

## حد غیر نسبیتی پادذره‌های فرمیونی در برهمکنش با میدان پیمانه‌ای

جواد تقی‌زاده فیروزجایی

دانشکده فیزیک دانشگاه صنعتی خواجه نصیر

پست الکترونیکی: firouzjaee@kntu.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۴۰۲/۰۴/۱۷؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۴۰۲/۱۲/۲۸)

### چکیده:

در این مقاله، ظرافت‌ها و مشکلات مختلف مرتبط با حد غیر نسبیتی نظریه میدان کوانتومی فرمیونی به معادله شرودینگر مورد بحث قرار می‌گیرد. در ابتدا به مفهوم حالت تک ذره و نقش آن در حد غیر نسبیتی میدان می‌پردازیم. ما حد غیر نسبیتی معادله دیراک از کنش را به گونه‌ای بسط می‌دهیم که حد غیر نسبیتی توابع موج ذرات اسپین ۱/۲ و پاد ذرات به‌طور هم‌زمان ظاهر می‌شود. همچنین نحوه حد غیر نسبیتی با استفاده از تبدیل فولدی-وسیزن مورد مطالعه قرار می‌گیرد. با استفاده از کمترین جانشینی با میدان الکترومغناطیسی در کنش دیراک، معادله شرودینگر-پائولی را هم برای ذره و هم برای پادذره به دست می‌آوریم.

**واژه‌های کلیدی:** حد غیر نسبیتی میدان، پادذره، تبدیل فولدی-وسیزن، معادله شرودینگر-پائولی

### ۱. مقدمه

نباید نگران مدل‌های نسبیتی بود؛ زیرا سامانه‌های ماده چگال معمولی انرژی‌های گرمایی دارند که در مقایسه با مقیاس انرژی نظریه‌های نسبیتی بسیار کوچک هستند.

پیشرفت‌های اخیر در علم و فناوری، فرصتی برای شناسایی پادذره غیرنسبیتی فراهم می‌کند. برای مثال، اتم‌های کامل پادماده را از پادپروتون‌ها و پوزیترون‌ها که در تله‌های الکترومغناطیسی جمع‌آوری شده‌اند، می‌توان ساخت. علاوه بر این، آزمایش‌های ماهواره‌ای شواهدی مبنی بر وجود پوزیترون و چند پادپروتون در پرتوهای کیهانی اولیه را، که کمتر از ۱ درصد از ذرات پرتوهای کیهانی اولیه را تشکیل می‌دهند، ثابت کرده‌اند. از زمان مشاهده پادذرات (پادپروتون‌ها) در پرتوهای کیهانی [۲]، مطالعات زیادی در مورد پادذرات پرتو کیهانی انجام شده است که انگیزه مطالعه رفتار غیرنسبیتی آن را به همراه دارد.

در این مقاله، در بخش اول به مفهوم حالت تک ذره و نقش آن در حد غیر نسبیتی میدان می‌پردازیم. در بخش بعد، حد غیر

نظریه میدان کوانتومی نسبیتی (QFT) به گونه‌ای ساخته شده است که فیزیک کوانتومی تحت تبدیل لورنتس ناوردا می‌شود. ناوردایی لورنتس تأیید می‌کند که نظریه ما با نسبیت خاص سازگار است. به‌طور کلی پذیرفته شده است که مفهوم پاد ذرات می‌تواند در نظریه میدان کوانتومی ظاهر شود. علت آن ناشی از این واقعیت است که تنها در این نظام است که می‌توان ذرات آزاد با انرژی منفی داشت، که در زمان به عقب حرکت می‌کنند. فقدان ذرات آزاد با انرژی منفی به‌عنوان انرژی مثبت ذرات با بار مخالف و تکانه در حال حرکت به سمت جلو در زمان (پاد ذرات) تفسیر می‌شود. می‌توان گفت که برای اطمینان از علیت در یک نظریه ناوردای لورنتسی، به پادذره نیاز داریم [۱]؛ اما برای توصیف تمام فیزیک اطراف خود به یک نظریه نسبیتی نیاز نداریم. به‌عنوان مثال، در نظریه میدان ماده چگال، اساساً

$$i \partial_t \bar{\varphi}(t, x) = -\frac{1}{m} \nabla^2 \bar{\varphi}(t, x). \quad (4)$$

از آنجایی که در این روش از بسط میدان برحسب عملگر خلق و فنا استفاده کردیم، نمی‌توان این روش را برای پتانسیل عمومی که از بسط عملگر خلق و فنا آن اطلاعی نداریم، گسترش داد.

