

بررسی اندرکنش کینک فرمبون با پتانسیل دوگانه سینوسی-گوردون

عبدالرسول قرائتی، قاسم فروزانی و امید سلطانی شیرازی*

گروه فیزیک، دانشگاه پیام نور، تهران

پست الکترونیکی: omidsoltani@student.pnu.ac.ir

(دریافت مقاله: ۲۴ / ۰۹ / ۱۴۰۳؛ دریافت نسخه نهایی: ۲۶ / ۱۰ / ۱۴۰۳)

چکیده:

در این تحقیق، طرحی شامل پتانسیلی از نوع دوگانه سینوسی-گوردون، به همراه یک لاگرانژی منحصر به فرد با جملات مربوط به میدان‌های بوزونی و فرمیونی در نظر گرفته شده است. با برخورد موج بوزونی با یک ذره فرمیونی، اثرات به وجود آمده تحلیل و بررسی می‌شوند. نکته مهم در این پژوهش این است که پتانسیل در نظر گرفته شده، پتانسیل دوگانه سینوسی-گوردون بوده که خود ضمن پیچیدگی برای اولین بار است که در اندرکنش با فرمبون مورد استفاده قرار می‌گیرد. در این تحقیق، پارامترهای λ ، ϵ ، η و β نقش بسیار کلیدی در محاسبات ایفا می‌کنند. پارامتر ϵ ضریب جملات پتانسیل دوگانه سینوسی-گوردون، λ ضریب جفت شدگی یوکاوا و همچنین پارامترهای η و β ضرایب موج بوزونی در این تحقیق هستند. در کنار این دو متغیر، پارامتر مهم v_i (سرعت برخورد ذرات بوزونی به ذره فرمیونی در حالت نسبیتی) هم در نظر گرفته می‌شود. با تغییر مقادیر عددی پارامترهای λ ، ϵ ، η ، v_i و β محاسبات لازم انجام شده است. در این محاسبات علاوه بر مقدار صحیح برای پارامتر ϵ ، مقادیر نیمه صحیح هم برای این پارامتر در نظر گرفته شده است. از موارد مهم دیگر این تحقیق، بررسی چگونگی اندرکنش بین بوزون با فرمبون و خلق اسپلون و بایون است. با انجام محاسبات به شکل سه بعدی، سعی شده تا بتوان ذرات بنیادی و اندرکنش بین آنها را بهتر و دقیق‌تر درک کرد. واژه‌های کلیدی: کینک، پادکینک، بوزون، بایون، فرمبون، اسپلون، میدان فرمیونی، میدان دیراک

۱. مقدمه

پادکینک دو جزء مهم در امواج جایگزیده و سالتون‌ها بوده و کاربردهایی در علوم برگرفته از فیزیک دارند. از جمله این کاربردها پلیمرها [۳]، اتصالات جوزفسون [۴]، دی ان ای [۵]، شکل‌گیری ساختار گرافن [۶] و جابه‌جایی سطوح در مایعات کم عمق [۷] هستند. تحقیقات انجام شده در این زمینه شامل دو نوع پتانسیل، یکی مدل معروف ϕ^4 و دیگری مدل سینوسی-گوردون است. هر کدام از این مدل‌ها کاربرد و ویژگی‌های خود را دارند. مدل اول جواب‌های منزوی داشته و مدل دوم شامل جواب‌های متنوع و خوش رفتار سالتونی [۸-۱۰] است. چند مورد از تحقیقات جالب توجه و جدید در زمینه سالتون‌ها و شکل‌گیری امواج منفرد عبارتند از: کینک‌های

میدان‌های خطی و غیرخطی در فیزیک کاربردهای وسیعی دارند. از ویژگی‌های مهم در کاربرد میدان‌های غیرخطی این است که این نوع میدان‌ها شامل امواج منفرد جایگزیده بوده و سالتون‌ها در این دسته جای دارند. موج سالتونی ساختاری جایگزیده دارد و در انتشار، شکل و اندازه خود را حفظ می‌کند. یکی از خواص منحصر به فرد سالتون‌ها این است که در اثر برخورد، به غیر از فاز بقیه خصوصیات آنها حفظ می‌شود. این خصوصیت جایگزیدگی سالتون‌ها بسیار مهم است و در پدیده‌هایی مانند اسکای میون، ورتکس و تک قطبی مغناطیسی [۲-۱]، مشاهده می‌شود. کینک و

متغیر^۱ [۱۱-۱۲]، حالت‌های شبه طبیعی در کینک و پادکینک [۱۳-۱۴]، کینک‌ها با اثرات دور برد [۱۵-۱۸] و کوتاه برد [۱۹].

این تحقیق بخش‌های مختلفی دارد. در این بخش‌ها پس از بیان لاگرانژی و به دست آوردن معادلات حرکت، پارامترهای مهم به دست آمده در دو حالت ایستایی و نسبیتی تجزیه و تحلیل شده و نتایج در شکل‌های مربوطه نشان داده می‌شود. در پایان مجموع اطلاعات به دست آمده مقایسه و نتیجه‌گیری می‌شود.

۲. مدل فیزیکی

$$L = \frac{1}{4} \partial_u \phi \partial^u \phi + \frac{1}{4} i \bar{\psi} \gamma^u \partial_u \psi - \sqrt{\frac{\lambda}{2}} \phi \bar{\psi} \psi - V(\phi), \quad (۱)$$

این لاگرانژی شامل چهار جمله است. جمله اول میدان بوزونی را نشان می‌دهد. جمله دوم میدان دیراک ذره فرمیونی است. جمله سوم برهم‌کنش بین بوزون و فرمیون بوده و ضریب این جمله ضریب جفت‌شدگی یوکاوا است. جمله آخر پتانسیل دوگانه سینوسی-گوردون به شکل رابطه (۲) است.

$$V(\phi) = [1 + \varepsilon - \cos(\phi) - \varepsilon \cos(2\phi)], \quad (۲)$$

با در نظر گرفتن مقادیر عددی برای ε در رابطه (۲) می‌توان این پتانسیل را در شکل ۱ رسم کرد.

