

## شارژ باتری‌های کوانتومی با استفاده از تکنیک استیرپ زنجیره‌ای

مقصود سعادت‌نیاری<sup>۱\*</sup>، افسانه کمالی علی‌بابالو<sup>۱</sup> و ناصر شیرخانقاه<sup>۲</sup>

۱. دانشکده علوم، دانشگاه محقق اردبیلی، اردبیل

۲. دانشکده علوم، دانشگاه آزاد اسلامی واحد خلخال، خلخال

پست الکترونیکی: m.saadati@uma.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۴۰۲/۱۱/۱۱؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۴۰۳/۰۲/۲۷)

### چکیده

در این مقاله، یک طرحواره برای شارژ باتری‌های کوانتومی با استفاده از تکنیک استیرپ زنجیره‌ای پیشنهاد شده است. برای این کار، ابتدا یک باتری کوانتومی پنج‌ترازی در نظر گرفته شده و از چهار تپ برای شارژ این باتری استفاده شده است. نشان داده شده است که با تنظیم مناسب شدت بیشینه و تأخیر زمانی بین تپ‌ها، می‌توان شرایط تکنیک استیرپ زنجیره‌ای را برقرار کرد و باتری کوانتومی پنج‌ترازی را به صورت مناسبی شارژ کرد، طوری که بیشینه مقدار ارگوتراپی حاصل شود. در این طرحواره، تغییر اندک در پارامتر تپ‌ها شامل تأخیر زمانی بین تپ‌ها و بیشینه مقدار تپ‌ها تأثیر چندانی بر ارگوتراپی نهایی سامانه ندارد. همچنین نشان داده شده است که روش پیشنهادی در این طرحواره می‌تواند برای شارژ باتری‌های کوانتومی بیشتر از پنج تراز نیز تعمیم داده شود.

**واژه‌های کلیدی:** باتری کوانتومی، شارژ، ارگوتراپی، استیرپ زنجیره‌ای

### ۱. مقدمه

متفاوت از باتری‌های الکتروشیمیایی هستند. در باتری‌های کوانتومی، باید فرایندهای کوانتومی همانند همدوسی و یا در هم‌تنیدگی در نظر گرفته شوند [۴-۱۳]. ذخیره انرژی در سامانه‌های کوانتومی می‌تواند در بسترهای مختلفی همانند اتم‌های مصنوعی ابررسانا، زنجیره‌های اسپینی و کاواک‌های اپتیکی [۱۴-۱۶] انجام شود که براساس فناوری‌های موجود و کنترل‌های مناسب در بستر هر سامانه، ممکن است استفاده از یک سامانه نسبت به بقیه سامانه‌ها براساس شرایط، برتری داشته باشد. در اکثر رهیافت‌هایی که برای ساخت باتری‌های کوانتومی

باتری‌های کوانتومی، سامانه‌های کوانتومی هستند که توانایی ذخیره انرژی را دارند و می‌توان انرژی ذخیره شده را به صورت کار مفید از آن استخراج کرد [۱-۳]. باتری‌های متداول که در حال حاضر استفاده می‌شوند، باتری‌های الکتروشیمیایی هستند که انرژی شیمیایی را تبدیل به انرژی الکتریکی می‌کنند. در سال‌های متمادی، کوچک‌تر کردن قطعات الکترونیکی به منظور استفاده و حمل آسان‌تر این قطعات همواره مورد توجه بوده است. باتری‌های کوانتومی بر پایه ترمودینامیک کوانتومی کار می‌کنند که در اساس

استیرپ باید مساحت زمانی تپ‌ها به حد کافی بزرگ باشد. در برخی از کاربردهای آزمایشگاهی ایجاد چنین تپ‌هایی ممکن است با محدودیت مواجه شود. در مرجع [۲۳] از روش میانبر بر گذار بی‌دررو [۲۴ و ۲۵] برای شارژ باتری کوانتومی سه‌ترازی استفاده شده است که یک روش بهینه‌سازی برای تکنیک استیرپ است و در آن به جای دو میدان خارجی، از سه میدان خارجی با مساحت زمانی کمتر نسبت به استیرپ برای شارژ باتری کوانتومی سه‌ترازی استفاده شده است.

یکی دیگر از تکنیک‌های مهم اپتیک کوانتومی که برای انتقال جمعیت در سامانه‌های کوانتومی بیشتر از سه تراز به کار گرفته می‌شود تکنیک استیرپ زنجیره‌ای [۲۶] است. این تکنیک برای سامانه‌ها با الگوی جفت‌شدگی زنجیره‌ای به صورت  $|N\rangle \leftrightarrow \dots \leftrightarrow |2\rangle \leftrightarrow |1\rangle$  به کار گرفته می‌شود که در آن  $N$  بزرگ‌تر از سه بوده و عددی فرد است. در استیرپ زنجیره‌ای، شرایط تپ‌های پمپ و استوکس و همچنین تپ‌های میانی طوری تنظیم می‌شوند که جمعیت از حالت اولیه  $|1\rangle$  در ابتدای تحول زمانی، به حالت نهایی  $|N\rangle$  در انتهای تحول زمانی منتقل شود. همچنین در طول تحول زمانی ترازهای میانی جمعیت‌دار نمی‌شوند. اخیراً روش استیرپ زنجیره‌ای برای انتقال جمعیت حالت‌های هسته‌ای در لندرنکش لیزرهای پرتو ایکس با هسته شتابدار به کار گرفته شده است [۲۷].

