

جفت‌شدگی همدوس و اتلافی در دینامیک فرومغناطیس و پادفرومغناطیس

مجید شیردل هاور و بابک زارع*

دانشکده فیزیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران

*پست الکترونیکی: bzarer@iust.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۴۰۳/۲/۲۴؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۴۰۳/۶/۲۱)

چکیده

دینامیک یک ساختار ناهمگن شامل لایه‌های پادفرومغناطیس و فرومغناطیس که به وسیله یک لایه فلزی از یکدیگر جدا شده‌اند، مورد بررسی قرار گرفته است. با تنظیم میدان مغناطیسی اعمالی به نحوی که بسامد یکی از مدهای پادفرومغناطیس در محدوده بسامد فرومغناطیس قرار گیرد، به دلیل جفت‌شدگی تبادلی بین لایه‌ای، دست‌یابی به یک جفت‌شدگی همدوس امکان‌پذیر است. علاوه بر این، دینامیک مغناطش در لایه‌های مغناطیسی منجر به پمپاژ اسپین به فلز می‌شود که یک انباشتگی اسپینی در فلز ایجاد می‌کند. این انباشتگی اسپینی، یک جریان انتقال اسپین از فلز به لایه‌های مغناطیسی تولید می‌کند که می‌تواند منجر به یک جفت‌شدگی اتلافی بین دینامیک لایه‌های پادفرومغناطیس و فرومغناطیس شود که به صورت جاذبه ترازوی در ویژه مدهای سامانه قابل مشاهده خواهد بود. جفت‌شدگی غیرمستقیم بین دینامیک لایه‌های مغناطیسی بسته به ضخامت لایه فلزی می‌تواند از نوع همدوس یا اتلافی باشد. برای لایه‌های فلزی نازک که برهم‌کنش تبادلی بین لایه‌ای اهمیت دارد، جفت‌شدگی همدوس و برای لایه‌های ضخیم که برهم‌کنش تبادلی ناچیز است، جفت‌شدگی اتلافی است.

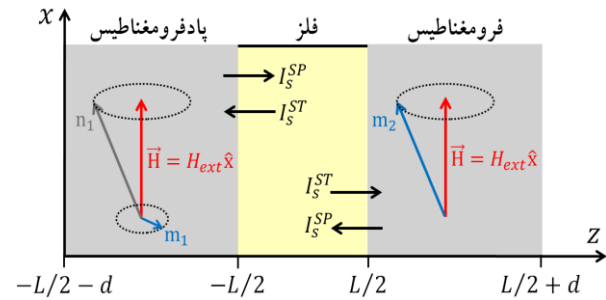
واژه‌های کلیدی: جفت‌شدگی همدوس و اتلافی، فرومغناطیس، پادفرومغناطیس، پمپاژ و انتقال اسپین

۱. مقدمه

دست‌یابی به مدارهای ترانزیتور [۳]، و همچنین انجام پردازش و ارتباطات فوق سریع اطلاعات را هموار می‌سازد.

دینامیک مغناطش در پادفرومغناطیس منجر به جریان پمپاژ-اسپین^۱ در محدوده ترانزیتور در اتصالات پادفرومغناطیس-فلز می‌شود [۴ و ۵]؛ شبیه آنچه در محدوده گیگاهرتز در اتصال فرومغناطیس-فلز مشاهده شده است [۶]. این پدیده منجر به انباشتگی اسپین در فلز می‌شود که به نوبه خود یک جریان انتقال-اسپین تولید می‌کند که متقابل با پدیده پمپاژ-اسپین است. این جریان‌ها سبب القای گشتاورهای پمپاژ-اسپین و انتقال-اسپین به

در طول سالیان گذشته، علاقه برای پیاده‌سازی و به‌کارگیری عناصر پادفرومغناطیس در اسپیترونیک به سرعت در حال رشد بوده است [۱ و ۲]. پادفرومغناطیس‌ها ویژگی‌های زیادی دارند که آنها را برای استفاده در ادوات اسپیترونیکی جذاب می‌کند. آنها به دلیل مغناطش بسیار کوچک‌شان، در برابر اختلالات میدان مغناطیسی پایدار هستند. ویژگی جالب دیگر آنها نسبت به فرومغناطیس‌ها، بسامدهای تشدید بالای آنها است که امکان



شکل ۱. ساختاری سه لایه متشکل از یک لایه فلزی (لایه وسط) به ضخامت L که بین لایه‌های پادفرومغناطیس (لایه چپ) و فرومغناطیس (لایه راست) با ضخامت یکسان d قرار گرفته است. H_{ext} میدان خارجی اعمالی در جهت x است. \mathbf{m}_1 و \mathbf{n}_1 به ترتیب متوسط بردارهای بدون بعد مغناطش و نیل لایه پادفرومغناطیس و \mathbf{m}_2 بدون بعد مغناطش لایه فرومغناطیس هستند. I_s^{SP} جریان پمپاژ-اسپین از لایه‌های مغناطیسی به لایه فلزی و I_s^{ST} جریان انتقال-اسپین از لایه فلزی به لایه‌های مغناطیسی به واسطه انباشتگی اسپین در لایه فلزی هستند.

۲. مدل نظری

ساختاری شامل یک لایه فلزی با ضخامت L که بین دو لایه عایق پادفرومغناطیس و فرومغناطیس با ضخامت یکسان d قرار گرفته (شکل ۱) در نظر گرفته شده است. هنگامی که پیکربندی مغناطیسی از حالت تعادل خارج می‌شود، مغناطش حول محور میدان مؤثر موضعی شروع به حرکت تقدیمی می‌کند. دینامیک مغناطش از عدم تعادل اولیه در سامانه ناشی می‌شود که می‌تواند به دلیل جهت‌گیری اولیه مغناطش‌ها نسبت به میدان اعمالی باشد. دینامیک لایه‌های پادفرومغناطیس و فرومغناطیس با استفاده از معادله لاندائو-لیفشیتز-گیلبرت (LLG) توصیف می‌شود. برای دینامیک لایه پادفرومغناطیس و با استفاده از متوسط بردارهای بدون بعد مغناطش \mathbf{m} و نیل \mathbf{n} داریم [۸ و ۹]:

$$\dot{\mathbf{m}}_1 = -\gamma\mu_s (\mathbf{m}_1 \times \mathbf{H}_{\text{eff},m_1} + \mathbf{n}_1 \times \mathbf{H}_{\text{eff},n_1}) + \boldsymbol{\tau}_{m_1}^{SP} + \boldsymbol{\tau}_{m_1}^{ST} \quad (1)$$

$$+ \alpha_{G,1} (\mathbf{m}_1 \times \dot{\mathbf{m}}_1 + \mathbf{n}_1 \times \dot{\mathbf{n}}_1) - \omega_x \mathbf{n}_1 \times \mathbf{m}_1,$$

$$\dot{\mathbf{m}}_2 = -\gamma\mu_s (\mathbf{m}_2 \times \mathbf{H}_{\text{eff},m_2} + \mathbf{n}_2 \times \mathbf{H}_{\text{eff},n_2}) + \boldsymbol{\tau}_{m_2}^{SP} + \boldsymbol{\tau}_{m_2}^{ST} \quad (2)$$

$$+ \alpha_{G,2} (\mathbf{m}_2 \times \dot{\mathbf{m}}_2 + \mathbf{n}_2 \times \dot{\mathbf{n}}_2) - \omega_x \mathbf{n}_2 \times \mathbf{m}_2,$$

دینامیک فرومغناطیس یا پادفرومغناطیس می‌شوند. گشتاورهای القاء شده به عنوان ابزاری قدرتمند برای بررسی دینامیک اسپینی در لایه‌های مغناطیسی شناخته می‌شوند [۷ و ۸].