در شکل ۱ تابع پتانسیل دوگانه سینوسی-گوردون به ازای مقادیر صحیح ε رسم شده است. به ازای $\varepsilon = 0$ پتانسیل دوگانه به پتانسیل معمولی سینوسی-گوردون تبدیل می‌شود. با جایگذاری پتانسیل رابطه (۲) در رابطه (۱) داریم:

$$L = \frac{1}{4} \partial_u \phi \partial^u \phi + \frac{1}{4} i \bar{\psi} \gamma^u \partial_u \psi - \sqrt{\frac{\lambda}{2}} \phi \bar{\psi} \psi - [1 + \varepsilon - \cos(\phi) - \varepsilon \cos(2\phi)], \quad (۳)$$

با جانشانی $\phi = \phi_0 \chi$ و $\sqrt{\frac{\lambda}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2\phi_0}$ در رابطه (۳) داریم:

$$L = \frac{\phi_0^2}{4} \partial_u \chi \partial^u \chi + \frac{1}{4} i \bar{\psi} \gamma^u \partial_u \psi - \frac{\sqrt{2}}{2} \chi \bar{\psi} \psi - [1 + \varepsilon - \cos(\phi_0 \chi) - \varepsilon \cos(2\phi_0 \chi)], \quad (۴)$$

در رابطه (۴)، متغیر χ تابع موج بوزونی است. در مرحله بعد برای محاسبه روابط حرکت از رابطه (۴) برحسب $\bar{\psi}$ و χ مشتق‌گیری کرده و پس از محاسبات ریاضی روابط (۵) و (۶) استخراج می‌شوند:

$$i \gamma^u \partial_u \psi - \sqrt{2} \phi_0 \psi = 0, \quad (۵)$$

$$\frac{\phi_0^2}{4} \partial_u \partial^u \chi + \phi_0 [\sin(\phi_0 \chi) + 2\varepsilon \sin(2\phi_0 \chi)] + \frac{\sqrt{2}}{2} \psi \bar{\psi} = 0. \quad (۶)$$

۳. حالت‌های مقید

در این مرحله، تابع ψ که تابع موج ذره فرمیونی بوده با اعمال رابطه (۷) به رابطه (۵) به دو مؤلفه زمانی و مکانی تجزیه می‌شود.

$$\psi = e^{-iEt} (u(x) \ v(x))^T, \quad (۷)$$

$$\gamma^1 = i\sigma_2, \quad (۸)$$

$$\gamma^3 = \sigma_1, \quad (۹)$$

در روابط بالا، $u(x)$ و $v(x)$ توابعی حقیقی از x و γ^i و σ_i به ترتیب ماتریس‌های دیراک و پاولی هستند. با جانشانی مقادیر (۷) تا (۹) در روابط (۵) و (۶) داریم:

$$Eu(x) + v'(x) - \sqrt{2} \chi v(x) = 0, \quad (۱۰)$$

$$Ev(x) - u'(x) - \sqrt{2} \chi u(x) = 0, \quad (۱۱)$$

$$\frac{\phi_0^2}{4} \partial_u \partial^u \chi + \phi_0 [\sin(\phi_0 \chi) + 2\varepsilon \sin(2\phi_0 \chi)] + \frac{\sqrt{2}}{2} u(x) v(x) = 0, \quad (۱۲)$$

در این تحقیق، برای موج بوزونی یک جواب تحت شرایط $\chi(x \rightarrow \pm\infty) = \pm 1$ به شکل رابطه (۱۳) در نظر گرفته می‌شود:

$$\chi = \eta \tanh(\beta x), \quad (۱۳)$$

این پاسخ بسیار نزدیک به پاسخ تحلیلی پتانسیل دوگانه سینوسی-گوردون است [۲۰]. در رابطه (۱۳) پارامترهای η و β متغیرهای موج بوزونی هستند.

۴. حالت انرژی بیشینه

اگر برای موج بوزونی شرایطی حدی در مبدأ و بینهایت به صورت

$$(x \rightarrow \pm\infty: \chi' = 0, \psi' = (0, 0)^T, u' = v' = 0)$$

این شرایط را به روابط (۱۰) و (۱۱) اعمال کنیم، داریم:

$$E = \pm\sqrt{2}, \quad (14)$$

این سطوح حد انرژی حالت آستانه^۱ هستند. در مرحله بعد اگر روابط (۱۰) تا (۱۳) را در نظر بگیریم، با فرض $\eta = 1$ ، $\beta = 0.7$ و استفاده از روش محاسبات عددی و تحلیلی با کمک نرم افزار میپل، با در نظر گرفتن مقدار بیشینه مثبت انرژی، مقادیر عددی ϕ_0 و E محاسبه، جمع آوری و در شکل ۲ رسم می شود. در شکل ۲، مقادیر انرژی فرمیونی بر حسب پتانسیل موج بوزونی ϕ_0 برای مقادیر صحیح ε رسم شده است. در این شکل مقادیر بیشینه انرژی برای هر سه حالت به سمت $E = 1/3$ یا انرژی حالت بیشینه نزدیک شده و با افزایش مقدار ϕ_0 از این حالت، مقدار E کاهش یافته و به مقدار $E = 0.2$ میل می کند. در این شکل برای سه حالت ε سه مقدار بیشینه برای انرژی فرمیون و پتانسیل موج بوزونی مشاهده می شود.

در بخش های بعد چنانچه خواهیم دید، در این نقاط به علت بالا بودن مقدار انرژی ذره فرمیونی و پتانسیل موج بوزونی، برای یک برخورد شدید بین ذرات بنیادی، شرایط و بستر کار مناسب بوده و موج بوزونی به ذره فرمیونی کاملاً نزدیک شده و احتمال یک اندرکنش قوی بین ذرات بالا است.

