

سیاهچاله‌های احاطه شده با کلی‌ترین توزیع ماده تاریک: بررسی سایه سیاهچاله و درخشندگی قرص برافزایشی اطراف آن

ملیحه حیدری فرد^{*}، حبیب‌الله رزمی و زهرا آزاد

گروه فیزیک، دانشگاه قم، قم

پست الکترونیکی: heydarifard@qom.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۴/۰۸/۱۴۰۳؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۴/۱۰/۱۴۰۳)

چکیده:

نحوه توزیع ماده تاریک و اثر آن بر روی فضا-زمان اطراف سیاهچاله‌ها موضوعی است که توجه بسیاری از محققان را به خود جلب کرده است. تاکنون توزیع‌های مختلفی از چگالی ماده تاریک در کهکشان پیش‌بینی شده است. در سال ۲۰۲۲ میلادی کونوپلایا وژیدنکورا حل‌های دقیق معادلات اینشتین را با تانسور انرژی-تکانه مربوط به توزیع‌های چگالی برکرت، ناوارو-فرانک-وایت و تیلور-سیلک به دست آوردند که هر کدام نشان دهنده متریک یک سیاهچاله مرکزی غوطه‌ور در هاله کهکشانی حاوی ماده تاریک است. در مقاله حاضر ویژگی‌های اپتیکی شامل شار انرژی، طیف دمایی و درخشندگی قرص برافزایشی در این فضا-زمان‌ها را به دست می‌آوریم. ما به دنبال راهی هستیم که بتوان به ماهیت ماده تاریک از روی تأثیر بر حرکت ذرات در فضا-زمان اطراف سیاهچاله و همچنین تأثیر بر ویژگی‌های رصدی سایه سیاهچاله با مقایسه توزیع‌های مختلف ماده تاریک پی برد.

واژه‌های کلیدی: سیاهچاله، هاله تاریک، شعاع سایه، ویژگی‌های اپتیکی، قرص برافزایشی

توصیف می‌شوند. چنین کهکشان‌هایی یک سیاهچاله ابرپر جرم در مرکز خود دارند [۴].

۱. مقدمه

چند دهه از زمانی که محققین متوجه شدند که کهکشان‌ها در هاله عظیم ماده تاریک غوطه‌ور هستند گذشته است. منحنی‌های چرخش ابرهای هیدروژنی خنثی، در نواحی بیرونی کهکشان‌ها و پراکندگی سرعت در خوشه‌های کهکشانی، نشان می‌دهد که جرم کهکشان‌ها بسیار بیشتر از جرم ماده درخشان موجود در آنها است. پذیرفته‌ترین توضیح بر اساس نظریه نسبیت عام این است که فرض شود تقریباً هر کهکشانی حاوی مقدار زیادی از ماده غیر درخشان یا همان ماده تاریک است. با مطالعه همگرایی اپتیکی اختروش‌ها و کهکشان‌های

یکی از پیش‌بینی‌های شگفت‌انگیز نظریه نسبیت عام وجود سیاهچاله‌ها در عالم است. مشاهده اخیر سایه سیاهچاله‌های M_{BH}^* [۱] و Sgr A^* [۲] از طریق تلسکوپ افق رویداد (EHT^1)، آشکارسازی پرتوهای ایکس در سامانه‌های دوتایی و نیز گسیل امواج گرانشی حاصل از ادغام دو سیاهچاله [۳]، وجود سیاهچاله‌ها را تأیید می‌کنند. اکنون باور عمومی بر این است که در مرکز اغلب کهکشان‌های بزرگ، اجرامی وجود دارد که با هندسه فضا-زمان سیاهچاله‌هایی که توسط نظریه اینشتین پیش‌بینی شده است،

^۱. Event Horizon Telescope

پس‌زمینه به وسیله خوشه‌های پیش‌زمینه، اخترشناسان می‌توانند درک بهتری از توزیع ماده تاریک در آن خوشه‌ها به دست آورند. موضوعی که تأثیر زیادی بر ساختار بزرگ مقیاس کیهان دارد [۵].

اولین حل ایستا و متقارن کروی معادلات میدان اینشتین در خلاء توسط شوارتزشیلد به دست آمد که به فضا-زمان شوارتزشیلد معروف است. او میدان گرانشی شامل تکنیکی‌های فضا-زمان شوارتزشیلد را که توسط یک سیال تراکم‌ناپذیر تولید می‌شود، بررسی کرد. ولی مفهوم سیال تراکم‌ناپذیر، با نظریه نسبیت عام سازگار نبود؛ زیرا امواج اکوستیک می‌بایست در آن با سرعتی بی‌نهایت حرکت کنند. بنابراین باید یک سیال تراکم‌پذیر معرفی می‌شد که معادله حالت آن امکان سیگنال‌های صوتی با سرعت بیش از سرعت نور را رد کند. انتخاب چنین معادله حالتی در محدوده وسیعی، دلخواه خواهد بود و نمی‌توان مطمئن بود که هیچ فرض غیرممکن فیزیکی وجود نداشته باشد. به همین دلیل سیال به گونه‌ای معرفی شد که مفروضات مشکوک از همان ابتدا حذف شود [۶].

در سال ۱۹۳۹ میلادی اینشتین نشان داد که چگونه می‌توان یک سامانه پایا با تعداد زیادی از توده‌های گرانشی ساخت به طوری که هرکدام تحت تأثیر میدان گرانشی تولید شده به وسیله همان توده‌ها، در امتداد یک مدار دایره‌ای در اطراف مرکز سامانه حرکت کنند. چنین سامانه‌ای تقارن کروی دارد و در اصطلاح، خوشه اینشتین نامیده می‌شود. ذرات تشکیل دهنده خوشه، می‌توانند مدارهای مشابهی را با فاز متفاوت و یا زاویه متفاوتی دنبال کنند. در نهایت با قرار دادن تعداد کافی از ذرات می‌توان توزیع پیوسته و تصادفی از ذرات بدون برخورد را به دست آورد که همگی در امتداد مدارهای کروی حرکت می‌کنند. این مدارها با شعاع یکسان و تکانه زاویه‌ای کل مشخص می‌شوند. لازمه یک حل ایستا و متقارن کروی، تعادل بین نیروی گرانش و نیروی گریز از مرکز ناشی از تکانه زاویه‌ای ذرات است. بنابراین، پوسته تقریباً نازکی از ماده بدون فشار شعاعی و تنها با تنش‌های مماسی ساخته می‌شود. برای ساختن پوسته ضخیم اینشتین، تنها کافی است تعداد زیادی از این پوسته‌های نازک،

اما در شعاع‌های مداری مختلف و با گشتاورهای زاویه‌ای متفاوت را کنار هم قرار دهیم، سپس تا مرکز سامانه پیش رویم تا این‌که در نهایت یک خوشه به دست آید. از آنجایی که فشار شعاعی با فشار مماسی متفاوت است، خوشه‌های اینشتین نمونه‌هایی از سامانه‌های متقارن کروی با تانسور انرژی-تکانه ناهمسانگرد هستند که می‌توانند منحنی چرخش کهکشانی را با تعیین ناهمسانگردی توصیف کنند. با توجه به این ویژگی، خوشه‌های اینشتین را می‌توان به عنوان نامزد ماده تاریک در نظر گرفت [۷].

می‌توان نشان داد که با در نظر گرفتن تخت بودن منحنی چرخش کهکشان‌ها و این فرض که ماده تاریک با سیال کامل توصیف شود، نظریه نسبیت عام نه تنها ماده تاریک خوشه‌های کهکشانی را توضیح می‌دهد، بلکه پیشنهاد می‌کند که انحنای فضایی جهان که از تأثیر گرانشی ماده تاریک دلخواه به وجود می‌آید با تانسور تنش آن کنترل می‌شود. همان‌طور که گفته شد بسیاری از مدل‌ها پیش‌بینی می‌کنند که تانسور تنش سیال ماده تاریک، ناهمسانگرد است. از سوی دیگر هیچ سازوکاری بیان نشده است که توضیح دهد چرا یک توزیع کروی، باید همسانگردی داشته باشد [۸]. توزیع ماده تاریک در مراکز کهکشان‌ها، برای به دست آوردن هندسه فضا-زمان مربوطه، موضوعی است که توجه زیادی را به خود جلب کرده است. با استفاده از شبیه‌سازی N -جسمی، پیش‌بینی می‌شود که چگالی بیشینه‌ای در مرکز دارد. به دلیل پتانسیل گرانشی زیاد در مرکز، سرعت واپاشی یا نابودی ذرات ماده تاریک افزایش می‌یابد که منجر به تابش قابل تشخیصی با انرژی بالا می‌شود. همچنین اگر یک سیاهچاله ابرپرجرم در مرکز کهکشان نیز وجود داشته باشد، گرانش قوی آن می‌تواند با ایجاد سیمبله ماده تاریک^۱، منجر به افزایش قابل توجه چگالی آن در ناحیه مرکزی شود. در فواصل دور از سیاهچاله، جایی که گرانش تحت غلبه ماده تاریک است هیچ چیزی تغییر نمی‌کند، اما در نزدیکی سیاهچاله توزیع چگالی به طور قابل توجهی تغییر می‌یابد. اولین بار سیلک^۲

۱. Dark matter spike

۲. Silk

سیلک $(\alpha = 3/2, \beta = 3, \gamma = 3/2)$ پیشنهاد می‌شود [۱۵].

