، هم از لحاظ ساختار اتمسفر قرص و هم از لحاظ توزیع انرژی از سطح قرص، توسط تعدادی از محققان مورد بررسی قرار گرفته است [۸ و ۹، ۱۲-۱۵]. اتمسفر قرص‌های برافزایشی از چند جهت با اتمسفر ستارگان متفاوتند: (۱) گرمای و شکسانی می‌تواند به عنوان یک منبع انرژی برای تابش در اتمسفر قرص به حساب آید. (۲) شتاب گرانشی کاملاً متفاوت از یک ستاره است. (۳) عمق اپتیکی قرص محدود است. بنابراین نمی‌توان از الگوهای مورد استفاده در اتمسفر ستارگان بدون تغییرات لازم استفاده کرد. به عنوان مثال، در فرموله کردن معادلات انتقال تابش و به

به منظور مطالعه انتقال تابش در محیط‌های گازی، میدان تحقیق انتقال تابش در اخترفیزیک از سال ۱۹۰۰ میلادی مورد توجه قرار گرفت [۴-۱] و الگوهای متنوع انتقال تابش به منظور شناخت پدیده‌های گازی روشن در کیهان، گسترش یافت [۷-۵]. انتقال تابش در محدوده غیر نسبیتی به منظور مطالعه اتمسفرهای ساکن مانند اتمسفر ستاره‌ها، سحابی‌ها و اتمسفر سیاره‌ای به کار گرفته می‌شود. این در حالی است که مطالعه انتقال تابش در اتمسفر قرص‌های برافزایشی اطراف سیاه‌چاله‌ها، بادها و فواره‌های سیاه‌چاله‌ای اغلب در محدوده اتمسفرهای نسبیتی متحرک صورت می‌پذیرد. در حالت‌های غیرنسبیتی، مسئله انتقال تابش تا حدودی به خوبی درک شده و محاسبات دقیق برای بازتولید نتایج مشاهداتی مختلف انجام شده است.

در مطالعه حاضر، تلاش می‌شود تا انتقال تابشی نسبی در یک جریان صفحه موازی با روش پیشنهاد شده به وسیلهٔ فوکوئه (۲۰۱۲) دنبال شود. آنچه که این مطالعه را از مطالعات مشابه قبلی متمایز می‌کند استفاده از یک عامل ادینگتون با تابعیت یکنواخت خطی از سرعت شار است. به علاوه، اتمسفر قرص در حالت تعادل تابشی و با حضور منبع گرم شدگی داخلی در نظر گرفته شده که این حالت نیز در مطالعات گذشته مورد بررسی قرار نگرفته است. طرح کلی این مقاله به شرح زیر است: در بخش ۲، معادلات انتقال نسبی را در چارچوب متحرک و تحت رفتار مستقل از بسامد به دست می‌آوریم. سپس در بخش ۳، این معادلات را برای یک اتمسفر با تعادل تابشی حل می‌کنیم. بخش پایانی نیز به بیان نتایج اختصاص دارد.

## ۲. معادلات اساسی

در این بخش، معادلات توصیف کنندهٔ تابش از اتمسفر متحرک یک قرص برافزایشی را در یک حالت نسبی معرفی می‌کنیم. این معادلات در چندین منبع مختلف ارائه شده‌اند [۴-۶]. در یک شکل کلی و در یک چارچوب ترکیبی معادلهٔ انتقال تابش، معادلهٔ صفرم تکانه و معادلهٔ اول تکانه به ترتیب عبارتند از:

$$\frac{1}{c} \frac{\partial I}{\partial t} + (l \cdot \nabla) I = \left(\frac{v}{v_*}\right)^2 \rho \left[ \frac{j_*}{4\pi} - (\kappa_* + \sigma_*) I \right] + \sigma_* \frac{cE_*}{4\pi}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial F^k}{\partial x^k} = \rho \gamma (j_* - \kappa_* cE_*) - \rho \gamma (\kappa_* + \sigma_*) \beta_* F_*, \quad (3)$$

$$\frac{1}{c} \frac{\partial F^i}{\partial t} + \frac{\partial P^{ik}}{\partial x^k} = \rho \gamma \frac{\beta^i}{c} (j_* - \kappa_* cE_*) - \rho (\kappa_* + \sigma_*) \frac{\gamma - 1}{\beta^2} \frac{\beta^i}{c} (\beta_* F_*) - \frac{1}{c} \rho \times (\kappa_* + \sigma_*) F_*^i. \quad (4)$$

در سمت چپ این معادلات  $c$  سرعت نور،  $I$  شدت ویژه،  $l$  کسینوس زاویه تابش و  $F$  مؤلفه عمودی شار تابش، همگی در چارچوب ساکن هستند. در سمت راست کمیت‌های  $\rho$  چگال جرمی،  $j_*$  گسیل تابش در واحد جرم،  $\kappa_*$  ضریب جذب،  $\sigma_*$  ضریب پراکندگی،  $I_*$  شدت ویژه و  $E_*$  چگالی انرژی تابشی

