مجلهٔ پژوهش فیزیک ایران، جلد ۲۵، شمارهٔ ۱، بهار ۱۴۰۴
DOI: 10.47176/ijpr.25.1.22021

# بررسی اندرکنش کینک فرمیون با پتانسیل دوگانهٔ سینوسی-گوردون

**عبدالرسول قرائتی، قاسم فروزانی و امید سلطانی شیرازی***

گروه فیزیک، دانشگاه پیام نور، تهران، ایران

پست الکترونیکی: omidsoltani@student.pnu.ac.ir

(دریافت مقاله: ۲۴ / ۰۹/ ۱۴۰۳ ؛ دریافت نسخهٔ نهایی: ۲۶ / ۱۰ / ۱۴۰۳ )

**چکیده:**

در این تحقیق، طرحی شامل پتانسیلی از نوع دوگانهٔ سینوسی-گوردون، به همراه یک لاگرانژی منحصر به فرد با جملات مربوط به میدان‌های بوزونی و فرمیونی در نظر گرفته شده است. با برخورد موج بوزونی با یک ذرهٔ فرمیونی، اثرات به وجود آمده تحلیل و بررسی می‌شوند. نکتهٔ مهم در این پژوهش این است که پتانسیل در نظر گرفته شده، پتانسیل دوگانهٔ سینوسی-گوردون بوده که خود ضمن پیچیدگی برای اولین بار است که در اندرکنش با فرمیون مورد استفاده قرار می‌گیرد. در این تحقیق، پارامترهای $\varepsilon$، $\lambda$، $\eta$ و $\beta$ نقش بسیار کلیدی در محاسبات ایفا می‌کنند. پارامتر $\varepsilon$ ضریب جملات پتانسیل دوگانهٔ سینوسی-گوردون، $\lambda$ ضریب جفت شدگی یوکاوا و همچنین پارامترهای $\eta$ و $\beta$ ضرایب موج بوزونی در این تحقیق هستند. در کنار این دو متغیر، پارامتر مهم $v_i$ (سرعت برخورد ذرات بوزونی به ذرهٔ فرمیونی در حالت نسبیتی) هم در نظر گرفته می‌شود. با تغییر مقادیر عددی پارامترهای $\varepsilon$، $\lambda$، $v_i$، $\eta$ و $\beta$ محاسبات لازم انجام شده است. در این محاسبات علاوه بر مقدار صحیح برای پارامتر $\varepsilon$، مقادیر نیمه صحیح هم برای این پارامتر در نظر گرفته شده است. از موارد مهم دیگر این تحقیق، بررسی چگونگی اندرکنش بین بوزون با فرمیون و خلق اسیلون و بایون است. با انجام محاسبات به شکل سه بعدی، سعی شده تا بتوان ذرات بنیادی و اندرکنش بین آنها را بهتر و دقیق‌تر درک کرد.

**واژه‌های کلیدی:** کینک، پادکینک، بوزون، بایون، فرمیون، اسیلون، میدان فرمیونی، میدان دیراک

## ۱. مقدمه

میدان‌های خطی و غیرخطی در فیزیک کاربردهای وسیعی دارند. از ویژگی‌های مهم در کاربرد میدان‌های غیرخطی این است که این نوع میدان‌ها شامل امواج منفرد جایگزیده بوده و سالیتون‌ها در این دسته جای دارند. موج سالیتونی ساختاری جایگزیده دارد و در انتشار، شکل و اندازهٔ خود را حفظ می‌کند. یکی از خواص منحصربه‌فرد سالیتون‌ها این است که در اثر برخورد، به غیر از فاز بقیهٔ خصوصیات آنها حفظ می‌شود. این خصوصیت جایگزیدگی سالیتون‌ها بسیار مهم است و در پدیده‌هایی مانند اسکای میون، ورتکس و تک قطبی مغناطیسی [۲-۱]، مشاهده می‌شود. کینک و پادکینک دو جزء مهم در امواج جایگزیده و سالیتون‌ها بوده و کاربردهایی در علوم برگرفته از فیزیک دارند. از جمله این کاربردها پلیمرها [۳]، اتصالات جوزفسون [۴]، دی ان ای [۵]، شکل‌گیری ساختار گرافن [۶] و جابه‌جایی سطوح در مایعات کم عمق [۷] هستند.

تحقیقات انجام شده در این زمینه شامل دو نوع پتانسیل، یکی مدل معروف $\phi^4$ و دیگری مدل سینوسی-گوردون است. هر کدام از این مدل‌ها کاربرد و ویژگی‌های خود را دارند. مدل اول جواب‌های منزوی داشته و مدل دوم شامل جواب‌های متنوع و خوش رفتار سالیتونی [۸-۱۰] است.

چند مورد از تحقیقات جالب توجه و جدید در زمینه سالیتون‌ها و شکل‌گیری امواج منفرد عبارتند از: کینک‌های

متغیر[۱] [۱۱-۱۲]، حالت‌های شبه طبیعی در کینک و پادکینک [۱۳-۱۴]، کینک‌ها با اثرات دور برد [۱۵-۱۸] و کوتاه برد [۱۹].