راه دیگر برای به دست آوردن معادله شرودینگر برای پادذره، بسط کنش بر حسب  $\phi(x) = a(x) + b^\dagger(x)$  و تعریف تبدیل غیرنسبیتی برای ذره و پادذره به صورت زیر است:

$$a(x) = e^{-imc^\dagger t} < \cdot | A(x) | \psi >, \quad b(x) = e^{-imc^\dagger t} < \cdot | B(x) | \psi >. \quad (5)$$

مشاهده می‌شود که اگر از عبارت نوسانی میانگین بگیریم (لم ریمان-لبک)، کنش کلین-گوردون به کنش شرودینگر برای ذره و پادذره می‌رسد. این نشان می‌دهد که وقتی حد غیرنسبیتی را برای یک میدان نرده‌ای مختلط در نظر می‌گیریم، پادذرات از بین نمی‌روند. این روش حتی برای یک میدان نرده‌ای واقعی که پادذره با ذره یکسان است، کار می‌کند. در این حالت حد غیرنسبیتی، ذرات و پادذرات به طور جداگانه حفظ می‌شوند.

### ۳. حد غیر نسبیتی میدان پادذرات فرمیونی

در این بخش، سعی می‌کنیم یک کنش غیر نسبیتی برای میدان دیراکی پیدا کنیم. پس از یافتن کنش غیر نسبیتی دیراک، می‌توان از آن برای نوشتن تابع گرین متناظر چنین نظریه‌ای با استفاده از انتگرال مسیر فاینمن استفاده کرد. در فیزیک ذرات، معادله دیراک تمام ذرات اسپین  $\frac{1}{2}$  با جرم مانند الکترون‌ها و کوارک‌ها را که پاریته برای آنها تقارن است، توصیف می‌کند. می‌توان عملگر میدان آزاد دیراک را به صورت زیر نوشت:

$$\phi(x) = \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3 \sqrt{E_p}} \sum_s (a_p^s u^s(p) e^{-ipx} + b_p^{s\dagger} v^s(p) e^{ipx}), \quad (6)$$

که در آن عملگرهای  $a_p^{s\dagger}$ ، ذرات مرتبط با اسپینور  $u^s(p)$  را ایجاد می‌کند درحالی‌که  $b_p^{s\dagger}$  پادذرات ایجاد می‌کند که با  $v^s(p)$  توصیف می‌شوند. اندیس،  $s$  شاخص اسپینی دومؤلفه‌ای میدان‌ها است. مشابه مورد میدان نرده‌ای، می‌توان به ترتیب یک حالت ذره‌ای از یک میدان فرمیونی  $< \cdot | \phi(x) >$  و میدان پادذره آن را با  $< \cdot | \phi^\dagger(x) >$  ساخت.

نسبیتی معادله دیراک از کنش را به گونه‌ای بسط می‌دهیم که حد غیر نسبیتی توابع موج ذرات اسپین  $1/2$  و پادذرات به طور هم‌زمان ظاهر شود. نحوه حد غیر نسبیتی با استفاده از تبدیل فولدی-وسیزن مورد مطالعه قرار می‌گیرد. همچنین با استفاده از اصل کمترین جانیشینی با میدان الکترومغناطیسی در کنش دیراک، معادله شرودینگر-پائولی را هم برای ذره و هم برای پادذره به دست می‌آوریم. در پایان نتیجه‌گیری مختصری از این مباحث ارائه می‌شود.

### ۲. مکانیک کوانتومی از حالت میدان پادذرات

در این بخش، ما تحلیلی مشابه حالت پادذره در حد غیر نسبیتی را برای پادذرات انجام می‌دهیم که مشابه ذرات آن در مرجع [۱] انجام شده است. پس از کوانتیده کردن معادله یک میدان کوانتومی، در نظریه میدان حالت تک پادذره با عبارت زیر ساخته شده است:  $< \cdot | \phi^\dagger(x) >$ . این کمیت یک عدد مختلط برای مطالعه رفتار غیرنسبیتی آن نیست. می‌توان تابع موج پادذره را این گونه تعریف کرد:

$$\bar{\psi}(t, x) = < \cdot | \phi^\dagger(t, x) | \psi > = < \cdot | B(x) | \psi >. \quad (1)$$