یک راه برای توزیع کهکشانی ماده تاریک، در نظر گرفتن فضا-زمان سیاهچاله‌ای است که با مقدار توزیع ماده از طریق تابع جرم مطابقت داشته باشد [۱۶ - ۲۱]. برخلاف رویکردهای قبلی که رویکرد برش و چسباندن بود، در سال ۲۰۲۱ میلادی یک راه حل ساده و بسیار جالب توسط کاردوسو و همکارانش پیشنهاد شد [۲۲]. آنها برای حل مسئله با توصیف نسبیت عامی، سیاهچاله مرکزی را به صورت سیاهچاله شوارتزشیلد غوطه‌ور در هاله کهکشانی با توزیع چگالی هرنکوئیست‌گونه در نظر گرفتند. به عبارت دیگر آنها مسئله را از طریق حل معادلات اینشتین با تانسور انرژی-تکانه، که ماده کهکشانی را نشان می‌دهد، حل کردند. نویسندگان در مرجع [۲۳]، با استفاده از داده‌های سیاهچاله‌های M_{87}^* و Sgr A* از پروژه EHT، قیدهایی روی پارامترهای هاله ماده تاریک در این مدل به دست آوردند. سایه و همگرایی گرانشی حل سیاهچاله‌ای کاردوسو در [۲۴] مورد مطالعه قرار گرفته است. همچنین در مرجع [۲۵]، مشابه روش کاردوسو رده جدیدی از حل‌های معادلات اینشتین شامل سیاهچاله‌های مجانبی تخت، و همچنین تکینگی‌های برهنه در مرکز یک کهکشان غوطه‌ور در هاله تاریک با در نظر گرفتن معادله حالت ماده تاریک به صورت $p_t = \omega \rho$ به دست آمده و در هر دو مدل (سیاهچاله مرکزی و تکینگی برهنه مرکزی) پارامتر ω با بررسی منحنی چرخش کهکشان در فاصله دور از مرکز کهکشان و همچنین با محاسبه همگرایی گرانشی و سایه سیاهچاله در فاصله نزدیک به مرکز کهکشان، مقید شده است.

برای بررسی ویژگی‌های اپتیکی قرص‌های برافزایشی سیاهچاله شوارتزشیلد احاطه شده با ماده تاریک با توزیع چگالی هرنکوئیست مرجع [۲۶] را ببینید.

و گاندولو^۱ با رویکردی نیوتونی همراه با برخی تصحیحات برای وارد کردن اثرات نسبیتی نشان دادند که توزیع ماده تاریک سرد در حضور سیاهچاله، تغییر می‌کند. لاله صادقیان و همکارانش این تغییر را با استفاده از نظریه نسبیت عام دوباره بررسی کردند، و متوجه شدند که چگالی در دو برابر شعاع شوارتزشیلد ناپدید می‌شود و چگالی در نزدیکی سیاهچاله یک مقدار بیشینه دارد که بسیار بیشتر از مقدار بیشینه‌ای بود که توسط سیلک و گاندولو به دست آمده بود [۹]. مدل‌های مختلفی برای توزیع چگالی ماده تاریک ارائه شده است که بسته به اندازه، جرم و شکل کهکشان، یک توزیع بر دیگری ارجحیت می‌یابد. ژائو در سال ۱۹۹۶ میلادی چگالی ماده تاریک را به صورت کلی زیر پیشنهاد کرد [۱۰]:

$$\rho(r) = \frac{\rho_c}{\left(\frac{r}{a}\right)^\gamma \left[1 + \left(\frac{r}{a}\right)^\alpha\right]^{\frac{\beta-\gamma}{\alpha}}}, \quad (1)$$

که در آن a مقیاسی از طول کهکشان، متغیرهای α, β, γ ، کنترل کننده شیب چگالی و وابسته به طبیعت ماده تاریک و کهکشان هستند، ρ_c نیز چگالی ویژه کهکشان است. چند نمونه از رخ‌نمای چگالی ماده تاریک در جدول ۱ خلاصه شده است. برای یک کهکشان کوتوله، متشکل از حدود هزار تا چند میلیارد ستاره، مدل برکرت $(\alpha = 2, \beta = 2, \gamma = 0)$ مناسب است [۱۱]. این در حالی است که برای کهکشان‌هایی با بیشترین میزان ماده تاریک، مدل ناوارو، فرانک و وایت (NFW) بیشتر استفاده می‌شود $(\alpha = 1, \beta = 3, \gamma = 1)$ [۱۲]. توزیع چگالی هرنکوئیست $(\alpha = 1, \beta = 4, \gamma = 1)$ برای مدل‌سازی در برآمدگی‌ها و کهکشان‌های بیضوی استفاده می‌شود [۱۳]. در مدل‌های ابرمتقارن، سبک‌ترین نوترالینو^۲ نامزدی عالی برای تشکیل ماده تاریک سرد جهان است، و می‌توان آنها را به‌طور غیرمستقیم به دلیل نابودی در مناطقی با چگالی ماده تاریک بالا، مانند مراکز کهکشان‌های فنگ [۱۴] مشاهده کرد. در چنین رویدادهایی، مدل تیلور و

۱. Gondolo

۲. Neutralino

جدول ۱. معرفی توزیع‌های مختلف چگالی ماده تاریک.

مدل	γ	β	α
مدل ناوارو، فرانک و وایت (NFW) [۹]	۱	۳	۱
برکرت [۸]	۰	۲	۲
تیلور-سیلک [۱۲]	۳/۲	۳	۳/۲
دهنن [۳۴]	$0 \leq \gamma < 3$	۴	۱
هرنکوئست [۱۰]	۱	۴	۱
جافه [۳۵]	۲	۴	۱

در سال ۲۰۲۲ میلادی کونوپلایا و ژیدنکو به همان شیوه کاردوسو حل معادلات اینشتین را با تانسور انرژی-تکانه مربوط به توزیع‌های چگالی برکرت، ناوارو-فرانک-وایت و تیلور-سیلک به دست آوردند که هر کدام نشان دهنده متریک یک سیاهچاله مرکزی غوطه‌ور در هاله کهکشانی حاوی ماده تاریک است [۲۷]. هدف این مقاله، بررسی ژئودزی‌های نور-گونه و زمان-گونه در فضا-زمان سه متریک معرفی شده در مرجع [۲۷] است. ابتدا در بخش دوم، معادلات ژئودزی را برای کلی‌ترین متریک متقارن کروی به دست می‌آوریم. در بخش سوم، سیاهچاله‌های مرکزی غوطه‌ور در هاله کهکشانی حاوی ماده تاریک با توزیع‌های چگالی برکرت، ناوارو-فرانک-وایت و تیلور-سیلک را معرفی می‌کنیم. سپس در بخش چهارم، با محاسبه ژئودزی‌های نور-گونه به مطالعه سایه سیاهچاله‌های غوطه‌ور در هاله ماده تاریک می‌پردازیم. در بخش پنجم مقاله، با مطالعه ژئودزی‌های زمان-گونه، شعاع ایسکو و سایر ویژگی‌های الکترومغناطیسی قرص‌های برافزایشی را در چارچوب مدل نویکو-تورن برای هر سه توزیع چگالی بررسی می‌کنیم. برای این منظور خواص فیزیکی قرص‌های برافزایشی شامل شار انرژی، تغییرات دما، و درخشندگی را محاسبه و رسم می‌کنیم. در نهایت نتایج به دست آمده در حضور هاله تاریک را با سیاهچاله شوارزشیلد (غیاب ماده تاریک) مقایسه و تأثیر هاله ماده تاریک در اطراف سیاهچاله ابرپرچرم مرکز کهکشان را بررسی می‌کنیم.

۲. معادلات ژئودزی

کلی‌ترین متریک متقارن کروی ایستا را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$ds^2 = -A(r)dt^2 + B(r)dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2, \quad (2)$$

با قرار گرفتن در صفحه $\theta = \frac{\pi}{2}$ ، معادلات ژئودزی بر حسب ثابت‌های حرکت، یعنی انرژی مشخصه E و تکانه زاویه‌ای مشخصه L ، با استفاده از متریک (۲) و لاگرانژی زیر به دست می‌آید:

$$\ell = -A(r)\dot{t}^2 + B(r)\dot{r}^2 + r^2\dot{\phi}^2, \quad (3)$$

که در آن علامت نقطه مشتق‌گیری نسبت به ویژه‌زمان، τ ، را نشان می‌دهد. حال با استفاده از معادلات اوایلر-لاگرانژ داریم:

$$\dot{t} = -\frac{E}{A(r)}, \quad \dot{\phi} = \frac{L}{r^2}. \quad (4)$$

در نتیجه سرعت زاویه‌ای ذرات عبارت است از:

$$\Omega = -\frac{L}{E} \frac{A(r)}{r^2}. \quad (5)$$

با جایگذاری عبارات (۴) در معادله (۳)، $\dot{r}$ به صورت زیر داده می‌شود:

$$A(r)B(r)\dot{r}^2 = E^2 - V_{\text{eff}}(r), \quad (6)$$

که پتانسیل مؤثر، $V_{\text{eff}}(r)$ ، به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$V_{\text{eff}}(r) = A(r)\left(-\delta + \frac{L^2}{r^2}\right), \quad (7)$$

که در آن برای ذرات نور-گونه و زمان-گونه به ترتیب $\delta = 0$ و $\delta = -1$ است.