منظور تکمیل معادلات در اتمسفرهای ایستا، معمولاً تقریب ادینگتون به صورت زیر استفاده می‌شود:

$$P^{ik} = f^{ik} E, \quad (1)$$

که در آن  $P^{ik}$  تانسور فشار تابشی و  $E$  چگالی انرژی تابشی است.  $f^{ik}$  که عامل ادینگتون نامیده می‌شود، اغلب برای جریان‌های تابشی یکنواخت و ایستا به صورت یک عامل ثابت و برابر  $1/3$  در نظر گرفته می‌شود [۹ و ۱۰]. به طور مشابه در شارهای نسبی و متحرک نیز این تقریب در یک چارچوب در حال حرکت قابل استفاده است. اما در این حالت رفتار میدان تابش بسته به عمق اپتیکی  $\tau$ ، سرعت جریان  $\beta$  و گرادیان سرعت  $d\beta/d\tau$  ممکن است متفاوت باشد. در میدان‌های تابش متحرکی که عمق اپتیکی بسیار زیاد است، میانگین مسیر آزاد فوتون‌ها بسیار کوتاه بوده و در چنین حالتی، جریان تقریباً یکنواخت است. در نتیجه، یک تقریب معمول ادینگتون با عامل ثابت  $1/3$  می‌تواند معتبر و قابل قبول باشد. با این حال فوکوئه (۲۰۰۵) نشان داد که سرعت شار با این فرض به مقدار  $c/\sqrt{3}$  محدود خواهد شد. به علاوه، در ناحیه‌ای که سرعت زیاد و چگالی کم است، یا در جایی که گرادیان سرعت با وجود چگالی بالا زیاد است، مسیر آزاد میانگین فوتون‌ها در جهت پایین دست نسبت به جهات بالادست و سایر جهات طولانی‌تر شده و در نتیجه، میدان تابشی متحرک غیریکنواخت است. به عبارت دیگر، در این حالت نقاط تکینگی ظاهر می‌شود که مکان این نقاط وابسته به انتخاب تقریب ادینگتون به عنوان یک معادلهٔ تکمیل کننده است. با انتخاب مناسب عامل ادینگتون، نقاط تکینگی در معادلهٔ تکانه ظاهر نخواهند شد. از این رو، فوکوئه (۲۰۱۰) با انتخاب یک عامل ادینگتون وابسته به سرعت و عمق اپتیکی به حل معادلات تابش برای یک اتمسفر کروی پرداخت. همچنین معادلات انتقال تابش در چارچوب در حال حرکت و برای یک جو خاکستری<sup>۱</sup> (رفتار تابشی مستقل از بسامد) به وسیلهٔ فوکوئه (۲۰۱۲) بررسی شد و نشان داد که با فرض یک اتمسفر صفحه موازی، وابستگی عامل ادینگتون تنها به سرعت شار نیز می‌تواند یک تقریب مناسب در حل معادلات تابش نسبی باشد.

<sup>1</sup> Gray atmosphere

با کمک مجموعه فرضیات و ساده‌سازی‌های بالا، معادله انتقال تابش و معادلات تکانه در چارچوب در حال حرکت به شکل نسبتاً ساده زیر تبدیل می‌شوند:

$$\gamma(\mu_* + \beta) \frac{dl_*}{dz} = \rho_* \left[ \frac{j_*}{4\pi} - (\kappa_* + \sigma_*) I_* + \sigma_* J_* \right], \quad (8)$$

$$\gamma \frac{dH_*}{dz} + \gamma\beta \frac{dJ_*}{dz} = \rho_* \left( \frac{j_*}{4\pi} - \kappa_* J_* \right), \quad (9)$$

$$\gamma \frac{dK_*}{dz} + \gamma\beta \frac{dH_*}{dz} = -\rho_* (\kappa_* + \sigma_*) H_*, \quad (10)$$

که در آن  $\mu_* = \cos\theta$ ،  $J_* (= cE_*/4\pi)$  شدت میانگین،  $H_* (= F_*/4\pi)$  شار ادینگتون و  $K_* (= cP_*/4\pi)$  فشار تابش میانگین است. با معرفی عمق اپتیکی به صورت:

$$d\tau_* \equiv -(\kappa_* + \sigma_*) \rho_* dz, \quad (11)$$

می‌توان معادلات (۸)–(۱۰) را بر حسب عمق اپتیکی بازنویسی کرد:

$$\gamma(\mu_* + \beta) \frac{dl_*}{d\tau_*} = I_* - S_*, \quad (12)$$

$$\gamma \frac{dH_*}{d\tau_*} + \gamma\beta \frac{dJ_*}{d\tau_*} = J_* - S_*, \quad (13)$$

$$\gamma \frac{dK_*}{d\tau_*} + \gamma\beta \frac{dH_*}{d\tau_*} = H_*. \quad (14)$$

در معادلات اخیر،  $S_*$  تابع منبع در چارچوب در حال حرکت است که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$S_* = \frac{q^+}{4\pi\rho(\kappa_* + \sigma_*)} + J_*, \quad (15)$$

و در آن  $\epsilon_*$  احتمال نابودی فوتون است:

$$\epsilon_* \equiv \frac{\kappa_*}{\kappa_* + \sigma_*}, \quad (16)$$

در بخش بعد، با حل معادلات (۱۲)–(۱۴) رفتار کمیت‌های تابش را برای اتمسفر در تعادل تابشی بررسی خواهیم کرد.

### ۳. تعادل تابشی و رفتار متغیرهای تابش

اگر منبع گرم‌شدگی داخلی وجود داشته باشد و فشار گاز نادیده گرفته شود، شرط تعادل تابشی، به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود [M]:

$$j_* = \frac{q^+}{\rho} + 4\pi\kappa_* J_*, \quad (17)$$

مقادیر اندازه‌گیری شده در چارچوب در حال حرکت هستند (زیرنویس ۰ نشانه‌دهنده کمیت در چارچوب متحرک است). اثر دوپلر، انحراف و تبدیل شدت‌ها به صورت زیر بیان می‌شوند:

$$\frac{V}{V_0} = \gamma(1 + \beta l_*),$$

$$l_* = \frac{V}{V_0} \left[ l_* + \left( \frac{\gamma-1}{\beta\gamma} \beta l_* + \gamma \right) \beta \right], \quad (5)$$

$$I_* = \left( \frac{V}{V_0} \right)^4 I_{*0}.$$

که در آن  $v$  و  $v_0$  به ترتیب بسامدهای اندازه‌گیری شده در چارچوب‌های ساکن و متحرک هستند.  $\theta_0$  کسینوس زاویه تابش در چارچوب در حال حرکت،  $\beta (= v/c)$  سرعت بهنجار شده،  $v$  سرعت شار و

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad (6)$$

عامل لورنتس است. در ادامه و برای تکمیل معادلات و بستن سامانه، از تقریب ادینگتون که در بخش قبل معرفی شد، استفاده خواهیم کرد.

