

## ابرجریان اسپین قطبیده هم صفحه در یک اتصال توپولوژیک جوزفسون

مرتضی صالحی

گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه بوعلی سینا، همدان

پست الکترونیکی: m.salehi@basu.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۴۰۲/۱۱/۲۶؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۴۰۳/۰۱/۱۰)

### چکیده

در این تحقیق، ما یک اتصال توپولوژیک جوزفسون تشکیل شده از ابررسانای عادی و فرومغناطیس بر روی سطح یک عایق توپولوژیک سه بعدی را در نظر گرفتیم و از سازوکار بوگولیووف-دوژن استفاده کردیم. اگر مغناطش ناحیه فرومغناطیسی به صورت هم صفحه اعمال شود و مؤلفه عمود بر فصل مشترک فرومغناطیس-ابررسانا داشته باشد، بر روی حالت های مقید آندریو اثر گذاشته و با تشکیل یک ناحیه آندریو سبب کاهش ابرجریان شارش پیدا کرده در اتصال می شود. همچنین، مغناطش هم صفحه سبب تغییر آرایش اسپینی حالت های هم صفحه نیز می شود و این تغییر موجب می شود تا ابرجریان شارش پیدا کرده در اتصال اسپین قطبیده شود. از آنجایی که حالت های دیراک عایق توپولوژیک برهم کنش بسیار قوی اسپین-مدار دارند، این اسپین قطبیدگی در صفحه اتصال رخ خواهد داد. علاوه بر آن، ابر جریان اسپین-قطبیده در  $m_x \sim \Delta_x/2$  به بیشینه مقدار خود می رسد. در نهایت، اگر مغناطش مؤلفه موازی با فصل مشترک داشته باشد، ابرجریان غیرعادی خواهیم داشت که حتی در غیاب اختلاف فاز ابررسانایی شارش خواهد یافت. تولید ابرجریان اسپین-قطبیده به دلیل این که فاقد اتلاف انرژی است از نقطه نظر کاربردی بسیار حائز اهمیت است و می تواند در طراحی دستگاه های اسپینترونیکی مورد استفاده قرار گیرد.

**واژه های کلیدی:** اتصال جوزفسون، ابرجریان اسپین قطبیده، مغناطش هم صفحه، ابرجریان غیرعادی

### ۱. مقدمه

وارونگی نوار انرژی در کپه ماده حالت های سطحی دیراکی دارند که نسبت به اختلال های موضعی مقاوم است [۸ و ۹]. ابتدا در دو بعد [۱۰ و ۱۱] و پس از آن در سه بعد [۱۲ و ۱۳] پیش بینی شدند و در نهایت نیز به صورت آزمایشگاهی کشف شدند [۱۴-۱۸]. برخلاف گرافین، در هامیلتونی مؤثر حالت های سطحی عایق توپولوژیک، بین اندازه حرکت و اسپین واقعی ذره همبستگی بسیار قوی وجود دارد [۱۸]. در دسترس بودن این حالت های سطحی سبب می شود تا بتوان با القای فرومغناطیسی یا ابررسانایی به وسیله اثر مجاورت، آن را به زیرساخت مناسبی جهت مطالعه این پدیده ها در یک ماده با برهم کنش بسیار قوی اسپین-مدار تبدیل کرد [۱۹-۲۸]. در فصل مشترک بین ابررسانا با فلز نرمال، یک الکترون فرودی این شانس را دارد تا به

گرافین یک تک لایه از اتم های کربن است که در یک ساختار دو بعدی لانه زنبوری قرار گرفته اند. رابطه پاشندگی حامل های بار در گرافین در انرژی های پایین خطی و همسانگرد است [۱]. هامیلتونی مؤثر بر آنها نیز مانند هامیلتونی دیراک برای ذرات بدون جرم است که در کوانتوم نسبیتی مورد استفاده قرار می گیرد [۲ و ۳]. به همین دلیل گرافین بعد از کشف به عنوان اولین ماده دیراکی بسیار مورد توجه جامعه فیزیک قرار گرفت [۴-۷]. در هامیلتونی گرافین همبستگی بین اندازه حرکت و شبه اسپین ( زیرشبهه ) همبستگی بسیار قوی وجود دارد. عایق های توپولوژیک دسته ای دیگر از مواد هستند که به دلیل

## ۲. تئوری و محاسبه

ما برای بررسی اتصال جوزفسون از معادله بوگولیوبوف-دوژن<sup>۴</sup> (BdG) استفاده می‌کنیم [۳۱]. یک اتصال فرومغناطیس-ابرسانا-فرومغناطیس بر روی سطح عایق توپولوژیک سه بعدی مانند شکل ۱ در نظر بگیرید. هامیلتونی BdG برای این سامانه به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$H_{BdG} = \begin{pmatrix} H_D(\mathbf{k}) - \mu & \Delta e^{i\phi} \\ \Delta e^{-i\phi} & \mu - TH_D(\mathbf{k})T^{-1} \end{pmatrix}, \quad (1)$$

این رابطه در فضای نامبو<sup>۵</sup> نوشته شده است.  $H_D(\mathbf{k})$  هامیلتونی مؤثر بر فرمیون‌های دیراک است که بر روی سطح عایق توپولوژیک حضور دارند و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$H_D(\mathbf{k}) = \hbar v_F (\boldsymbol{\sigma} \times \mathbf{k}) \cdot \hat{e}_z - \mathbf{m} \cdot \boldsymbol{\sigma}, \quad (2)$$

در رابطه بالا،  $\boldsymbol{\sigma}$  ماتریس پائولی اسپین و  $\mathbf{k}$  اندازه حرکت است. بردار مغناطش فرومغناطیسی را با  $\mathbf{m}$  و سرعت فرمی را با  $v_F$  نشان دادیم. برای جلوگیری از پیچیدگی روابط مقدار  $\hbar v_F = 1$  را در نظر می‌گیریم. همچنین، تقارن وارونی-زمانی در رابطه (۱) به صورت  $T = i\sigma_y \mathcal{K}$  تعریف می‌شود که  $\mathcal{K}$  عملگر مزدوج مختلط است. علاوه بر این،  $\Delta$  دامنه پارامتر نظم ابرسانایی و  $\phi$  فاز مختلط آن است که می‌تواند برای الکترودهای ابرسانای دو سمت اتصال جوزفسون دو مقدار متفاوت باشد. این اختلاف فاز عامل ایجاد ابرجریان است [۳۸]. در نهایت  $\mu$  پتانسیل شیمیایی است. فرض ما بر این است که فرومغناطیسی و ابرسانایی هر دو به وسیله اثر مجاورت بر روی سطح عایق توپولوژیک القاء می‌شوند [۳۹-۴۳]. بردار مغناطش  $\mathbf{m} = (m_x, m_y)$  در صفحه x-y قرار گرفته است و به ناحیه  $0 \leq x \leq L$  محدود شده است. از طرفی ابرسانایی  $\Delta_s \neq 0$ ، ناحیه‌های  $-\infty \leq x \leq 0$  و  $0 \leq x \leq +\infty$  را پوشش می‌دهد. در ناحیه فرومغناطیس جایی که  $\mathbf{m} \neq 0$  و  $\Delta_s = 0$  است، ویژه مقادیرهای رابطه (۱) به دو دسته مجزا به صورت زیر تقسیم بندی می‌شوند:

صورت یک حفره بازتاب کرده و یک زوج کوپر<sup>۱</sup> وارد چگاله ابرسانا شود. این بازتاب که به نام بازتاب آندریو<sup>۲</sup> شناخته می‌شود در محدوده انرژی‌های پایین‌تر از گاف انرژی ابرسانا مهم‌ترین سازوکار ترابرد کوانتومی اتصال‌های ابرسانایی است که سبب می‌شود تا جریان با اتلاف انرژی به ابرجریان بدون اتلاف انرژی تبدیل شود [۲۹-۳۱]. زوج‌های کوپر در ابرسانای مرسوم از دو فرمیون با اسپین مخالف تشکیل شده‌اند و موج s را ایجاد می‌کنند [۳۲]. از سوی دیگر، در فرومغناطیسی تمایل بر این است که اسپین الکترون‌ها هم‌راستا با یکدیگر باشند [۳۳]. همین موضوع سبب شده است که برهم‌کنش بین فرومغناطیسی و ابرسانایی زیرساختی جذاب برای کشف پدیده‌های جدید باشد [۳۴-۳۶].

در این مقاله، ما با در نظر گرفتن یک اتصال جوزفسون<sup>۳</sup> بین ابرسانا-فرومغناطیس-ابرسانا (SFS) بر روی سطح یک عایق توپولوژیک سه بعدی به بررسی ابرجریان شارش پیدا کرده در این اتصال پرداخته‌ایم. نشان دادیم که بردار مغناطش فرومغناطیس در صورتی که مؤلفه موازی با سطح عایق توپولوژیک داشته می‌تواند مکان مخروط دیراک را در فضای اندازه حرکت جابه‌جا کند و همچنین مخروط‌های دیراک الکترون-گونه و حفره-گونه را نیز از یکدیگر جدا کند. علاوه بر این نشان دادیم که به دلیل برهم‌کنش بسیار قوی اسپین-مدار، این جداسازی سبب می‌شود تا راستای حرکت فرمیون‌های دیراک در فضای واقعی نیز تحت تأثیر قرار گیرند و ابرجریان شارش پیدا کرده در اتصال جوزفسون اسپین قطبیده شود. همچنین، حالت مقید آندریو به مد انتشاری آندریو تبدیل می‌شود که می‌تواند یک ابرجریان جوزفسون-هال موازی با فصل مشترک ابرسانا ایجاد کند [۲۸]. علاوه بر این، ابرجریان شارش پیدا کرده نیز در صفحه اتصال اسپین-قطبیده است که موضوع بسیار مهم است و قابلیت‌های کاربردی در حوزه اسپینترونیک دارد [۳۷].

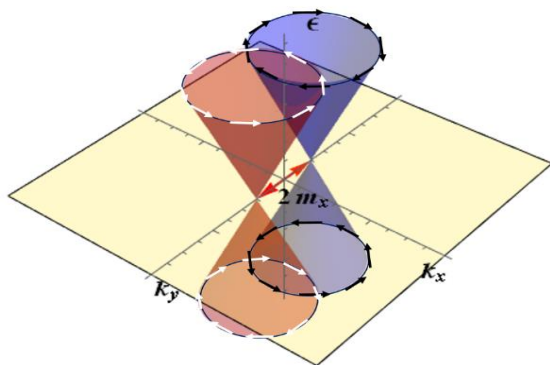
<sup>1</sup> Cooper pair

<sup>2</sup> Andreev reflection

<sup>3</sup> Josephson junction

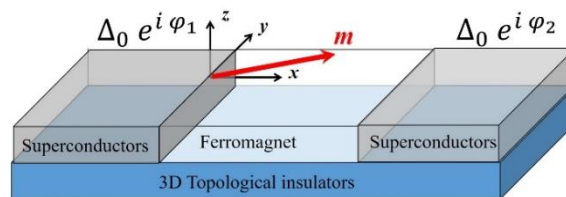
<sup>4</sup> Bogoliubov-deGennes equation

<sup>5</sup> Nambu space



شکل ۲. رابطه پاشندگی در ناحیه فرومغناطیس در حضور مغناطش هم‌صفحه سبب جدا شدن مخروط‌های دیراک الکترون-گونه و حفره-گونه در فضای اندازه حرکت می‌شود. به دلیل برهم‌کنش بسیار قوی اسپین-مدار جهت‌گیری اسپین کاملاً وابسته به راستای حرکت شبه‌ذره است. راستای اسپین الکترون-گونه در خلاف جهت حفره-گونه است. در این شکل  $\mu = 0$  و  $m_y = 0$  است.

که  $\eta_e$  ماتریس یک‌ه با ابعاد  $2 \times 2$  در فضای نامبو تعریف شده است. اثر عملگر اسپین بر روی ویژه حالت‌های رابطه‌های (۳) و (۴) نشان می‌دهد که اسپین ذره به طور کامل به اندازه حرکت جفت شده است و با توجه به راستای حرکت ذره، مقدار اسپین آن تغییر می‌کند. این موضوع در شکل ۳ نمایش داده شده است. برای این که یک بازتاب آندریو، در حد پرتابه‌ای<sup>۱</sup>، در ترابرد کوانتومی اتصال نقش داشته باشد، انرژی و مؤلفه موازی با فصل مشترک اندازه حرکت ذره فرودی، در اینجا مؤلفه  $k_y$ ، بقا خواهند داشت. در این صورت در رابطه‌های (۳) و (۴)،  $\varepsilon_e = \varepsilon_h$  و مقدار  $k_y$  نیز مشترک است ولی مقدار  $k_x$  می‌تواند تغییر کند. در شکل ۳. الف نمای از بالای یک اتصال توپولوژیک جوزفسون را در فضای اندازه حرکت مشاهده می‌کنیم که مخروط‌های دیراک آن به صورت دایره‌های جدا شده از یکدیگر نشان داده شده‌اند. شعاع دایره الکترون-گونه با توجه به رابطه (۳) برابر  $\mu + \varepsilon$  است. شعاع دایره حفره-گونه نیز برابر  $|\varepsilon - \mu|$  است. الکترون فرودی که در جایگاه  $a_l$  بر روی دایره دیراک نشان داده شده است، طبق رابطه (۶)، تحت زاویه  $\theta$  بر روی فصل مشترک سمت راست اتصال توپولوژیک جوزفسون فرود می‌آید.