که  $|\psi\rangle$  یک حالت کلی است. با در نظر گرفتن مشتق زمانی این حالت، به دست می‌آوریم:

$$i \partial_t \bar{\psi}(t, x) = i \partial_t < \cdot | \phi^\dagger(t, x) | \psi > = < \cdot | \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3 \sqrt{E_p}} (\sqrt{p^\dagger c^\dagger + m^\dagger c^\dagger} (b_p e^{-ipx} - a_p^\dagger e^{ipx})) | \psi >. \quad (2)$$

بعد از مقداری محاسبه و استفاده  $p = -i\nabla$  به معادله زیر می‌رسیم:

$$i \partial_t \bar{\psi}(t, x) = < \cdot | \sqrt{m^\dagger c^\dagger - c^\dagger \nabla^\dagger} \phi^\dagger(x) | \psi > \quad (3)$$

با در نظر گرفتن حد غیر نسبیتی با  $c \gg 1$  خواهیم داشت:

$$i \partial_t \bar{\psi}(t, x) = \left( mc^\dagger - \frac{1}{2m} \nabla^\dagger + \mathcal{O}\left(\frac{1}{c^\dagger}\right) \right) \bar{\psi}(t, x).$$

اولین عبارت در سمت راست، انرژی سکون است که با تبدیل غیرنسبیتی حذف می‌شود  $\bar{\psi}(t, x) = e^{-imc^\dagger t} \bar{\varphi}(t, x)$ . بنابراین، معادله شرودینگر را برای تابع موج پادذره به دست می‌آوریم:

چگالی لاگرانژی،  $\phi_R$  و  $\phi_L$  دو جزء تابع موج را که برای ذرات اسپین  $\frac{1}{2}$  و پاد ذرات نشان می‌دهند در نظر بگیرید. چگالی لاگرانژی را با معادلات روی پوسته نسبت به  $\phi_R^\dagger, \phi_L^\dagger$  با اعمال تقریب غیر نسبیتی بازنویسی می‌کنیم

$$-i \frac{\partial}{c \partial t} \phi_L^* \ll -i \frac{\partial}{c \partial t} \phi_R \ll \gamma m c \phi_R + i \sigma \cdot \nabla \phi_L$$

$$:-c \gamma m \phi_L^* + i \sigma \cdot \nabla \phi_R^*$$

$$\mathcal{L} = \phi_L^\dagger \left( i \frac{\partial}{c \partial t} \phi_L + \frac{(\sigma \cdot \nabla)}{\gamma m c} \phi_L \right) + \phi_R^{\dagger*} \left( i \frac{\partial}{c \partial t} \phi_R^* - \frac{(\sigma \cdot \nabla)}{c \gamma m} \phi_R^* \right). \quad (12)$$

در نتیجه تبدیل غیر نسبیتی (۱۰)، کنش شرودینگر برای دو مؤلفه تابع موج برای ذره و پادذره به صورت زیر می‌شود:

$$i \partial_t \phi_L = \frac{\vec{p}}{\gamma m} \phi_L, \quad i \partial_t \phi_R = \frac{\vec{p}}{\gamma m} \phi_R. \quad (13)$$

راه دیگر برای به دست آوردن حد غیر نسبیتی معادله میدان دیراک، این است که هامیلتونی را با استفاده از یک تبدیل واحد به شکل قطری درآوریم به طوری که حالت‌های ویژه مربوطه دست‌نخورده باقی بمانند [۳]. این تبدیل به اصطلاح فولدی-وسیزن (FW) است که از طریق آن نه تنها ذرات اسپین  $1/2$  بلکه تمام ذرات اسپین‌های دلخواه را نیز می‌توان درمان کرد. به عنوان مثال، برای هامیلتونی دیراک

$$H_D = \gamma^0 (\gamma \cdot \vec{p} + m) \quad (14)$$

می‌توان تبدیل یکانی پیوسته‌ای به صورت زیر تعریف کرد:

$$U_{FW}(\theta) = e^{\theta \hat{n} \cdot \vec{\gamma}} = \cos \theta + \vec{\gamma} \cdot \hat{n} \sin \theta, \quad (15)$$

که بردار واحد  $\hat{n}$  در جهت تکانه است. با اعمال این تبدیل کانونی یکانی FW به هامیلتونی دیراک و استفاده از ویژگی‌های ماتریس دیراک، به سادگی می‌بینیم که

$$H'_D = U_{FW}^\dagger H_D U_{FW} = \gamma^0 \vec{\gamma} \cdot \vec{p} (\cos 2\theta - \frac{m}{|p|} \sin 2\theta) + \gamma^0 (m \cos 2\theta + |p| \sin 2\theta), \quad (16)$$