حل مجموعه معادلات (۱)–(۴) در حالت کلی کار بسیار دشواری است. از این‌رو فرضیات استاندارد زیر را جهت ساده‌سازی معادلات به کار می‌گیریم: (۱) قرص را از لحاظ هندسی نازک و با عمق اپتیکی محدود در نظر می‌گیریم. بنابراین با استفاده از تقریب صفحه موازی و محور عمودی  $z$ ، شار را یک بعدی فرض می‌کنیم. (۲) شار را مستقل از زمان و میدان تابش را همسانگرد در نظر می‌گیریم. (۳) سرعت شار در جهت عمودی را به عنوان یک ثابت فضایی اعمال می‌کنیم. (۴) معادلات را به یک چارچوب واحد در حال حرکت تبدیل می‌کنیم. (۵) از تقریب اتمسفر خاکستری استفاده می‌کنیم و کمیت‌های تابش را مستقل از بسامد در نظر می‌گیریم. (۶) در شار یک بعدی، عامل ادینگتون را به صورت یک عامل متغیر با سرعت شار به صورتی تعریف می‌کنیم که در حد غیر نسبیتی  $\beta = 0$  به مقدار استاندارد  $1/3$  کاهش یابد و در حد  $V = c$  به مقدار یک نزدیک شود [۱۳]. از این‌رو، عامل ادینگتون را به شکل زیر می‌پذیریم:

$$f = \frac{1}{3} + \frac{2}{3}\beta, \quad (7)$$

که در آن  $H_1$  ثابت انتگرال گیری است و با کمک یک شرط مرزی مناسب تعیین می شود. در اینجا فرض می کنیم که در سطح قرص یعنی عمق اپتیکی صفر ( $\tau = 0$ )، شار ادینگتون مقدار ثابت  $H_s$  را داشته باشد. بنابراین شار  $H_o$  به صورت زیر تعیین می شود:

$$H_s = \frac{f}{\beta} q^* (e^{-\Gamma t} - 1) + H_s e^{-\Gamma t}. \quad (25)$$

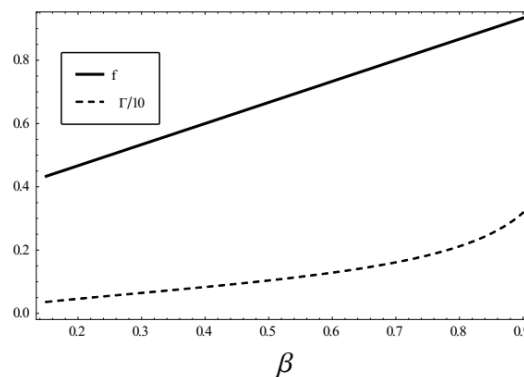
حالا با معلوم بودن شار ادینگتون، شدت میانگین  $J_o$  نیز به صورت تحلیلی قابل محاسبه است. با جایگذاری رابطه (۲۵) در معادله (۲۰) و انتگرال گیری و با کمک شرط مرزی

$$J_s(\tau = 0) = c_s H_s, \quad (26)$$

تابع شدت میانگین در چارچوب در حال حرکت به صورت زیر تعیین می شود:

$$J_s = \frac{f}{\beta^2} q^* (1 - e^{-\Gamma \tau}) + \frac{H_s}{\beta} (1 - e^{-\Gamma \tau}) + c_s H_s - \frac{q^*}{\beta \gamma} \tau, \quad (27)$$

که در آن  $c_s$  برابر  $\sqrt{3}$  است. همان طور که این جوابها نشان می دهند، رفتار کمیت های تابش به سرعت شار  $\beta$ ، گرم شدگی جرمی  $q^*$  و عمق اپتیکی  $\tau$  وابسته است. در شکل ۲ وابستگی شدت میانگین و شار ادینگتون (بهنجارشده بر حسب  $H_s$ ) به سرعت و عمق اپتیکی به ازاء مقدار ثابت  $q^* = 0.01$  نمایش داده شده است. بخش سمت چپ شکل ۱، رفتار کمیت های تابش را برای قرص با عمق اپتیکی کل  $\tau_b = 10$  و بخش های سمت راست رفتار قرص با عمق اپتیکی کل  $\tau_b = 1$  را نشان می دهند. در این ترسیم، همان طور که به طور واضحی دیده می شود، شدت میانگین با افزایش عمق اپتیکی افزایش می یابد، اما این افزایش برای قرص نازک از لحاظ اپتیکی تقریباً خطی است. به علاوه با افزایش سرعت شار (افزایش  $\beta$ )، شدت میانگین کاهش پیدا می کند. در مقابل رفتار شار ادینگتون  $H_o$  بر حسب عمق اپتیکی متفاوت است و با افزایش عمق اپتیکی مقدار آن کاهش می یابد. به علاوه، مقدار شار ادینگتون با افزایش سرعت شار نیز کم می شود. اما در یک قرص ضخیم از لحاظ اپتیکی، شار ادینگتون به سمت یک مقدار ثابت میل می کند. این نتیجه به وسیله فوکوئه در سال ۲۰۱۲ نیز پیش بینی شده بود.



شکل ۱. وابستگی عامل ادینگتون  $f$  و پارامتر  $\Gamma$  به سرعت شار.