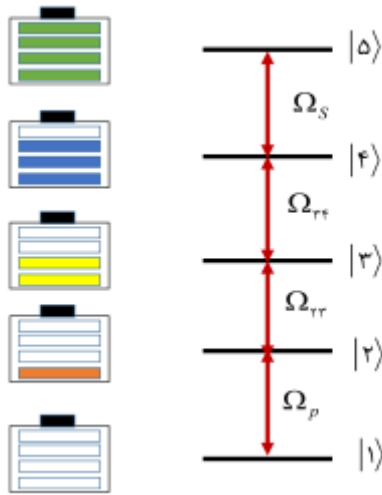
در این مقاله، روش پیشنهادی در مرجع [۲۱] که برای شارژ باتری‌های کوانتومی سه‌ترازی استفاده شده است به سامانه‌های بیشتر از سه تراز تعمیم داده خواهد شد و به جای تکنیک استیرپ، تکنیک استیرپ زنجیره‌ای برای شارژ پایدار باتری‌های با انرژی بالا به کار گرفته خواهد شد. در این طرحواره، ابتدا یک سامانه کوانتومی پنج‌ترازی در نظر گرفته خواهد شد که با چهار میدان خارجی اندرکنش دارد. همچنین فرض خواهد شد که این سامانه ابتدا در کمترین حالت انرژی خود قرار داشته باشد. نشان خواهیم داد که اگر دامنه بیشینه و تأخیر زمانی تپ‌ها مناسب باشد و در نتیجه شرایط استیرپ زنجیره‌ای برقرار شود، باتری کوانتومی پنج‌ترازی با ارگوتروپی مناسبی شارژ خواهد شد. روش پیشنهادی

دو‌ترازی پیشنهاد شده است، ذخیره انرژی یا استخراج ارگوتروپی<sup>۱</sup> به صورت پایدار نیست. در این باتری‌ها، وقتی که باتری با استفاده از میدان خارجی به حالت شارژ منتقل می‌شود، به علت نوسان جمعیت بین ترازها، باتری به صورت خودبه‌خودی دشارژ می‌شود. برای شارژ این باتری‌ها باید بلافاصله پس از این که باتری به بیشترین مقدار انرژی خود رسید، میدان خارجی قطع شود تا باتری به حالت تخلیه منتقل نشود. انجام این کار در سامانه‌های واقعی چالش‌برانگیز است. اخیراً تکنیک گذار بی‌دررو تحریکی رامان<sup>۲</sup> (استیرپ) [۱۷-۲۰]، که یکی از تکنیک‌های اپتیک کوانتومی برای انتقال جمعیت است، برای شارژ پایدار باتری کوانتومی سه‌ترازی به کار گرفته شده است [۲۱]. در این طرحواره، از میدان‌های تپی برای شارژ باتری کوانتومی استفاده می‌شود که همراه با روشن شدن تپ، باتری کوانتومی به تدریج شارژ شده و بر خلاف باتری‌های کوانتومی دو‌ترازی نوسان جمعیت بین ترازها اتفاق نمی‌افتد.

باتری‌های کوانتومی سه‌ترازی انرژی بیشتری را در مقایسه با باتری‌های کوانتومی دو‌ترازی می‌توانند در خود ذخیره کنند. در طرحواره پیشنهادی در مرجع [۲۱] یک سامانه سه‌ترازی با دو میدان خارجی لندرنکش می‌کند و انرژی سامانه از پایین‌ترین تراز انرژی به بالاترین تراز انرژی منتقل می‌شود. روش استیرپ بر اساس قضیه بی‌دررو در مکانیک کوانتومی است که در آن شرایط اولیه و ترتیب زمانی تپ‌ها طوری تنظیم می‌شوند که هامیلتونی سامانه از ابتدا تا انتهای تحول زمانی، تنها در یکی از ویژه حالت‌های خود که حالت تاریک نامیده می‌شود، باقی می‌ماند. حالت تاریک شامل تراز میانی نمی‌شود که معمولاً طول عمر کوتاهی دارد. بنابراین تکنیک استیرپ نسبت به اثر گسیل خودبه‌خودی غیر حساس است. در روش استیرپ از تقریب بی‌دررو برای محاسبه هامیلتونی در پایه‌های بی‌دررو استفاده می‌شود و بنابراین لازم نیست که پارامترهای مربوط به تپ‌ها دقیقاً برابر با یک مقدار خاص باشد و در نتیجه روش استیرپ، نسبت به تغییرات شدت میدان لیزری و همچنین واکوکی بسامد لیزری چندان حساس نیست [۲۲]. برای به کارگیری تکنیک

۱. Ergotropy.

۲. Stimulated Raman adiabatic passage (STIRAP).



شکل ۱. الگوی جفت‌شدگی یک باتری کوانتومی پنج‌ترازی که در این مطالعه به کار گرفته شده است. ستون سمت چپ شکل طرحواره باتری‌ها را نمایش می‌دهد که ردیف اول باتری خالی، ردیف دوم باتری که یک چهارم آن پر شده، ردیف سوم باتری نیمه پر، ردیف چهارم باتری که سه چهارم آن پر شده و ردیف آخر یک باتری کاملاً پر را نمایش می‌دهد. همچنین ستون سمت راست نشان‌دهنده ترازهای باتری و تپ‌های خارجی است که برای شارژ باتری کوانتومی استفاده می‌شوند. در ستون سمت راست تراز  $|1\rangle$  کمترین مقدار انرژی و تراز  $|5\rangle$  بیشترین مقدار انرژی را دارد.

$\Omega_{p}$  و  $\Omega_{S}$ ،  $\Omega_{rr}$ ،  $\Omega_{rr}$  و بنابراین هامیلتونی اندرکنش اتم با میدان‌های تحریکی در تصویر برهم کنش و در زیر فضای  $\{|1\rangle, |2\rangle, |3\rangle, |4\rangle, |5\rangle\}$  به صورت زیر خواهد بود:

$$H_{int} = \hbar \begin{pmatrix} \Omega_p & \Omega_{rr} & \Omega_{rr} & \Omega_S & 0 \\ \Omega_p & \Omega_{rr} & \Omega_{rr} & \Omega_S & 0 \\ \Omega_p & \Omega_{rr} & \Omega_{rr} & \Omega_S & 0 \\ \Omega_p & \Omega_{rr} & \Omega_{rr} & \Omega_S & 0 \\ \Omega_p & \Omega_{rr} & \Omega_{rr} & \Omega_S & 0 \end{pmatrix}, \quad (3)$$

ذکر این نکته ضروری است که در رابطه بالا،  $\Omega_{rr}$ ،  $\Omega_{rr}$  و  $\Omega_S$  بعد  $s^{-1}$  دارند که بسامد رابی نامیده می‌شوند و مقدار آنها با افزایش و کاهش دامنه میدان‌های به کار گرفته شده برای شارژ باتری، افزایش یا کاهش می‌یابد. هرچند روش استیرپ زنجیره‌ای نسبت به شرط دقیق تشدید حساس نیست ولی در این مطالعه، برای سادگی فرض شده است که بسامد تپ‌های به کار گرفته دقیقاً برابر با بسامد گذار بین ترازها باشد تا شرط تشدید برقرار شود. یعنی اگر  $\omega_p$  بسامد تپ پمپ،  $\omega_S$  بسامد تپ استوکس،  $\omega_{rr}$  بسامد تپ میانی اول و  $\omega_{pp}$  بسامد تپ میانی دوم باشد داریم:

در این طرحواره، یک رهیافت پایدار برای ذخیره انرژی و استخراج ارگوترابی است و لازم نیست که بلافاصله پس از شارژ باتری میدان‌های خارجی قطع شوند. همچنین با مطالعه عددی نشان خواهیم داد که این طرحواره پیشنهادی نسبت به تغییرات کوچک پارامترهای مربوط به میدان‌های خارجی حساس نیست. در ادامه، رهیافت استیرپ زنجیره برای شارژ باتری کوانتومی در حضور محیط بررسی شده و اثر گسیل خودبه‌خودی و وافازی بر ارگوترابی نهایی و مقدار بیشینه توان شارژ مطالعه خواهد شد. در نهایت توضیح خواهیم داد که طرحواره پیشنهادی در این مقاله می‌تواند برای شارژ باتری‌های کوانتومی بیشتر از پنج تراز نیز به کار گرفته شود.

## ۲. الگوی جفت‌شدگی و هامیلتونی خالص و شارژ در باتری کوانتومی پنج‌ترازی

الگوی جفت‌شدگی یک باتری کوانتومی پنج‌ترازی به همراه تپ‌هایی که از آنها برای شارژ باتری استفاده می‌شود در شکل ۱ نمایش داده شده است. در شکل ۱، انرژی تراز  $|i\rangle$  در باتری برابر با  $\epsilon_i = \hbar\omega_i$  در نظر گرفته می‌شود و هامیلتونی خالص باتری کوانتومی پنج‌ترازی بدون در نظر گرفتن تپ‌هایی که ترازها را به هم جفت می‌کنند با  $H_0$  نمایش داده می‌شود که به صورت زیر است:

$$H_0 = \sum_{i=1}^5 \epsilon_i |i\rangle\langle i|, \quad \epsilon_1 < \epsilon_2 < \epsilon_3 < \epsilon_4 < \epsilon_5, \quad (1)$$

هامیلتونی (۱) یک ماتریس مربعی  $5 \times 5$  است که  $\epsilon_i$ ‌ها نشان‌دهنده ویژه مقادیر هامیلتونی  $H_0$  و  $|i\rangle$  ویژه حالت مربوط به ویژه مقدار  $\epsilon_i$  است. ماتریس هامیلتونی خالص در زیر فضای  $\{|1\rangle, |2\rangle, |3\rangle, |4\rangle, |5\rangle\}$  به صورت زیر خواهد بود:

$$H = \begin{pmatrix} \epsilon_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \epsilon_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \epsilon_5 \end{pmatrix}, \quad (2)$$

فرض می‌کنیم که باتری ابتدا در حالت تخلیه یعنی تراز  $|1\rangle$  قرار داشته باشد و می‌خواهیم باتری را به حالت پر یعنی تراز  $|5\rangle$  منتقل کنیم. برای این کار از تپ‌های خارجی

می‌آیند:

$$\lambda = \pm \sqrt{\frac{1}{\tau} (\Omega_p^* + \Omega_s^*) + \Omega^*} \pm \sqrt{\frac{1}{\tau} (\Omega_p^* - \Omega_s^*)^* + \Omega^*} \quad (9)$$

ویژه حالت مربوط به ویژه مقدار صفر که حالت تاریک نامیده می‌شود از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$|D(t)\rangle = \chi \begin{pmatrix} \Omega_S(t)\Omega(t) \\ -\Omega_P(t)\Omega_S(t) \\ \Omega_P(t)\Omega(t) \end{pmatrix} \quad (10)$$

که  $\chi$  ضریب بهنجارش است و از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$\chi = \frac{1}{\sqrt{(\Omega_S\Omega)^* + (\Omega_P\Omega_S)^* + (\Omega_P\Omega)^*}} \quad (11)$$

در تکنیک استیرپ زنجیره‌ای، شرایط اولیه و ترتیب تپ‌ها طوری تنظیم می‌شوند که سامانه از ابتدا تا انتهای تحول زمانی تنها در حالت تاریک (۱۰) باقی بماند و بنابراین ویژه حالت‌های مربوط به ویژه مقادیر غیر صفر در رابطه (۹) اهمیت چندانی ندارند. سامانه‌های زنجیره‌ای پنج‌ترازی می‌توانند به صورت الگوی جفت‌شدگی نردبانی همانند شکل ۱ و یا به صورت الگوهای جفت‌شدگی زنجیره‌ای  $M$  - گونه شامل سه تراز زمینه و دو تراز تحریکی باشند. در حالت تاریک، ترازهای تحریکی (۲) و (۴) وجود ندارند. بنابراین در به کارگیری روش استیرپ زنجیره‌ای در سامانه‌های  $M$  - گونه اگر شرایط اولیه را طوری تنظیم کنیم که سامانه ابتدا تنها در حالت تاریک قرار داشته باشد و تحول زمانی سامانه را نیز تدریجی در نظر بگیریم، در طول تحول زمانی، سامانه در حالت تاریک باقی خواهد ماند و ترازهای تحریکی جمعیت‌دار نخواهند شد و اثر گسیل خودبه‌خودی ناشی از جمعیت‌دار شدن ترازهای تحریکی از بین خواهد رفت. در الگوی جفت‌شدگی نردبانی مربوط به باتری کوانتومی پنج‌ترازی که در شکل ۱ مشاهده می‌شود، تراز میانی (۳) نیز تراز تحریکی است و بنابراین علاوه بر شرایط گذار بی‌دررو برای سامانه‌های  $M$  - گونه باید تپ‌ها را طوری طراحی کنیم که تراز میانی (۳) در طول تحول زمانی جمعیت‌دار نشود. برای برقراری تمامی شرایط بالا، تپ‌های پمپ و استوکس را همانند تکنیک استیرپ سه‌ترازی در نظر می‌گیریم. یعنی فرض می‌کنیم که ترتیب تپ‌ها غیر شهودی باشد و ابتدا تپ استوکس روشن و تپ پمپ خاموش باشد و در ادامه به تدریج تپ استوکس

$$(4-f) \quad \omega_p = \omega_r - \omega_s,$$

$$(4-b) \quad \omega_s = \omega_\delta - \omega_r,$$

$$(4-c) \quad \omega_{pr} = \omega_r - \omega_r,$$

$$(4-d) \quad \omega_{pr} = \omega_r - \omega_r.$$

### ۳. انرژی، ارگوتراپی و توان در شارژ باتری

#### کوانتومی پنج‌ترازی

در این بخش، می‌خواهیم کمینه‌های انرژی، ارگوتراپی و توان را در شارژ باتری‌های کوانتومی پنج‌ترازی معرفی کنیم [۲۱]. تحول زمانی هامیلتونی (۳) در معادله لیوویل به صورت زیر صدق می‌کند:

$$\dot{\rho}_{int}(t) = \frac{1}{i\hbar} [H_{int}(t), \rho_{int}(t)], \quad (5)$$