۵. حالات نسبیتی

در این بخش، با استفاده از روابط (۱۰) تا (۱۲) و (۱۵) می توانیم مؤلفه های مختلط مکانی میدان فرمیونی را محاسبه کنیم:

$$\psi = (u_1 + iu_2, v_1 + iv_2)^T, \quad (15)$$

با اعمال رابطه (۱۵) به روابط (۱۰) تا (۱۲) داریم:

$$u_1 = -\partial_x v_2 + \sqrt{2}\chi v_2, \quad (16)$$

$$u_2 = \partial_x v_1 - \sqrt{2}\chi v_1, \quad (17)$$

$$v_1 = \partial_x u_2 + \sqrt{2}\chi u_2, \quad (18)$$

$$v_2 = -\partial_x u_1 - \sqrt{2}\chi u_1, \quad (19)$$

$$\ddot{\chi} - \chi'' + \frac{2}{\phi_0} [\sin(\phi_0 \chi) + 2\varepsilon \sin(2\phi_0 \chi)] - \frac{2\sqrt{2}}{\phi_0^2} (u_1 v_1 + u_2 v_2) = 0, \quad (20)$$

اگر تبدیل لورنتس رابطه (۲۱) را در نظر بگیریم:

$$\chi(x, t) = \chi_k(x + x_s, t; v_i) - \chi_k(x - x_s, t; -v_i) - 1, \quad (21)$$

با فرض $c = 1$ و جانشانی رابطه (۲۱) در روابط (۱۶) تا (۲۰) و مقادیر عددی $\eta = 1$ ، $\beta = 1$ و با استفاده از نرم افزار میپل مقادیر ϕ_0 و v_i را به ازای مقدار $\varepsilon = 1$ را محاسبه و نتایج را پس از جمع آوری در شکل ۳ رسم می کنیم.

چنانچه در شکل ۳ دیده می شود مقادیر ϕ_0 یا پتانسیل موج بوزونی برای مقدار $\varepsilon = 1$ در نواحی $\phi_0 = 0.5$ تا $\phi_0 = 0.6$ دارای طیف روشن تری است که با افزایش سرعت از $v_i = 0.2$ تا $v_i = 0.6$ این طیف روشن تر شده و احتمال اندرکنش بین بوزون و فرمیون در این نواحی بیشتر است.

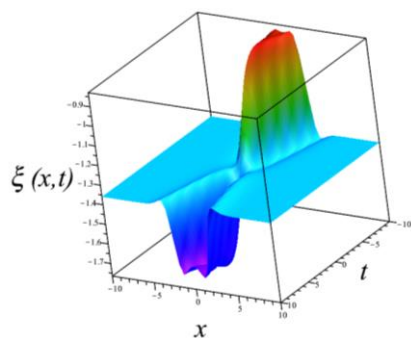
همچنین چنانچه در شکل ۳ مشاهده می شود محدوده تغییرات بیشینه پتانسیل موج بوزونی $\phi_0 = 0.5$ تا $\phi_0 = 0.6$ و فصل مشترک $\phi_0 \approx 0.58$ با شکل ۲ همخوانی دارد.

۶. برخورد نسبیتی

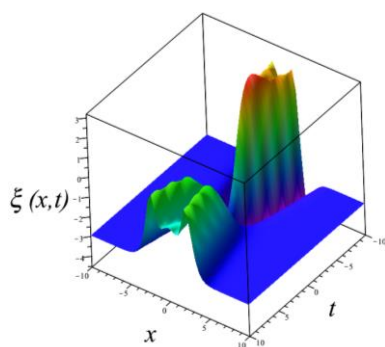
در این قسمت با در نظر گرفتن مقادیر عددی برای ϕ_0 و v_i موج بوزونی با ذره فرمیونی برخورد داده می شود و سپس با در نظر گرفتن مقادیر عددی $\eta = 1$ ، $\beta = 1$ نتایج به دست آمده برای مقادیر مختلف ε رسم خواهد شد.

الف) $\varepsilon = 0$

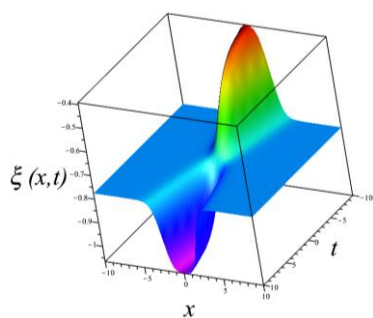
در این بخش، به ازای مقدار عددی $\varepsilon = 0$ با تغییر مقدار عددی ϕ_0 محاسبات انجام و نتایج رسم می شود. در این محاسبات محدوده تغییرات ϕ_0 مطابق شکل ۲ است و با توجه به این دامنه تغییرات، برای پتانسیل بوزونی در مقدار عددی $\phi_0 = 1/12$ انرژی فرمیون مقدار حداکثر را دارد.



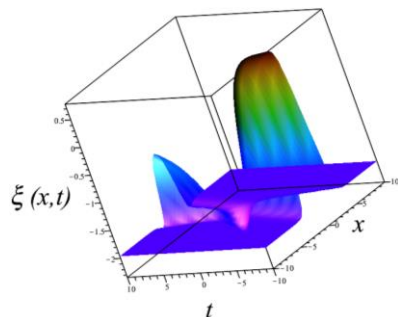
شکل ۵. اندرکنش بین موج بوزونی با ذره فرمیون به ازای مقادیر عددی $\varepsilon=0$ ، $\phi_0=0/5$ و $v_i=0/2$.



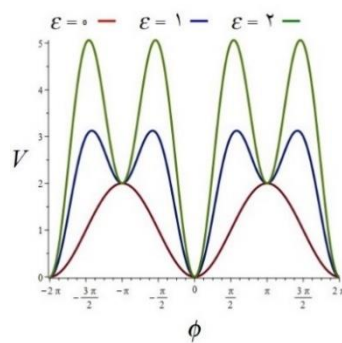
شکل ۶. اندرکنش بین موج بوزونی با ذره فرمیون به ازای مقادیر عددی $\varepsilon=0$ ، $\phi_0=2$ و $v_i=0/2$.



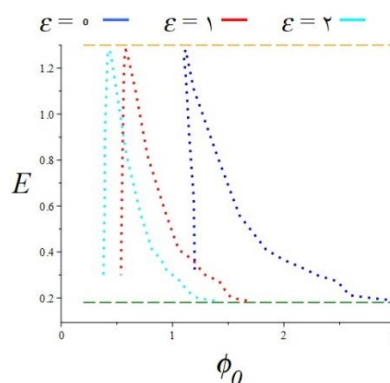
شکل ۷. اندرکنش بین موج بوزونی با ذره فرمیون به ازای مقادیر عددی $\varepsilon=1$ ، $\phi_0=0/2$ و $v_i=0/2$.