که  $|p| = \sqrt{\vec{p} \cdot \vec{p}}$  بدیهی است که با انتخاب  $\theta$  به گونه‌ای که عبارت اول در سمت راست (۱۶) ناپدید شود، می‌توان یک نمایش کاملاً قطری برای هامیلتونی تبدیل شده به دست آورد. این نمایش با قرار دادن  $\theta$  به عنوان معادلات زیر به دست می‌آید:

$$\sin 2\theta = \frac{|p|}{\sqrt{\vec{p}^2 + m^2}}, \quad \cos 2\theta = \frac{m}{\sqrt{\vec{p}^2 + m^2}}. \quad (17)$$

این منجر به هامیلتونی زیر می‌شود:

$$H'_D = \gamma^0 \sqrt{\vec{p}^2 + m^2}. \quad (18)$$

برای مطالعه حد غیر نسبیتی یک میدان فرمیونی و یک پاد فرمیونی به طور هم‌زمان، از لاگرانژی دیراکی شروع می‌کنیم. چگالی لاگرانژی برای میدان دیراکی به صورت زیر است:

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(x) (i \gamma^\mu \partial_\mu - m) \psi(x), \quad (7)$$

که  $\gamma^i = \begin{bmatrix} 0 & \sigma^i \\ -\sigma^i & 0 \end{bmatrix}$  و  $\gamma^0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$  و  $\sigma^i$  ماتریس هاینثولی هستند. می‌توان اسپینور را بر حسب دو میدان دو مؤلفه‌ای تجزیه کرد  $\psi = \begin{pmatrix} \psi_L \\ \psi_R \end{pmatrix}$  با در نظر گرفتن تغییرات نسبت به عمل  $\psi_L^\dagger$  و  $\psi_R^\dagger$  در کنش، معادله دیراک به صورت زیر به دست می‌آید:

$$i \frac{\partial}{c \partial t} \psi_L - m c \psi_L + i \sigma \cdot \nabla \psi_R = 0, \quad (8)$$

$$i \frac{\partial}{c \partial t} \psi_R + m c \psi_R + i \sigma \cdot \nabla \psi_L = 0.$$

همان‌طور که در مدل استاندارد ذرات بحث می‌شود، می‌توان حد غیر نسبیتی معادله دیراک را با تبدیل غیر نسبیتی  $\psi = e^{-i m c^2 t} \begin{pmatrix} \phi_L \\ \phi_R \end{pmatrix}$  انجام شود و معادله شرودینگر را برای تابع موج دو اسپینی را به صورت زیر نوشت:

$$i \partial_t \phi_L(t, x) = -\frac{1}{\gamma m} \nabla^2 \phi_L(t, x). \quad (9)$$

اکنون، مشابه مورد میدان نرده‌ای، می‌خواهیم یک تبدیل غیرنسبیتی مناسب را تعریف کنیم که حد غیرنسبیتی ذرات و پادذره‌ها به طور هم‌زمان در کنش ظاهر شوند. برای این منظور، میدان اسپینوری را به صورت زیر ارائه می‌کنیم:

$$\psi = A(x) + B^\dagger(x) = e^{-i m c^2 t} \begin{pmatrix} \phi_L \\ \phi_R \end{pmatrix} + e^{i m c^2 t} \begin{pmatrix} \phi_L^* \\ \phi_R^* \end{pmatrix}. \quad (10)$$

با جایگزینی این تبدیل غیر نسبیتی در چگالی لاگرانژی دیراک، متوجه می‌شویم

$$\mathcal{L} = \phi_L^\dagger \left( i \frac{\partial}{c \partial t} \phi_L + i \sigma \cdot \nabla \phi_R \right) + \phi_R^\dagger \left( i \frac{\partial}{c \partial t} \phi_R + c \gamma m \phi_R + i \sigma \cdot \nabla \phi_L \right) + \phi_L^{\dagger*} \left( i \frac{\partial}{c \partial t} \phi_L^* - c \gamma m \phi_L^* + i \sigma \cdot \nabla \phi_R^* \right) + \phi_R^{\dagger*} \left( i \frac{\partial}{c \partial t} \phi_R^* + i \sigma \cdot \nabla \phi_L^* \right) + \text{Oscillating terms}.$$