که در آن  $q^+$  آهنگ گرم شدگی داخلی در واحد حجم است. سپس از معادله (۱۵) داریم:

$$S_s = \frac{q^+}{4\pi\rho(\kappa_s + \sigma_s)} + J_s, \quad (18)$$

و معادلات اساسی (۱۲) - (۱۴) به صورت زیر بازنویسی می شوند:

$$\gamma(\mu_s + \beta) \frac{dI_s}{d\tau} = I_s - J_s, \quad (19)$$

$$\gamma \frac{dH_s}{d\tau} + \gamma\beta \frac{dJ_s}{d\tau} = -\frac{q^+}{4\pi(\kappa_s + \sigma_s)} \equiv -q^*, \quad (20)$$

$$\gamma f \frac{dJ_s}{d\tau} + \gamma\beta \frac{dH_s}{d\tau} = H_s. \quad (21)$$

برای سادگی فرض می کنیم که آهنگ گرم شدگی جرمی  $q^*$  یک مقدار ثابت باشد. لازم به ذکر است که در استخراج معادله (۲۱) از تقریب ادینگتون به صورت  $K_o = f J_o$  استفاده شده است. با ترکیب دو معادله (۲۲) و (۲۳) و حذف  $J_o$ ، یک معادله دیفرانسیلی مرتبه اول بر حسب  $H_o$  حاصل می شود:

$$\frac{dH_s}{d\tau} = -\Gamma H_s - \frac{f}{\beta} \Gamma q^*, \quad (22)$$

که در آن

$$\Gamma \equiv \frac{\beta}{\gamma(f - \beta^2)}, \quad (23)$$

تابعی از سرعت شار است. در شکل ۱ عامل ادینگتون  $f$  و پارامتر  $\Gamma$  به صورت تابعی از  $\beta$  نمایش داده شده است. با انتگرال گیری از معادله (۲۱)، شار تابش  $H_o$  در چارچوب در حال حرکت به صورت زیر به دست می آید:

$$H_s = -\frac{f}{\beta} q^* + H_s e^{-\Gamma \tau}. \quad (24)$$

که در آن  $C_1$  و  $C_2$  ثابت‌های انتگرال‌گیری هستند. برای تعیین این ثابت‌ها می‌توان از شرایط مرزی مبتنی بر فرض عمق اپتیکی محدود  $\tau_b$  استفاده کرد. منطقی است که در عمق اپتیکی صفر (سطح قرص) شدت به سمت داخل برابر صفر انتخاب شود:

$$I_s(\tau=0, -\mu_s - \beta) = 0, \quad (30)$$

به علاوه، شدت به سمت خارج را شامل دو بخش به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$I_s(\tau_b, \mu_s + \beta) = I_b + I_s(\tau_b, -\mu_s - \beta). \quad (31)$$

که در آن  $I_b$  شدت تابش یکنواختی است که نرخ گرمایش استوا را نشان می‌دهد و جمله دوم شدت به سمت داخل از سمت عقب جریان، و رای صفحه میانی است. بعد از کمی محاسبات، ثابت‌های  $C_1$  و  $C_2$  به صورت زیر تعیین می‌شوند:

$$C_1 = \frac{H_s(1-c_s\beta)}{\beta} + \frac{q^*(-f + (\mu + \beta)\beta)}{\beta^\gamma} \quad (32)$$

$$+ \frac{fq^* - H_s\beta}{\beta^\gamma \gamma (1 - (\mu + \beta)\Gamma)},$$

$$C_2 = I_s + e^{-\frac{\tau_b}{(\mu + \beta)\gamma}} [C_1 e^{-\frac{-\tau_b}{(\mu + \beta)\gamma}} - \frac{H_s(1-c_s\beta)}{\beta} - e^{-\Gamma\tau_b} \frac{q^*(-\beta\tau_b + (-f + \beta(\mu + \beta))\gamma)}{\beta^\gamma \gamma} \quad (33)$$

$$- \frac{fq^* - H_s\beta}{\beta^\gamma \gamma (1 - (\mu + \beta)\Gamma)}].$$

در شکل ۵ شدت ظاهری یعنی شدت گسیل شده از سطح قرص (عمق اپتیکی صفر) به سمت خارج  $I_o(\tau=0, \mu + \beta)$  را به صورت تابعی از کسینوس جهت و برای بعضی مقادیر  $\beta$  رسم کرده‌ایم. شکل سمت راست رفتار یک قرص ضخیم از لحاظ اپتیکی و شکل سمت چپ نتایج برای قرص نازک را نشان می‌دهد.

برای یک قرص ضخیم از لحاظ اپتیکی، همان طور که از شکل مشخص می‌شود، در حد غیر نسبی (های کوچک)، شدت ظاهری اثر معمول تاریکی لبه را نشان می‌دهد.

با این حال، با بزرگ شدن سرعت جریان و به دلیل اثرات نسبی، شدت تابش در چارچوب در حال حرکت کمتر به کسینوس جهت وابسته است.