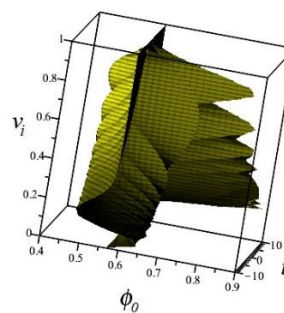
شکل ۸. اندرکنش بین موج بوزونی با ذره فرمیون به ازای مقادیر عددی $\varepsilon=1$ ، $\phi_0=0/58$ و $v_i=0/2$.



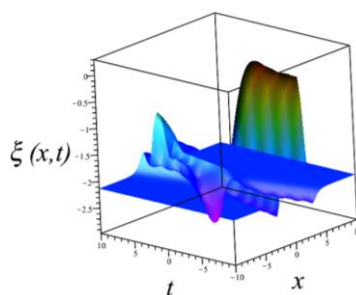
شکل ۱. تابع پتانسیل دوگانه سینوسی-گوردون برای مقادیر صحیح ε .



شکل ۲. تابع انرژی فرمیونی بر حسب پتانسیل موج بوزونی برای مقادیر صحیح ε .



شکل ۳. تابع پتانسیل موج بوزونی بر حسب تغییرات سرعت نسبیتی در مقدار $\varepsilon=1$.



شکل ۴. اندرکنش بین موج بوزونی با ذره فرمیون به ازای مقادیر عددی $\varepsilon=0$ ، $\phi_0=1/12$ و $v_i=0/2$.

بوزونی و ذره فرمیونی با مقادیر عددی بالا اندرکنش قوی بین این دو صورت می‌گیرد. بر اثر این اندرکنش بین موج بوزونی و ذره فرمیونی یک جهش به شکل حفره فرورفته تشکیل شده است. در شکل ۹، مشاهده می‌شود به ازای مقادیر عددی $\epsilon=1$ ، $\phi_0=1$ و $v_i=0/2$ اندرکنش کینک-پادکینک در حضور ذره فرمیونی رخ داده ولی با توجه به شکل ۲ و بیشینه نبودن مقادیر پتانسیل و انرژی، پدیده جهش به صورت برآمدگی یا فرورفتگی تولید نشده است. در این اندرکنش یک جفت در حال شکل‌گیری است.

(ج) $\epsilon=2$

در این مرحله با افزایش مقدار ϵ به $\epsilon=2$ و تغییر مقدار عددی ϕ_0 محاسبات دوباره مانند دو بخش الف و ب تکرار و نتایج رسم می‌شوند. محدوده تغییرات مقدار عددی پارامتر ϕ_0 با توجه به نمودار شکل ۲ انتخاب شده است. برای شروع کار و شبیه‌سازی برخورد بین ذرات، یک نقطه بیشینه و دو نقطه در محدوده انرژی جذب کننده و دفع کننده در نظر گرفته می‌شود. در ادامه، با استفاده از نرم افزار میپل برخورد بین ذرات در شرایط مختلف شبیه‌سازی شده و اطلاعات به دست آمده جمع‌آوری و شکل‌ها توسط این نرم افزار رسم می‌شوند.

همان‌طور که در شکل ۱۰ مشاهده می‌شود، به ازای مقادیر عددی $\epsilon=2$ ، $\phi_0=0/2$ و $v_i=0/2$ موج بوزونی به ذره فرمیون نزدیک شده و با توجه به شکل ۲ و بیشینه نبودن مقادیر پتانسیل و انرژی، به صورت بازتاب از سمت دیگر فضا زمان خارج می‌شود.

در شکل ۱۱ مشاهده می‌شود که به ازای مقادیر عددی $\epsilon=2$ ، $\phi_0=0/435$ و $v_i=0/7$ اندرکنش موج بوزونی و ذره فرمیونی رخ داده و با توجه به شکل ۲ و بیشینه بودن مقادیر پتانسیل و انرژی، پدیده جهش تولید شده و در نقطه صفر فضا زمان در مرکز، این پدیده به صورت فرورفتگی شکل گرفته است.

در شکل ۱۲ مشاهده می‌شود به ازای مقادیر عددی $\epsilon=2$ ، $\phi_0=1$ و $v_i=0/2$ اندرکنش کینک-پادکینک در حضور ذره فرمیونی رخ داده و شبیه حالات قبل یک جفت در حال شکل‌گیری است.

(د) $\epsilon=0/5$

در این مرحله، مقدار ϵ به مقدار غیر صحیح $\epsilon=0/5$ تغییر داده شده و اگر محاسبات به ازای مقادیر $\epsilon=0/5$ ، $\phi_0=0/7$ و $v_i=0/2$

در شکل ۴ مشاهده می‌شود که به ازای مقادیر عددی $v_i=0/2$ ، $\phi_0=1/12$ و $\epsilon=0$ اندرکنش کینک-پادکینک با فرمیون رخ داده و در فضا زمان و نقطه $x=t=0$ به علت برخورد بین موج بوزون و ذره فرمیون یک جهش^۱ به صورت برآمدگی شکل گرفته است. در این حالت طبق شکل ۲ پتانسیل بوزونی و انرژی فرمیونی در مقدار حداکثر بوده و موج بوزونی با شدت با فرمیون برخورد کرده است و احتمال اندرکنش بالا بوده و حاصل اندرکنش شدید موج بوزونی با ذره فرمیونی یک جهش با شکل حفره به سمت پایین تشکیل می‌شود.

در شکل ۵ مشاهده می‌شود به ازای مقادیر عددی $\epsilon=0$ ، $\phi_0=0/5$ و $v_i=0/2$ موج بوزونی به ذره فرمیون نزدیک شده و بدون اندرکنش قوی یا تولید جهش از سمت دیگر خارج می‌شود. در شکل ۶ مشاهده می‌شود به ازای مقادیر عددی $\epsilon=0$ ، $\phi_0=0/2$ و $v_i=0/2$ اندرکنش کینک با ذره فرمیونی رخ داده و موج بوزونی در خروج دوقسمت شده و در اثر این اندرکنش در محدوده مشخص شده در فضا زمان یک جفت ذره در حال شکل‌گیری است.

(ب) $\epsilon=1$

در این بخش مانند قبل به ازای مقدار عددی $\epsilon=1$ با تغییر مقدار عددی ϕ_0 محاسبات را دوباره انجام داده و نتایج رسم می‌شوند. در محاسبات انجام شده محدوده تغییرات ϕ_0 مطابق شکل ۲ در نظر گرفته شده است.