شکل ۱. اتصال جوزفسون ابرسانا-فرومغناطیس-ابرسانا بر روی سطح عایق توپولوژیک سه بعدی. بردار مغناطش هم‌صفحه  $\mathbf{m}$  در صفحه  $xy$  قرار گرفته است. ابرسانایی القاء شده را از نوع موج  $s$  فرض کرده‌ایم.

$$\varepsilon_e = \pm \sqrt{(k_x + m_y)^2 + (k_y - m_x)^2} - \mu, \quad (3)$$

$$\varepsilon_h = \pm \sqrt{(k_x - m_y)^2 + (k_y + m_x)^2} + \mu, \quad (4)$$

که پانویس  $e$  اشاره به حالت الکترون-گونه و  $h$  اشاره به حالت حفره-گونه ویژه مقدارها دارد. در رابطه‌های (۳) و (۴) پانویس های  $\{x, y, z\}$  اشاره به مؤلفه‌های اندازه حرکت و مغناطش در دستگاه دکارتی دارد. در حالتی که  $\mu = 0$  باشد، رابطه (۳) نشان‌دهنده یک مخروط دیراک در فضای اندازه حرکت است که نقطه دیراک آن در  $\{k_x = -m_y, k_y = m_x\}$  قرار دارد. این مخروط که با رنگ آبی در شکل ۲ نشان داده شده است، مخروط فرمیون‌های دیراک الکترون-گونه است. از سوی دیگر، رابطه (۴) نشان‌دهنده مخروط دیراک برانگیختگی‌های حفره-گونه است که نقطه دیراک آن در  $\{k_x = m_y, k_y = -m_x\}$  قرار دارد. این مخروط در شکل ۲ با رنگ قرمز مشخص شده است. فاصله نقاط دیراک این مخروط‌ها در فضای اندازه حرکت برابر با  $2\sqrt{m_x^2 + m_y^2}$  است. تغییر بزرگی و راستای مغناطش هم‌صفحه منجر به تغییر مکان مخروط‌های دیراک در فضای اندازه حرکت خواهد شد. مغناطش عمود برصفحه نیز سبب ایجاد گاف انرژی بین حالت‌های با انرژی مثبت و منفی خواهد شد. عملگر اسپین شبه ذره‌ها را به صورت زیر معرفی می‌کنیم:

$$\hat{S}_\alpha = \eta_e \sigma_\alpha, \quad (5)$$

علاوه بر آن عملگر سرعت گروه نیز به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\hat{V}_g = -\eta_e \sigma_y \hat{e}_x + \eta_e \sigma_x \hat{e}_y, \quad (6)$$

<sup>۱</sup> Ballistic limit

راستای بازتاب، منجر به تغییر مقدار مؤثر اسپین حمل شده توسط الکترون فرودی و حفره بازتابیده می‌شود که در نهایت منجر به تولید ابرجریان اسپین-قطبیده می‌شود. در حضور برهم‌کنش اسپین-مدار عملگر اسپین، رابطه (۵) بقا ندارد و با هامیلتونی BdG در رابطه (۱) جابه‌جا نمی‌شود. البته تک‌دستی<sup>۱</sup> بقا دارد [۲۷]. برای تعیین حدود ناحیه آندریو از رابطه (۳) مقدار  $k_y$  را استخراج کرده و در رابطه (۴) قرار می‌دهیم تا  $k_x^h$  را برای حفره بازتابیده به دست آوریم،

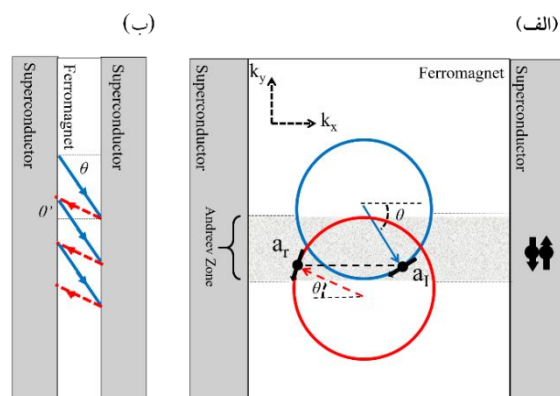
$$k_x^h = \pm \sqrt{(\varepsilon - \mu)^2 - (k_y + m_x)^2} + m_y, \quad (7)$$

از این رابطه آشکار است که شرط  $|\varepsilon - \mu| \geq |k_y + m_x|$  باید برقرار باشد تا حفره بازتابیده بتواند یک حالت پایدار بر روی دایره حفره-گونه بیابد. این شرط مشخص‌کننده حدود ناحیه آندریو است. این نکته را نباید فراموش کرد که الکترون فرودی بر فصل مشترک این احتمال را نیز خواهد داشت که تحت یک بازتاب الکترون-الکترون (نرمال) نیز بازتابیده شود. ویژه حالت‌های متناظر با ویژه مقادیرهای رابطه‌های (۳) و (۴) به صورت زیر به دست می‌آید [۲۸]:

$$\psi_e^\pm(\mathbf{r}) = \begin{pmatrix} i \\ \pm e^{\pm i\theta} \\ \circ \\ \circ \end{pmatrix} e^{\pm i k_x^e x - i m_y x + i k_y y}, \quad (8)$$

$$\psi_h^\pm(\mathbf{r}) = \begin{pmatrix} \circ \\ \circ \\ i \\ \pm S e^{\pm i\theta'} \end{pmatrix} e^{\pm i S k_x^h x + i m_y x + i k_y y}, \quad (9)$$

جمله  $m_y x$  را در تابع نمایی جدا کردیم تا بر اهمیت نقش آن در ایجاد ابرجریان غیرعادی تأکید کنیم. از نقطه نظر آزمایشگاهی برای القای ابرسانایی نیاز به چگالی حالت‌های بسیار زیاد بر روی سطح عایق توپولوژیک داریم. برای برآورده کردن این شرط، حد  $\mu \rightarrow \infty$  را در نظر می‌گیریم و به این ترتیب برای ناحیه ابرسانایی،  $\{m = 0, \Delta \neq 0\}$  نیز چهار تابع موج پایه به صورت زیر به دست خواهد آمد:



شکل ۳. (الف) نمای از بالا مخروط‌های دیراک الکترون-گونه و حفره-گونه و ایجاد ناحیه آندریو در قسمت فرومغناطیس اتصال توپولوژیک جوزفسون. بردار آبی رنگ که مبدأ آن در مرکز دایره دیراک الکترون-گونه قرار دارد، راستای حرکت فرمیون در فضای حقیقی برای  $a_l$  را نشان می‌دهد. بردار قرمز رنگ متناظر، راستای حرکت حفره بازتابیده تحت بازتاب آندریو،  $a_r$ ، در فضای حقیقی را نشان می‌دهد. اسپین ذره فرودی و حفره بازتابیده با توجه به راستای حرکت آنها با بردار سیاه رنگ مشخص شده است. (ب) توالی بازتاب‌های آندریو از هر دو الکترون ابرسانا منجر به ایجاد یک مد انتشاری آندریو خواهد شد که موازی با فصل مشترک ابرسانا منتشر شده و ابرجریان جوزفسون-هال را ایجاد می‌کند.