با استفاده از لم ریمان-لبک در ریاضی، می‌توانیم از جمله‌های نوسانی در کنش بالا صرف‌نظر کنیم. با وردش نسبت به  $\phi_L^\dagger, \phi_R^\dagger, \phi_L^{\dagger*}, \phi_R^{\dagger*}$  چهار معادله دیراک برای اجسام دو مؤلفه‌ای به دست می‌آید. برای پیدا کردن حد غیر نسبیتی

چگالی لاگرانژی را با معادلات روی پوسته نسبت به  $\Phi_R^*, \Phi_L^*$  با اعمال تقریب غیر نسبیتی بازنویسی می‌کنیم

$$-\left(i\frac{\partial}{c\partial t} - \frac{q}{c}A_0\right)\Phi_R \ll c\gamma m\Phi_R - \sigma \cdot \vec{\pi}\Phi_L$$

$$-\left(i\frac{\partial}{c\partial t} - \frac{q}{c}A_0\right)\Phi_L^* \ll -c\gamma m\Phi_L^* - \sigma \cdot \vec{\pi}\Phi_R^*$$

$$\mathcal{L} = \Phi_L^\dagger \left( i\frac{\partial}{c\partial t} \Phi_L - \frac{(\sigma \cdot \vec{\pi})^\dagger}{c\gamma m} \Phi_L - \frac{q}{c} A_0 \Phi_L \right) + \Phi_R^{*\dagger} \left( i\frac{\partial}{c\partial t} \Phi_R^* + \frac{(\sigma \cdot \vec{\pi})^\dagger}{c\gamma m} \Phi_R^* - \frac{q}{c} A_0 \Phi_R^* \right).$$

همچنین وردش لاگرانژی نسبت به  $\Phi_R^*$  و  $\Phi_L^\dagger$  به صورت زیر می‌شود

$$i\frac{\partial}{\partial t} \Phi_L = \frac{(\sigma \cdot \vec{\pi})^\dagger}{\gamma m} \Phi_L + qA_0 \Phi_L.$$

$$i\frac{\partial}{\partial t} \Phi_R = \frac{((\sigma \cdot \vec{\pi})^*)^\dagger}{\gamma m} \Phi_R - qA_0 \Phi_R.$$

با معرفی تکانه  $\vec{L} = \vec{x} \times \vec{p}$  و اسپین زاویه‌ای مداری  $\vec{S} = \frac{1}{2} \hbar \vec{\sigma}$  و استفاده از  $\vec{A} = \frac{c}{\gamma} \vec{B} \times \vec{x}$  بالاخره خواهیم داشت:

$$i\frac{\partial}{\partial t} \Phi_L = \left( \frac{\vec{p}^\dagger}{\gamma m} - \frac{q}{\gamma m} (\vec{L} + \gamma \vec{S}) \cdot \vec{B} + qA_0 + \frac{q\gamma \vec{A}^\dagger}{\gamma mc^\dagger} \right) \Phi_L$$

$$i\frac{\partial}{\partial t} \Phi_R = \left( \frac{\vec{p}^\dagger}{\gamma m} + \frac{q}{\gamma m} (\vec{L} - \gamma \vec{S}^*) \cdot \vec{B} - qA_0 + \frac{q\gamma \vec{A}^\dagger}{\gamma mc^\dagger} \right) \Phi_R$$

$$\Phi_L^{*\dagger} \left( i\frac{\partial}{c\partial t} \Phi_L^* - \frac{q}{c} A_0 \Phi_L^* - c\gamma m\Phi_L^* - \sigma \cdot \vec{\pi}\Phi_R^* \right) + \Phi_R^{*\dagger} \left( i\frac{\partial}{c\partial t} \Phi_R^* - \frac{q}{c} A_0 \Phi_R^* - \sigma \cdot \vec{\pi}\Phi_L^* \right) + O.T.$$

و برای ذرات

$$\Phi_L^{*\dagger} \left( i\frac{\partial}{c\partial t} \Phi_L^* - \frac{q}{c} A_0 \Phi_L^* - c\gamma m\Phi_L^* - \sigma \cdot \vec{\pi}\Phi_R^* \right) + \Phi_R^{*\dagger} \left( i\frac{\partial}{c\partial t} \Phi_R^* - \frac{q}{c} A_0 \Phi_R^* - \sigma \cdot \vec{\pi}\Phi_L^* \right) + O.T.$$

با این حال برای پادذرات، این معادلات شکل معادله شرودینگر-پائولی را ندارند. اجازه دهید معادلات غیر نسبیتی برای پادذره را از روش همیوگی بار از معادله حرکت دیراک بنویسیم و آنها را با معادلات (۲۳) و (۲۴) که از لاگرانژی دیراک استخراج کردیم، مقایسه کنیم.