که  $\rho_{int}$  ماتریس چگالی مربوط به هامیلتونی اندرکنش است. انرژی که در زمان  $t$  در باتری ذخیره می‌شود از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$E(t) = Tr\{H \rho_{int}(t)\} \quad (6)$$

همچنین اگر حالت اولیه باتری  $|1\rangle$  در نظر گرفته شود، در این صورت ارگوتراپی سامانه در زمان  $t$  که نشان‌دهنده اختلاف انرژی بین حالت‌های اولیه و نهایی باتری در فرایند شارژ باتری است، به صورت زیر خواهد بود:

$$C(t) = Tr\{H \rho_{int}(t)\} - \varepsilon_1 \quad (7)$$

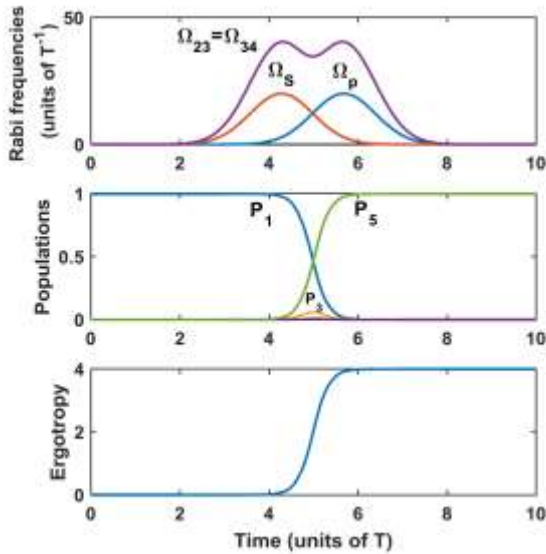
با توجه به رابطه بالا، مقدار بیشینه برای ارگوتراپی در باتری پنج‌ترازی  $C_{max} = \hbar(\omega_\delta - \omega)$  خواهد بود. اگر  $\tau_C$  زمان لازم برای شارژ باتری باشد، توان متوسط شارژ باتری را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$P(\tau_C) = \frac{C(\tau_C)}{\tau_C} \quad (8)$$

### ۴. به کارگیری تکنیک استیرپ زنجیره‌ای برای شارژ

#### باتری کوانتومی پنج‌ترازی

هامیلتونی رابطه (۳) پنج ویژه مقدار دارد که یکی از ویژه مقدارهای آن برابر صفر بوده و چهار ویژه مقدار دیگر آن غیر صفر است که با فرض  $\Omega_{pr} = \Omega_{rs} = \Omega$ ، از رابطه زیر به دست



شکل ۲. بالا: تحول زمانی تپ‌ها برای شارژ باتری کوانتومی پنج‌ترازی که بر اساس روابط (۱۲) رسم شده است. وسط: تحول زمانی جمعیت ترازها و پایین: تحول زمانی ارگوتراپی (بر حسب  $\hbar$ ) برای شارژ باتری کوانتومی پنج‌ترازی. این شکل برای پارامترهای،  $T = 1$ ،  $\Omega = 2 \cdot T^{-1}$ ،  $\Omega' = 2$  و  $\tau = 0/\sqrt{T}$  رسم شده است.

صورت  $\omega_0 = 0$ ،  $\omega_1 = 1$ ،  $\omega_2 = 2$ ،  $\omega_3 = 3$  و  $\omega_4 = 4$  در نظر می‌گیریم.

شکل ۲ تحول زمانی تپ‌ها، جمعیت ترازها و همچنین ارگوتراپی را برای باتری کوانتومی پنج‌ترازی نمایش می‌دهد که بر اساس تپ‌های روابط (۱۲) رسم شده است و فرض شده است که باتری ابتدا در حالت تخلیه کامل یعنی تراز  $|1\rangle$  قرار دارد. در این شکل، مشاهده می‌شود که با انتخاب مناسب دامنه بیشینه و تأخیر زمانی تپ‌ها، شرایط استیرپ زنجیره‌ای برقرار می‌شود و جمعیت با بیشترین بازده از تراز  $|1\rangle$  به تراز  $|5\rangle$  که بیشترین مقدار انرژی را دارد، منتقل می‌شود و در انتهای تحول زمانی ارگوتراپی به حداکثر مقدار خود می‌رسد. همچنین شکل ۳ توان شارژ باتری را نسبت به مقادیر مختلف زمان شارژ باتری  $\tau_C$  نمایش می‌دهد. در شکل ۳، مشاهده می‌شود که همراه با افزایش زمان شارژ باتری، توان شارژ باتری به تدریج افزایش پیدا می‌کند طوری که برای  $\tau_C = 5/62T$  توان شارژ باتری به حداکثر مقدار خود می‌رسد. در ادامه وقتی که  $\tau_C = 5/62T$  باشد توان شارژ باتری به تدریج کاهش می‌یابد. علت آن این

خاموش و تپ پمپ روشن شود. همچنین تپ‌های میانی را طوری طراحی می‌کنیم که از ابتدای تحول زمانی تا انتهای تحول زمانی روشن باشند و نسبت به تپ‌های پمپ و استوکس شدت بسیار بیشتری داشته باشند طوری که شرط  $\Omega_{23}, \Omega_{34} \gg \Omega_p, \Omega_s$  برقرار شود. با برقراری شرط فوق تراز  $|3\rangle$  نیز در طول تحول زمانی جمعیت‌دار نخواهد شد.