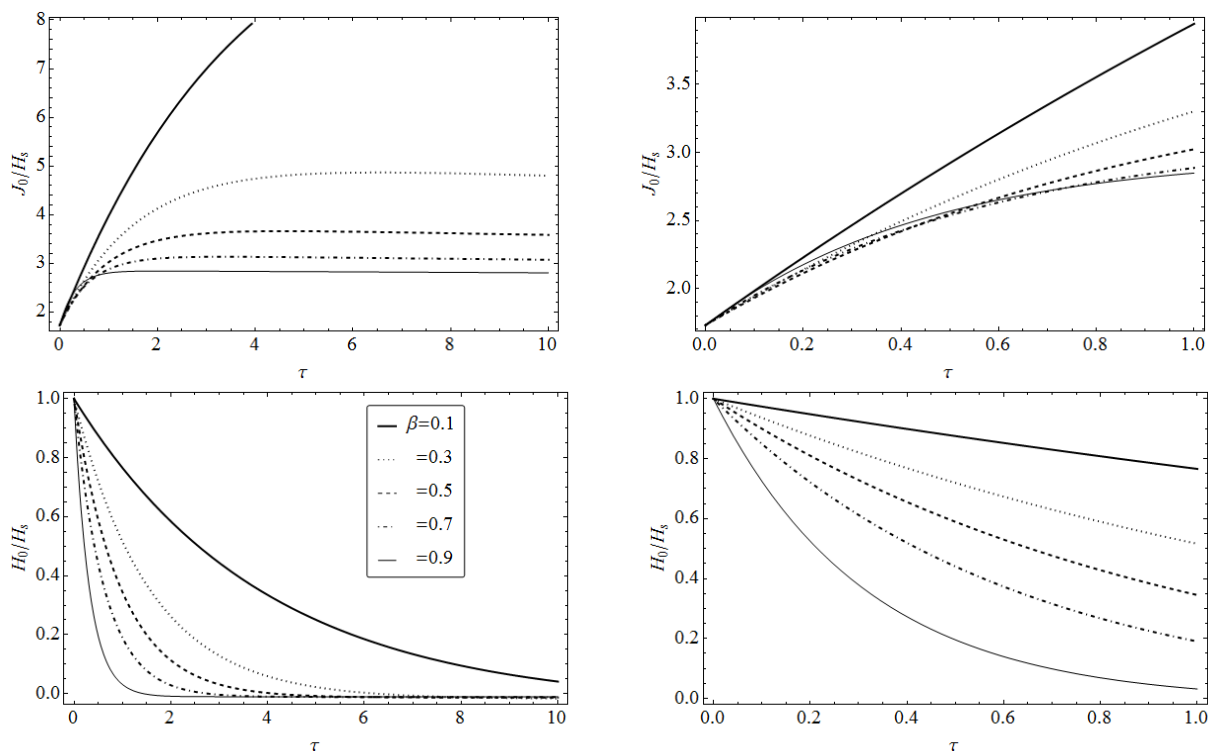
شکل ۳ وابستگی شدت میانگین به گرم‌شدگی جرمی  $q^*$  و عمق اپتیکی  $\tau$  را برای سه مقدار  $\beta$  نمایش می‌دهد. نمودارهای بالایی برای یک قرص ضخیم از لحاظ اپتیکی و نمودارهای پایینی برای قرص نازک از لحاظ اپتیکی رسم شده است. همان طور که شکل به طور واضحی نشان می‌دهد، در یک قرص نازک با عمق اپتیکی کل یک، افزایش  $q^*$  اندکی شدت میانگین را کاهش داده و این اثر با زیاد شدن سرعت شار بیشتر قابل مشاهده خواهد بود. به علاوه همان طور که در شکل ۲ نیز مشاهده شد، رفتار شدت میانگین بر حسب عمق اپتیکی در این حالت نیز افزایشی است. با این حال نتایج نشان می‌دهند که در یک قرص ضخیم از لحاظ اپتیکی، افزایش  $q^*$  هم بر مقدار شدت میانگین و هم در نوع وابستگی آن به عمق اپتیکی اثر می‌گذارد. بنابراین، با افزایش  $q^*$  و افزایش  $\tau$ ، رفتار شدت میانگین از حالت صعودی به سمت حالت نزولی بر حسب عمق اپتیکی تغییر می‌کند و مقدار آن کاهش می‌یابد. این تغییرات با زیاد شدن سرعت شار بیشتر قابل مشاهده است.

در شکل ۴ رفتار شار ادینگتون بر حسب مقادیر مختلف  $q^*$  و برای قرص با عمق اپتیکی یک نشان داده شده است. همان طور که دیده می‌شود مقدار شار ادینگتون با افزایش گرم‌شدگی جرمی کاهش می‌یابد اما با زیاد شدن سرعت شار تأثیر گرم‌شدگی بر مقدار شار ادینگتون کمتر خواهد شد.

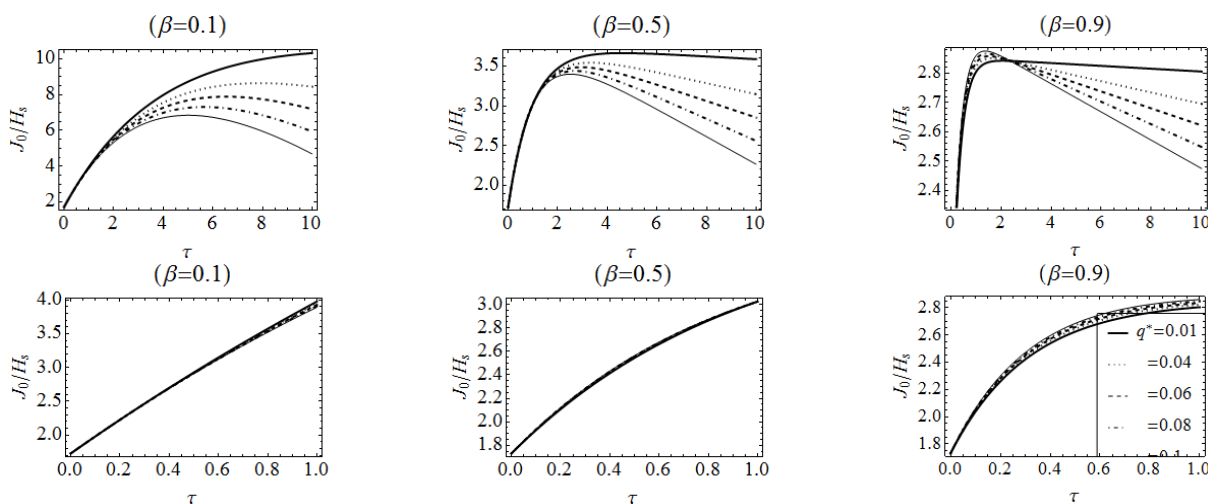
در ادامه، با معلوم بودن تابع شدت میانگین، می‌توانیم معادله انتقال (۱۴) را حل کنیم. پس از انتگرال‌گیری، شدت به سمت خارج یعنی  $I_o(\tau, \mu + \beta)$  و شدت به سمت داخل که به صورت  $I_o(\tau, -\mu - \beta)$  تعریف می‌شود، به ترتیب عبارتند از:

$$I_s(\tau, \mu + \beta) = -\frac{q^*(\beta\tau + \gamma(-f + \beta(\mu + \beta)))}{\beta^\gamma \gamma} - e^{-\Gamma\tau} \frac{fq^* + H_s\beta}{\beta^\gamma \gamma (1 + (\mu + \beta)\Gamma)} + H_s \left( \frac{1}{\beta} + c_s \right) + C_1 e^{\frac{\tau}{(\mu + \beta)\gamma}}, \quad (28)$$

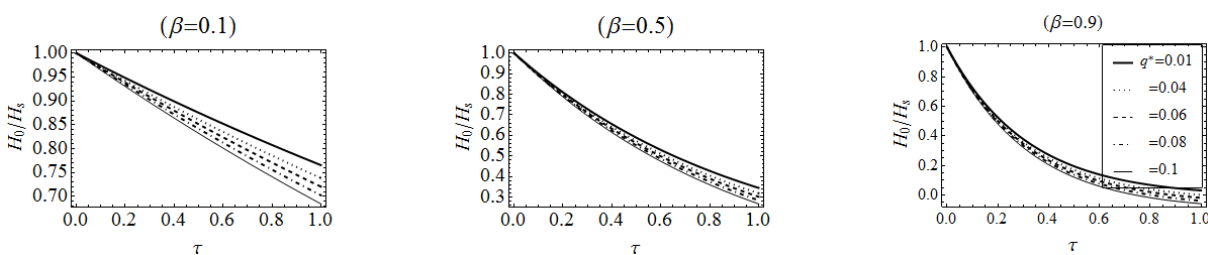
$$I_s(\tau, -\mu - \beta) = -\frac{q^*(-\beta\tau + \gamma(-f + \beta(\mu + \beta)))}{\beta^\gamma \gamma} - e^{-\Gamma\tau} \frac{fq^* - H_s\beta}{\beta^\gamma \gamma (1 - (\mu + \beta)\Gamma)} + H_s \left( -\frac{1}{\beta} + c_s \right) + C_2 e^{\frac{\tau}{(\mu + \beta)\gamma}}, \quad (29)$$



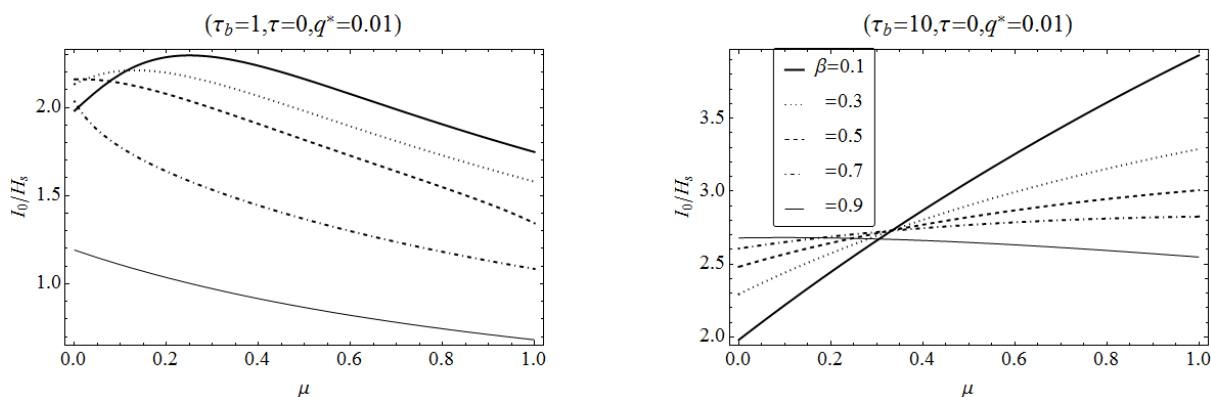
شکل ۲. کمیت های تابش بر حسب عمق اپتیکی و بعضی مقادیر  $\beta$ . مقدار  $q^*$  برابر ۰/۰۱ است.