این تحقیق بخش‌های مختلفی دارد. در این بخش‌ها پس از بیان لاگرانژی و به دست آوردن معادلات حرکت، پارامترهای مهم به دست آمده در دو حالت ایستایی و نسبیتی تجزیه و تحلیل شده و نتایج در شکل‌های مربوطه نشان داده می‌شود. در پایان مجموع اطلاعات به دست آمده مقایسه و نتیجه‌گیری می‌شود.

## ۲. مدل فیزیکی

$$L=\frac{1}{2}\partial_u\phi\partial^u\phi+\frac{1}{2}i\bar{\psi}\gamma^u\partial_u\psi-\sqrt{\frac{\lambda}{2}}\phi\bar{\psi}\psi-V(\phi), \quad (1)$$

این لاگرانژی شامل چهار جمله است. جملهٔ اول میدان بوزونی را نشان می‌دهد. جملهٔ دوم میدان دیراک ذرهٔ فرمیونی است. جملهٔ سوم برهم‌کنش بین بوزون و فرمیون بوده و ضریب این جمله ضریب جفت‌شدگی یوکاوا است. جملهٔ آخر پتانسیل دوگانهٔ سینوسی-گوردون به شکل رابطهٔ (۲) است.

$$V(\phi)=[1+\varepsilon-\cos(\phi)-\varepsilon\cos(2\phi)], \quad (2)$$

با در نظر گرفتن مقادیر عددی برای $\varepsilon$ در رابطهٔ (۲) می‌توان این پتانسیل را در شکل ۱ رسم کرد.

در شکل ۱ تابع پتانسیل دوگانهٔ سینوسی-گوردون به ازای مقادیر صحیح $\varepsilon$ رسم شده است. به ازای $\varepsilon=0$ پتانسیل دوگانه به پتانسیل معمولی سینوسی-گوردون تبدیل می‌شود.

با جایگذاری پتانسیل رابطهٔ (۲) در رابطه (۱) داریم:

$$L=\frac{1}{2}\partial_u\phi\partial^u\phi+\frac{1}{2}i\bar{\psi}\gamma^u\partial_u\psi-\sqrt{\frac{\lambda}{2}}\phi\bar{\psi}\psi-[1+\varepsilon-\cos(\phi)-\varepsilon\cos(2\phi)], \quad (3)$$

با جانشانی $\phi=\phi_o\chi$ و $\sqrt{\frac{\lambda}{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2\phi_o}$ در رابطهٔ (۳) داریم:

$$L=\frac{\phi_o^2}{2}\partial_u\chi\partial^u\chi+\frac{1}{2}i\bar{\psi}\gamma^u\partial_u\psi-\frac{\sqrt{2}}{2}\chi\bar{\psi}\psi-[1+\varepsilon-\cos(\phi_o\chi)-\varepsilon\cos(2\phi_o\chi)], \quad (4)$$

در رابطهٔ (۴)، متغیر $\chi$ تابع موج بوزونی است.

در مرحلهٔ بعد برای محاسبهٔ روابط حرکت از رابطهٔ (۴) برحسب $\bar{\psi}$ و $\chi$ مشتق گیری کرده و پس از محاسبات ریاضی روابط (۵) و(۶) استخراج می‌شوند:

$$i\gamma^u\partial_u\psi-\sqrt{2}\phi_o\psi=0, \quad (5)$$

$$\frac{\phi_o^2}{2}\partial_u\partial^u\chi+\phi_o[\sin(\phi_o\chi)+2\varepsilon\sin(2\phi_o\chi)]+\frac{\sqrt{2}}{2}\bar{\psi}\psi=0. \quad (6)$$

## ۳. حالت‌های مقید

در این مرحله، تابع $\psi$ که تابع موج ذرهٔ فرمیونی بوده با اعمال رابطهٔ (۷) به رابطهٔ (۵) به دو مؤلفهٔ زمانی و مکانی تجزیه می‌شود.

$$\psi=e^{-iEt}\big(u(x)\;\; v(x)\big)^T, \quad (7)$$

$$\gamma^1=i\sigma_2, \quad (8)$$

$$\gamma^0=\sigma_1, \quad (9)$$

در روابط بالا، $u(x)$ و $v(x)$ توابعی حقیقی از $x$ و $\gamma^i$ و $\sigma_i$ به ترتیب ماتریس‌های دیراک و پاولی هستند. با جانشانی مقادیر (۷) تا (۹) در روابط (۵) و (۶) داریم:

$$Eu(x)+v'(x)-\sqrt{2}\chi v(x)=0, \quad (10)$$

$$Ev(x)-u'(x)-\sqrt{2}\chi u(x)=0, \quad (11)$$

$$\frac{\phi_o^2}{2}\partial_u\partial^u\chi+\phi_o[\sin(\phi_o\chi)+2\varepsilon\sin(2\phi_o\chi)]+\frac{\sqrt{2}}{2}u(x)v(x)=0, \quad (12)$$

در این تحقیق، برای موج بوزونی یک جواب تحت شرایط $\chi(x\to\pm\infty)=\pm1$ به شکل رابطهٔ (۱۳) در نظر گرفته می‌شود:

$$\chi=\eta\tanh(\beta x), \quad (13)$$

این پاسخ بسیار نزدیک به پاسخ تحلیلی پتانسیل دوگانهٔ سینوسی-گوردون است [۲۰]. در رابطهٔ (۱۳) پارامترهای $\eta$ و $\beta$ متغیرهای موج بوزونی هستند.