۳. هندسه سیاهچاله غوطه‌ور در هاله تاریک با سه

توزیع چگالی

همان‌طور که در مقدمه اشاره شد، در مرجع [۲۷] نویسندگان حل‌های معادلات اینشتین را با تانسور انرژی-تکانه مربوط به توزیع‌های مختلف محیط کهکشانی یافته‌اند. اگر چه راه حل‌های دقیق را می‌توان تنها در موارد خاص به دست آورد، برای حالت کلی معادله (۱) می‌توان با بسط راه حل دقیق بر حسب پارامتر کوچک M/a ، که در آن M جرم کهکشان است، یک تقریب تحلیلی بسیار خوب به دست آورد. برای

$$\mu = \arctan \frac{s}{a}, \quad \eta = \frac{4Ms}{a(s-r_0) \ln(1 + \frac{s}{a})}. \quad (11)$$

در نهایت برای تابع توزیع تیلور-سیلک داریم:

$$A(r) = (1 - \frac{r_0}{r}) \left[1 - \eta \left(\frac{a}{r} \arcsin h \sqrt{\frac{r}{a}} + \mu - \sqrt{\frac{r+a}{r}} \right) \right],$$

$$1 - \frac{2m(r)}{r} = (1 - \frac{r_0}{r}) \left[1 - \eta \frac{a}{r} \left(\frac{a}{r} \arcsin h \sqrt{\frac{r}{a}} - \sqrt{\frac{r}{r+a}} \right) \right],$$

که μ و η عبارتند از:

$$\mu = \sqrt{\frac{s}{a+s}}, \quad \eta = \frac{2Ms}{a(s-r_0)(\arcsin h \sqrt{\frac{s}{a}} - \mu)}, \quad (12)$$

همان‌طور که واضح است در غیاب ماده تاریک $M = 0$,

متریک‌های فوق به متریک شوارزشیلد کاهش می‌یابند.

پارامتر فشردگی^۱ ماده تاریک در ویژگی‌های رصدی این فضا-زمان‌ها اهمیت دارد و به صورت نسبت جرم ماده تاریک به شعاع مشخصه کهکشانی تعریف می‌شود:

$$C \equiv \frac{MG}{ac^2}$$

که در آن G ثابت گرانش و c سرعت نور در خلأ است. این پارامتر به مقایسه پیکربندی‌های مختلف هاله تاریک کمک می‌کند و توسط دینامیک کهکشانی به صورت $C \leq 10^{-4}$ محدود می‌شود [۲۸]. در بخش بعد، به بررسی شعاع سایه در این سه فضا-زمان و تأثیر هاله ماده تاریک می‌پردازیم.

۴. ژئودزی‌های نور-گونه و حلقه‌های نوری^۲

برای پرتوهای نوری با استفاده از معادله (۷) و (۸) پتانسیل مؤثر عبارت است از:

$$V_{eff}(r) = \frac{L^2}{r^2} A(r), \quad (13)$$

که در آن $A(r)$ از معادلات (۱۰)، (۱۱) و (۱۲) داده می‌شود. همچنین معادله حرکت عبارت است از:

$$\frac{A(r)}{r^2} \left[\frac{1}{r^2(1-2m(r)/r)} \left(\frac{dr}{d\phi} \right)^2 + 1 \right] - \frac{1}{b^2} = 0. \quad (14)$$

مطالعه جزئیات به دست آوردن حل سیاهچاله مرکزی غوطه‌ور در هاله تاریک به مراجع [۲۲] و [۲۷] مراجعه شود.

متریک متقارن کروی و ایستای زیر را در نظر می‌گیریم:

$$ds^2 = -A(r)dt^2 + \frac{dr^2}{1-2m(r)/r} + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2, \quad (8)$$

که در آن $m(r) < r/2$ تابع جرم و $A(r) > 0$ تابع انتقال به سرخ است. با حل معادلات اینشتین برای متریک (۸) و با استفاده از

تانسور تنش ناهمسانگرد معادله

$$G^\mu_\nu = 8\pi T^\mu_\nu; \quad T^\mu_\nu = \begin{pmatrix} -\rho & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p_t & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p_t \end{pmatrix}, \quad (9)$$

برای هر کدام از سه نوع تابع توزیع چگالی ناوارو-فرانک-وایت، تابع توزیع برکرت و تابع توزیع تیلور-سیلک متریک فضا-زمان تعیین شده است [۲۷].

برای توزیع چگالی ناوارو-فرانک-وایت متریک فضا-زمان به صورت معادله زیر به دست می‌آید:

$$A(r) = (1 - \frac{r_0}{r}) \left[1 - \eta \frac{a}{r} \ln\left(\frac{a}{r+a}\right) - \eta \mu \right],$$

$$1 - \frac{2m(r)}{r} = (1 - \frac{r_0}{r}) \left[1 - \eta \frac{a}{r+a} - \eta \frac{a}{r} \ln\left(\frac{a}{r+a}\right) \right],$$

که μ و η عبارتند از:

$$\mu = \frac{a}{a+s}, \quad \eta = \frac{2Ms(a+s)}{a(s-r_0)[s+(a+s)\ln(\frac{a}{a+s})]}. \quad (10)$$

در اینجا $r_0 = 2M_{BH}$ شعاع افق رویداد، M جرم کل هاله تاریک، $M_{ADM} = M_{BH} + M$ جرم ADM فضا-زمان، a شعاع مشخصه کهکشان و s شعاع هاله کهکشانی است.

برای تابع توزیع برکرت توابع متریک عبارت است از:

$$A(r) = (1 - \frac{r_0}{r}) \left[1 - \eta \frac{a}{r} \ln\left(\frac{r^2 + a^2}{a^2}\right) - \mu \eta + \eta \arctan\left(\frac{r}{a}\right) \right],$$

$$1 - \frac{2m(r)}{r} = (1 - \frac{r_0}{r}) \left[1 - \eta \frac{a}{r} \ln\left(\frac{r^2 + a^2}{a^2}\right) \right],$$

که μ و η به صورت زیر تعریف می‌شوند:

۱. Compactness parameter

۲. Light rings

جدول ۲. شعاع کره فوتونی و پارامتر برخورد برای سه تابع توزیع چگالی، برای مقادیر مختلف جرم ماده تاریک به ازای $a=100$, $S=1000$.

تابع توزیع چگالی	M / M_{BH}	r_{ph} / M_{BH}	b_{ph} / M_{BH}
غیاب ماده تاریک (حل شواتزشیلد)	۰	۳	۵/۱۹۶۱۵
ناوارو-فرانک-وایت	۵	۲/۹۴۰۲۳	۵/۳۶۳۴۰
	۱۰	۳/۰۰۱۱۰	۵/۵۴۰۳۴
	۲۰	۳/۰۰۲۵۷	۵/۹۶۳۵۴
برکرت	۵	۳/۰۰۳۴۰	۵/۴۵۲۶۴
	۱۰	۳/۰۰۷۶۱	۵/۷۵۱۲۷
	۲۰	۳/۰۱۹۹۱	۶/۵۳۳۰۸
تیلور-سیلک	۵	۳/۰۰۳۴۰	۵/۴۵۲۶۴
	۱۰	۳/۰۰۷۶۱	۵/۷۵۱۲۷
	۲۰	۳/۰۱۹۹۱	۶/۵۳۳۰۸

با استفاده از معادله (۱۳) و از شرط $dV_{eff}/dr=0$ شعاع کره فوتونی^۱ را از معادله دیفرانسیل زیر به دست می آوریم:

$$(rA' - 2A)|_{r=r_{ph}} = 0. \quad (15)$$

علامت پریم مشتق نسبت به r را نشان می دهد. ذراتی که انرژی آنها برابر با انرژی پتانسیل در این نقطه باشند در یک تعادل پایدار یا ناپایدار خواهند بود. با جایگذاری معادله (۱۳) در معادله (۶) برای یک مدار دایره‌ای با شعاع مشخص r_{ph} ، و معرفی پارامتر برخورد، $b \equiv \frac{L}{E}$ ، خواهیم داشت:

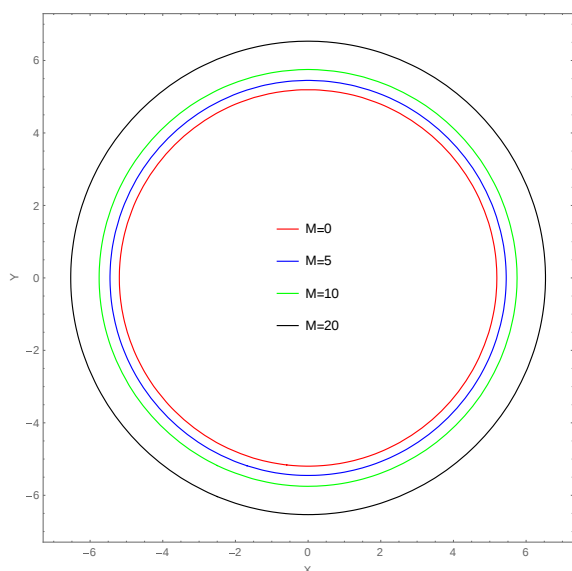
$$b_{ph} = \frac{r_{ph}}{\sqrt{A(r_{ph})}}. \quad (16)$$

با توجه به رابطه (۱۴)، حرکت فوتون وابسته به انرژی آن است. به ازای $b = b_{ph}$ فوتون‌ها مدار دایره‌ای ناپایدار با شعاع $r = r_{ph}$ خواهند داشت و روی کره فوتونی به دور سیاهچاله می‌چرخند. اگر انرژی فوتون‌هایی که به سمت سیاهچاله حرکت می‌کنند به گونه‌ای باشد که پارامتر برخورد آنها از این مقدار کمتر باشد، $b < b_{ph}$ ، توسط سیاهچاله به دام می‌افتند و اگر پارامتر برخورد آنها بیشتر از این مقدار باشد، $b > b_{ph}$ ، از پتانسیل مرکزی سیاهچاله به بی‌نهایت پراکنده و دچار خمش می‌شوند.