### ۵. مطالعه عددی

به منظور مطالعه عددی، تپ‌های پمپ، استوکس و همچنین تپ‌های میانی را به صورت زیر در نظر می‌گیریم تا شرایط مربوط به استیرپ زنجیره‌ای را برآورده کنند.

$$\Omega_p(t) = \Omega \cdot \exp\left[-\left(\frac{t-\tau}{T}\right)^2\right], \quad (12\text{-الف})$$

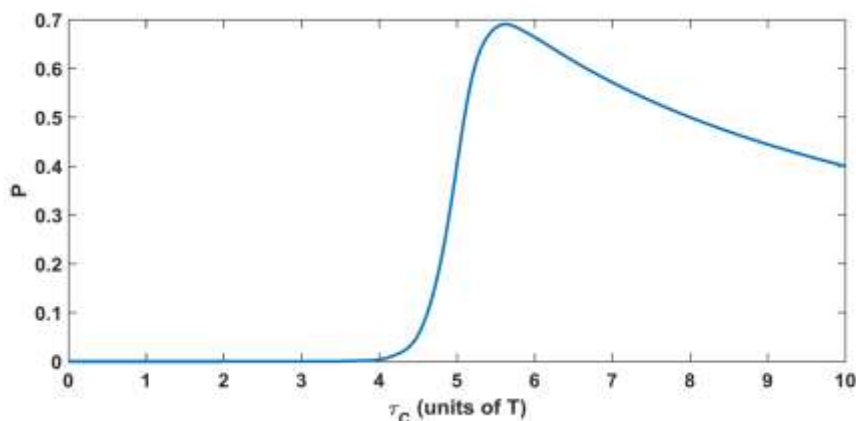
$$\Omega_s(t) = \Omega \cdot \exp\left[-\left(\frac{t+\tau}{T}\right)^2\right], \quad (12\text{-ب})$$

$$\begin{aligned} \Omega_{23}(t) &= \Omega_{34}(t) = \Omega(t) \\ &= \Omega' \sqrt{\Omega_p^2(t) + \Omega_s^2(t)}, \end{aligned} \quad (12\text{-ج})$$

که  $T$  پهناي تپ‌های پمپ و استوکس،  $\Omega$  دامنه بیشینه تپ‌های پمپ و استوکس و  $\Omega'$  یک مقدار ثابت است که دامنه بیشینه تپ‌های میانی را تنظیم می‌کند. همچنین  $2\tau$  تأخیر زمانی بین تپ‌های پمپ و استوکس را نمایش می‌دهد. ذکر این نکته ضروری است که تپ‌های رابطه (۱۲) از میان تپ‌های زمانی مختلف که در مرجع [۲۵] پیشنهاد شده است، انتخاب شده است و یکی از مزیت‌های مهم آن این است که تپ‌های میانی دقیقاً با هم برابرند و نسبت به هم تأخیر زمانی ندارند. با استفاده از معادلات (۷) و (۱۰) می‌توان یک عبارت صریح برای ارگوتراپی باتری کوانتومی پنج‌ترازی به صورت زیر به دست آورد:

$$C(t) = \frac{\Omega_s^\dagger(t)\Omega^\dagger(t)\omega_1 + \Omega_p^\dagger(t)\Omega_s^\dagger(t)\omega_2 + \Omega_p^\dagger(t)\Omega^\dagger(t)\omega_5}{\hbar \left( \Omega_s^\dagger(t)\Omega^\dagger(t) + \Omega_p^\dagger(t)\Omega_s^\dagger(t) + \Omega_p^\dagger(t)\Omega^\dagger(t) \right) - \hbar\omega_1}, \quad (13)$$

در ادامه، با توجه به این که انرژی حالت  $|i\rangle$  در باتری کوانتومی برابر با  $\hbar\omega_i$  در نظر گرفته شده است بنابراین مقادیر  $\omega_i$  را به



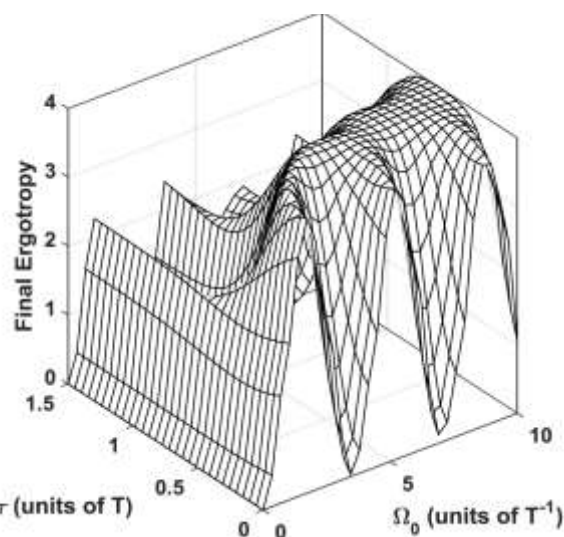
شکل ۳. مقادیر نهایی توان شارژ باتری کوانتومی پنج‌ترازی به ازای مقادیر مختلف زمان شارژ. این شکل بر اساس پارامترهای شکل ۲ رسم شده است.

استوکس، باتری کوانتومی پنج‌ترازی با بالاترین مقدار ارگوترایی شارژ می‌شود. از لحاظ آزمایشگاهی، تنظیم دقیق پارامترهای مربوط به تپ‌ها روی یک مقدار خاص چالش‌برانگیز است. بنابراین در این بخش می‌خواهیم تأثیر تغییرات تأخیر زمانی بین تپ‌های پمپ و استوکس و دامنه بیشینه تپ‌های پمپ و استوکس را بر ارگوترایی نهایی به صورت عددی بررسی کنیم. شکل ۴، ارگوترایی نهایی برای شارژ باتری کوانتومی پنج‌ترازی را نسبت به مقادیر مختلف تأخیر زمانی و دامنه بیشینه تپ‌های پمپ و استوکس نمایش می‌دهد. همان‌طور که در شکل مشاهده می‌شود وقتی مقدار  $\Omega_0$  به  $10T^{-1}$  می‌رسد و تأخیر زمانی در بازه زمانی حدود  $0.8T < \tau < 0.5T$  قرار داشته باشد، مقدار ارگوترایی نهایی تقریباً برابر با ۴ است. با توجه به رفتار شکل مشخص است که همراه با افزایش مقدار  $\Omega_0$ ، حساسیت مقدار نهایی ارگوترایی نسبت به نوسانات تأخیر زمانی کمتر می‌شود.