در سال‌های اخیر جریان‌های اسپینی در اتصالات پادفرومغناطیس-فلز به صورت نظری و تجربی مورد بررسی قرار گرفته است. در یک بررسی تجربی، جریان اسپینی خالص در ساختار ناهمگن پادفرومغناطیس-فلز که حاصل برانگیختگی مگنون‌ها در تشدید پادفرومغناطیس در محدوده زیر-تراهرتز بود، اندازه‌گیری شده است [۵]. همچنین، ولتاژ پمپاژ-اسپین و انتقال-اسپین در اتصال پادفرومغناطیس-فلز محاسبه شده است [۹ و ۱۰]. علاوه بر این، دینامیک مغناطش القاء شده از طریق جریان اسپینی عبوری از لایه فلزی در اتصال فرومغناطیس-فلز-فرومغناطیس نیز به صورت نظری بررسی شده است [۶].

در پژوهش حاضر، دینامیک مغناطش در یک ساختار ناهمگن متشکل از یک پادفرومغناطیس و یک فرومغناطیس که با یک فلز از یکدیگر جدا شده‌اند بررسی شده است. نتایج به دست آمده، تحقق یک جفت‌شدگی همدوس بین دینامیک مغناطش لایه‌های مغناطیسی را برای یک لایه فلزی نازک نشان می‌دهد، که ناشی از برهم‌کنش تبادلی بین لایه‌ای است. این در حالی است که برای یک لایه فلزی ضخیم که دیگر برهم‌کنش تبادلی بین لایه‌ای بسیار ناچیز خواهد بود، یک جفت‌شدگی اتلافی ظاهر می‌شود. این ناشی از جریان اسپینی انتقالی بین دو لایه مغناطیسی است که به واسطه فلز منتقل می‌شود.

امکان دست‌یابی به جفت‌شدگی، چه از نوع همدوس و چه از نوع اتلافی، بین دینامیک مغناطش در فرومغناطیس و پادفرومغناطیس از این جهت بسیار حائز اهمیت است که شکاف بین اسپینترونیک مبتنی بر فرومغناطیس و پادفرومغناطیس را پر می‌کند و مسیری برای ادغام عناصر مغناطیسی متنوع در ادوات اسپینترونیک ارائه می‌دهد.

رسانندگی اسپینی عرضی در فصل مشترک پادفرومغناطیس|فلز و A مساحت سطح مقطع است. پمپاژ اسپین از لایه پادفرومغناطیس به فلز منجر به انباشتگی اسپین μ_s^N در فصل مشترک پادفرومغناطیس|فلز و در نتیجه تولید جریان انتقال-اسپین در خلاف جریان پمپاژ-اسپین می‌شود. این جریان، گشتاورهای انتقال-اسپین τ_m^{ST} و τ_n^{ST} را به دینامیک لایه پادفرومغناطیس القاء می‌کند [۹، ۱۰]

$$\tau_m^{ST} = -\frac{\alpha_{SP,1}}{\hbar} \left\{ \mathbf{m}_1 \times \left[\mathbf{m}_1 \times \mu_s^N(z_1) \right] + \mathbf{n}_1 \times \left[\mathbf{n}_1 \times \mu_s^N(z_1) \right] \right\} \approx \frac{\alpha_{SP,1}}{\hbar} \mu_s^N(z_1), \quad (8)$$

$$\tau_n^{ST} = -\frac{\alpha_{SP,1}}{\hbar} \left\{ \mathbf{m}_1 \times \left[\mathbf{n}_1 \times \mu_s^N(z_1) \right] + \mathbf{n}_1 \times \left[\mathbf{m}_1 \times \mu_s^N(z_1) \right] \right\} \approx 0. \quad (9)$$

همچنین جمله چهارم در معادلات (۱) و (۲) نشان دهنده گشتاور اتلافی ذاتی است. آخرین جمله در این دو معادله با ضریب $\omega_x = \gamma J / (M_{s,1} d)$ ، بیانگر سهم جفت‌شدگی تبدالی بین لایه‌ای در دینامیک لایه پادفرومغناطیس با ضریب جفت‌شدگی J است. ضریب J به برهم‌کنش‌های دوقطبی و تبدالی بین لایه‌ای اشاره دارد. برهم‌کنش تبدالی همانند برهم‌کنش $RKKY^1$ با ضخامت ناحیه فلزی L به‌طور نوسانی بین مقدار مثبت (جفت‌شدگی فرومغناطیس) و مقدار منفی (جفت‌شدگی پادفرومغناطیس) تغییر می‌کند. لازم به ذکر است که برهم‌کنش تبدالی $RKKY$ یکی از سازوکارهای کلیدی برای جفت‌شدگی مغناطیسی در ساختارهای لایه‌ای است که می‌تواند بین لایه‌های مغناطیسی از طریق لایه‌های واسط فلزی رخ دهد [۱۱]. در مطالعه دینامیک مغناطش سامانه‌های چندلایه مانند شیرهای اسپینی، در نظر گرفتن جفت‌شدگی بین لایه‌ای بسیار حائز اهمیت است. برهم‌کنش‌های دوقطبی و تبدالی بین لایه‌ای نقش مهمی در رفتار مغناطیسی کلی سامانه دارند و می‌توانند به پدیده‌هایی مانند دینامیک مغناطش جمعی منجر شوند.

برای دینامیک لایه فرومغناطیس و با استفاده از معادله LLG و

که γ نسبت ژیرومغناطیس و α_G ثابت میرایی ذاتی است. شاخص‌های ۱ و ۲ به ترتیب بیانگر لایه پادفرومغناطیس و فرومغناطیس است. جمله اول در این دو معادله، بیانگر گشتاور ناشی از میدان مغناطیسی مؤثر است که با استفاده از رابطه $\mathbf{H}_{\text{eff},m(n)} = -(\mu_0 V M_{s,1})^{-1} \nabla_{m(n)} \mathcal{U}$ به دست می‌آید. $M_{s,1}$ ، \mathcal{U} و V به ترتیب مغناطش اشباع، حجم و انرژی آزاد کل یک لایه پادفرومغناطیس هستند. انرژی آزاد یک پادفرومغناطیس شامل انرژی‌های برهم‌کنش تبدالی، ناهمسانگردی و زیمان است که به صورت زیر داده می‌شود:

$$\mathcal{U} = \frac{M_{s,1}}{\gamma} \int \left(\frac{\lambda}{\gamma} \mathbf{m}_1^T + \frac{V}{\gamma} [\nabla \mathbf{n}_1]^T - \omega_{H,1} \cdot \mathbf{m}_1 - \frac{K_1}{\gamma} n_{1,x}^T \right) dV, \quad (3)$$