همایلتونی فوق به‌وضوح، ذره و پادذره را جداگانه بررسی می‌کند و بنابراین در حد غیر نسبیتی هیچ نگرانی در مورد از دست دادن اطلاعات پادذره وجود ندارد.

#### ۴. حد غیر نسبیتی پادفرمیون در جفت‌شدن به میدان الکترومغناطیسی

جفت‌شدن به میدان الکترومغناطیسی با جایگزینی چهار تکانه متعارف  $p^\mu$  با تکانه جنبشی  $\pi^\mu = p^\mu - \frac{q}{c} A^\mu$  در نظر گرفته می‌شود، جایی که به "جایگزینی حداقل" اشاره می‌شود که می‌توان آن را از هم جدا کرد

$$i\frac{\partial}{\partial t} \rightarrow i\frac{\partial}{\partial t} - qA_0,$$

$$-i\nabla \rightarrow -i\nabla - \frac{q}{c}\vec{A},$$

که  $A^\mu = (A_0, \vec{A})$  چهار پتانسیل الکترومغناطیسی است. در مقایسه با الکترومغناطیس،  $\Phi_E = A_0$  پتانسیل الکتریکی است و  $\vec{A}_M = \frac{\vec{A}}{c}$  پتانسیل مغناطیسی برداری در واحد SI است (میدان مغناطیسی را می‌توان نوشت  $B = \nabla \times \vec{A}_M$ ).

در جانشینی تبدیل غیر نسبیتی در چگالی لاگرانژی دیراک که در آن جفت‌شدن به میدان الکترومغناطیسی با حداقل جانشینی فوق اعمال می‌شود، متوجه می‌شویم

$$\mathcal{L} = \Phi_L^\dagger \left( i\frac{\partial}{c\partial t} \Phi_L - \frac{q}{c} A_0 \Phi_L - \sigma \cdot \vec{\pi} \Phi_R \right) + \Phi_R^\dagger \left( i\frac{\partial}{c\partial t} \Phi_R - \frac{q}{c} A_0 \Phi_R + c\gamma m\Phi_R - \sigma \cdot \vec{\pi} \Phi_L \right) + \Phi_L^{*\dagger} \left( i\frac{\partial}{c\partial t} \Phi_L^* - \frac{q}{c} A_0 \Phi_L^* - c\gamma m\Phi_L^* + \sigma \cdot \nabla \Phi_R^* \right) + \Phi_R^{*\dagger} \left( i\frac{\partial}{c\partial t} \Phi_R^* - \frac{q}{c} A_0 \Phi_R^* - \sigma \cdot \nabla \Phi_L^* \right) + O.T.$$

که  $\vec{\pi} = \vec{p} - \frac{q}{c} \vec{A}$  با استفاده از لم ریمان-لبک، می‌توانیم از عبارت نوسانی در کنش صرف‌نظر کنیم. با وردش نسبت به  $\Phi_L^\dagger, \Phi_R^\dagger, \Phi_L^{*\dagger}, \Phi_R^{*\dagger}$ ، چهار معادله دیراک برای میدان دوجزئی حاصل می‌شود. برای پیدا کردن حد غیر نسبیتی چگالی لاگرانژی،  $\Phi_L$  و  $\Phi_R$  که دو مؤلفه تابع موج را برای ذرات اسپین  $\frac{1}{2}$  و پاد ذرات نشان می‌دهند را در نظر بگیرید.

$$\left( \frac{\vec{p}^2}{2m} - \frac{q}{2m} (\vec{L} + \vec{S}) \cdot \vec{B} + qA_0 + \frac{q^2 \vec{A}^2}{2mc^2} \right) \begin{pmatrix} \phi_1(x) \\ \phi_2(x) \end{pmatrix}$$

برای ذرات و

$$i \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} \Phi_1^*(x) \\ -\Phi_2^*(x) \end{pmatrix} = \left( \frac{\vec{p}^2}{2m} + \frac{q}{2m} (\vec{L} + \vec{S}) \cdot \vec{B} - qA_0 + \frac{q^2 \vec{A}^2}{2mc^2} \right) \begin{pmatrix} \Phi_1^*(x) \\ -\Phi_2^*(x) \end{pmatrix}.$$