#### ۷. بررسی اثر گسیل خودبه‌خودی و افزایش بر مقدار

##### نهایی ارگوترایی و توان شارژ باتری

در مطالعات عددی که در بخش‌های قبل انجام شده است، عوامل اتلافی محیط خارجی در نظر گرفته نشده است. در این بخش می‌خواهیم رهیافت استیرپ زنجیره‌ای برای شارژ باتری کوانتومی را در حضور محیط بررسی کنیم و اثر گسیل خودبه‌خودی



شکل ۴. ارگوترایی نهایی نسبت به مقادیر بیشینه دامنه و تأخیر زمانی تپ‌های پمپ و استوکس. این شکل بر اساس پارامترهای شکل ۲ رسم شده است.

است که وقتی که زمان شارژ باتری بزرگ‌تر از  $5/62T$  می‌شود، ارگوترایی ثابت می‌ماند در حالی که زمان شارژ باتری افزایش پیدا می‌کند و در نتیجه توان شارژ باتری به تدریج کاهش می‌یابد.

#### ۶. بررسی عددی تأثیر تغییرات دامنه بیشینه و تأخیر

##### زمانی تپ‌ها بر ارگوترایی نهایی

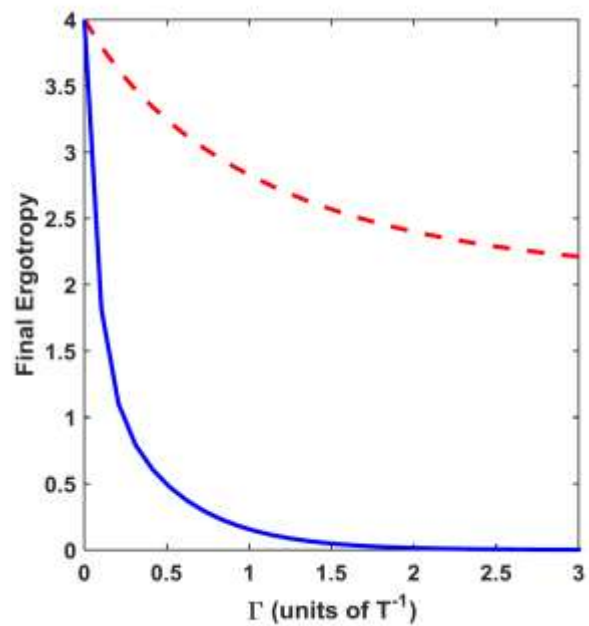
در بخش قبل مشاهده شد که با تنظیم مناسب مقادیر دامنه بیشینه تمامی تپ‌ها و تأخیر زمانی بین تپ‌های پمپ و

$$\begin{aligned}
 L_{rel}[\rho_{int}] = & \Gamma_{\sigma_1} \sigma_{\sigma_1} \rho_{int} \sigma_{\sigma_1} - \frac{\Gamma_{\sigma_1}}{\gamma} [\sigma_{\sigma_1} \rho_{int} + \rho_{int} \sigma_{\sigma_1}] \\
 & + \Gamma_{\sigma_2} \sigma_{\sigma_2} \rho_{int} \sigma_{\sigma_2} - \frac{\Gamma_{\sigma_2}}{\gamma} [\sigma_{\sigma_2} \rho_{int} + \rho_{int} \sigma_{\sigma_2}] \\
 & + \Gamma_{\sigma_3} \sigma_{\sigma_3} \rho_{int} \sigma_{\sigma_3} - \frac{\Gamma_{\sigma_3}}{\gamma} [\sigma_{\sigma_3} \rho_{int} + \rho_{int} \sigma_{\sigma_3}] \\
 & + \Gamma_{\sigma_4} \sigma_{\sigma_4} \rho_{int} \sigma_{\sigma_4} - \frac{\Gamma_{\sigma_4}}{\gamma} [\sigma_{\sigma_4} \rho_{int} + \rho_{int} \sigma_{\sigma_4}],
 \end{aligned} \tag{۱۵}$$

$$L_{dep}[\rho_{int}] = \sum_{j=1}^5 \gamma_j [\sigma_{ij} \rho_{int} \sigma_{ij} - \frac{1}{\gamma} (\sigma_{ij} \rho_{int} + \rho_{int} \sigma_{ij})], \tag{۱۶}$$

که  $\sigma_{ij} = |i\rangle\langle j|$ ،  $\Gamma_{ij}$  نرخ گسیل خودبه‌خودی از تراز  $|i\rangle$  به تراز  $|j\rangle$  و  $\gamma_j$  نرخ وافازی را نشان می‌دهد. شکل ۵، مقدار نهایی ارگوترابی را نسبت به نرخ‌های مختلف گسیل خودبه‌خودی و وافازی نمایش می‌دهد. در منحنی خط کامل اثر وافازی نادیده گرفته شده و تنها اثر گسیل خودبه‌خودی بین ترازهای متوالی در نظر گرفته شده است و بر عکس در منحنی خط چین اثر گسیل خودبه‌خودی نادیده گرفته شده و ارگوترابی نهایی در حضور اثر وافازی رسم شده است. همان‌طور که انتظار داریم همراه با افزایش نرخ گسیل خودبه‌خودی و وافازی، ارگوترابی نهایی از مقدار بیشینه خود کمتر می‌شود. همچنین مشاهده می‌شود که مقدار نهایی ارگوترابی نسبت به اثر گسیل خودبه‌خودی حساس‌تر از اثر وافازی است و برای تقریباً  $\Gamma > 2T^{-1}$  مقدار نهایی ارگوترابی برابر با صفر می‌شود.

همچنین شکل ۶، مقدار توان بیشینه را نسبت به نرخ‌های مختلف گسیل خودبه‌خودی و وافازی نمایش می‌دهد که دوباره در منحنی خط کامل اثر وافازی نادیده گرفته شده و در منحنی خط چین اثر گسیل خودبه‌خودی نادیده گرفته شده است. در اینجا نیز مشاهده می‌شود که همراه با افزایش نرخ گسیل خودبه‌خودی و وافازی، مقدار بیشینه توان شارژ کاهش می‌یابد و مقدار بیشینه توان شارژ نسبت به اثر گسیل خودبه‌خودی حساس‌تر از وافازی است. در ادامه، به این نکته اشاره می‌کنیم که هر چند در این طرحواره ترازهای میانی در طول تحول زمانی جمعیت‌دار نمی‌شوند ولی با توجه به این که تراز هدف  $|5\rangle$  برخلاف سامانه‌های  $M$ -گونه یک تراز تحریکی است، بنابراین اثر گسیل خودبه‌خودی باعث کاهش ارگوترابی و بیشینه توان شارژ می‌شود.