λ و ν به ترتیب ثابت تبادل بین- و درون-شبه‌کهای، K_1 ثابت ناهمسانگردی پادفرومغناطیس و $\omega_{H,1} = \gamma \mu_0 \mathbf{H}$ است که در آن $\mathbf{H} = H_{\text{ext}} \hat{\mathbf{x}}$ میدان مغناطیسی خارجی اعمالی در جهت x و در راستای محور آسان است. بنابراین، بردارهای مغناطش و نیل برای لایه پادفرومغناطیس با روابط $\mathbf{m}_1 = \delta \mathbf{m}_1$ و $\mathbf{n}_1 = \hat{\mathbf{x}} + \delta \mathbf{n}_1$ داده می‌شوند که در آن $\delta \mathbf{m}_1 = \delta m_{1,y} \hat{\mathbf{y}} + \delta m_{1,z} \hat{\mathbf{z}}$ و $\delta \mathbf{n}_1 = \delta n_{1,y} \hat{\mathbf{y}} + \delta n_{1,z} \hat{\mathbf{z}}$ و توجه به رابطه (۳) برای $\mathbf{H}_{\text{eff},m(n)}$ داریم:

$$\mathbf{H}_{\text{eff},m} = -\frac{\lambda}{\gamma \mu_0} \mathbf{m}_1 + \mathbf{n}_1 \times (\mathbf{H} \times \mathbf{n}_1), \quad (4)$$

$$\mathbf{H}_{\text{eff},n} = \frac{\nu}{\gamma \mu_0} \nabla^2 \mathbf{n}_1 - \mathbf{m}_1 (\mathbf{H} \cdot \mathbf{n}_1) + \frac{K_1}{\gamma \mu_0} n_{1,x} \hat{\mathbf{x}}. \quad (5)$$

دینامیک لایه پادفرومغناطیس منجر به پمپاژ اسپین به لایه فلزی می‌شود که به نوبه خود می‌تواند منجر به القای گشتاورهای پمپاژ-اسپین τ_m^{SP} و τ_n^{SP} در دینامیک این لایه شود

$$\tau_m^{SP} = \alpha_{SP,1} (\mathbf{m}_1 \times \dot{\mathbf{m}}_1 + \mathbf{n}_1 \times \dot{\mathbf{n}}_1) \approx \alpha_{SP,1} (\delta \dot{n}_{1,y} \hat{\mathbf{z}} - \delta \dot{n}_{1,z} \hat{\mathbf{y}}), \quad (6)$$

$$\tau_n^{SP} = \alpha_{SP,1} (\mathbf{m}_1 \times \dot{\mathbf{n}}_1 + \mathbf{n}_1 \times \dot{\mathbf{m}}_1) \approx \alpha_{SP,1} (\delta \dot{m}_{1,y} \hat{\mathbf{z}} - \delta \dot{m}_{1,z} \hat{\mathbf{y}}), \quad (7)$$

که $\alpha_{SP,1} = \gamma \hbar g_{\perp} / (4\pi M_{s,1} A d)$ ضریب میرایی افزایش یافته به دلیل پمپاژ اسپین است، که در آن \hbar ثابت پلانک، g_{\perp}

همچنین سمت چپ تساوی در حالت پایا برابر صفر است، بنابراین داریم:

$$D^N \partial_z^N \mu_s^N = \frac{\mu_s^N}{\tau_{sf}^N} \quad (15)$$

انباشتگی اسپین می‌تواند یک جریان اسپینی در فلز ایجاد کند که با رابطه زیر تعیین می‌شود:

$$\mathbf{I}_s^N = -\frac{\hbar \sigma A}{4e^2} \frac{\partial \mu_s^N}{\partial z}, \quad (16)$$

که σ رسانندگی فلز است. جریان اسپینی در عبور از فصل مشترک فلز با فرومغناطیس و پادفرومغناطیس باید پیوسته بماند؛ به این صورت که $[\mathbf{I}_s^N = \mathbf{I}_s^{AF}]_{z=L/2}$ و $[\mathbf{I}_s^N = \mathbf{I}_s^F]_{z=L/2}$ ، که در آن $\mathbf{I}_s^{AF,F} = \mathbf{I}_s^{SP} + \mathbf{I}_s^{ST}$ مجموع جریان‌های پمپاژ-اسپین \mathbf{I}_s^{SP} و انتقال-اسپین \mathbf{I}_s^{ST} است و \mathbf{I}_s^N جریان درون فلز است. بنابراین، برای پیوستگی جریان در فصل مشترک فلز با پادفرومغناطیس واقع در $z_1 = -L/2$ داریم:

$$-\frac{g_{\perp}}{2\pi} [(\mathbf{m}_1 \times \mathbf{m}_1 + \mathbf{n}_1 \times \mathbf{n}_1) \times \mu_s^N(z_1) - \hbar(\mathbf{m}_1 \times \mathbf{m}_1 + \mathbf{n}_1 \times \mathbf{n}_1)] = -\frac{\hbar \sigma A}{4e^2} \frac{\partial \mu_s^N(z_1)}{\partial z}, \quad (17)$$

و برای فصل مشترک فلز با فرومغناطیس واقع در $z_2 = L/2$ داریم:

$$-\frac{g_{\perp}}{2\pi} (\mathbf{m}_2 \times \mathbf{m}_2 \times \mu_s^N(z_2) - \hbar \mathbf{m}_2 \times \mathbf{m}_2) = \frac{\hbar \sigma A}{4e^2} \frac{\partial \mu_s^N(z_2)}{\partial z}. \quad (18)$$

جهت جریان در فصل‌های مشترک پادفرومغناطیس |فلز و فرومغناطیس| فلز معکوس یکدیگرند، بنابراین علامت در سمت راست معادلات (۱۷) و (۱۸) متفاوت است. با حل معادله (۱۵) تحت شرایط مرزی (۱۷) و (۱۸)، برای انباشتگی اسپین داریم:

$$\mu_s^N(z_i) = -\frac{\hbar}{\gamma} \hat{\mathbf{x}} \times [(\delta \dot{\mathbf{n}}_i + \delta \dot{\mathbf{m}}_i) \Omega_c(z_i) - (\delta \dot{\mathbf{n}}_i - \delta \dot{\mathbf{m}}_i) \Omega_s(z_i)], \quad (19)$$

که z_i با $i=1,2$ به ترتیب انباشتگی اسپین در فصل مشترک چپ و راست را می‌دهد، همچنین ضرایب $\Omega_c(z_i)$ و $\Omega_s(z_i)$

متوسط بردار بدون بعد مغناطش \mathbf{m} داریم [۶]:

$$\dot{\mathbf{m}}_v = -\gamma \mu_s \mathbf{m}_v \times \mathbf{H}_{\text{eff},m_v} + \boldsymbol{\tau}_{m_v}^{\text{SP}} + \boldsymbol{\tau}_{m_v}^{\text{ST}} + \alpha_{G,v} \mathbf{m}_v \times \dot{\mathbf{m}}_v - \gamma \omega_x \mathbf{m}_v \times \mathbf{n}_v, \quad (10)$$