در حد پرتابه‌ای، تحت بازتاب آندریو مؤلفه  $k_y$  بقا خواهد داشت و حفره بازتابیده تنها می‌تواند در جایگاه  $a_r$  قرار بگیرد. در این وضعیت مطابق رابطه (۶)، حفره بازتابیده در فضای حقیقی تحت زاویه  $\theta' \neq \theta$  منتشر می‌شود. این حفره تحت یک بازتاب آندریوی مجدد در مرز ابرسانای سمت چپ، می‌تواند به جایگاه  $a_l$  برگردد و چرخه تشکیل حالت مقید آندریو را کامل کند [۴۴ و ۴۵]. البته به دلیل این که راستای انتشار الکترون فرودی  $\theta$  و حفره بازتابیده  $\theta'$  متفاوت است، مانند شکل ۳. ب یک مد انتشاری آندریو ایجاد می‌شود که موازی با فصل مشترک اتصال توپولوژیک جوزفسون منتشر خواهد شد. این اثر تنها در بخش هم‌پوشان دایره‌های الکترون-گونه و حفره-گونه رخ می‌دهد، پس این منطقه را ناحیه آندریو می‌نامیم که نقش اصلی در تولید ابرجریان را دارد. در فرایند بازتاب آندریو یک زوج کوپر با موج  $s$  که اسپین خالص صفر دارد وارد چگاله ابرسانا خواهد شد. از سوی دیگر به دلیل برهم‌کنش بسیار قوی اسپین-اندازه حرکت در سامانه، تغییر

<sup>1</sup> Chirality

ناحیه فرومغناطیس بازتاب کند.

- تحت یک حفره به صورت بازتاب نرمال به ناحیه فرومغناطیس پس زده شود.
- در یکی از حالت‌های شبه‌ذره الکترون-گونه یا حفره-گونه که در بالای گاف ابرسانایی وجود دارند تونل زنی کرده و از اتصال دور شود [۴۶].

برای الکترون فرودی بر فصل مشترک سمت چپ اتصال توپولوژیک جوزفسون نیز فرایند پراکندگی یکسانی وجود دارد. با فیزیک کاملاً یکسان، برای حفره و الکترون فرودی بر فصل مشترک فرومغناطیس- ابرسانا سمت راست اتصال نیز رویدادهای پراکندگی یکسانی رخ می‌دهد. در نتیجه تابع موج کل برای الکترون ابرسانا سمت چپ، ناحیه فرومغناطیس میانی و الکترون ابرسانا سمت راست خواهیم داشت،

$$\begin{aligned}\Psi_L^S(\mathbf{r}) &= a_v \psi_e^{S,-}(\mathbf{r}) + a_v \psi_h^{S,-}(\mathbf{r}), \\ \Psi^F(\mathbf{r}) &= a_v \psi_e^+(\mathbf{r}) + a_v \psi_e^-(\mathbf{r}) \\ &\quad + a_s \psi_h^+(\mathbf{r}) + a_s \psi_h^-(\mathbf{r}),\end{aligned}\quad (13)$$

$\Psi_R^S(\mathbf{r}) = a_v \psi_e^{S,+}(\mathbf{r}) + a_s \psi_h^{S,+}(\mathbf{r})$ ,  
پانویس L و R به الکترون سمت چپ و سمت راست اشاره دارد. مجموعه  $\{a_1, \dots, a_8\}$  دامنه متناظر با هر کدام از ویژه تابع‌های رابطه‌های (۸) تا (۱۱) است. هر کدام از تابع موج‌های کل رابطه (۱۳) باید در شرط مرزی زیر صدق کنند:

$$\begin{aligned}\Psi_L^S(x = 0_-) &= \Psi^F(x = 0_+), \\ \Psi_R^S(x = d_+) &= \Psi^F(x = d_-),\end{aligned}\quad (14)$$

این شرایط مرزی منجر به یک دستگاه معادله همگن خواهد شد که ۸ مجهول  $\{a_1, \dots, a_8\}$  دارد. این دستگاه تنها در صورتی جواب غیربدیهی دارد که دترمینان ضرایب آن برابر صفر باشد [۴۵]. بعد از ساده‌سازی‌های سر راست، جواب دترمینان به صورت زیر می‌شود:

$$A \cos(\delta\phi + \gamma m_y d) + D = B \cos(\gamma\beta) + C \cos(\gamma\beta), \quad (15)$$

که شامل تعریف‌های زیر است:

$$\begin{aligned}A &= \cos(\theta_e) \cos(\theta_h), \\ B &= \cos(k_e d) \cos(k_h d) \cos(\theta_e) \cos(\theta_h) \\ &\quad - \sin(k_e d) \sin(k_h d), \\ C &= \cos(k_e d) \sin(k_h d) \cos(\theta_e) \\ &\quad + \sin(k_e d) \cos(k_h d) \cos(\theta_h), \\ D &= \sin(k_e d) \sin(k_h d) \sin(\theta_e) \sin(\theta_h),\end{aligned}\quad (16)$$

$$\psi_e^{S,\pm}(\mathbf{r}) = \begin{pmatrix} i \\ \pm 1 \\ i e^{i\phi - i\beta} \\ \pm e^{i\phi - i\beta} \end{pmatrix} e^{\pm i k_x^S e x + i k_y y}, \quad (10)$$

$$\psi_h^{S,\pm}(\mathbf{r}) = \begin{pmatrix} i e^{i\phi - i\beta} \\ \mp e^{i\phi - i\beta} \\ i \\ \mp 1 \end{pmatrix} e^{\pm i k_x^S h x + i k_y y}, \quad (11)$$

کمیت‌های  $k_x^{S,h}$  و  $k_x^{S,e}$  مؤلفه‌های بردار موج در راستای محور x هستند و به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\begin{aligned}k_x^{S,e} &= \pm \sqrt{(\mu_S + \sqrt{\varepsilon^2 - \Delta_s^2})^2 - k_y^2}, \\ k_x^{S,h} &= \pm \sqrt{(\mu_S - \sqrt{\varepsilon^2 - \Delta_s^2})^2 - k_y^2},\end{aligned}\quad (12)$$

در اینجا بالانویس S اشاره به ناحیه ابرسانایی دارد. به دلیل این که دو الکترون ابرسانا در سامانه وجود دارد، اختلاف فاز پارامتر نظم را که منجر به شارش ابرجریان در اتصال می‌شود به صورت  $\delta\phi = \phi_L - \phi_R$  تعریف می‌کنیم. در نهایت  $\beta = \cos^{-1}(\varepsilon / \Delta_s)$  تعریف می‌شود و عامل ایجاد بازتاب آندریو است.