شکل ۵، مقدار نهایی ارگوترابی نسبت به نرخ‌های مختلف گسیل خودبه‌خودی و وافازی. در منحنی خط کامل اثر وافازی نادیده گرفته شده و نرخ‌های گسیل خودبه‌خودی به صورت  $\Gamma_{\sigma_1} = \Gamma$ ،  $\Gamma_{\sigma_2} = 2\Gamma$ ،  $\Gamma_{\sigma_3} = 3\Gamma$ ،  $\Gamma_{\sigma_4} = 4\Gamma$  هستند. در منحنی خط چین اثر گسیل خودی به خودی نادیده گرفته شده و نرخ‌های وافازی به صورت  $\gamma_1 = \Gamma$ ،  $\gamma_2 = 2\Gamma$ ،  $\gamma_3 = 3\Gamma$ ،  $\gamma_4 = 4\Gamma$  و  $\gamma_5 = 4\Gamma$  در نظر گرفته شده‌اند. این شکل بر اساس پارامترهای شکل ۲ رسم شده است.

و وافازی را بر مقدار نهایی ارگوترابی و توان شارژ به صورت عددی مطالعه کنیم. با در نظر گرفتن اثر گسیل خودبه‌خودی و وافازی، تحول زمانی عناصر ماتریس چگالی  $\rho_{int}$  به صورت زیر خواهد بود [۲۸]:

$$\dot{\rho}_{int}(t) = \frac{1}{i\hbar} [H_{int}(t), \rho_{int}(t)] + L_{rel}[\rho_{int}] + L_{dep}[\rho_{int}], \tag{۱۴}$$

که  $L_{rel}[\rho_{int}]$  و  $L_{dep}[\rho_{int}]$  به ترتیب پدیده‌های گسیل خودبه‌خودی و وافازی را توصیف می‌کنند. با در نظر گرفتن این که در سامانه‌های فیزیکی واقعی همانند اتم‌های مصنوعی ابررسانا، نرخ گسیل خودبه‌خودی بین ترازهای غیرمتوالی در مقایسه با ترازهای متوالی بسیار کمتر است، بنابراین تنها اثر گسیل خودبه‌خودی بین ترازهای متوالی در نظر گرفته خواهد شد [۲۱]. بنابراین جملات مربوط به پدیده‌های گسیل خودبه‌خودی و وافازی به صورت زیر خواهند بود:

هامیلتونی رابطه (۱۸) یک ویژه مقدار صفر دارد که ویژه حالت مربوط به این ویژه مقدار به صورت زیر خواهد بود:

$$|D(t)\rangle = \chi \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_N \end{pmatrix}, \quad (19)$$

که  $\chi$  ضریب بهنجارش است و عناصر ماتریس ستونی (۱۹) به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$v_1 = \Omega_{\gamma_1} \Omega_{\gamma_2} \Omega_{\gamma_3} \dots \Omega_{\gamma_N}, \quad (20)$$

$$v_{2k+1} = (-1)^k \Omega_{\gamma_1} \Omega_{\gamma_2} \dots \Omega_{\gamma_{k-1,2k}} \quad (21)$$

$$\times \Omega_{\gamma_{k+2,2k+2}} \Omega_{\gamma_{k+4,2k+4}} \dots \Omega_{\gamma_N}, \quad k=1,2,\dots$$

$$v_{2k} = 0. \quad (22)$$

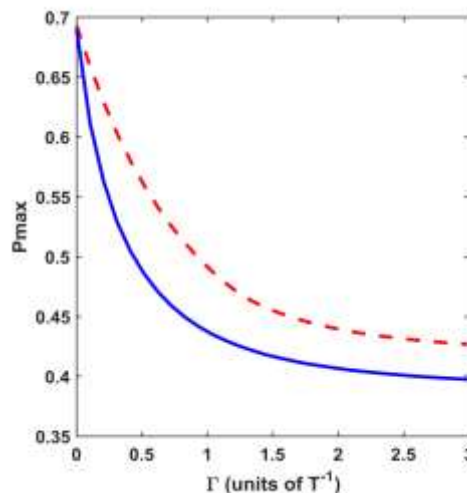
می‌خواهیم باتری کوانتومی را از حالت تخلیه  $|1\rangle$  به حالت پر شده  $|N\rangle$  منتقل کنیم. دوباره همانند سامانه پنج‌ترازی می‌خواهیم از قضیه بی‌دررو استفاده کنیم و شرایط اولیه و ترتیب زمانی تپ‌ها را باید طوری تنظیم کنیم که در ابتدای تحول زمانی، سامانه در حالت (۱۹) قرار داشته باشد. همچنین می‌خواهیم در طول تحول زمانی، سامانه در حالت (۱۹) باقی بماند و ترازهای میانی در طول تحول زمانی جمعیت‌دار نشوند. برای این کار باید دوباره تپ استوکس مقدم بر تپ پمپ باشد و تپ‌های میانی نسبت به تپ‌های پمپ و استوکس به حد کافی بزرگ باشند. برای طراحی تپ‌ها، تپ‌های پمپ و استوکس را می‌توانیم همانند روابط (۱۲.الف) و (۱۲.ب) در نظر بگیریم و تپ‌های میانی را به صورت زیر در نظر بگیریم:

$$\Omega_{k,k+1} = \xi_{k,k+1} \sqrt{\Omega_p^2(t) + \Omega_s^2(t)}, \quad (23)$$

که  $\xi_{k,k+1}$  یک ضریب ثابت است که مقدار آن طوری تعیین می‌شود که شرایط تکنیک استیرپ زنجیره‌ای برقرار شود.