میدان مؤثر $\mathbf{H}_{\text{eff},m_v}$ شامل میدان مغناطیسی خارجی $\mathbf{H} = H_{\text{ext}} \hat{\mathbf{x}}$ ، میدان مغناطیسی استاتیک و میدان ناهمسانگردی است و با رابطه زیر داده می‌شود:

$$\mathbf{H}_{\text{eff},m_v} = \frac{1}{\gamma \mu_s} [\omega_{H,v} \hat{\mathbf{x}} - \omega_M(\mathbf{m}_v)_z \hat{\mathbf{z}}], \quad (11)$$

که $\omega_M = \gamma \mu_s M_{s,v}$ و $\omega_{H,v} = \gamma \mu_s H_{\text{ext}} - \gamma K_v / M_{s,v}$ ، K_v ثابت ناهمسانگردی فرومغناطیس هستند. میدان مغناطیسی خارجی در جهت x و عمود بر محور آسان در نظر گرفته شده است. بنابراین، بردار مغناطش برای لایه فرومغناطیس با رابطه $\mathbf{m}_v = \hat{\mathbf{x}} + \delta \mathbf{m}_v$ داده می‌شود که در آن $\delta \mathbf{m}_v = \delta m_{v,y} \hat{\mathbf{y}} + \delta m_{v,z} \hat{\mathbf{z}}$ مؤلفه نوسانی و کوچک است. گشتاورهای پمپاژ-اسپین $\boldsymbol{\tau}_{m_v}^{\text{SP}}$ و انتقال-اسپین $\boldsymbol{\tau}_{m_v}^{\text{ST}}$ القاء شده به دینامیک لایه فرومغناطیس با روابط زیر داده می‌شوند:

$$\boldsymbol{\tau}_{m_v}^{\text{SP}} = \alpha_{\text{SP},v} \mathbf{m}_v \times \dot{\mathbf{m}}_v \approx \alpha_{\text{SP},v} (\delta \dot{m}_{v,y} \hat{\mathbf{z}} - \delta \dot{m}_{v,z} \hat{\mathbf{y}}), \quad (12)$$

که $\alpha_{\text{SP},2} = \gamma \hbar g_{\perp} / (4\pi M_{s,2} A d)$ ضریب میرایی افزایش یافته برای لایه فرومغناطیسی است. جملات چهارم و پنجم در دینامیک لایه فرومغناطیس به ترتیب مربوط به گشتاور اتلافی ذاتی و جفت‌شدگی تبادلی بین لایه‌ای هستند.

انباشتگی اسپین μ_s^N را می‌توان با استفاده از معادله پخش-اسپین به دست آورد [۶، ۹ و ۱۰]

$$\dot{\mu}_s^N(r,t) = \gamma \mu_s \mathbf{H} \times \mu_s^N + D^N \partial_z^2 \mu_s^N - \frac{\mu_s^N}{\tau_{sf}^N}, \quad (14)$$

که D^N و τ_{sf}^N به ترتیب ثلثت پخش و زمان واهلش اسپین-وارون^۱ هستند. D^N و τ_{sf}^N به ترتیب از مرتبه $10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$ و 10^{-9} s هستند، بنابراین بسامد میدان مغناطیسی خارجی $(\gamma \mu_0 H_{\text{ext}})$ نسبت به ضرایب D^N/L و $1/\tau_{sf}^N$ بسیار ناچیز است و در نتیجه جمله اول سمت راست تساوی قابل صرفنظر کردن است.

۱. Spin-flip relaxation time

ارتباط بین لایه‌های پادفرومغناطیس و فرومغناطیس را به واسطه جریان انتقال-اسپین و جفت‌شدگی تبدیلی بین لایه‌ای نشان می‌دهند.

شایان ذکر است که زمان واهلش مغناطش، که توسط ضریب میرایی گیلبرت مشخص می‌شود، می‌تواند از چند ده نانوثانیه تا میکروثانیه متغیر باشد [۱۲]. پمپاژ جریان اسپینی نیز می‌تواند بر واهلش مؤثر مغناطش تأثیر بگذارد. زمان واهلش مغناطش از مرتبه‌ای است که جریان پمپاژ شده از یک لایه مغناطیسی به فلز توسط لایه مغناطیسی دیگر جذب شده و باعث جفت‌شدگی دینامیک بین لایه‌های مغناطیسی می‌شود.

۳. ویژه‌مدهای سامانه

معادلات (۲۳)–(۲۸) را می‌توان به صورت یک معادله ماتریسی $M\mathbf{v}=0$ نوشت، که $\mathbf{v}^T = (m_y, m_z, n_y, n_z, m_{zy}, m_{yz})$ یک ماتریس 6×6 با درایه‌های وابسته به بسامد است. این ماتریس را می‌توان به ماتریس‌های زیر تجزیه کرد:

$$M = M_k + M_h + M_j + M_{ST}, \quad (29)$$

که در آن

$$M_k = \begin{pmatrix} -i\omega & \omega_{H,1} & 0 & K_1 & 0 & 0 \\ -\omega_{H,1} & -i\omega & -K_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_1 + \lambda & -i\omega & \omega_{H,1} & 0 & 0 \\ -K_1 - \lambda & 0 & -\omega_{H,1} & -i\omega & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -i\omega & \omega_{H,2} + \omega_M \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\omega_{H,2} & -i\omega \end{pmatrix}, \quad (30)$$

که ساختاری بلوکه‌قطری دارد، دینامیک دولایه مغناطیسی را به صورت مستقل از هم نشان می‌دهد. بخش 4×4 بالا سمت چپ رابطه (۳۰) مربوط به دینامیک پادفرومغناطیس و بخش 2×2 پایین سمت راست مربوط به دینامیک فرومغناطیس است. ریشه‌های معادله مشخصه حاصل از دترمینان این ماتریس، مدهای سامانه بدون برهم‌کنش این دو لایه را می‌دهد. ماتریس M_d

به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\Omega_c(z_i) = \frac{\cosh(z_i/\ell_{sd})}{\cosh(L/2\ell_{sd}) + \xi \sinh(L/2\ell_{sd})}, \quad (20)$$

$$\Omega_s(z_i) = \frac{\sinh(z_i/\ell_{sd})}{\sinh(L/2\ell_{sd}) + \xi \cosh(L/2\ell_{sd})}, \quad (21)$$