مقادیر انتخابی برای ϕ_0 شامل مقادیر انرژی جذب و دفع کننده و مقدار بیشینه در شکل ۲ برای مقدار عددی $\epsilon=1$ (ضریب پتانسیل دوگانه سینوسی گوردون) است.

در شکل ۷ مشاهده می‌شود به ازای مقادیر عددی $\epsilon=1$ ، $\phi_0=0/2$ و $v_i=0/2$ موج بوزونی به ذره فرمیون نزدیک شده و به شکل بازتاب از سمت دیگر خارج می‌شود.

در شکل ۸، به ازای مقادیر عددی $\epsilon=1$ ، $\phi_0=0/58$ و $v_i=0/2$ اندرکنش کینک-پادکینک با فرمیون رخ داده است. به دنبال این اندرکنش در فضا زمان در نقطه $x=t=0$ یک جهش شکل گرفته است. در این حالت مطابق شکل ۲ پتانسیل بوزونی و انرژی فرمیونی در مقدار حداکثر بوده و در پی برخورد مستقیم بین موج

زوج ذره شکل گرفته به پادکینک تبدیل و از فضا زمان به همین صورت خارج می‌شود.

در شکل ۱۷ سرعت موج بوزونی به مقدار $v_i = 0.4$ تغییر کرده و ضمن تشکیل پدیده جهش، دامنه نوسانات، تقویت و شدیدتر می‌شود.

در شکل ۱۸ سرعت موج بوزونی به مقدار $v_i = 0.9$ تغییر کرده و پس از برخورد کینک با ذره فرمیون و انجام اندرکنش، در ابتدا در نقطه صفر فضا زمان پدیده جهش رخ می‌دهد و در انتها حاصل این اندرکنش به صورت پادکینک از فضا زمان خارج می‌شود. بر اساس شکل ۱۸ در قسمت تحتانی کینک و پاد کینک، دامنه نوسانات بزرگ‌تر شده است. با توجه به شکل های ۱۵ تا ۱۸ در می‌یابیم که با افزایش سرعت موج بوزونی جهش و برآمدگی زیرین نازک‌تر و نوسانات شدیدتر می‌شوند.

۸. حالت‌های بحرانی

در این بخش، با در نظر گرفتن مقادیر عددی ویژه برای پتانسیل موج بوزونی و اعمال این مقادیر به نرم افزار میپل حالات خاصی شبیه‌سازی می‌شوند. در این تحقیق شرایط برخورد ذرات به حالت بحرانی برده شده و پدیده‌های اتفاق افتاده بررسی می‌شوند. برای شروع سرعت موج بوزونی در مقدار ثابت $v_i = 0.7$ در نظر گرفته می‌شود.

با تغییر مقادیر عددی ε و ϕ_0 ، اندرکنش بین موج بوزونی با فرمیون بررسی و نتایج در شکل های ۱۹، ۲۰، ۲۱ رسم شده‌اند.

در شکل ۱۹ با اعمال مقادیر عددی $\varepsilon = 0$ ، $\phi_0 = 2/5$ و $v_i = 0.7$ به فضا زمان مشاهده می‌شود که موج بوزونی و فرمیون اندرکنش انجام می‌دهند.

نکته مهم در این شکل این است که کینک ورودی در مجاورت ذره بوزونی ابتدا زنجیر اسیلون^۱ تشکیل می‌دهد و بعد از اندرکنش، زنجیر اسیلون در فاز مخالف به کینک تبدیل شده و در نهایت کینک از محیط خارج می‌شود.

در این شکل، پس از اندرکنش بین اسیلون و فرمیون پدیده جهش رخ داده است. با افزایش سرعت موج بوزونی دامنه نوسانات بزرگ‌تر شده و احتمال تشکیل زنجیر اسیلونی بیشتر می‌شود.

v_i انجام شود، نتایجی مطابق با شکل ۱۳ به دست می‌آید.

چنانچه در شکل ۱۳ مشاهده می‌شود، با اعمال مقادیر عددی $\varepsilon = 0.5$ ، $\phi_0 = 0.7$ و $v_i = 0.2$ اندرکنش قوی بین کینک و پادکینک رخ داده و پدیده جهش تولید می‌شود.

(ه) $\varepsilon = 0.75$

در این مرحله، مقدار ε به مقدار غیرصحیح $\varepsilon = 0.75$ تغییر داده می‌شود. به ازای مقادیر عددی $\varepsilon = 0.75$ ، $\phi_0 = 0.6$ و $v_i = 0.2$ محاسبات انجام شده و نتایج در شکل ۱۴ ارائه می‌شود.

چنانچه در شکل ۱۴ مشاهده شده، به ازای مقادیر عددی $\varepsilon = 0.75$ ، $\phi_0 = 0.6$ و $v_i = 0.2$ اندرکنش کینک-پادکینک رخ داده و پدیده جهش تولید می‌شود. لزوم تشکیل جهش یک برخورد قوی است.

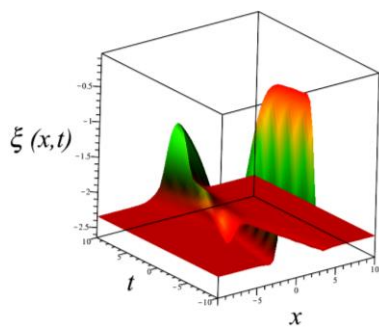
۷. تغییرات سرعت برخورد

در این بخش، برای مقادیر ثابت $\varepsilon = 0$ و $\phi_0 = 1/12$ ، با تغییر سرعت برخورد موج بوزونی v_i تغییرات در اندرکنش موج بوزونی با ذره فرمیونی بررسی می‌شود.

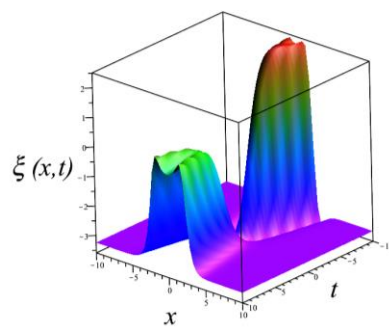
برای شروع، سرعت برخورد موج بوزونی در چهار مرحله، از مقادیر کم تا زیاد انتخاب شده است. با افزایش سرعت، انرژی جنبشی و شدت برخورد بوزون به فرمیون افزایش یافته و این مسئله باعث تشکیل پدیده‌های مهمی در اندرکنش بین موج بوزونی و ذره فرمونی خواهد شد که نتایج به دست آمده جمع‌آوری و تفسیر می‌شوند.