### ۹. نتیجه‌گیری

در این مقاله، یک طرحواره برای شارژ باتری‌های کوانتومی  $N$ -ترازی با انرژی بالا با استفاده از تکنیک استیرپ زنجیره‌ای ارائه شد. نشان داده شد که با تنظیم مناسب دامنه بیشینه و تأخیر زمانی تپ‌ها می‌توان باتری‌های کوانتومی  $N$ -ترازی را با بالاترین مقدار ارگوتراپی شارژ کرد. همچنین به صورت عددی نشان داده شد که این طرحواره نسبت به نوسانات اندک پارامترهای مربوط به



شکل ۶. مقدار توان بیشینه شارژ باتری نسبت به نرخ‌های مختلف گسیل خودبه‌خودی و وافازی. در منحنی خط کامل اثر وافازی نادیده گرفته شده و نرخ‌های گسیل خودبه‌خودی به صورت  $\Gamma_{\gamma_1} = \Gamma$ ،  $\Gamma_{\gamma_2} = 2\Gamma$ ،  $\Gamma_{\gamma_3} = 3\Gamma$ ،  $\Gamma_{\gamma_4} = 4\Gamma$  هستند. در منحنی خط چین اثر گسیل خودی به خودی نادیده گرفته شده و نرخ‌های وافازی به صورت  $\gamma_1 = \Gamma$ ،  $\gamma_2 = 2\Gamma$ ،  $\gamma_3 = 3\Gamma$ ،  $\gamma_4 = 4\Gamma$  در نظر گرفته شده‌اند. این شکل بر اساس پارامترهای شکل ۲ رسم شده است.

### ۸. شارژ باتری کوانتومی $N$ ترازی با استفاده از

#### تکنیک استیرپ زنجیره‌ای

روشی که تاکنون برای شارژ باتری کوانتومی پنج‌ترازی شرح داده شد، می‌تواند برای شارژ باتری کوانتومی  $N$ -ترازی وقتی که  $N$  عددی فرد باشد، نیز به کار گرفته شود. هامیلتونی خالص باتری کوانتومی  $N$ -ترازی به صورت زیر خواهد بود:

$$H_i = \sum_{i=1}^N \varepsilon_i |i\rangle\langle i|, \quad \varepsilon_1 < \varepsilon_2 < \dots < \varepsilon_{N-1} < \varepsilon_N \quad (17)$$

همچنین می‌توان هامیلتونی شارژ و تخلیه باتری کوانتومی را در تصویر اندرکنش به شکل ماتریسی زیر نوشت:

$$H_{\text{int}} = \hbar \begin{pmatrix} 0 & \Omega_p & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \Omega_p & 0 & \Omega_{\gamma_1} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \Omega_{\gamma_1} & 0 & \Omega_{\gamma_2} & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Omega_{\gamma_2} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \Omega_s \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \Omega_s & 0 \end{pmatrix}. \quad (18)$$



که با استفاده از تکنیک استیرپ می‌توان این باتری‌ها را با ارگوتراپی بالا شارژ کرد. بنابراین روش پیشنهادی در این مقاله پتانسیل بسیار خوبی برای به کارگیری در باتری‌های بیشتر از سه تراز را دارد که این باتری‌ها می‌توانند انرژی بیشتری را در مقایسه با باتری‌های دوترازی و سه‌ترازی در خود ذخیره کنند.

تپ‌ها شامل دامنهٔ بیشینه و تأخیر زمانی، غیرحساس است. روش پیشنهادی در این مقاله می‌تواند در سامانه‌های مختلف فیزیکی برای ساخت باتری کوانتومی همانند سامانه یون-تله و باتری‌های ابررسانا به کار گرفته شود [۲۹-۳۱]. اخیراً روش پیشنهادی در مرجع [۲۱] به صورت آزمایشگاهی برای شارژ باتری کوانتومی سه‌ترازی ابررسانا به کار گرفته شده [۳۲] و نشان داده شده است

## مراجع

1. F Binder, et al., *Fundam. Theor. of Phys.* **195** (2018) 1.
2. S Bhattacharjee and A Dutta, *Europ. Phys. J. B* **94** (2021) 1.
3. J Q Quach and W J Munro, *Phys. Rev. Appl.* **14** (2020) 024092.
4. F H Kamin, et al., *Phys. Rev. E* **102** (2020) 052109.
5. K Sen and U Sen, *Phys. Rev. A* **104** (2021) L030402.
6. F Pirmoradian and K Mølmer, *Phys. Rev. A* **100** (2019), 043833.
7. F Barra, *Phys. Rev. Lett* **122** (2019) 210601.
8. M Carrega, et al., *New J. Phys.* **22** (2020) 083085.
9. L P García-Pintos, A Hama, and A Del Campo, *Phys. Rev. Lett.* **125** (2020) 040601.
10. F Campaioli, et al., *Phys. Rev. Lett.* **118** (2017) 150601.
11. F T Tabesh, F H Kamin, and S Salimi, *Phys. Rev. A* **102** (2020) 052223.
12. K V Hovhannissyan, et al., *Phys. Rev. Lett.* **111** (2013) 240401.
13. R Alicki, and M Fannes, *Phys. Rev. E* **87** (2013) 042123.
14. D Ferraro, et al., *Phys. Rev. Lett.* **120** (2018) 1177.
15. G M Andolina, et al., *Phys. Rev. Lett.* **122** (2019) 047702.
16. S Zakavati, F T Tabesh, and S Salimi, *Phys. Rev. E* **104** (2021) 054117.
17. U Gaubatz, et al., *J. Chem. Phys.* **92** (1990) 5363.
18. K Bergmann, N V Vitanov, and B W. Shore, *J. Chem. Phys.* **142** (2015) 170901.
19. B W Shore, *Adv. Opt. Photonics* **9** (2017) 563.
20. K Bergmann, et al., *J. Phys. B At. Mol. Opt. Phys.* **52** (2019) 202001.
21. A C Santos, et al., *Phys. Rev. E* **100** (2019) 032107.
22. N V Vitanov, K A Suominen, and B W. Shore, *J. Phys. B At. Mol. Opt. Phys.* **32** (1999) 4535.
23. F Q Dou, Y J Wang, and J A Sun, *Front. Phys.* **17** (2022) 1.
24. X Chen, et al., *Phys. Rev. Lett.* **105** (2010) 123003.
25. D Guéry-Odelin, et al., *Rev. Mod. Phys.* **91** (2019) 045001.
26. N V Vitanov, *Phys. Rev. A*, **58** (1998) 2295.
27. M Amiri and M Saadati-Niari, *Phys. Scripta.* **98** (2023) 085303.
28. G Lindblad, *Commun. Math. Phys.* **48** (1976) 119.
29. J Li, et al., *Phys. Rev. B* **84** (2011) 104527.
30. J M Martinis, et al., *Phys. Rev. B* **67** (2003) 094510.
31. M J Peterer, et al., *Phys. Rev. Lett.* **114** (2015) 010501.
32. Y Ge, et al., *Appl. Phys. Lett.* **123** (2023) 154002.