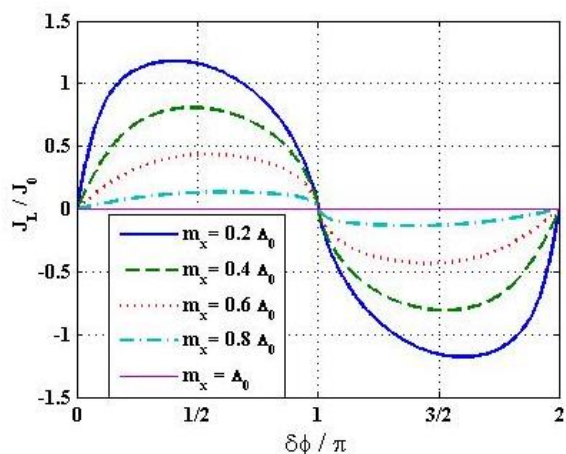
### ۳. نتیجه‌گیری

در این بخش، با توجه به برونادهای بخش ۲، نتیجه‌هایی را گزارش خواهیم داد که تا به حال در هیچ یک از مقالات قبلی گزارش نشده بودند.

#### ۳.۱. رابطه انرژی- فاز

برای به دست آوردن رابطه انرژی- فاز اتصال توپولوژیک جوزفسون باید مسئله پراکندگی شبه‌ذرات مطابق شکل ۳ الف را حل کرد. برای شروع، فصل مشترک سمت چپ فرومغناطیس و ابرسانا را در نظر می‌گیریم که یک فرمیون حفره-گونه چپ رونده به آن برخورد می‌کند. احتمال‌های زیر برای حفره وجود دارد:

- تحت یک بازتاب آندریو به صورت یک الکترون به



شکل ۵. ابرجریان اتصال توپولوژیک جوزفسون نسبت به اختلاف فاز ابرسانی  $\delta\phi$  برای مقادیر مختلف مغناطش هم صفحه  $m_x$ . افزایش مغناطش منجر به کاهش ناحیه آندریو شده و در نتیجه مدهای انتشاری آندریوی کمتری در تشکیل ابرجریان شرکت می کنند که منجر به کاهش مقدار جریان بحرانی می شود. در اینجا  $\mu = \Delta_0$  و  $J_0 = e/\hbar$ .

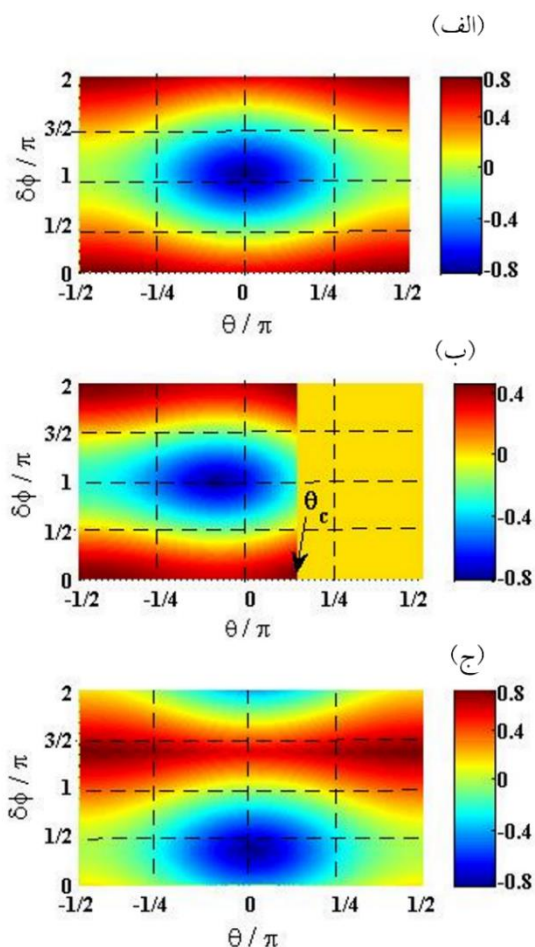
این رابطه، تنها در ناحیه آندریو که مرزهای آن برای زاویه الکترون فرودی به صورت زیر تعریف می شود، معتبر است.

$$\theta_{max} = \sin^{-1} \left( \min \left\{ 1, 1 - \frac{2m_x}{\mu} \right\} \right) \quad (18)$$

$\theta_{min} = \sin^{-1} \left( \max \left\{ -1, -1 - \frac{2m_x}{\mu} \right\} \right)$

در ناحیه آندریو، بردار موج و رابطه انرژی-فاز حقیقی هستند و در تراپرد کوانتومی اتصال توپولوژیک جوزفسون سهم اصلی را دارند. رابطه های (۱۷) و (۱۸) مهم ترین دستاورد این مقاله هستند که با توجه به دانش ما در مقالات قبلی گزارش نشدند. این رابطه ها به خوبی نقش مغناطش هم صفحه را مشخص می کنند. به عنوان مثال از رابطه (۱۸) آشکار می شود که در حضور  $m_x$  ناحیه آندریو تشکیل می شود و برای الکترون فرودی که راستای انتشار آن فراتر از مرزهای ناحیه آندریو باشد امکان تشکیل مد انتشاری آندریو وجود ندارد و رابطه انرژی-فاز آن مختلط و ناپایدار خواهد بود. نقش  $m_x$  در شکل ۴. ب آمده است.

در شکل ۴. الف رابطه انرژی-فاز اتصال توپولوژیک جوزفسون در غیاب مغناطش رسم شده است [۲۳ و ۴۷]. در حضور مغناطش  $m_x$  مخروط های الکترون-گونه و حفره-گونه مطابق شکل ۲ از هم جدا شده و ناحیه آندریو را تشکیل می دهند. در



شکل ۴. رابطه انرژی-فاز اتصال توپولوژیک جوزفسون. (الف) رابطه انرژی-فاز در نبود مغناطش هم صفحه، (ب) رابطه انرژی-فاز در حضور مغناطش هم صفحه با مؤلفه  $\{m_x = 0.2\Delta_0\}$  و (ج) رابطه انرژی-فاز با مغناطش هم صفحه با مؤلفه  $\{m_y = 2\Delta_0\}$ .