که در آن $\ell_{sd} = \sqrt{D^N \tau_{sf}^N}$ طول پخش اسپینی و $\xi = \pi \hbar \sigma A / (2e^2 g_{\perp} \ell_{sd})$ ضریب بدون بعد است. با جایگذاری $\delta \dot{\mathbf{m}}_r$ و $\delta \dot{\mathbf{n}}_i$ در رابطه (۱۹)، داریم:

$$\begin{aligned} \mu_s^N(z_i) = & -\frac{\hbar}{\gamma} \{ [\Omega_c(z_i) - \Omega_s(z_i)] \delta \dot{n}_{iy} \hat{z} \\ & + [\Omega_c(z_i) + \Omega_s(z_i)] \delta \dot{m}_{ry} \hat{z} \\ & - [\Omega_c(z_i) - \Omega_s(z_i)] \delta \dot{n}_{iz} \hat{y} \\ & - [\Omega_c(z_i) + \Omega_s(z_i)] \delta \dot{m}_{rz} \hat{y}. \end{aligned} \quad (22)$$

همانطور که مشاهده می‌کنیم انباشتگی اسپین در هر فصل مشترک با دینامیک مغناطش در هر دولایه مغناطیسی تولید می‌شود، بنابراین امکان یک جفت‌شدگی غیرمستقیم بین دینامیک دولایه مغناطیسی را فراهم می‌کند که متفاوت از جفت‌شدگی تبدیلی بین لایه‌ای (متناسب با J) است. اکنون با جایگذاری سهم‌های مختلف در روابط (۱)، (۲) و (۱۰) و خطی‌سازی این معادلات، در فضای فوریه برای دینامیک لایه پادفرومغناطیس داریم:

$$i\omega \delta m_y = \omega_{H,1} \delta m_z - i\omega (\alpha_{T,1} - \alpha_{SP,1} \Omega^+) \delta n_z \quad (23)$$

$$+ (K_1 + J_*) \delta n_z + (i\omega \alpha_{SP,1} \Omega^- - J_*) \delta m_{rz},$$

$$i\omega \delta m_z = -\omega_{H,1} \delta m_y + i\omega (\alpha_{T,1} - \alpha_{SP,1} \Omega^+) \delta n_y \quad (24)$$

$$- (K_1 + J_*) \delta n_y - (i\omega \alpha_{SP,1} \Omega^- - J_*) \delta m_{ry},$$

$$i\omega \delta n_y = \omega_{H,1} \delta n_z + (K_1 + \lambda - i\omega \alpha_{T,1} + J_*) \delta m_z \quad (25)$$

$$i\omega \delta n_z = -\omega_{H,1} \delta n_y - (K_1 + \lambda - i\omega \alpha_{T,1} + J_*) \delta m_y \quad (26)$$

و همچنین برای دینامیک لایه فرومغناطیس

$$i\omega \delta m_{ry} = [\omega_{H,2} + \omega_M - i\omega (\alpha_{T,2} - \alpha_{SP,2} \Omega^+)] \delta m_{rz} \quad (27)$$

$$+ 2J_* \delta m_{rz} + (i\omega \alpha_{SP,2} \Omega^- - 2J_*) \delta n_z,$$

$$i\omega \delta m_{rz} = -[\omega_{H,2} - i\omega (\alpha_{T,2} - \alpha_{SP,2} \Omega^+)] \delta m_{ry} \quad (28)$$

$$- 2J_* \delta m_{ry} - (i\omega \alpha_{SP,2} \Omega^- - 2J_*) \delta n_y,$$

$$\text{و} \quad \alpha_{T,i(\nu)} = \alpha_{G,i(\nu)} + \alpha_{SP,i(\nu)} \quad \text{که}$$

$$\Omega^{\pm} = [\Omega_c(L/2) \pm \Omega_s(L/2)]/2$$

این معادلات به وضوح

همچنین $g_{\perp}/A = 5 \text{ nm}^{-2}$ برای هر دو لایه استفاده شده است [۹، ۱۶]. برای رسانندگی پلاتین مقادیری در محدوده $(\Omega \text{ m})^{-1} \times 10^6 [1-6]$ و برای طول پخش اسپینی آن مقادیری در محدوده $1-14 \text{ nm}$ گزارش شده است [۲۹-۱۷]، که این اختلاف به عوامل مختلفی از جمله ضخامت فلز، چگالی فلز، ناخالصی‌های فلز، دما و نوع آماده‌سازی آن در پژوهش‌های تجربی مختلف مرتبط است. ما برای رسانندگی و طول پخش اسپینی فلز Pt از مقادیر گزارش شده متناسب با ضخامت آن استفاده می‌کنیم، که مقدار آنها با افزایش طول فلز، افزایش می‌یابد.

ویژه‌مدهای سامانه شکل ۱ را برای دو ضخامت مختلف از فلز پلاتین بررسی می‌کنیم. (۱) لایه فلزی نازک با طول $2/5 \text{ nm}$ که جفت شدگی تبدلی بین‌لایه‌ای در این ضخامت می‌تواند اثر گذار باشد (۲) لایه فلزی ضخیم با طول 10 nm که جفت شدگی تبدلی بسیار ناچیز و قابل صرف‌نظر کردن است. همچنین طول پادفرومغناطیس NaNiO_2 و فرومغناطیس YIG در هر دو حالت یکسان و برابر 10 نانومتر در نظر گرفته می‌شود. برای لایه نازک (حالت ۱)، $\omega_x = 1 \text{ GHz}$ در نظر گرفته شده است که متناسب با ضریب جفت شدگی تبدلی $J \approx 2 \times 10^{-6} \text{ Jm}^{-2}$ است و با مقادیر ارائه شده در پژوهش‌های پیشین تطابق دارد [۳۰ و ۳۱].

با نادیده گرفتن میرایی ذاتی گیلبرت و صرف‌نظر از هر گونه برهم‌کنش بین لایه‌های مغناطیسی، مدهای مگنونی فرومغناطیس و پادفرومغناطیس به ترتیب از روابط زیر تعیین می‌شوند:

$$\left[\omega^2 - \left(\sqrt{K_1(K_1 + \lambda)} \pm \omega_{H,1} \right)^2 \right] \delta m_{y(z)} = 0, \quad (34)$$

$$\left[\omega^2 - \omega_{H,2} (\omega_{H,2} + \omega_M) \right] \delta m_{y(z)} = 0. \quad (35)$$

مد تشدید فرومغناطیسی (FMR) برای YIG (ω_{FMR}) و مدهای راست-دست ($\omega_{\text{AFMR}}^{\text{RH}}$) و چپ-دست ($\omega_{\text{AFMR}}^{\text{LH}}$) برای NaNiO_2 در شکل ۲ به صورت تابعی از میدان مغناطیسی خارجی به ترتیب با خط توپر، نقطه‌چین و خط چین مشخص شده‌اند. مدهای ω_{FMR} و $\omega_{\text{AFMR}}^{\text{LH}}$ یکدیگر

$$\mathcal{M}_d = i\omega \begin{pmatrix} \circ & \circ & \circ & -\alpha_{T,1} & \circ & \circ \\ \circ & \circ & \alpha_{T,1} & \circ & \circ & \circ \\ \circ & -\alpha_{T,1} & \circ & \circ & \circ & \circ \\ \alpha_{T,1} & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ \\ \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & -\alpha_{T,2} \\ \circ & \circ & \circ & \circ & \alpha_{T,2} & \circ \end{pmatrix}, \quad (31)$$