در شکل ۱۵ با اعمال سرعت موج بوزونی به مقدار $v_i = 0.1$ مشاهده می‌شود در نقطه صفر فضا زمان، کینک با فرمیون برخورد کرده و پدیده جهش به شکل حفره تشکیل شده است. در سوی مقابل، با گذشت زمان این جهش در حال تبدیل شدن به زوج ذره است.

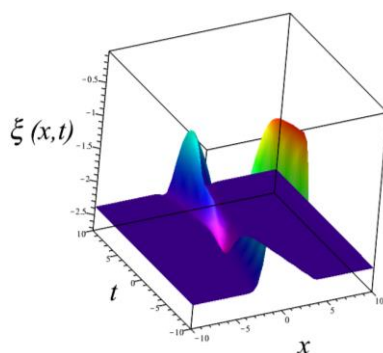
در شکل ۱۶ با اعمال سرعت موج بوزونی به مقدار $v_i = 0.2$ در نقطه صفر فضا زمان، کینک با پادکینک در حضور فرمیون برخورد کرده و پدیده جهش به شکل حفره تولید شده است. با توجه به لبه های زیرین مشاهده می‌شود که در کسری از زمان



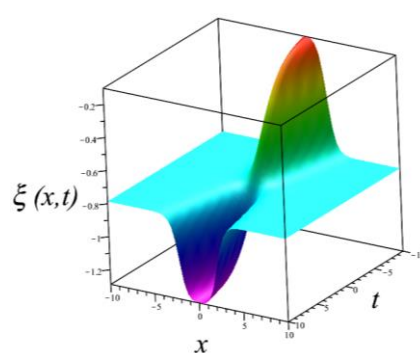
شکل ۱۳. اندرکنش بین موج بوزونی با ذره فرمیون به ازای مقادیر عددی $\varepsilon = 0.5$ ، $\phi_0 = 0.7$ و $v_i = 0.2$.



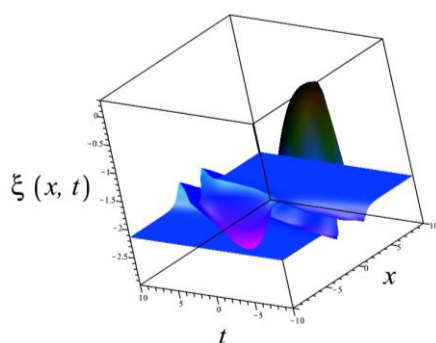
شکل ۹. اندرکنش بین موج بوزونی با ذره فرمیون به ازای مقادیر عددی $\varepsilon = 1$ ، $\phi_0 = 1$ و $v_i = 0.2$.



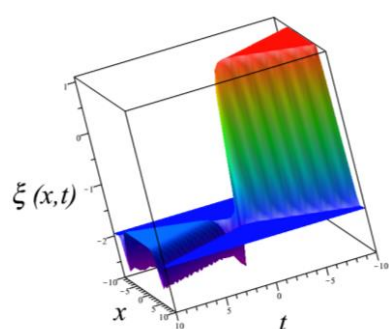
شکل ۱۴. اندرکنش بین موج بوزونی با ذره فرمیون به ازای مقادیر عددی $\varepsilon = 0.75$ ، $\phi_0 = 0.6$ و $v_i = 0.2$.



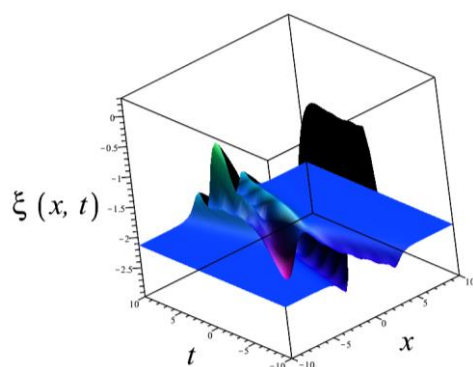
شکل ۱۰. اندرکنش بین موج بوزونی با ذره فرمیون به ازای مقادیر عددی $\varepsilon = 2$ ، $\phi_0 = 0.2$ و $v_i = 0.2$.



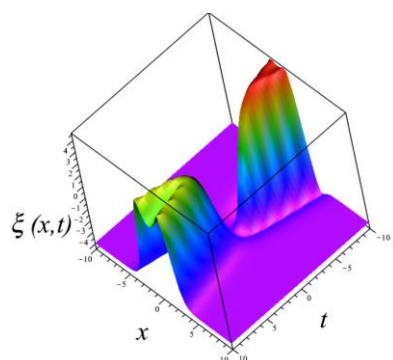
شکل ۱۵. اندرکنش موج بوزونی با ذره فرمیون در شرایط $\varepsilon = 0$ ، عددی $\phi_0 = 1/12$ و $v_i = 0.1$.



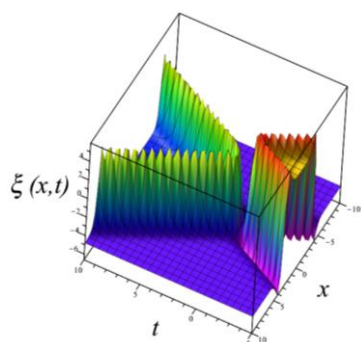
شکل ۱۱. اندرکنش بین موج بوزونی با ذره فرمیون به ازای مقادیر عددی $\varepsilon = 2$ ، $\phi_0 = 0.435$ و $v_i = 0.7$.



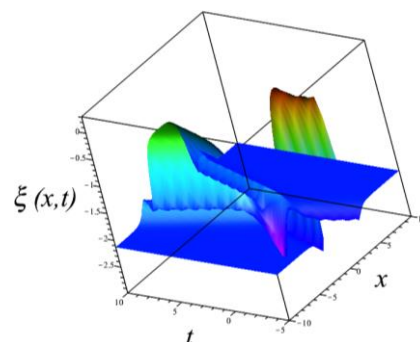
شکل ۱۶. اندرکنش بین موج بوزونی با ذره فرمیون در شرایط $\varepsilon = 0$ ، عددی $\phi_0 = 1/12$ و $v_i = 0.2$.