برای پاد ذرات که در مکانیک کوانتومی شکلی از معادله شرودینگر-پائولی است. در نتیجه، اگر  $q = -e$  برای الکترون و  $q = e$  را برای پوزیترون در معادلات بالا قرار دهیم، عبارت انرژی مغناطیسی  $(-\frac{q}{2m}(\vec{L} + \vec{S}) \cdot \vec{B})$  و عبارت انرژی الکتریکی  $eA_0$  علامت متفاوتی را در معادله شرودینگر نشان می‌دهند. در این محاسبه، نسبت ژيرو مغناطیسی صحیح  $g = 2$  برای الکترون و پوزیترون است که  $-\frac{q}{2m}(\vec{L} + g\vec{S}) \cdot \vec{B}$  تصحیح مرتبه بعدی  $\frac{q^2 \vec{A}^2}{2mc^2}$  به دست می‌آید.

## ۵. نتیجه‌گیری

در سال‌های اخیر منشأ نسبیتی نظریه‌های غیرنسبیتی به طور گسترده مورد مطالعه قرار گرفته است [۱۰-۴] و ظرافت‌ها و مشکلات مختلف مرتبط با حد غیرنسبیتی یک نظریه میدان نرده‌ای به معادله شرودینگر مورد بحث قرار گرفته است. می‌توان دید که حد غیرنسبیتی برای حالت یک ذره و حالت پادذره قابل اعمال است و معادله شرودینگر برای هر دوی آنها صادق است. آنها همچنین می‌توانند تابع حالت و چگالی احتمال در مکانیک کوانتومی داشته باشند. بازیابی اطلاعات پادذره در حد غیر نسبیتی به بازتعریف میدان بستگی دارد. با بازتعریف بد، ممکن است اطلاعات پادذره از دست برود. چندین ویژگی کلیدی هستند که وقتی مکانیک کوانتومی را از نظریه میدان با حد غیرنسبیتی خارج می‌کنیم ناپدید می‌شوند. در قلمرو غیرنسبیتی، ایجاد جفت دیگر قابل دستیابی نیست. علاوه بر این، به دلیل عدم تقارن ذرات-پادذرات در جهان ما، در یک سامانه ماده متراکم معمولی یا جهان ما، چیزی جز ذرات وجود نخواهد داشت. شخص نیاز به توصیف میدانی دارد که در آن ذرات و پادذرات به طور جداگانه حفظ شوند و حالت

اگر معادله دیراک را برحسب چهار جزء میدان بنویسیم، خواهیم داشت:

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - qA_\mu \gamma^\mu - m)\psi(x) = (i\gamma^\mu \partial_\mu - \quad (25)$$

$$qA_\mu \gamma^\mu - m) \begin{pmatrix} \psi_1(x) \\ \psi_2(x) \\ \psi_3(x) \\ \psi_4(x) \end{pmatrix} = 0.$$

بر اساس تقارن همیوگی بار معادله دیراک داریم:

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu + qA_\mu \gamma^\mu - m)C\psi^*(x) = (i\gamma^\mu \partial_\mu + \quad (26)$$

$$qA_\mu \gamma^\mu - m) \begin{pmatrix} \psi_1^*(x) \\ -\psi_2^*(x) \\ -\psi_3^*(x) \\ \psi_4^*(x) \end{pmatrix} = 0.$$

که  $C$  ماتریس همیوگی بار است. این معادله، اسپین پادذره  $\frac{1}{2}$  با بار مخالف را توصیف می‌کند  $-q$ . اگر حد غیر نسبیتی مستقیم معادلات را بگیریم (۲۵) و (۲۶) تنها دو مؤلفه اول در معادله شرودینگر ظاهر می‌شوند، یعنی  $\begin{pmatrix} \psi_1(x) \\ \psi_2(x) \end{pmatrix}$  برای ذرات و  $\begin{pmatrix} \psi_3^*(x) \\ -\psi_4^*(x) \end{pmatrix}$  برای پاد ذرات. پس خواهیم داشت:

$$i \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} \psi_1^*(x) \\ -\psi_2^*(x) \end{pmatrix} = \left( \frac{\vec{p}^2}{2m} + \frac{q}{2m} (\vec{L} + \vec{S}) \cdot \vec{B} - qA_0 + \frac{q^2 \vec{A}^2}{2mc^2} \right) \begin{pmatrix} \psi_1^*(x) \\ -\psi_2^*(x) \end{pmatrix}$$