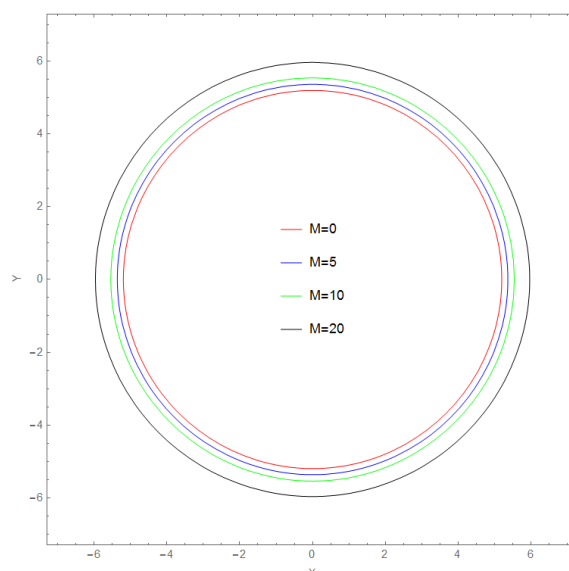
با جایگذاری از معادلات (۱۰)، (۱۱) و (۱۲) برای سه توزیع چگالی در معادله کره فوتونی (۱۵)، مقادیر عددی شعاع کره فوتونی به ازای مقادیر مختلف a و S را محاسبه کرده‌ایم. در جدول ۲ مقادیر شعاع کره فوتونی و پارامتر برخورد برای سه متریک معرفی شده و برای سه تراکم متفاوت آورده شده است. همان‌طور که در جدول ۲ دیده می‌شود، شعاع کره فوتونی و پارامتر برخورد در دو تابع توزیع تیلور-سیلک و برکرت بر هم منطبق ولی برای تابع توزیع ناوارو-فرانک-وایت متفاوت و کمتر از آنها است. همچنین در هر سه تابع توزیع با افزایش پارامتر فشردگی ماده تاریک درون هاله، شعاع کره فوتونی و پارامتر برخورد و در نتیجه شعاع سایه افزایش می‌یابد.

شکل‌های ۱ تا ۳ نشان دهنده اندازه سایه در این سه تابع توزیع چگالی و مقایسه آنها با شعاع سایه سیاهچاله شواتزشیلد (نمودار قرمز) در غیاب ماده تاریک است. همان‌طور که دیده می‌شود در یک سیاهچاله متقارن کروی، تقارن کروی سایه از بین نمی‌رود. مقایسه شعاع سایه در این مدل‌ها با حل شواتزشیلد در غیاب ماده تاریک (نمودار قرمز رنگ) نشان می‌دهد که در حضور هاله تاریک شعاع سایه افزایش می‌یابد. همچنین برای هر تابع توزیع با افزایش فشردگی ماده تاریک، شعاع سایه افزایش می‌یابد.

همچنین به ازای M ثابت تغییر a و S بر شعاع کره فوتونی، پارامتر برخورد، شدت میدان گرانشی و در نتیجه شعاع سایه تأثیر دارد. همان‌طور که در جدول ۳ نشان داده شده است به ازای S ثابت، کاهش a (به ازای یک M ثابت معادل افزایش پارامتر فشردگی است) منجر به افزایش شعاع کره فوتونی و پارامتر برخورد می‌شود. همچنین به ازای a ثابت، کاهش S نیز موجب افزایش شعاع کره فوتونی و پارامتر برخورد می‌شود. a بر شیب توزیع چگالی ماده تاریک اثر می‌گذارد. کاهش پارامتر a موجب می‌شود ماده تاریک در فواصل نزدیک‌تری نسبت به سیاهچاله متمرکز شود، در نتیجه شدت میدان گرانشی ناشی از ماده تاریک در نزدیکی سیاهچاله افزایش می‌یابد؛ که این امر منجر به افزایش شعاع سایه می‌شود. تغییرات S نیز تأثیر مشابهی دارد.



شکل ۲. شعاع سایه سیاهچاله با تابع توزیع چگالی برکرت. برای سه تراکم متفاوت ماده تاریک در $a = 100 M_{BH}$, $s = 1000 M_{BH}$ و مقایسه با شعاع سایه شوترنزشیلد (دایره قرمز).



شکل ۱. شعاع سایه با استفاده از تابع توزیع چگالی ناوارو-فرانک-وایت برای سه تراکم متفاوت ماده تاریک در $a = 100 M_{BH}$, $s = 1000 M_{BH}$ و مقایسه با شعاع سایه شوارتزشیلد (دایره قرمز).

جدول ۳. شعاع کره فوتونی و پارامتر برخورد برای سه تابع توزیع چگالی، برای $M / M_{BH} = 10$ به ازای مقادیر مختلف a , s .

توزیع‌ها	a/M_{BH}	s/M_{BH}	r_{ph}/M_{BH}	b/M_{BH}	r_{isco}/M_{BH}	a/M_{BH}	s/M_{BH}	r_{ph}/M_{BH}	b/M_{BH}	r_{isco}/M_{BH}
ناوارو-	۱۰۰	۱۰۰۰	۳/۰۰۱۱۰	۵/۵۴۰۳۴	۵/۹۳۸۱۳	۱۰۰	۱۰۰۰	۳/۰۰۱۱۰	۵/۵۴۰۳۴	۵/۹۳۸۱۳
فرنک-	۳۰۰	۱۰۰۰	۳/۰۰۰۲۶	۵/۳۹۷۵۶	۵/۹۸۴۳۲	۱۰۰	۳۰۰۰	۳/۰۰۰۶۳	۵/۴۰۹۵۴	۵/۹۶۳۶۲
وایت	۵۰۰	۱۰۰۰	۳/۰۰۰۱۵	۵/۳۶۳۹۴	۵/۹۹۰۸۱	۱۰۰	۵۰۰۰	۳/۰۰۰۵۲	۵/۳۷۵۰۷	۵/۹۶۹۸۳
برکرت	۱۰۰	۱۰۰۰	۳/۰۰۷۶۱	۵/۷۵۱۲۷	۵/۹۵۴۳۵	۱۰۰	۱۰۰۰	۳/۰۰۷۶۱	۵/۷۵۱۲۷	۵/۹۵۴۳۵
	۳۰۰	۱۰۰۰	۳/۰۰۰۱۴	۵/۳۸۳۱۳	۵/۹۹۰۸۸	۱۰۰	۳۰۰۰	۳/۰۰۰۴۸	۵/۴۴۵۷۶	۵/۹۶۹۹۱
	۵۰۰	۱۰۰۰	۳/۰۰۰۰۸	۵/۳۴۵۲۱	۵/۹۹۴۹۶	۱۰۰	۵۰۰۰	۳/۰۰۰۴۲	۵/۴۱۳۰۸	۵/۹۷۶۰۶
تیلور-سیلک	۱۰۰	۱۰۰۰	۳/۰۰۷۶۱	۵/۷۵۱۲۷	۵/۸۰۱۴۹	۱۰۰	۱۰۰۰	۳/۰۰۷۶۱	۵/۷۵۱۲۷	۵/۸۰۱۴۹
	۳۰۰	۱۰۰۰	۳/۰۰۰۲۵۶	۵/۵۱۲۴۲	۵/۹۲۱۰۶	۱۰۰	۳۰۰۰	۳/۰۰۰۴۵۴	۵/۵۴۷۵۲	۵/۸۷۲۱۲
	۵۰۰	۱۰۰۰	۳/۰۰۰۱۷۲	۵/۴۵۶	۵/۹۴۵۱۷	۱۰۰	۵۰۰۰	۳/۰۰۰۳۷۹	۵/۴۹۳۴	۵/۸۹۱۱۳

سیاهچاله می‌شود [۲۹]. در عوض مواد گازی در مدارهایی حلقوی- که در اینجا مدارها را دایره‌ای فرض می‌کنیم- شروع به چرخش می‌کنند و یک قرص برافزایشی پیرامون سیاهچاله تشکیل می‌شود. با حرکت مارپیچی ذرات گاز در پتانسیل گرانشی سیاهچاله، مقدار زیادی انرژی آزاد می‌شود که باعث گرم شدن و بنابراین گسیل تابش از سطح قرص می‌شود. مدل‌های مختلفی برای قرص‌های برافزایشی در نظر گرفته می‌شود.