در ادامه، برای به دست آوردن رابطه انرژی-فاز مد انتشاری آندریو از حد اتصال کوتاه استفاده می کنیم. در این تقریب طول همدوسی ابرسانی،  $\xi = \hbar v_F / \Delta_0$ ، در یک اتصال جوزفسون نسبت به طول اتصال  $d$  بسیار بزرگ تر است، یعنی  $d \gg \xi$  است. در این حد می توان از انرژی برانگیختگی،  $\mathcal{E}$ ، در برابر پتانسیل شیمیایی صرف نظر کرد. در نهایت با استفاده از این تقریب، رابطه (۱۵) به صورت زیر منجر به رابطه انرژی-فاز اتصال توپولوژیک جوزفسون می شود.

$$\frac{\mathcal{E}(\delta\phi)}{\Delta_0} = \cos \left[ \frac{1}{2} \cos \left( \frac{D + A \cos(\delta\phi + 2m_y d)}{\sqrt{B^2 + C^2}} \right) + \frac{1}{2} \cos \left( \frac{B}{\sqrt{B^2 + C^2}} \right) \right] \quad (17)$$

در حضور  $m_x$ ، در اختلاف فاز صفر مقدار ابرجریان نیز صفر است در حالی که در حضور  $m_y$  در اختلاف فاز صفر مقدار غیر صفر و ابرجریان غیر عادی داریم. بنابر بر رابطه (۱۵) ابرجریان غیر عادی با اضافه کردن یک اختلاف فاز القایی به اختلاف فاز ابررسانایی به صورت  $\delta\phi = 2m_y d$  ایجاد می شود. این اختلاف فاز القایی از برهم کنش مغناطش با اسپین-اندازه حرکت ایجاد می شود و سبب شارش ابرجریان حتی در غیاب اختلاف فاز ذاتی می شود [۵۰].

### ۳.۳. ابرجریان اسپین-قطبیده هم صفحه

حالت های موجود بر روی سطح عایق توپولوژیک در صفحه x-y قرار دارند و به دلیل برهم کنش قوی اسپین-اندازه حرکت، مؤلفه های اسپین هر حالت نیز مطابق با رابطه (۱) و شکل ۲ در صفحه x-y قرار دارند. در حضور مغناطش  $m_x$ ، آرایش اسپینی مدهای انتشاری آندریو تغییر می کند و همین موضوع سبب می شود سهم اسپینی ناشی از قسمت الکترون-گونه با حفره-گونه مد انتشاری آندریو متفاوت باشد. با توجه به محدودیتی که ناحیه آندریو از طریق رابطه (۱۸) ایجاد می کند، ابرجریان شارش پیدا کرده در اتصال توپولوژیک جوزفسون اسپین-قطبیده می شود. در سامانه های با برهم کنش نسبی اسپین-مدار، عملگر اسپین نمی تواند با هامیلتونی جابه جا شود و به همین دلیل مقدار چشم داشتی اسپین و جریان اسپینی خوش تعریف نیستند [۵۱].

در این سامانه به دلیل برهم کنش قوی اسپین-مدار، تک دستی می تواند با هامیلتونی رابطه های (۱) و (۲) جابه جا شود، لذا به راحتی می توان برای هر یک از حالت های الکترون-گونه یا حفره-گونه ای که بر روی دایره های دیراک قسمت شکل ۳. الف قرار دارند مؤلفه اسپین در صفحه را محاسبه کرد و در نتیجه سهم هر مؤلفه مد انتشاری آندریو در ابرجریان اسپین-قطبیده را به صورت زیر به دست آورد. برای مؤلفه x ابرجریان اسپین-قطبیده داریم:

$$J_{S_x}(\delta\phi) = \frac{-e}{\hbar} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} d\theta_e \frac{\partial \mathcal{E}(\delta\phi)}{\partial \delta\phi} \begin{pmatrix} \cos \theta_e \sin \theta_h \\ -\cos \theta_h \sin \theta_e \end{pmatrix}, \quad (20)$$

مؤلفه x اسپین الکترون-گونه به شکل  $\sin \theta_e$  و حفره-گونه به شکل  $\sin \theta_h$  به ابرجریان اضافه شده است. همچنین برای

این حالت، همه حالت های موجود بر روی دایره دیراک نمی توانند تشکیل حالت مقید آندریو دهند و تنها حالت هایی که در ناحیه آندریو قرار دارند می توانند با تشکیل مد انتشاری آندریو، علاوه بر ترابرد ابرجریان در طول اتصال، ابرجریان جوزفسون - هال را ایجاد کنند. از سوی دیگر، در حضور مؤلفه  $m_y$  مقدار فاز  $\delta\phi$  به اندازه  $2m_y d$  مطابق شکل ۴. ج جابه جا شده است. این جابه جایی فاز منجر به شارش ابرجریان، حتی در مقدار  $\delta\phi = 0$ ، می شود که مهم ترین نشانه یک اتصال توپولوژیک غیر عادی است. در محدوده  $\pi/2d \leq m_y \leq \pi/d$ ، شارش ابرجریان در خلاف جهت اختلاف فاز ابررسانایی خواهد بود و سامانه با یک انتقال- $\pi$  مواجه است.

### ۳.۲. ابرجریان جوزفسون

با استفاده از رابطه (۱۷) انرژی- فاز اتصال توپولوژیک جوزفسون، ابرجریان را که در طول اتصال شارش می یابد می توان با توسعه تئوری های پیشین و جداسازی سهم الکترون-گونه و حفره-گونه مد انتشاری آندریو به صورت زیر محاسبه کرد:

$$J_S(\delta\phi) = \frac{-e}{\hbar} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\partial \mathcal{E}(\delta\phi)}{\partial \delta\phi} (\cos(\theta_e) + \cos(\theta_h)) d\theta_e, \quad (19)$$

که  $\cos(\theta_e)$  سهم الکترون-گونه و  $\cos(\theta_h)$  سهم حفره-گونه در ابرجریان را محاسبه می کند. در غیاب مغناطش و در سامانه های همسانگرد، این دو سهم با یکدیگر برابر بوده و به صورت ضریب  $2e/\hbar$  در انتگرال ترابرد ظاهر می شود [۴۴، ۴۸ و ۴۹]. در شکل ۵، ابرجریان شارش پیدا کرده در طول اتصال بر حسب اختلاف فاز ابررسانایی در حضور مغناطش  $m_x$  رسم شده است. مغناطش  $m_x$  با جدا کردن مخروط های الکترون-گونه و حفره-گونه و ایجاد ناحیه آندریو سبب می شود که همه حالت های موجود بر روی دایره های دیراک نتوانند تشکیل حالت مقید آندریو یا مد انتشاری آندریو دهند. با کاهش تعداد مدهای انتشاری آندریو، سهم آنها در ابرجریان نیز کاهش یافته و با افزایش مغناطش، مقدار جریان بحرانی کاهش پیدا می کند به طوری که در  $m_x \geq \Delta$  که با از بین رفتن هم پوشانی مخروط های دیراک همراه است، مقدار ابرجریان به صفر می رسد.