برای مقایسه این کمیت‌ها با معادلات غیر نسبیتی معادلات (۲۳) و (۲۴) که از لاگرانژی دیراک محاسبه کردیم، تعریف می‌کنیم:

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi_L \\ \phi_R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi_1(x) \\ \phi_2(x) \\ \phi_3(x) \\ \phi_4(x) \end{pmatrix} \quad (27)$$

و

$$\Phi = \begin{pmatrix} \Phi_L^* \\ \Phi_R^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Phi_1(x) \\ \Phi_2(x) \\ \Phi_3(x) \\ \Phi_4(x) \end{pmatrix}. \quad (28)$$

با استفاده از این تعاریف، می‌توان نشان داد که معادلات (۲۳)

و (۲۴) می‌شوند:

$$i \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} \phi_1(x) \\ \phi_2(x) \end{pmatrix} =$$

پایه آنها را بتوان به عنوان حاوی ذرات زیادی تعریف کرد، اما در اصل هیچ پادذره‌ای وجود ندارد.

می‌توان دید که حد غیر نسبیتی مناسب از کنش دیراک، معادله شرودینگر را برای تابع موج ذرات اسپین  $1/2$ ، هم پادذرات و هم ذرات، به دست می‌دهد. نحوه حد غیر نسبیتی با استفاده از تبدیل فولدی-وسیزن مورد بحث قرار گرفت. ما کنش دیراک را با گنجانیدن میدان الکترومغناطیسی در حد غیر نسبیتی بررسی کردیم و معادله شرودینگر-پائولی را برای ذرات اسپین  $1/2$  و پادذرات اسپین  $1/2$  به دست آوردیم.

می‌بینیم که بازتعریف مناسب میدان دیراک می‌تواند به ما در حفظ اطلاعات پادذره در حد غیر نسبیتی کمک کند. از آنجایی که پژوهشگران نشانه‌هایی از پادپروتون‌های غیر

نسبیتی را در پرتوکیهانی یافته‌اند [۲]، به نظر می‌رسد استفاده از این تعریف برای به دست آوردن اطلاعاتی در مورد پادپروتون غیر نسبیتی که پرتوکیهانی را به صورت نظری مطالعه می‌کند، معقول‌تر باشد.

چندین جهت برای تحقیقات آینده وجود دارد. با توجه به شرایط مرزی یک میدان در آینده یا گذشته (زمانی) بی‌نهایت، می‌توان مرتبه بزرگی اصطلاحات نوسانی مختلف را در حد غیر نسبیتی تخمین زد و تصحیح نسبیتی آن را یافت. همچنین می‌توان حدهای غیر نسبیتی یک میدان نرده‌ای را با عبارات برهمکنشی (جملات پتانسیل) مختلف که می‌تواند تقارن پیمانه‌ای داشته باشد و تصحیح نسبیتی آنها را محاسبه کند، بررسی کرد.

## مراجع

1. M Seul and D Andelman, *Science* **267** (1995) 476.
2. T Padmanabhan, "Quantum Field Theory: The Why, What and How", Heidelberg: Springer (2016).
3. D Hooper and T Linden, *Phys. Rev. D* **84**, 12 (2011) 123005; I Cholis and D Hooper, *Phys. Rev. D* **88**, 2 (2013) 023013.
4. J Jayaraman, *J. Phys. A: Math. Gen.* **8**, 1 (1975) L1.
5. A H Guth, M P Hertzberg, and C Prescod-Weinstein, *Phys. Rev. D* **92**, 10 (2015) 103513; E Braaten, A Mohapatra, and H Zhang, *Phys. Rev. D* **94**, 7 (2016) 076004.
6. J Jayaraman and R de Lima Rodrigues. "On a generalized Dirac oscillator interaction for the nonrelativistic limit 3 D generalized SUSY model oscillator Hamiltonian of Celka and Hussin", (1994).
7. R Banerjee and P Mukherjee, *Nucl. Phys. B* **938** (2019) 1.
8. H Padmanabhan and T Padmanabhan, *Phys. Rev. D* **84**, 8 (2011) 085018.
9. D Giulini and A Großardt, *Classical Quant. Grav.* **29**, 21 (2012) 215010.
10. C Duval, P A Horváthy, and L Palla, *Phys. Rev. D* **52**, 8 (1995) 4700.