بیانگر میرایی ذاتی گیلبرت α_G و میرایی افزایش‌یافته α_{SP} به دلیل جریان پمپاژ-اسپین از لایه‌های مغناطیسی به لایه فلزی است. ماتریس \mathcal{M}_l

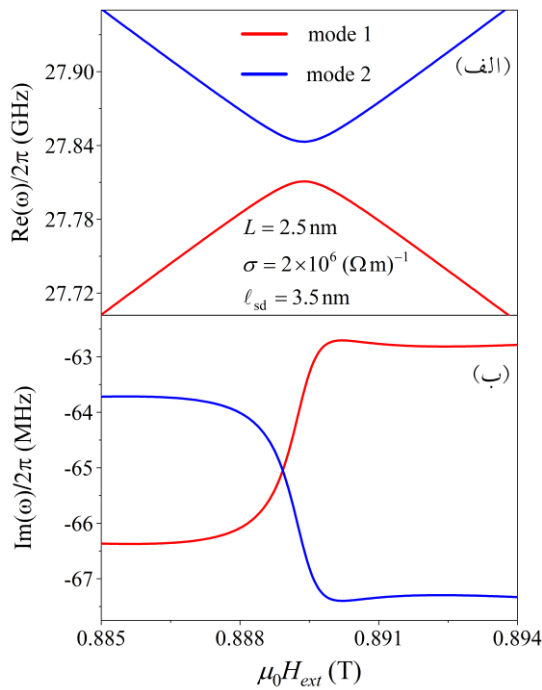
$$\mathcal{M}_l = \omega_x \begin{pmatrix} \circ & \circ & \circ & 1 & \circ & -1 \\ \circ & \circ & -1 & \circ & 1 & \circ \\ \circ & 1 & \circ & \circ & \circ & \circ \\ -1 & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ \\ \circ & \circ & \circ & -2 & \circ & 2 \\ \circ & \circ & 2 & \circ & -2 & \circ \end{pmatrix}, \quad (32)$$

حاصل از جفت‌شدگی بین‌لایه‌ای است و با توجه به مقادیر ω_x می‌تواند روی جفت‌شدن دینامیک لایه‌های مغناطیسی اثر گذار باشد. نهایتاً ماتریس \mathcal{M}_{ST}

$$\mathcal{M}_{\text{ST}} = i\omega \times \begin{pmatrix} \circ & \circ & \alpha_{\text{SP},1} \Omega^+ & \circ & \alpha_{\text{SP},1} \Omega^- \\ \circ & -\alpha_{\text{SP},1} \Omega^+ & \circ & -\alpha_{\text{SP},1} \Omega^- & \circ \\ \circ & \circ & \circ & \circ & \circ \\ \circ & \circ & \circ & \circ & \circ \\ \circ & \circ & \alpha_{\text{SP},2} \Omega^- & \circ & \alpha_{\text{SP},2} \Omega^+ \\ \circ & -\alpha_{\text{SP},2} \Omega^- & \circ & -\alpha_{\text{SP},2} \Omega^+ & \circ \end{pmatrix}, \quad (33)$$

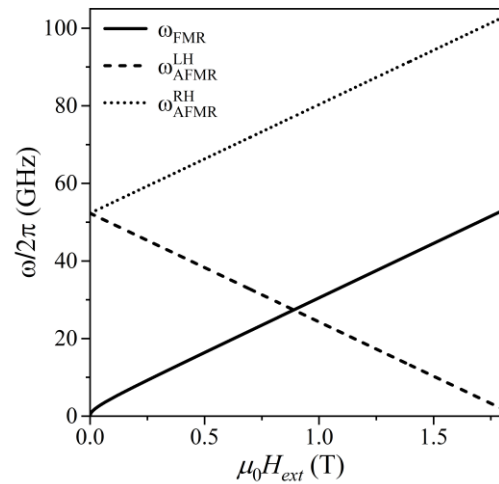
ناشی از جریان انتقال-اسپین از لایه فلزی به درون لایه‌های مغناطیسی است و می‌تواند منجر به جفت‌شدگی دینامیک مغناطیس در این لایه‌ها شود.

ریشه‌های معادله مشخصه حاصل از دترمینان ماتریس \mathcal{M} ، ویژه‌مدهای ساختار ناهمگن شکل ۱ را می‌دهد. برای بررسی ویژه‌مدهای چنین ساختاری، دو ماده NaNiO_2 و YIG به ترتیب به عنوان لایه پادفرومغناطیس و لایه فرومغناطیس و فلز پلاتین (Pt) به عنوان فلز جداکننده دو لایه در نظر گرفته شده است. برای لایه NaNiO_2 از مقادیر $\alpha_{G,1} = 10^{-4}$ ، $K_1 = 62 \text{ GHz}$ ، $\lambda = 1/68 \text{ THz}$ و $\mu_s M_{s,1} = 0/58 \text{ T}$ [۱۲، ۱۳] و برای لایه YIG از مقادیر $\alpha_{G,2} = 9 \times 10^{-5}$ ، $K_2 = -6/1 \times 10^5 \text{ J/m}^3$ و $\mu_s M_{s,2} = 0/176 \text{ T}$ [۱۴، ۱۵] و



شکل ۳. (الف) بخش حقیقی و (ب) بخش موهومی ویژه‌مدهای دینامیک جفت‌شده لایه‌های YIG و NaNiO_2 که با رنگ‌های آبی و قرمز مشخص شده‌اند. ضخامت لایه‌های مغناطیسی ۱۰ nm و لایه فلزی ۲/۵ nm در نظر گرفته شده است. گاف ایجاد شده بین دو ویژه‌مد تقریباً ۳۲ MHz بوده و در ۰/۸۸۹ T واقع شده است.

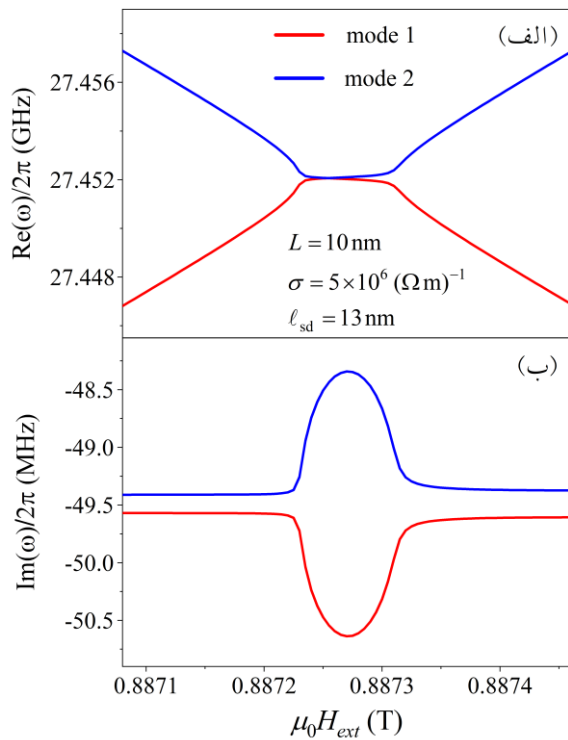
می‌دهد که بیانگر جفت‌شدگی همدوس بین دینامیک لایه‌های فرومغناطیس و پادفرومغناطیس است. قدرت این جفت‌شدگی تقریباً ۱۶ MHz است که برابر با نصف گاف ایجاد شده بین ویژه‌مدها در میدان مغناطیسی ۰/۸۸۹ T است. برای ضخامت‌هایی از لایه فلزی که برهم‌کنش تبادلی بین لایه‌ای اهمیت دارد، ماتریس حقیقی M_{ij} معادله (۳۲) می‌تواند روی دینامیک دولایه مغناطیسی اثر گذار باشد. بخش حقیقی ویژه‌مدهای سامانه در صورتی که $M_{ij} \neq 0$ و $M_{ST} = 0$ در شکل ۴. الف ارائه شده است، که تأثیر ماتریس M_{ij} بر جفت‌شدگی دینامیک این دو لایه را نشان می‌دهد. این درحالی است که وقتی $M_{ij} = 0$ و $M_{ST} \neq 0$ ، جفت‌شدگی محسوسی در شکل ۴. ب مشاهده نمی‌شود. در نتیجه برای ضخامت ۲/۵ nm از فلز Pt، ماتریس M_{ij} منجر به یک