ابرجریان اسپین-قطبیده به دست آوردیم،

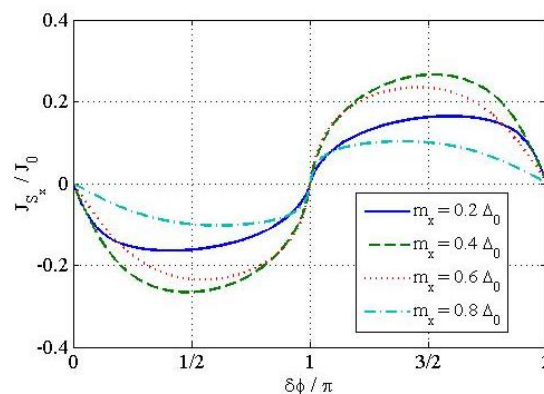
$$J_{S_y}(\delta\phi) = \frac{-e}{\hbar} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} d\theta_e \frac{\partial \mathcal{E}(\delta\phi)}{\partial \delta\phi} \begin{pmatrix} \cos^2(\theta_h) \\ -\cos^2(\theta_e) \end{pmatrix}, \quad (21)$$

در اینجا مؤلفه  $y$  اسپین الکترون گونه به شکل  $-\cos(\theta_e)$  و حفره-گونه به شکل  $-\cos(\theta_h)$  به ابرجریان اضافه شده است. در شکل ۶ مقدار مؤلفه  $x$  ابرجریان اسپین-قطبیده بر حسب اختلاف فاز ابرسانایی  $\delta\phi$  رسم شده است. با برهم خوردن آرایش اسپینی در حضور  $m_x$  ابرجریان اسپین-قطبیده ایجاد می‌شود. مقدار این کمیت با افزایش  $m_x$  افزایش پیدا کرده و در  $m_x \sim \Delta_0/2$  به مقدار بیشینه خود می‌رسد. سپس به دلیل کاهش عرض ناحیه آندریو، مقدار ابرجریان کاهش پیدا کرده و در  $m_x = \Delta_0$  به صفر می‌رسد. در شکل ۷ مقدار مؤلفه  $y$  ابرجریان اسپین-قطبیده بر حسب اختلاف فاز ابرسانایی رسم شده است. مقدار عددی این مؤلفه نشان می‌دهد که هم‌چنان در راستای این مؤلفه نیز ابرجریان اسپین-قطبیده است اما مقدار آن یک مرتبه بزرگی کوچک‌تر از مؤلفه  $x$  است.

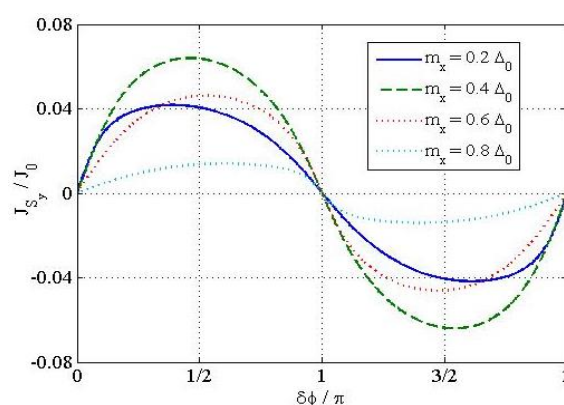
مخروط‌های دیراک الکترون-گونه و حفره-گونه که در شکل ۲ نمایش داده شده است. با افزایش  $m_x$  این مخروط‌ها در راستای  $k_y$  از یکدیگر جدا می‌شوند و آرایش اسپینی حالت‌های انتشاری آندریو را سبب می‌شوند. این نمودار یک بخش افزایشی ناشی از ایجاد ناحیه آندریو دارد. بخش کاهش نمودار به دلیل از بین رفتن ناحیه آندریو و در نتیجه کاهش کل ابرجریان است. این دو بخش در  $m_x \sim \Delta_0/2$  یک بیشینه خواهند داشت که حدود ۵۰٪ است. سپس با افزایش قطبش و کاهش عرض ناحیه آندریو مقدار قطبیدگی نیز کاهش یافته و به صفر می‌رسد.

#### ۴. جمع‌بندی

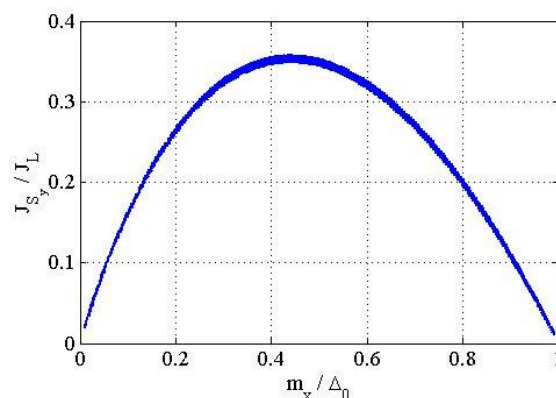
در این مقاله، ما نشان دادیم که در یک اتصال توپولوژیک جوزفسون که شامل فرومغناطیس است، مغناطش هم‌صفحه منجر به جابه‌جایی مخروط‌های دیراک الکترون-گونه و حفره-گونه در فضای اندازه حرکت می‌شود. به دلیل برهم‌کنش قوی اسپین-مدار در حالت‌های سطحی عایق توپولوژیک، این



شکل ۶. مؤلفه  $x$  ابرجریان اسپین-قطبیده نسبت به اختلاف فاز ابرسانایی. در این حالت  $J_0 = e/\hbar$  و  $\mu = \Delta_0$ .



شکل ۷. مؤلفه  $y$  ابرجریان اسپین-قطبیده نسبت به اختلاف فاز ابرسانایی. در این حالت  $J_0 = e/\hbar$  و  $\mu = \Delta_0$ .



شکل ۸. نسبت مؤلفه  $y$  ابرجریان اسپین-قطبیده به مقدار کل ابرجریان بر حسب مقدار مغناطش هم‌صفحه  $m_x$ . مقدار بیشینه قطبیدگی ابرجریان در  $m_x \sim \Delta_0/2$  به دست می‌آید.

افزایش اندازه مغناطش هم‌صفحه باعث می‌شود تا مقدار این کمیت رفتاری مشابه با مؤلفه  $x$  داشته باشد.