۵. ژئودزی‌های زمان-گونه و ویژگی‌های

الکترومغناطیسی قرص‌های برافزایشی

اغلب اجسام اختریفی یکی از طریق فرایند برافزایش جرم رشد می‌کنند. حضور ماده میان ستاره‌ای منجر به شکل‌گیری قرص‌های برافزایشی پیرامون اجسام فشرده سنگین می‌شود. قرص برافزایشی ساختاری حلقوی متشکل از گاز چرخان دارد. تکانه زاویه‌ای زیاد مواد گازی، مانع از سقوط یکباره آنها روی

مغناطیسی قوی باشد. علاوه بر این تابش گسیل شده از سطح قرص، به صورت تابش جسم سیاه در نظر گرفته می‌شود که نتیجه‌ای از تعادل ترمودینامیکی قرص است. خصوصیات شار انرژی تابشی از سطح قرص‌های برافزایشی نازک در [۳۱ و ۳۲] مورد بررسی قرار گرفته است. شار تابشی از سطح قرص برافزایشی را می‌توان از سه معادله ساختاری یعنی معادلات بقای جرم M ، انرژی E ، و تکانه زاویه‌ای L ذرات قرص به صورت زیر به دست آورد [۳۳]:

$$F(r) = \frac{\dot{M}_o}{4\pi M^2} f_{disk}(r), \quad (19)$$

که در آن $f_{disk}(r)$ عبارت است از:

$$f_{disk}(r) \equiv -\frac{M^2 \Omega'}{\sqrt{-g}(E - \Omega L)} \int_{r_{isco}}^r (E - \Omega L) L' dr, \quad (20)$$

که $\dot{M}_o$ نرخ جرم برافزایشی، g دترمینان تابع متریک، و $f_{disk}(r)$ تابعی بدون بعد است. در رابطه (۱۹)، حدود تغییرات

r از شعاع ایسکو تا لبه خارجی قرص در نظر گرفته شده است. یکی دیگر از فرضیات مدل نویکو-تورن، تعادل حرارتی قرص برافزایش بود که با توجه به آن تابش گسیل شده از سطح قرص شبیه به تابش جسم سیاه است. بنابراین از قانون استفان-بولتزمن خواهیم داشت:

$$F(r) = \sigma_{SB} T^*(r), \quad (21)$$

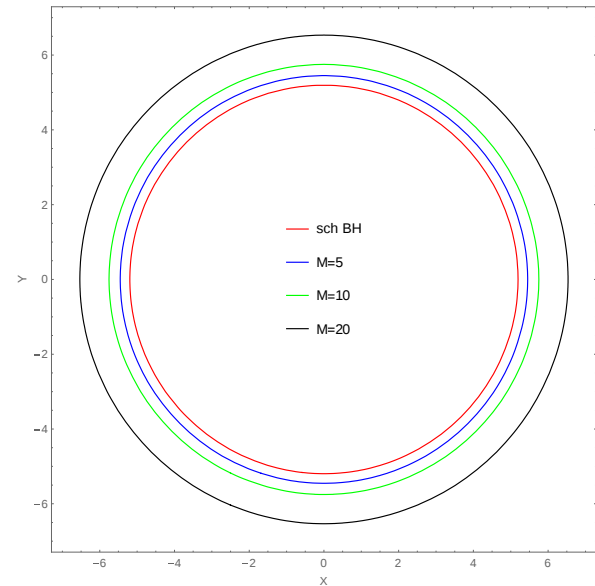
که در آن $\sigma_{SB} = 5.67 \times 10^{-5} \frac{erg}{cm^2 k}$ ثابت استفان-بولتزمن است. همچنین درخشندگی مشاهده شده از قرص

طیفی شبیه به جسم سیاه دارد:

$$L(\nu) = 4\pi d^2 I(\nu) = \frac{4\pi h \cos \gamma}{c^2} \int_{r_{in}}^{r_{out}} \int_0^{2\pi} \frac{v_e^2 r dr d\phi}{\exp\left[\frac{h\nu_e}{k_B T}\right] - 1}, \quad (22)$$

که h ثابت پلانک، k_B ثابت بولتزمن، γ زاویه انحراف قرص، v_e بسامد چشمه و r_{in} ، r_{out} به ترتیب شعاع داخلی و خارجی لبه قرص هستند.

بازده تابشی عامل دیگری در فرایند قرص برافزایشی است که توانایی جسم مرکزی در تبدیل جرم به تابش را نشان می‌دهد. سازوکار برافزایش، یک فرایند کارآمد برای تبدیل جرم سکون



شکل ۳. شعاع سایه سیاهچاله با تابع توزیع چگالی تیلور-سیلک. برای سه تراکم متفاوت ماده تاریک در $a = 10 M_{BH}$ و $s = 100 M_{BH}$ مقایسه با شعاع سایه شوارتزشیلد (دایره قرمز).

در مدل نویکو-تورن 'قرص‌های برافزایشی به لحاظ هندسی نازک و به لحاظ ایتیکی ضخیم هستند. در این مدل فضا-زمان جسم مرکزی (سیاهچاله) پایا و به صورت مجانبی تخت است و تقارن محوری دارد. همچنین لبه داخلی در این نوع قرص برافزایشی در داخلی‌ترین مدار دایره‌ای پایدار یا به اصطلاح شعاع ایسکو ($ISCO^2$) قرار دارد [۲۹].

برای ذرات مادی با استفاده از معادله (۷)، پتانسیل مؤثر عبارت است از:

$$V_{eff}(r) = A(r) \left(1 + \frac{L^2}{r^2}\right). \quad (17)$$

با شرط $d^2 V_{eff} / dr^2 = 0$ داخلی‌ترین مدار پایدار یا همان شعاع ایسکو از معادله دیفرانسیل زیر به دست می‌آید:

$$\frac{3A'}{r} - \frac{2(A')^2}{A} + A'' = 0. \quad (18)$$

در این مدل فرض می‌شود که نرخ برافزایش جرم ثابت است و به شعاع قرص وابسته نیست، به این معنا که قرص در حالت پایا قرار دارد. همچنین فرض می‌شود که جرم برافزایشی، حرکت کپلری دارد که ایجاب می‌کند جسم مرکزی فاقد میدان

۱. Novikov-Thorne

۲. Innermost Stable Circular Orbit

به تابش است. بازده تابشی در مدل نویکو-تورن از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\varepsilon = 1 - E_{isco}, \quad (23)$$

که در آن E_{isco} انرژی در شعاع ایسکو است.

با استفاده از معادلات (۱۰)، (۱۱)، (۱۲)، و به کار بردن معادله (۱۸) مقادیر عددی شعاع ایسکو برای تراکم‌های مختلف هاله تاریک در کهکشان محاسبه شده و نتایج در جداول ۴ تا ۶ خلاصه شده‌اند. همچنین مقادیر بیشینه شار انرژی، طیف دمایی و درخشندگی را بر اساس معادلات (۱۹)، (۲۱) و (۲۲) برای مقادیر مختلف ماده تاریک به ازای $a = 100 M_{BH}$ ، $s = 1000 M_{BH}$ محاسبه و نتایج را در جدول‌های ۴، ۵ و ۶ آورده‌ایم. همانطور که دیده می‌شود با حضور ماده تاریک در اطراف سیاهچاله شعاع ایسکو کاهش می‌یابد و چون در مدل قرص برافزایشی نویکو-تورن لبه داخلی قرص را در شعاع ایسکو قرار می‌دهیم این امر منجر به افزایش سطح قرص می‌شود. در نتیجه در حضور هاله تاریک شار تابشی از سطح قرص افزایش می‌یابد. همچنین به دلیل تعادل حرارتی قرص و این که تابش از سطح قرص را تابش جسم سیاه در نظر گرفتیم دمای سطح قرص نیز در مقایسه با سیاهچاله شوارتزشیلد (منحنی قرمز توپر) افزایش می‌یابد. همچنین با توجه به شکل‌های ۴، ۵ و ۶ در هر تابع توزیع، هرچه فشردگی ماده تاریک در کهکشان بیشتر شود بیشینه شار تابشی و به دنبال آن بیشینه دما در همان شعاع، افزایش می‌یابد. در نتیجه درخشندگی که کمیتی قابل مشاهده است افزایش می‌یابد.

در شکل ۷، شار انرژی تابشی، دما و درخشندگی برای سه توزیع چگالی به ازای $M = 20 M_H$ ، $s = 1000 M_{BH}$ و $a = 100 M_{BH}$ مقایسه شده‌اند. همان‌طور که دیده می‌شود تابع توزیع ناوارو-فرانک-وایت و برکرت تفاوت زیادی از حل شوارتزشیلد ندارند. به نظر می‌رسد در کارهای رصدی اگر قرار باشد از یکی از این توابع توزیع برای تحلیل استفاده کنیم، استفاده از تابع توزیع تیلور مناسب‌تر باشد، زیرا تغییرات مشخص‌تری نسبت به دو تابع توزیع دیگر دارد.