شکل ۲. مد FMR برای فرومغناطیس YIG (ω_{FMR}) که با خط توپر مشخص شده و مدهای راست-دست ($\omega_{\text{AFMR}}^{\text{RH}}$) و چپ-دست ($\omega_{\text{AFMR}}^{\text{LH}}$) برای پادفرومغناطیس NaNiO_2 که به ترتیب با نقطه‌چین و خط‌چین مشخص شده‌اند.

را در نزدیکی میدان مغناطیسی ۰/۸۹ T قطع می‌کنند که با در نظر گرفتن برهم‌کنش بین لایه‌های فرومغناطیس و پادفرومغناطیس، اثرات آن در این محل تلاقی قابل مشاهده است. لازم به ذکر است که میدان مغناطیسی می‌تواند بر نظم نیل تأثیر بگذارد، اما برای از بین بردن کامل آن نیاز به میدان‌های بسیار قوی در حد میدان وارونش اسپین^۱ است. در ماده NaNiO_2 مورد بررسی در این پژوهش، میدان وارونش اسپین تقریباً ۱/۸ T است، در حالی که دینامیک سامانه در میدان‌های کمتر از ۱ T بررسی شده است. در ادامه، دینامیک سامانه برهم‌کنشی را برای دو حالت لایه فلزی نازک و ضخیم بررسی می‌کنیم.

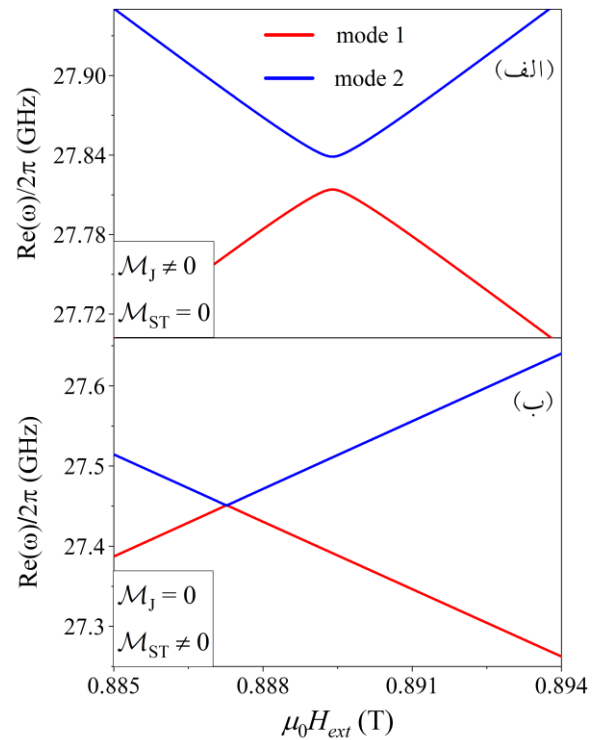
بخش حقیقی $\text{Re}(\omega)$ و بخش موهومی $\text{Im}(\omega)$ ویژه‌مدهای سامانه برهم‌کنشی برای لایه فلزی نازک (حالت ۱) با ضخامت ۲/۵ nm در شکل ۳ برحسب میدان مغناطیسی خارجی ارائه شده است. طول پخش اسپینی ۳/۵ nm و رسانندگی $2 \times 10^6 (\Omega\text{m})^{-1}$ برای Pt در نظر گرفته شده است. بخش حقیقی ویژه‌مدها، شکل ۳. الف، یک دافعه ترازوی در نقطه تلاقی مدهای ω_{FMR} و $\omega_{\text{AFMR}}^{\text{LH}}$ را نشان



شکل ۵. (الف) بخش حقیقی و (ب) بخش موهومی ویژه‌مدها برای دینامیک جفت‌شده لایه‌های YIG و NaNiO_2 با ضخامت یکسان 10 nm و لایه فلزی جداکننده Pt با ضخامت 10 nm .

از برهم‌کنش تبدلی بین لایه‌ای صرف‌نظر می‌شود.

بخش حقیقی و موهومی ویژه‌مدها برحسب میدان مغناطیسی برای سامانه برهم‌کنشی با ضخامت لایه فلزی 10 nm (حالت ۲) در شکل ۵ ارائه شده است. طول پخش اسپینی 13 nm و رسانندگی $(\Omega \text{ m})^{-1}$ 5×10^6 برای Pt در نظر گرفته شده است. همانطور که مشاهده می‌شود، در این حالت یک جفت‌شدگی اتلافی بین دینامیک مغناطش لایه‌های مغناطیسی اتفاق می‌افتد. شاخه‌های بخش حقیقی، شکل ۵. الف، ویژه‌مدها در محدوده میدان‌های 0.88722 T تا 0.88732 T بسیار به هم نزدیک شده و تقریباً بسامد یکسانی دارند، شبیه نقاط خاص^۱ که در ویژه‌مدهای سامانه‌هایی با هامیلتونی غیر-هرمیتی تقارن شکسته مشاهده شده است [۳۲]. جفت‌شدگی اتلافی به صورت یک جاذبه ترازوی در بخش حقیقی و به صورت یک دافعه ترازوی در بخش موهومی ویژه‌مدها در بازه میدان‌های ذکر شده، نمایان



شکل ۴. بخش حقیقی ویژه‌مدهای دینامیک جفت‌شده لایه‌های YIG و NaNiO_2 برای لایه فلزی نازک (حالت ۱)، (الف) هنگامی که $M_J \neq 0$ و $M_{ST} = 0$ و (ب) هنگامی که $M_J = 0$ و $M_{ST} \neq 0$ در نظر گرفته شود.