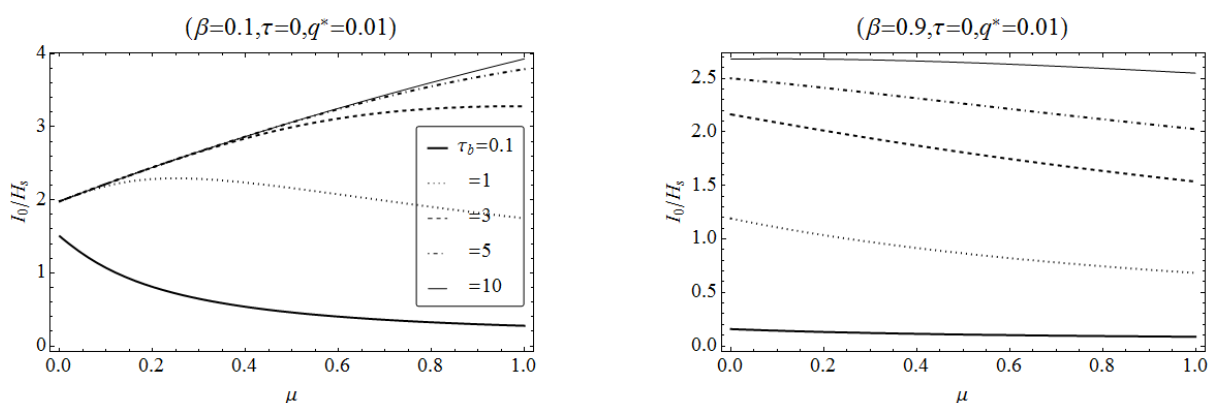
شکل ۳. رفتار شدت میانگین به ازاء مقادیر مختلف  $q^*$  و سه مقدار  $\beta$ . منحنی های بالا برای قرص ضخیم از لحاظ اپتیکی و با عمق اپتیکی کل ۱۰ و منحنی های پایین برای قرص نازک از لحاظ اپتیکی با عمق اپتیکی کل ۱.



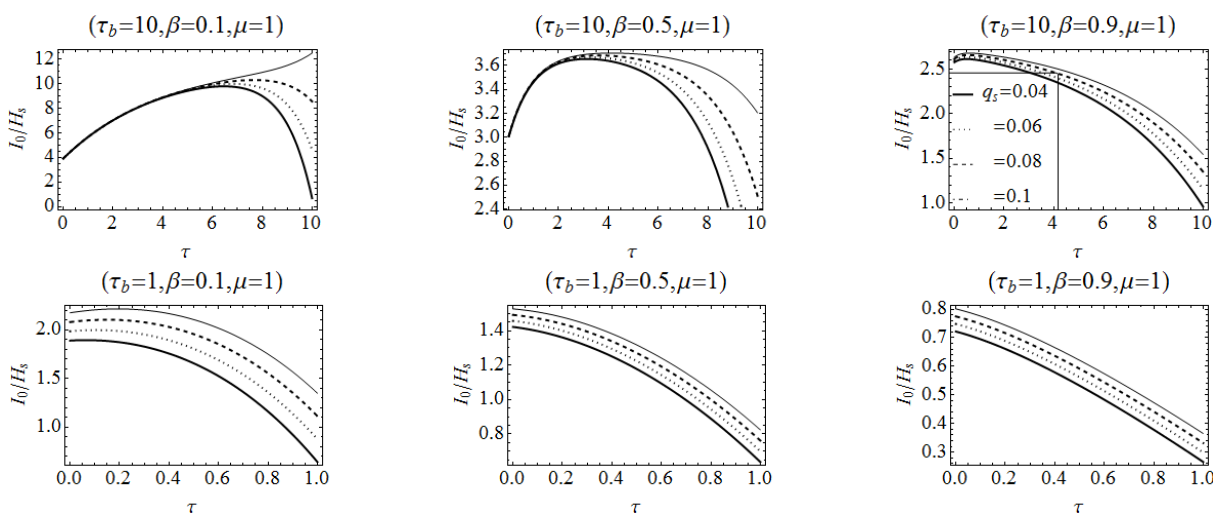
شکل ۴. رفتار شار ادینگتون به ازاء مقادیر مختلف  $q^*$ .



شکل ۵. شدت ظاهری گسیل شده از سطح قرص بر حسب  $\mu$  و چند مقدار  $\beta$ .



شکل ۶. شدت ظاهری گسیل شده از سطح قرص بر حسب  $\mu$  و چند مقدار  $\tau_b$ .



شکل ۷. رفتار شدت تابش  $I_o$  بر حسب  $\tau$  و چند مقدار  $q^*$ .

را روی شدت تابشی از سطح قرص به سمت خارج و در دو حالت غیر نسبی ( $\beta=0/1$ ) و نسبی ( $\beta=0/9$ ) نشان می‌دهد. از منحنی سمت چپ شکل ۶ که برای حد غیر نسبی رسم شده است می‌توان مشاهده کرد که شدت به سمت خارج و به ازاء  $\tau_b > 1$  با افزایش عمق اپتیکی افزایش می‌یابد و اثر

برای قرص نازک از لحاظ اپتیکی (شکل سمت چپ)، جریان نیمه شفاف شده و شدت ظاهری به سمت قطب ( $\mu=1$ ) کم می‌شود. به علاوه، با افزایش سرعت جریان، شدت در تمام جهات روند کاهشی پیدا می‌کند.

شکل ۶ اثر کسینوس جهت  $\mu$  و ضخامت کل اپتیکی قرص  $\tau_b$

فرض دیگر، که به ما در حل تحلیلی این مسئله کمک کردند، ساده کردیم. سپس با در نظر گرفتن حالت خاص تعادل تابشی در اتمسفری با یک منبع گرم‌شدگی و عامل ادینگتون وابسته به سرعت به تحلیل رفتار کمیت‌های تابش پرداختیم. رویکرد تحلیلی در این نوع مسائل می‌تواند ویژگی‌های اساسی و کیفی مسئله را به خوبی آشکار و محدودیت‌های معادلات را مشخص کند. همچنین این جواب‌ها می‌توانند برای تفسیر و درک نتایج حاصل از پژوهش‌های عددی نیز مفید باشند.