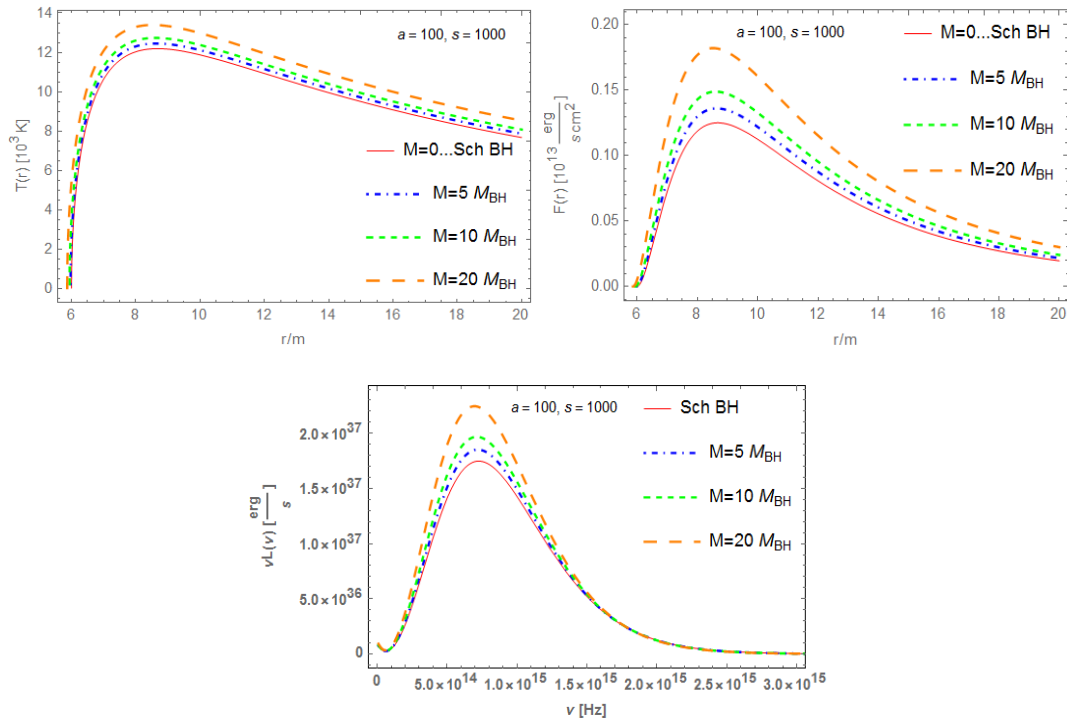
مطابق جدول ۳ به ازای مقادیر یکسانی از M و s ، با کاهش شعاع مشخصه کهکشان، a ، شعاع ایسکو کاهش می‌یابد و چون در مدل قرص برافزایشی نویکو-تورن لبه داخلی قرص

را در شعاع ایسکو قرار می‌دهیم این امر منجر به افزایش سطح قرص می‌شود. در نتیجه همان‌طور که شکل ۸ نشان می‌دهد با کاهش a ، شار تابشی از سطح قرص افزایش می‌یابد. همچنین به دلیل تعادل حرارتی قرص و این که تابش از سطح قرص را تابش جسم سیاه در نظر گرفتیم دمای سطح قرص نیز در مقایسه با سیاهچاله شوارتزشیلد (منحنی قرمز توپر) افزایش می‌یابد. همچنین همان‌طور که در شکل ۹ نشان داده شده است به ازای مقادیر یکسانی از M و a ، با کاهش شعاع هاله تاریک، s ، نتایج مشابهی به دست می‌آید.

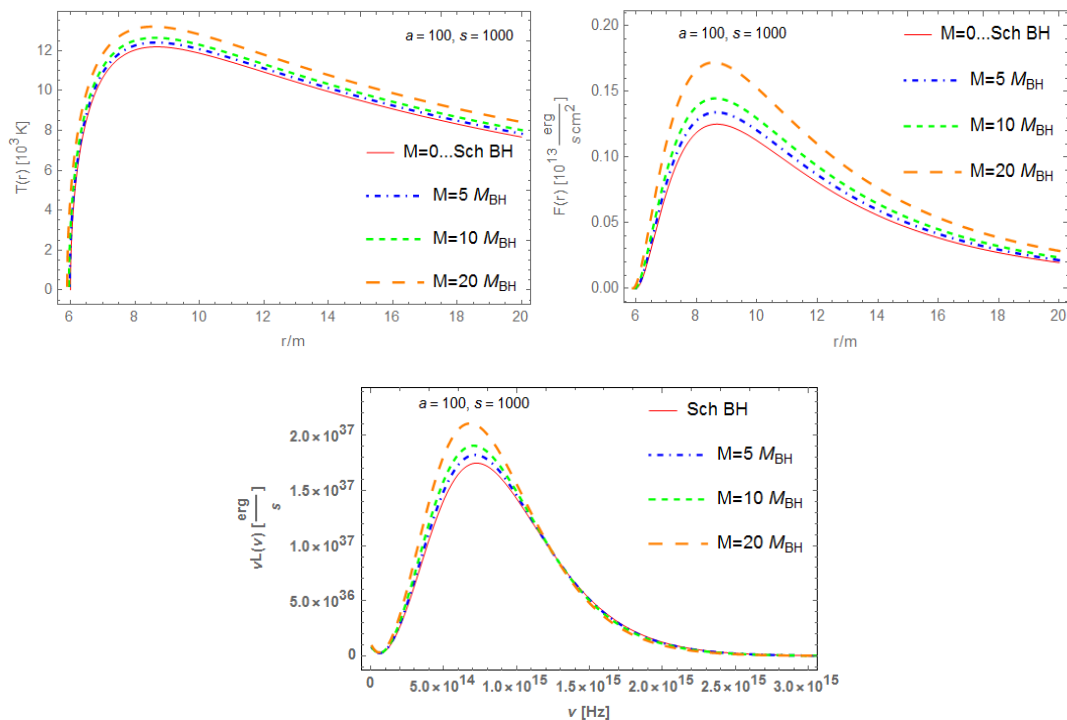
۶. نتیجه‌گیری

در این مقاله، سیاهچاله‌های مجانبی تخت در مرکز کهکشان، غوطه‌ور در هاله تاریک، با سه تابع توزیع چگالی برکرت، ناوارو-فرانک-وایت و تیلور-سیلک را در نظر گرفته‌ایم [۲۷]. با مطالعه ژئودزی‌های نور-گونه در اطراف این سیاهچاله‌ها معادله حرکت، شعاع کره فوتونی، و شعاع سایه را به صورت عددی محاسبه و نتایج را در جدول ۲ و ۳ خلاصه کرده‌ایم. مقایسه نتایج نشان می‌دهد که به ازای هاله تاریک کم تراکم، شعاع سایه مشابه فضا-زمان شوارتزشیلد است و هر چه تراکم هاله تاریک افزایش می‌یابد تغییرات بیشتری نسبت به سیاهچاله شوارتزشیلد داریم، اما میزان این تغییرات اندک است.

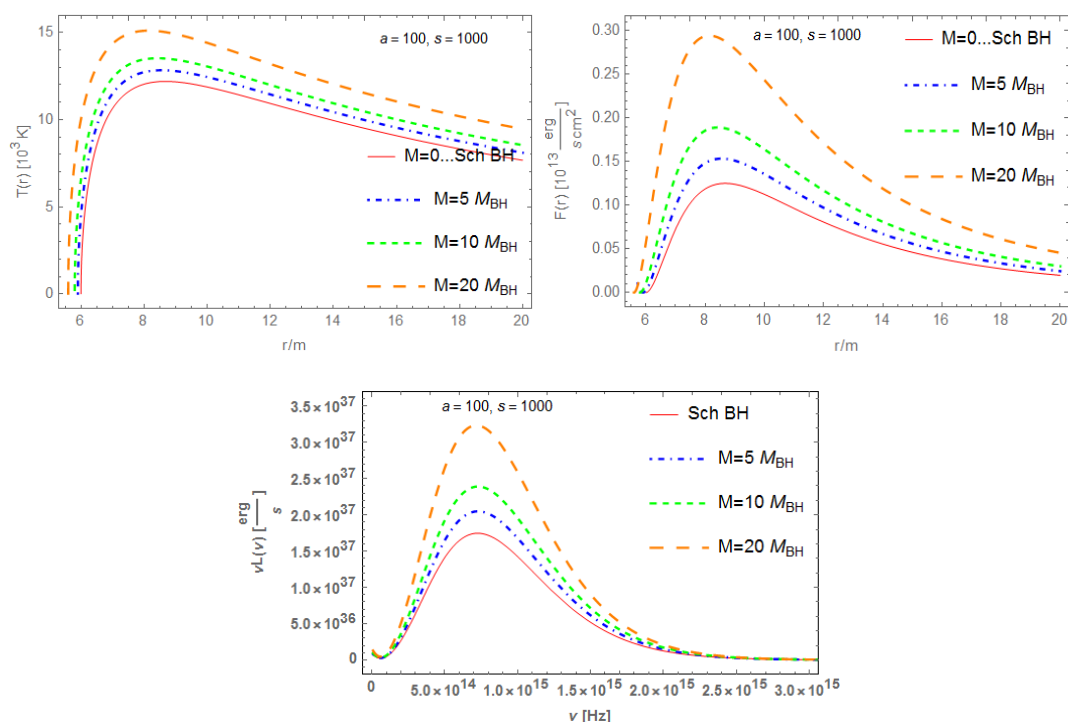
سپس در چارچوب مدل نویکو-تورن، با مطالعه مدار دایره‌ای ذرات در قرص برافزایشی اطراف سیاهچاله، شعاع ایسکو و ویژگی‌های الکترومغناطیسی قرص برافزایشی نازک نظیر شار انرژی، طیف دمایی و درخشندگی قرص را محاسبه کرده و نتایج را در جداول ۴، ۵ و ۶ نشان داده‌ایم. محاسبات ما نشان می‌دهد که در حضور ماده تاریک با افزایش M (افزایش پارامتر فشردگی)، شعاع ایسکو کاهش می‌یابد و از آنجا که لبه قرص در مدل نویکو-تورن در شعاع ایسکو قرار دارد این منجر به افزایش سطح قرص و در نتیجه افزایش شار انرژی، دما و درخشندگی قرص می‌شود که در شکل‌های ۴، ۵ و ۶ برای سه تابع توزیع چگالی نشان داده شده‌اند.