در شکل ۸، مقدار قطبیدگی ابرجریان در مؤلفه  $y$  نسبت به مقدار کل ابرجریان رسم شده است. با توجه به آرایش اسپین مؤلفه  $y$



آنجایی که تولید جریان اسپین-قطبیده در اسپینترونیک بسیار حائز اهمیت است، انتظار داریم که ابرجریان اسپین-قطبیده که فاقد اتلاف است بتواند نقش بسیار مهم و حیاتی در این زمینه بیابد.

### سپاس‌گزاری

از همکاری و بحث‌های مفیدی که با سرکار خانم دکتر راضیه بیرانوند داشته‌ام نهایت سپاس را دارم. در زمان انجام محاسبات و نگارش مقاله، معاونت آموزشی و معاونت پژوهشی دانشگاه بوعلی سینا نهایت همکاری را با اینجانب داشتند که بدینوسیله مراتب قدردانی و سپاس خود را از آن مجموعه‌ها اعلام می‌کنم.

جابه‌جایی منجر به تغییر راستای حرکت الکترون فرودی و حفره بازگشتی در یک حالت مقید آندریو می‌شود. اگر مغناطش هم صفحه مؤلفه  $y$  داشته باشد، ابرجریان غیرعادی در اتصال توپولوژیک جریان خواهد یافت. در وضعیت دیگر، اگر مغناطش هم صفحه مؤلفه  $x$  داشته باشد، حالت مقید آندریو به یک مد انتشاری تبدیل می‌شود که می‌تواند در راستای موازی با فصل مشترک فرومغناطیس-ابرسانا منتشر شده و ابرجریان جوزفسون-مال را ایجاد کند [۵۰ و ۵۲]. همچنین، یک ناحیه آندریو در این وضعیت ایجاد خواهد شد و فصل مشترک ابرسانا-فرومغناطیس برای بازتاب آندریو و تشکیل مد انتشاری آندریو حساس به زاویه فرود الکترون-گونه یا حفره-گونه خواهد بود. علاوه بر این، تغییر آرایش اسپینی سبب اسپین-قطبیده شدن ابرجریان در مؤلفه‌های  $x$  و  $y$  خواهد شد. از

### مراجع

1. P R Wallace, *Phys. Rev.* **71** (1947) 622.
2. J C Slonczewski and P R Weiss, *Phys. Rev.* **109** (1958) 272.
3. S Reich, *et al.*, *Phys. Rev. B* **66** (2002) 035412.
4. K S Novoselov, *et al.*, *Science* **306** (2004) 666.
5. K S Novoselov, *et al.*, *Nature* **438** (2005) 197.
6. A K Geim and K S Novoselov, *Nat. Mater.* **6** (2007) 183.
7. A H Castro Neto, *et al.*, *Rev. Mod. Phys.* **81** (2009) 109.
8. F D M Haldane, *Phys. Rev. Lett.* **61** (1988) 2015.
9. R Jackiw and P Rossi, *Nucl. Phys. B* **190** (1981) 681.
10. C L Kane and E J Mele, *Phys. Rev. Lett.* **95** (2005) 226801.
11. C L Kane and E J Mele, *Phys. Rev. Lett.* **95** (2005) 146802.
12. L Fu and C L Kane, *Phys Rev B* **76** (2007) 045302.
13. L Fu, C L Kane and E J Mele, *Phys Rev Lett* **98** (2007) 106803.
14. D Hsieh, *et al.*, *Nature* **452** (2008) 970.
15. D Hsieh, *et al.*, *Nature* **460** (2009) 1101.
16. D Hsieh, *et al.*, *Science* **323** (2009) 919.
17. Y Xia, *et al.*, *Nat Phys* **5** (2009) 398.
18. M Z Hasan and C L Kane, *Rev Mod Phys* **82** (2010) 3045.
19. J Linder, *et al.*, *Phys Rev B* **81** (2010) 184525.
20. S Mondal, *et al.*, *Phys Rev B* **82** (2010) 045120.
21. Z P Niu, *J App. Phys.* **108** (2010) 103904.
22. X-L Qi and S-C Zhang, *Rev. Mod. Phys.* **83** (2011) 1057.
23. Y Tanaka, T Yokoyama and N Nagaosa, *Phys. Rev. Lett.* **103** (2009) 107002.
24. J Linder, *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **104** (2010) 067001.
25. T Yokoyama, Y Tanaka, and N Nagaosa, *Phys. Rev. B* **81** (2010) 121401.
26. M Salehi, *et al.*, *Physica E* **43** (2011) 966.
27. R Beiranvand and M Salehi, *J. Phys. Cond. Matt.* (2021)

28. M Salehi, *Physica Scripta* **98** (2023) 025822.
29. A F Andreev, *Sov. Phys. JETP* **19** (1964) 1228
30. G E Blonder, M Tinkham, and T M Klapwijk, *Phys. Rev. B* **25** (1982) 4515.
31. P G deGennes, "*Superconductivity of metals and alloys*", Westview Press (1966).
32. J B Ketterson and S N Song, "*Superconductivity*", Cambridge University (1999).
33. T Miyazaki and H Jin, "*The physics of ferromagnetism*", Springer (2012).
34. F S Bergeret, A F Volkov, and K B Efetov, *Rev. Mod. Phys.* **77** (2005) 1321.
35. A I Buzdin, *Rev. Mod. Phys.* **77** (2005) 935.
36. A Manchon, *et al.*, *Rev. Mod. Phys.* **91** (2019) 035004.
37. J Linder and J W A Robinson, *Nat. Phys.* **11** (2015) 307.
38. B D Josephson, *Phys. Lett.* **1** (1962) 251.
39. I Vobornik, *et al.*, *Nano. letters* **11** (2011) 4079.
40. D Pesin and A H MacDonald, *Nat. Mater.* **11** (2012) 409.
41. Y S Hor, *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **104** (2010) 057001.
42. T D Stanescu, *et al.*, *Phys. Rev. B* **81** (2010) 241310.
43. L Maier, *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **109** (2012) 186806.
44. M Titov and C W J Beenakker, *Phys. Rev. B* **74** (2006) 041401.
45. M Maiti and K Sengupta, *Phys Rev B* **76** (2007) 054513.
46. M J M de Jong and C W J Beenakker, *Phys Rev Lett* **74** (1995) 1657.
47. L Fu and C L Kane, *Phys Rev Lett* **100** (2008) 096407.
48. J Linder, *et al.*, *Phys Rev B* **80** (2009) 094522.
49. J Linder, *et al.*, *Phys Rev Lett* **100** (2008) 187004.
50. A Costa and J Fabian, *Phys. Rev. B* **101** (2020) 104508.
51. E I Rashba, *Phys. Rev. B* **68** (2003) 241315.
52. A G Mal'shukov, *Phys. Rev. B* **100** (2019) 035301.