نتایج ما نشان می‌دهد که کمیت‌های تابش به شدت تحت تأثیر پارامترهای سرعت شار  $\beta$ ، عمق اپتیکی  $\tau$ ، گرم‌شدگی جرمی  $q^*$  و عمق اپتیکی کل قرص  $\tau_0$  قرار دارند. به علاوه تابش ظاهری گسیل شده از سطح قرص به کسینوس جهت  $\mu$  نیز بستگی پیدا می‌کند. به عنوان یک نتیجه، شدت ظاهری برای یک قرص ضخیم از لحاظ اپتیکی و در حد غیرنسبیتی ( $\beta$  های کوچک)، اثر تاریکی لبه را نشان می‌دهد. اما با زیاد شدن سرعت جریان و به دلیل اثرات نسبیتی، شدت تابش کمتر به کسینوس جهت وابسته خواهد شد. در مقابل و برای یک قرص نازک از لحاظ اپتیکی شدت ظاهری به سمت قطب ( $\mu=1$ ) کاهش می‌یابد و اثر روشنایی لبه مشاهده می‌شود. همچنین ما نشان دادیم که در یک قرص ضخیم از لحاظ اپتیکی اثر ترکیبی گرم‌شدگی جرمی و سرعت می‌تواند بر نوع تابعیت کمیت‌های تابش بر حسب عمق اپتیکی  $\tau$  تأثیرگذار باشند.

در این تحقیق، از تقریب ادینگتون با عامل وابسته به سرعت استفاده شد. در یک الگوی واقعی‌تر می‌توان از یک عامل ادینگتون وابسته به سرعت و عمق اپتیکی استفاده کرد. این موضوع می‌تواند در مطالعات آینده مورد توجه قرار گیرد. به علاوه ما حالت خاص تعادل تابشی را دنبال کردیم. به عنوان یک پیشنهاد، الگوی حاضر می‌تواند برای حالت تعادل ترمودینامیکی نیز گسترش یابد. فرض استقلال کمیت‌های تابش از بسامد، مسئله دیگری بود که در این مطالعه در نظر گرفته شد. می‌توان در پژوهش‌های بعدی وابستگی به بسامد کمیت‌های تابش را نیز مورد بررسی و تحلیل قرار داد.

تاریکی لبه معمول در آن داده می‌شود. با این حال، در قرص‌هایی با عمق اپتیکی بسیار کم اتفاق متفاوتی می‌افتد و ما لبه قرص را روشن‌تر از مرکز آن می‌بینیم (اثر روشنایی لبه). این نتیجه در مطالعات قبلی نیز پیش‌بینی شده بود [۱۴]. با این حال در حد نسبیتی (منحنی سمت راست شکل ۶)، نتایج ما نشان می‌دهد که اگرچه افزایش عمق اپتیکی کل قرص سبب افزایش شدت خواهد شد، اما اثر تاریکی لبه در قرص‌های با عمق اپتیکی بیشتر از یک به اثر روشنایی لبه تبدیل می‌شود.

در شکل ۷ تغییرات شدت به سمت خارج در قطب ( $\mu=1$ ) را بر حسب  $\tau$ ،  $q^*$  و  $\beta$  برای دو حالت قرص ضخیم با عمق اپتیکی کل  $10^6$  و قرص نازک با عمق اپتیکی کل ۱ مشاهده می‌کنیم. همه منحنی‌های این شکل نشان می‌دهند که افزایش گرم‌شدگی جرمی باعث افزایش شدت به سمت خارج می‌شود. این اثر در قرص ضخیم از لحاظ اپتیکی در عمق‌های بزرگ‌تر بیشتر دیده می‌شود. به علاوه در قرص نازک از لحاظ اپتیکی و به ازاء سرعت‌های مختلف، شدت به سمت خارج با افزایش عمق اپتیکی کاهش می‌یابد. در این حالت افزایش سرعت تنها باعث کاهش اثر گرم‌شدگی جرمی بر مقدار شدت تابش خواهد شد. اما در مقابل و برای یک قرص ضخیم از لحاظ اپتیکی، اثر ترکیبی سرعت و گرم‌شدگی جرمی هم بر نوع تابعیت شدت با عمق اپتیکی و هم بر مقدار شدت اثر می‌گذارد، به طوری که در حد غیرنسبیتی و به ازاء گرم‌شدگی جرمی  $10^6$  رفتار شدت تابش با عمق اپتیکی صعودی است. این تابع صعودی با افزایش سرعت و در حد نسبیتی به یک تابع نزولی بر حسب عمق اپتیکی تبدیل می‌شود.

#### ۴. نتیجه‌گیری

در این مطالعه، ما به دنبال حل تحلیلی معادلات انتقال تابش نسبیتی مربوط به اتمسفر یک قرص برافزایشی نازک از لحاظ هندسی و با عمق اپتیکی محدود بودیم. از این‌رو، معادلات اساسی را با استفاده از تقریب صفحه موازی و همچنین چندین



## مراجع

1. A Schuster, *ApJ* **21** (1905) 1.
2. E A Milne, *MNRAS* **81** (1921) 361.
3. S Chandrasekhar, *MNRAS* **94** (1934) 444.
4. D Mihalas and B W Mihalas, “*Foundations of Radiation Hydrodynamics*”, New York, Oxford University Press, (1984).
5. A Peraiah, “*An Introduction to Radiative Transfer: Methods and applications in astrophysics*”, Cambridge, Cambridge University Press (2002).
6. J I Castor, “*Radiation Hydrodynamics*”, Cambridge, Cambridge University Press (2004).
7. J Fukue, *PASJ* **57**(2005) 1023.
8. J Fukue and C Akizuki, *PASJ* **58** (2006) 1073.
9. J Fukue, *PASJ* **59** (2007 ) 687.
10. J Fukue, *PASJ* **61** (2009) 367.
11. J Fukue, *PASJ* **62** (2010) 255 .
12. J Fukue, *PASJ* **63** (2011) 1273.
13. J Fukue, *PASJ* **64** (2012) 52.
14. M Samadi , F Habibi, and S Abbassi, *MNRAS* **496** (2020) 1655.
15. F Habibi and M Samadi, *IJAA* **7** (2020) 67