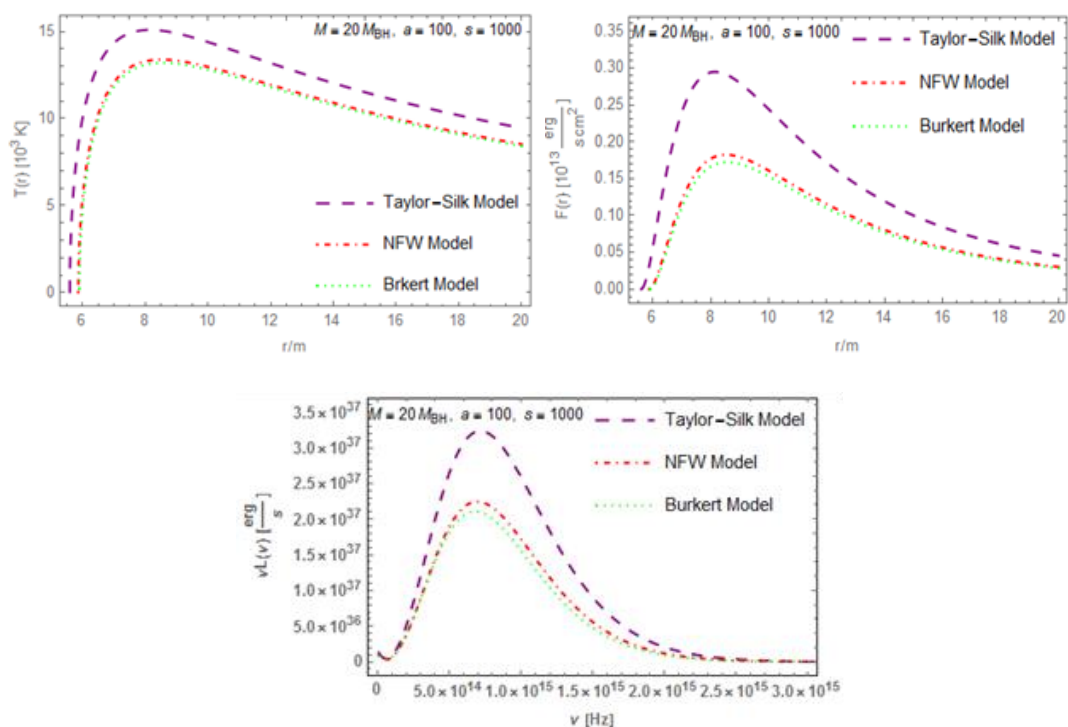
شکل ۴. نمودارهای شار تابشی، دما و درخشندگی برای توزیع چگالی ناوارو-فرانک-سویت به ازای a و s یکسان با افزایش جرم کل هاله تاریک. نمودار شار تابشی برحسب شعاع قرص برافزایشی (شکل بالا)، نمودار تابع توزیع دما برحسب شعاع قرص برافزایشی (شکل وسط) و نمودار درخشندگی برحسب بسامد ذرات قرص برافزایشی (شکل پایین).



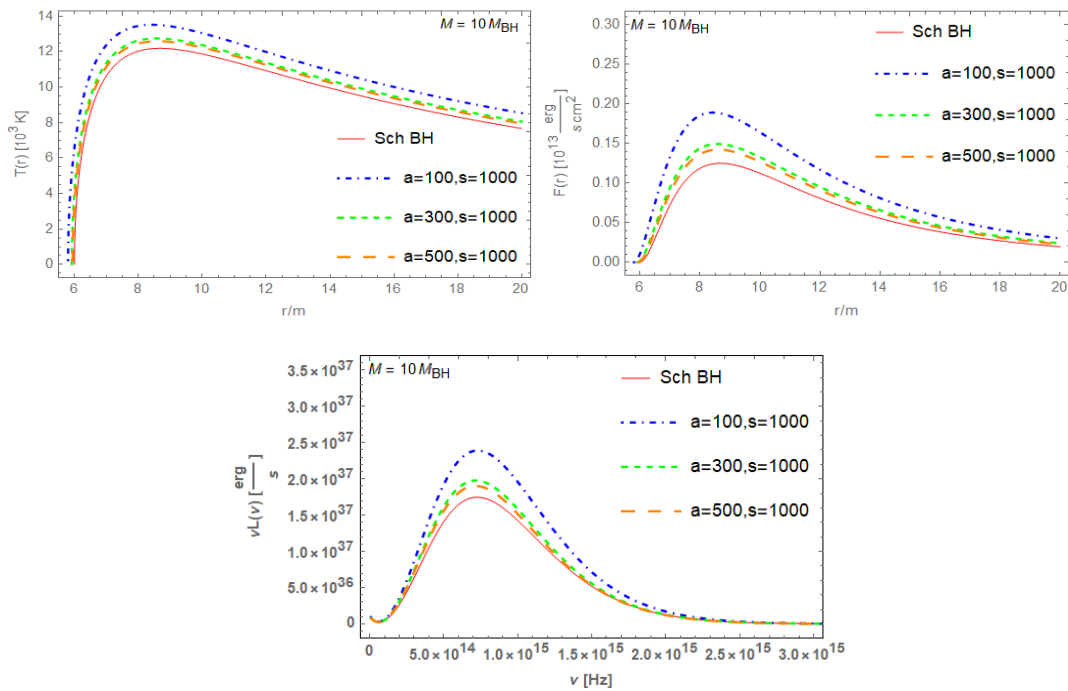
شکل ۵. نمودارهای شار تابشی، دما و درخشندگی برای توزیع چگالی برکرت به ازای a و s یکسان با افزایش جرم کل هاله تاریک. نمودار شار تابشی برحسب شعاع قرص برافزایشی (شکل بالا)، نمودار تابع توزیع دما برحسب شعاع قرص برافزایشی (شکل وسط) و نمودار درخشندگی برحسب بسامد ذرات قرص برافزایشی (شکل پایین).



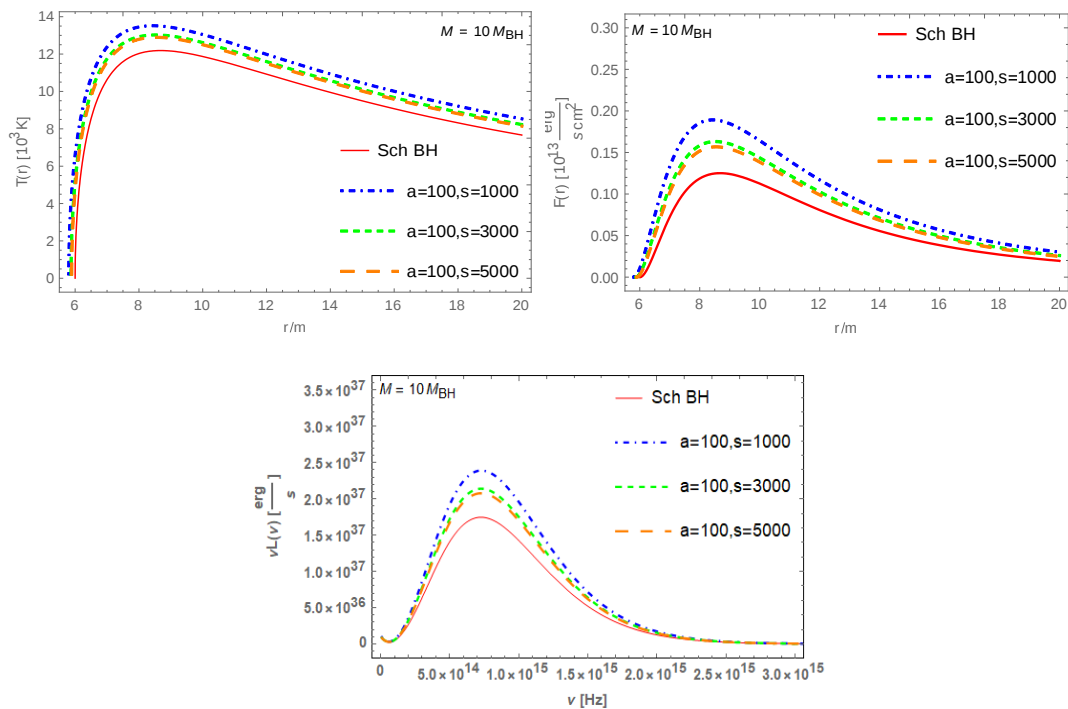
شکل ۶. نمودارهای شار تابشی، دما و درخشندگی برای توزیع چگالی تیلور-سیلک به ازای a و s یکسان با افزایش جرم کل هاله تاریک. نمودار شار تابشی برحسب شعاع قرص برافزایشی (شکل بالا)، نمودار تابع توزیع دما برحسب شعاع قرص برافزایشی (شکل وسط) و نمودار درخشندگی برحسب بسامد ذرات قرص برافزایشی (شکل پایین).



شکل ۷. مقایسه سه تابع توزیع چگالی: شار انرژی تابشی (بالا)، دما (وسط) و درخشندگی (پایین).



شکل ۸. نمودارهای شار تابشی، دما و درخشندگی برای توزیع چگالی تیلور-سیلک به ازای $M = 10 M_{BH}$ و $S = 1000$ و مقادیر مختلف a . نمودار شار تابشی برحسب شعاع قرص برافزایشی (شکل بالا)، نمودار تابع توزیع دما برحسب شعاع قرص برافزایشی (شکل وسط) و نمودار درخشندگی برحسب بسامد ذرات قرص برافزایشی (شکل پایین).