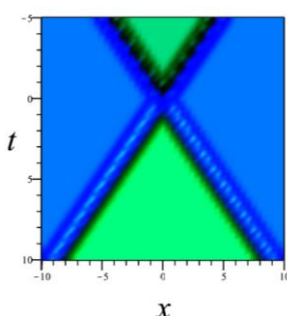
شکل ۱۲. اندرکنش بین موج بوزونی با ذره فرمیون به ازای مقادیر عددی $\varepsilon = 2$ ، $\phi_0 = 1$ و $v_i = 0.2$.



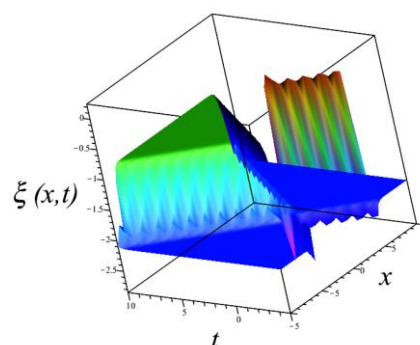
شکل ۲۱. اندرکنش موج بوزونی با فرمیون به ازای مقادیر عددی $\varepsilon=2$ ، $\phi_0=1/2$ و $v_i=0/7$.



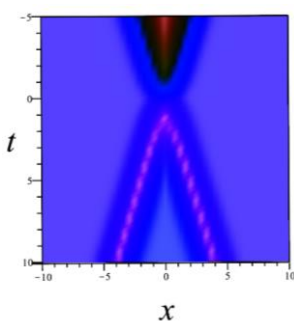
شکل ۱۷. اندرکنش موج بوزونی با ذره فرمیون در شرایط $\varepsilon=0$ ، $\phi_0=1/12$ و $v_i=0/4$.



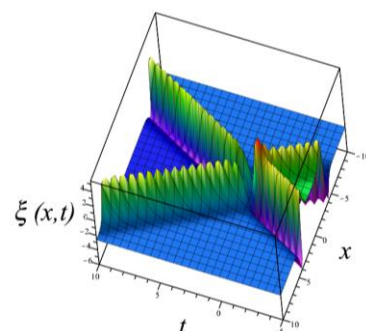
شکل ۲۲. اندرکنش موج بوزونی با فرمیون به ازای مقادیر عددی $\varepsilon=0$ ، $\phi_0=1/12$ و $v_i=0/9$.



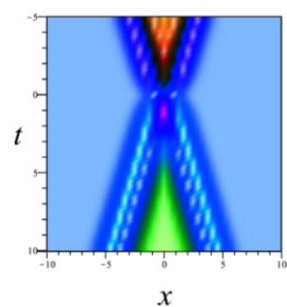
شکل ۱۸. اندرکنش بین موج بوزونی با ذره فرمیون در شرایط $\varepsilon=0$ ، $\phi_0=1/12$ و $v_i=0/9$.



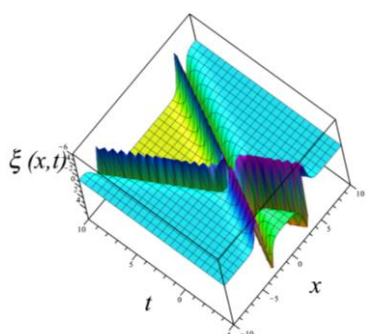
شکل ۲۳. اندرکنش موج بوزونی با فرمیون به ازای مقادیر عددی $\varepsilon=2$ ، $\phi_0=0/435$ و $v_i=0/4$.



شکل ۱۹. اندرکنش موج بوزونی با فرمیون به ازای مقادیر عددی $\varepsilon=0$ ، $\phi_0=2/5$ و $v_i=0/7$.



شکل ۲۴. اندرکنش موج بوزونی با فرمیون به ازای مقادیر عددی $\varepsilon=0$ ، $\phi_0=1/12$ و $v_i=0/4$.



شکل ۲۰. اندرکنش موج بوزونی با فرمیون به ازای مقادیر عددی $\varepsilon=1$ ، $\phi_0=1/7$ و $v_i=0/7$.

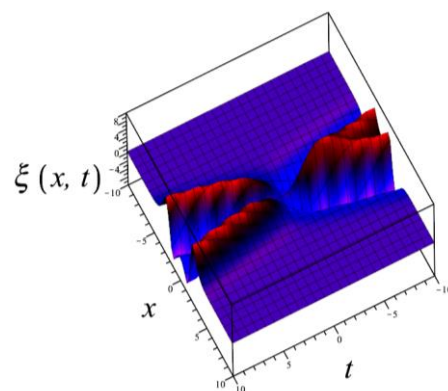
سپس در فضا زمان پدیده بایون^۱ تولید می‌شود. در انتها در سمت مقابل فضا زمان و در محدوده مشخص شده کینک تشکیل و از محدوده خارج می‌شود.

در شکل ۲۵ یک برخورد بین بوزون و فرمیون در محدوده مشخص شده از فضا زمان را که منجر به تولید زوج دوگانه شده، می‌توان مشاهده کرد. در این شبیه‌سازی با در نظر گرفتن مقادیر عددی $\varepsilon=0$ ، $\phi_0=3$ و $v_i=0/2$ موج بوزونی به ذره فرمیونی نزدیک شده و پس از اندرکنش به دو قسمت تقسیم می‌شود و هر کدام از این دو قسمت یک ذره از زوج ذرات را نشان می‌دهد.

۱۰. نتیجه‌گیری

در این تحقیق، مدل دوگانه سینوسی-گوردون به همراه میدان دیراک مورد مطالعه قرار گرفته و با در نظر گرفتن یک لاگرانژی مطابق با این مدل، با انجام عملیات ریاضی، معادلات حرکت استخراج شدند. در محاسبات انجام شده با توجه به شکل ۲، دو حالت جذب کننده و دفع کننده برای انرژی مورد بررسی قرار گرفت. در این تحقیق با بردن بوزون‌ها به حالت نسبیتی و سرعت دادن به آنها در شرایط مختلف، برخورد بوزون با فرمیون انجام و نتایج در شکل‌ها ارائه شدند.