جفت‌شدگی همدوس بین لایه‌های فرومغناطیس و پادفرومغناطیس شده است. ولی برای لایه‌های فلزی ضخیم‌تر و با توجه به کاهش ضریب جفت‌شدگی تبدلی بین لایه‌ای، اثرگذاری ماتریس M_J کاهش و در نتیجه گاف بین ویژه‌مدها نیز کاهش می‌یابد. همان‌طور که پیشتر اشاره شد، برهم‌کنش تبدلی با ضخامت لایه فلزی نوسان می‌کند. با این وجود، در نظر گرفتن J منفی، تنها باعث می‌شود دافعه ترازوی اندکی به سمت میدان‌های کوچک‌تر جابه‌جا شود. تخمین دقیق طول مؤثر لایه فلزی برای جفت‌شدگی همدوس به ضریب جفت‌شدگی تبدلی بین لایه‌ای وابسته است که این به نوبه خود با افزایش ضخامت لایه فلزی شدیداً کاهش می‌یابد، به طوری که ماتریس M_J کم اهمیت و قابل صرف‌نظر کردن می‌شود. در ادامه، ضخامت لایه فلزی را 10 nm در نظر می‌گیریم که در آن

۱. Exceptional points

۴. نتیجه‌گیری

دینامیک مغناطش ساختار ناهمگن شامل لایه‌های فرومغناطیس و پادفرومغناطیس که از طریق یک فلز از یکدیگر جدا شده‌اند با استفاده از معادله لاندائو-لیفشیتز-گیلبرت بررسی شد. با اعمال یک میدان مغناطیسی خارجی می‌توان بسامد یکی از مدهای پادفرومغناطیس را به‌نحوی تنظیم کرد تا در محدوده بسامدی فرومغناطیس قرارگیرد. برای لایه فلزی نازک که در آن برهم‌کنش تبادلی بین لایه‌های مغناطیسی اهمیت دارد، دینامیک مغناطش این لایه‌ها به صورت همدوس با یکدیگر جفت می‌شوند. این در حالی است که، برای لایه فلزی ضخیم که برهم‌کنش تبادلی بین لایه‌ای بسیار ناچیز است، جریان اسپینی پمپاژ شده از یک لایه مغناطیسی، که به‌واسطه فلز منتقل می‌شود، می‌تواند توسط لایه مغناطیسی دیگر جذب شود و منجر به یک جفت‌شدگی اتلافی بین دینامیک لایه‌های فرومغناطیس و پادفرومغناطیس شود که به‌صورت جاذبه ترازوی در ویژه‌مدهای سامانه نمایان می‌شود.

است. بنابراین، برای ضخامت 10 نانومتری از فلز Pt که در آن برهم‌کنش تبادلی بین لایه‌های مغناطیسی وجود ندارد ($J=0$)، ماتریس موهمی M_{GT} در معادله (۳۳) بر رفتار جفت‌شدگی دینامیک لایه‌های مغناطیسی اثرگذار است. این ماتریس که حاصل جریان انتقال-اسپین از لایه فلزی به دورن لایه‌های مغناطیسی است، می‌تواند به القای یک گشتاور مستقیم و غیرمستقیم به دینامیک لایه‌های فرومغناطیس و پادفرومغناطیس منجر شود. این فرایند یک اثر پادمیرایی^۱ روی دینامیک مغناطش لایه‌های مغناطیسی القاء می‌کند. در واقع ضرایب $\alpha_{\text{SP},\Omega^-}$ و $\alpha_{\text{SP},\Omega^+}$ که جایگاه‌شان در ماتریس M_{GT} به وضوح جفت‌شدگی بین لایه‌های مغناطیسی را نشان می‌دهند، منجر به اثر پادمیرایی و نهایتاً جفت‌شدگی اتلافی بین لایه‌های مغناطیسی شده‌اند.

شایان ذکر است که با توجه به مقادیر گزارش شده برای طول پخش اسپینی فلز Pt برای لایه‌های فلزی با ضخامت‌های بزرگ‌تر از 10nm ، عناصر ماتریس M_{GT} کاهش محسوسی می‌یابند و دینامیک لایه‌های مغناطیسی عملاً مستقل از یکدیگر می‌شوند و جفت‌شدگی در این ضخامت‌ها ناپدید می‌شود.

مراجع

1. R A Duine, et al., *Nat. Phys.* **14** (2018) 217.
2. T Jungwirth, et al., *Nat. Phys.* **14** (2018) 200.
3. R Cheng, D Xiao, and A Brataas, *Phys. Rev. Lett.* **116** (2016) 207603.
4. R Cheng, et al., *Phys. Rev. Lett.* **113** (2014) 057601.
5. J Li, et al., *Nat.* **578** (2020) 7793.
6. H Skarsvåg, G E W. Bauer, and A Brataas, *Phys. Rev. B* **90** (2014) 054401.
7. B Heinrich, et al., *Phys. Rev. Lett.* **90** (2003) 187601.
8. J Sklenar, et al., *Phys. Rev. B* **92** (2015) 174406.
9. Ø Johansen and A Brataas, *Phys. Rev. B* **95** (2017) 220408R.
10. Ø Johansen, H Skarsvåg, and A Brataas, *Phys. Rev. B* **97** (2018) 054423.
11. P Grünberg, et al., *Phys. Rev. Lett.* **57** (1986) 2442.
12. V Cherepanov, I Kolokolov, and V L'vov, *Phys. Rep.* **229** (1993) 81-144.
13. E Chappel, et al., *Eur. Phys. J. B* **17** (2000) 609.
14. Ø Johansen and A Brataas, *Phys. Rev. Lett.* **121** (2018) 087204.
15. S Streib, H Keshtgar, and G E Bauer, *Phys. Rev. Lett.* **121** (2018) 027202.
16. A Ruckriegel and R A Duine, *Phys. Rev. Lett.*, **124** (2020) 117201.
17. L Ma, et al., *Phys. Rev. B* **98** (2018) 224424.
18. K Roy, *Phys. Rev. B* **96** (2017) 174432.
19. L Liu, R A Buhrman, and D C Ralph, *arXiv preprint arXiv:1111.3702* (2011).
20. C T Boone, et al., *J. Appl. Phys.* **113** (2013) 153906.
21. H Kurt, et al., *Appl. Phys. Lett.* **81** (2002) 4787.
22. J C Rojas-Sánchez, et al., *Phys. Rev. Lett.* **112** (2014) 106602.

۱. Anti-damping

23. L Vila, T Kimura, and Y Otani, *Phys. Rev. Lett.* **99** (2007) 226604.
24. H Nakayama, et al., *Phys. Rev. B* **85** (2012) 144408.
25. M Obstbaum, et al., *Phys. Rev. B* **89** (2014) 060407R.
26. W Zhang; et al., *Appl. Phys. Lett.* **103** (2013) 242414.
27. K Ando, et al., *Phys. Rev. Lett.* **101** (2008) 036601.
28. L Liu, et al., *Phys. Rev. Lett.* **106** (2011) 036601.
29. H Kurt, et al., *Appl. Phys. Lett.* **81** (2002) 4787.
30. H Liu, et al., *Sci. Adv.* **5** (2019) eaax9144.
31. J M Lee, T Kottos, and B Shapiro, *Phys. Rev. B* **91** (2015) 094416.
32. H M Hurst and B Flebus, *J. Appl. Phys.* **132** (2022) 220902.