شکل ۹. نمودارهای شار تابشی، دما و درخشندگی برای توزیع چگالی تیلور-سیلک به ازای $M = 10 M_{BH}$ و $a = 100$ و مقادیر مختلف S . نمودار شار تابشی برحسب شعاع قرص برافزایشی (شکل بالا)، نمودار تابع توزیع دما برحسب شعاع قرص برافزایشی (شکل وسط) و نمودار درخشندگی برحسب بسامد ذرات قرص برافزایشی (شکل پایین).

جدول ۴. مقادیر عددی شعاع ایسکو، بیشینه شار انرژی، بیشینه دما، بسامد بحرانی و بیشینه درخشندگی در تابع توزیع چگالی ناوارو-فرانک-وایت به ازای $a=100 M_{BH}$, $s=1000 M_{BH}$.

$\nu L_{\max} \times 10^{36}$ [erg]	$T_{\max} \times 10^4$ [K]	$F_{\max} \times 10^{12}$ [erg s ⁻¹ cm ⁻²]	r_{isco} / M_{BH}	ε	M / M_{BH}
۲/۵۵۵۳۷	۱/۲۱۸۶۸	۱/۲۵۱۰۸	۶	۰/۰۵۷۱۹۱	۰
۲/۶۷۴۱۵	۱/۲۴۴۷۷	۱/۳۶۱۲۶	۵/۹۷۰۲۰	۰/۰۸۴۹۴۱۶	۵
۲/۸۸۱۵۳	۱/۲۷۳۱۸	۱/۴۸۹۸۲	۵/۹۳۸۱۳	۰/۱۱۳۵۶۵	۱۰
۳/۱۳۸۹۶	۱/۳۳۸۹۴	۱/۸۲۲۳۲	۵/۸۶۵۸۵	۰/۱۷۳۸۰۰	۲۰

جدول ۵. مقادیر عددی شعاع ایسکو، بیشینه شار انرژی، بیشینه دما، بسامد بحرانی و بیشینه درخشندگی در تابع توزیع چگالی برکرت به ازای $a=100 M_{BH}$, $s=1000 M_{BH}$.

$\nu L_{\max} \times 10^{36}$ [erg]	$T_{\max} \times 10^4$ [K]	$F_{\max} \times 10^{12}$ [erg s ⁻¹ cm ⁻²]	r_{isco} / M_{BH}	ε	M / M_{BH}
۲/۶۳۷۱۰	۱/۲۴۰۳۳	۱/۳۴۱۹۳	۵/۹۷۸۲۵	۰/۰۸۶۷۴۶۴	۵
۲/۷۳۴۹۱	۱/۲۶۴۰۹	۱/۴۴۷۷۴	۵/۹۵۴۳۵	۰/۱۱۷۲۹۳	۱۰
۲/۹۷۰۱۶	۱/۳۱۹۹۴	۱/۷۲۱۰۹	۵/۸۹۸۵۵	۰/۱۸۱۸۱۲	۲۰

جدول ۶. مقادیر عددی شعاع ایسکو، بیشینه شار انرژی، بیشینه دما، بسامد بحرانی و بیشینه درخشندگی در تابع توزیع چگالی تیلور-سیلک به ازای $a=100 M_{BH}$, $s=1000 M_{BH}$.

$\nu L_{\max} \times 10^{36}$ [erg]	$T_{\max} \times 10^4$ [K]	$F_{\max} \times 10^{12}$ [erg s ⁻¹ cm ⁻²]	r_{isco} / M_{BH}	ε	M / M_{BH}
۲/۹۰۶۱۳	۱/۲۳۹۵۲	۱/۵۳۵۱۶	۵/۹۰۱۳۵	۰/۰۹۶۲۸۵	۵
۳/۲۹۵۶۱	۱/۲۶۰۷۵	۱/۸۹۲۱۴	۵/۸۰۱۴۹	۰/۱۳۷۱۸	۱۰
۴/۱۹۵۷۵	۱/۳۰۳۲۹	۲/۹۵۶۸	۵/۵۹۵۳۶	۰/۲۲۵۴۷	۲۰

هاله ماده تاریک به ازای مقادیر یکسانی از M و s ، با کاهش شعاع مشخصه کهکشان، a (افزایش پارامتر فشردگی)، شعاع ایسکو کاهش و در نتیجه سطح قرص افزایش می‌یابد. بنابراین مطابق شکل ۸ شار تابشی، دما و درخشندگی قرص افزایش می‌یابد. همچنین مطابق شکل ۹ به ازای مقادیر یکسانی از M و a ، با کاهش شعاع هاله تاریک، s ، نتایج مشابهی به دست می‌آید.

در شکل ۷ شار انرژی، طیف دمایی و درخشندگی قرص را برای سه توزیع چگالی مقایسه کرده‌ایم. همان‌طور که دیده می‌شود تابع توزیع ناوارو-فرانک-وایت و برکرت تفاوت زیادی از حل شوارتزشیلد ندارند. به نظر می‌رسد در کارهای رصدی اگر قرار باشد یکی از این توابع توزیع را برای تحلیل به کار ببریم، استفاده از تابع توزیع تیلور-سیلک مناسب‌تر باشد؛ زیرا تغییرات مشخص‌تری نسبت به دو تابع توزیع دیگر دارد. در شکل‌های ۸ و ۹ نقش پارامترهای توزیع چگالی a و s برای تابع چگالی تیلور-سیلک، نشان داده شده است. در حضور

مراجع

1. K Akiyama, et al., *Astrophys. J.* **875** (2019) L1.
K Akiyama, et al., *Astrophys. J.* **875** (2019) L2.
K Akiyama, et al., *Astrophys. J.* **875** (2019) L3.
K Akiyama, et al., *Astrophys. J.* **875** (2019) L4.
K Akiyama, et al., *Astrophys. J.* **875** (2019) L5.
K Akiyama, et al., *Astrophys. J.* **875** (2019) L6.
K Akiyama, et al., *Astrophys. J. Lett.* **910** (2021) L13.
2. K Akiyama, et al., *Astrophys. J. Lett.* **930** (2022) L12.
K Akiyama, et al., *Astrophys. J. Lett.* **930** (2022) L13.
K Akiyama, et al., *Astrophys. J. Lett.* **930** (2022) L14.
K Akiyama, et al., *Astrophys. J. Lett.* **930** (2022) L15.
K Akiyama, et al., *Astrophys. J. Lett.* **930** (2022) L16.
K Akiyama, et al., *Astrophys. J. Lett.* **930** (2022) L17.
3. B P Abbott, et al., *Phys. Rev. Lett.* **116** (2016) 061102.
4. J Kormendy and L C Ho, *Astron. Astrophys.* **51** (2013) 511.
5. E Chaisson and S McMillan, “*Astronomy Today*”, 9th edition. Boston: Pearson (2017).
6. A Einstein, *Ann. Math.* **40**, 4 (1939) 922.
7. A Geralico, et al., *International Journal of Modern Physics: Conference Series*, World Scientific Publishing Company. (2012).
8. F Rahaman, et al., *Phys. Rev. B* **694** (2010) 10.
9. L Sadeghian, et al., *Phys. Rev. D* **88** (2013), 063522.
10. H Zhao, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **278** (1996) 488.
11. A Burkert, *Astrophys. J.* **447** (1995) 125.
12. J F Navarro, et al., *Royal Astron. Soc.* **275**, 3 (1995).
13. L Hernquist, *Astrophys. J.* **356** (1990), 359.
14. J L Feng, *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* **48** (2010) 495.
15. J E Taylor and J Silk, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **339** (2003) 505.
16. Z Xu, et al., *J. Cosmol. Astropart. Phys.* **09** (2018) 038.
17. C Zhang, et al., *Phys. Rev. D* **104** (2021) 124082.
18. D Liu, et al. *Phys. Rev. D* **104** (2021) 104042.
19. K Jusufi, et al., *Eur. Phys. J. C* **80** (2020) 354.
20. X Hou, et al., *JCAP* **07** (2018) 015.
21. R A Konoplya and Z Stuchlík, *Phys. Lett. B* **771** (2017) 597.
22. V Cardoso, et al., *Phys. Rev. D* **105** (2022) L061501.
23. Y S Myung, *arXiv:2402.03606 [gr-qc]* (2024).
24. S V M C B Xavier, et al., *Phys. Rev. D* **107** (2023) 064040.
25. K Jusufi, et al., *Eur. Phys. J. C* **83** (2023) 103.
26. M HeydariFard and N Riazi, *Gen. Relativ. Gravit.* **57**, 2 (2025) 49.
27. R A Konoplya and A Zhidenko, *Astrophys. J.* **933**, 2 (2022) 166.
28. E Berti, V Cardoso and C M Will, *Phys. Rev. D* **73** (2006) 064030.
29. M HeydariFard and F Eghbalpoor, *IJPR*. **20** (2021) 3 (Persian).
30. M S Longair, “*High Energy Astrophysics*” Third Edition. New York: Cambridge University Press (2011).
31. D N Page and K S Thorne, *Astrophys. J.* **191** (1974) 499.
32. K S Thorne, *Astrophys. J.* **191** (1974) 507.
33. C Bambi, “*Black Hole: A Laboratory For Testing Strong Gravity*” Singapore: Springer Nature (2017).
34. W Dehnen, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **265** (1993) 250
35. W Jaffe, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **202** (1983) 995.