در این تحقیق، پارامترهای مهم مانند λ ، ε ، β ، η ، ϕ_0 و v_i مورد مطالعه قرار گرفته و با تغییرات ویژه‌ای در مقادیر عددی این متغیرها، برخورد بین ذرات انجام و نتایج جمع‌آوری شدند. در این پژوهش، برای حل روابط از روش‌های تحلیلی و عددی با همراهی نرم افزار میپل استفاده شد. با استفاده از مقادیر عددی به دست آمده از شکل ۲ برخوردهای سخت انجام و پدیده جهش مشاهده شد. در ادامه، به دو سوی انرژی جذب کننده و دفع کننده رفته و با تغییر متغیر ϕ_0 هر دو حالت انرژی در برخوردها مورد آزمایش قرار گرفت و نتایج در شکل‌ها ارائه شدند. در محدوده پایین حالت انرژی جذب کننده مشاهده شد که موج بوزونی با ذره فرمیونی اندرکنش انجام داده و به صورت بازتاب یافته از فضا زمان خارج می‌شود. در حالت انرژی بیشینه در تمام حالات ε برخورد شدید بین موج بوزونی و ذره



شکل ۲۵. اندرکنش موج بوزونی با فرمیون با ازای مقادیر عددی $\varepsilon=0$ ، $\phi_0=3$ و $v_i=0/2$.

در شکل‌های ۲۰ و ۲۱ نیز پدیده‌های مشابهی رخ داده و در حالت $\varepsilon=2$ دامنه زنجیر اسیلون به بیشترین مقدار می‌رسد. در هر سه شکل قبل مشاهده می‌شود موج بوزونی پس از ورود به فضا زمان، زنجیر اسیلون تشکیل می‌دهد و بعد از اندرکنش با فرمیون، اسیلون به کینک تبدیل شده و در نهایت در تمامی حالات پس از اندرکنش، کینک از فضا زمان خارج می‌شود. در شکل ۱۹ علاوه بر موارد ذکر شده، پدیده جهش به صورت برآمدگی در محل برخورد تشکیل شده است.

۹. حالت‌های خاص

در این بخش از تحقیق گزیده‌ای از محاسبات انجام شده، انتخاب و جهت بررسی ارائه می‌شود.

در شکل ۲۲ با اعمال مقادیر $\varepsilon=0$ ، $\phi_0=1/12$ و $v_i=0/9$ به فضا زمان، پس از اندرکنش کینک با ذره فرمیونی ابتدا زنجیر اسیلون تشکیل شده و پس از گذشت کسری از زمان اسیلون به پادکینک تبدیل و از محدوده فضا زمان مشخص شده خارج می‌شود.

در شکل ۲۳ با اعمال $\varepsilon=2$ ، $\phi_0=0/435$ و $v_i=0/4$ به فضا زمان پس از اندرکنش بین موج بوزونی و ذره فرمیون، پدیده اسیلون تشکیل شده است. اسیلون تشکیل شده در انتها به کینک تبدیل و از محدوده فضا زمان خارج می‌شود.

در شکل ۲۴ با توجه به مقادیر عددی $\varepsilon=0$ ، $\phi_0=1/12$ و $v_i=0/4$ پس از اندرکنش بین موج بوزونی با ذره فرمیونی، ابتدا به علت برخورد قوی بین ذرات در فضا زمان یک جهش تولید و

و نتایج در شکل‌ها مشاهده شدند. در این تحقیق، نرم افزار میپل مانند یک شتاب دهنده مجازی عمل کرد و برخوردها را در مقادیر عددی پارامترهای ϵ ، ϕ_0 و v_i انجام داد و نتایجی جذاب و منطقی به ما ارائه کرد.

فرمیونی رخ داده و منجر به تولید جهش یا حفره در فضا زمان شد. در حالت انرژی دفع کننده مشاهده شد که برای تمام مقادیر ϵ پس از اندرکنش موج بوزونی با ذره فرمیونی احتمال تولید پدیده تولید زوج ذره بیشتر می‌شود. در این تحقیق، با اعمال مقدار خاص عددی به متغیرهای ϕ_0 و v_i اسیلون و بایون تولید

مراجع

1. R Rajaraman, "Solitons and instantons", North Holland, Amsterdam, The Netherlands (1982).
2. N Manton and P Sutcliffe, "Topological solitons", Cambridge University Press, Cambridge, U.K. (2004).
3. W P Su, J R Schrieffer, and A J Heeger, *Phys. Rev. Lett.* **42** (1979) 1698[INSPIRE].
4. A V Ustinov, *Phys. D* **123** (1998) 315.
5. L V Yakushevich, "Nonlinear physics of DNA", John Wiley & Sons, Hoboken, NJ, U.S.A. (2006).
6. R D Yamaletdinov, V A Slipko, and Y V Pershin, *Phys. Rev. B* **96** (2017) 094306.
7. B Denardo, et al., *Phys. Rev. Lett.* **64** (1990) 1518.
8. D Campbell, J Schonfeld, and C Wingate, *Physica D* **9** (1983) 1.
9. M Peyrard and D K Campbell, *Physica D* **9** (1983) 33.
10. D K Campbell, M Peyrard, and P Sodano, *Physica D* **19** (1986) 165.
11. A Alonso Izquierdo, J Queiroga-Nunes, and L M Nieto, *Phys. Rev. D* **103** (2021) 045003.
12. J G F Campos and A Mohammadi, *JHEP* **09** (2021) 067.
13. P Dorey and T Romanczukiewicz, *Phys. Lett. B* **779** (2018) 117.
14. J G F Campos and A Mohammadi, *Eur. Phys. J. C* **80** (2020) 352.
15. I C Christov, et al., *Phys. Rev. D* **99** (2019) 016010.
16. I.C. Christov et al., *Phys. Rev. Lett.* **122** (2019) 171601.
17. I C Christov, et al., *Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simul.* **97** (2021) 105748.
18. J G F Campos and A Mohammadi, *Phys. Lett. B* **818** (2021) 136361.
19. D Bazeia, A R Gomes and F C Simas, *Eur. Phys. J. C* **81** (2021) 532.
20. A R Gharaati, N Riazi and F Mohebbi, *Int. J. Theor. Phys.* **45**, 1, January (2006).