۱. Wobbling

## ۴. حالت انرژی بیشینه

اگر برای موج بوزونی شرایطی حدی در مبدأ و بینهایت به صورت $(x \to \pm\infty : \chi' = 0, \psi' = (0,0)^T, u' = v' = 0)$ درنظرگرفته و این شرایط را به روابط (۱۰) و (۱۱) اعمال کنیم، داریم:

$$E = \pm\sqrt{2}, \qquad (۱۴)$$

این سطوح حد انرژی حالت آستانه[۱] هستند. در مرحلهٔ بعد اگر روابط (۱۰) تا (۱۳) را در نظر بگیریم، با فرض $\eta$=۱ ، ۰/۷ = $\beta$ و استفاده از روش محاسبات عددی و تحلیلی با کمک نرم افزار میپل، با در نظر گرفتن مقدار بیشینهٔ مثبت انرژی، مقادیر عددی $\phi_0$ و $E$ محاسبه، جمع آوری و در شکل ۲ رسم می‌شود.

در شکل ۲، مقادیر انرژی فرمیونی بر حسب پتانسیل موج بوزونی $\phi_0$ برای مقادیر صحیح $\varepsilon$ رسم شده است. در این شکل مقادیر بیشینهٔ انرژی برای هر سه حالت به سمت $E$ =۱/۳ یا انرژی حالت بیشینه نزدیک شده و با افزایش مقدار $\phi_0$ از این حالت، مقدار $E$ کاهش یافته و به مقدار $E$ =۰/۲ میل می‌کند. در این شکل برای سه حالت $\varepsilon$ سه مقدار بیشینه برای انرژی فرمیون و پتانسیل موج بوزونی مشاهده می‌شود.

در بخش‌های بعد چنانچه خواهیم دید، در این نقاط به علت بالا بودن مقدار انرژی ذرهٔ فرمیونی و پتانسیل موج بوزونی، برای یک برخورد شدید بین ذرات بنیادی، شرایط و بستر کار مناسب بوده و موج بوزونی به ذرهٔ فرمیونی کاملاً نزدیک شده و احتمال یک اندرکنش قوی بین ذرات بالا است.

## ۵. حالات نسبیتی

در این بخش، با استفاده از روابط (۱۰) تا (۱۲) و(۱۵) می‌توانیم مؤلفه‌های مختلط مکانی میدان فرمیونی را محاسبه کنیم:

$$\psi = (u_1 + iu_2, v_1 + iv_2)^T, \qquad (۱۵)$$

با اعمال رابطه (۱۵) به روابط (۱۰) تا (۱۲) داریم:

$$u_1' = -\partial_x v_2 + \sqrt{2}\chi v_2, \qquad (۱۶)$$

$$u_2' = \partial_x v_1 - \sqrt{2}\chi v_1, \qquad (۱۷)$$

$$v_1' = \partial_x u_2 + \sqrt{2}\chi u_2, \qquad (۱۸)$$

$$v_2' = -\partial_x u_1 - \sqrt{2}\chi u_1, \qquad (۱۹)$$

$$\ddot{\chi} - \chi'' + \frac{2}{\phi_0}[\sin(\phi_0\chi) + 2\varepsilon\sin(2\phi_0\chi)] - \frac{4\sqrt{2}}{\phi_0^2}(u_1 v_1 + u_2 v_2) = 0, \qquad (۲۰)$$

اگر تبدیل لورنتس رابطهٔ (۲۱) را در نظر بگیریم:

$$\chi(x,t) = \chi_k(x + x_0, t; v_i) - \chi_k(x - x_0, t; -v_i) - 1, \qquad (۲۱)$$

با فرض $c$ = ۱ و جانشانی رابطهٔ (۲۱) در روابط (۱۶) تا (۲۰) و مقادیر عددی $\eta$=۱، $\beta$ =۱ و با استفاده از نرم‌افزار میپل مقادیر $\phi_0$ و $v_i$ را به ازای مقدار $\varepsilon$=۱ را محاسبه و نتایج را پس از جمع‌آوری در شکل ۳ رسم می‌کنیم.

چنانچه در شکل ۳ دیده می‌شود مقادیر $\phi_0$ یا پتانسیل موج بوزونی برای مقدار $\varepsilon$=۱ در نواحی $\phi_0$ = ۰/۵ تا $\phi_0$ = ۰/۶ دارای طیف روشن‌تری است که با افزایش سرعت از $v_i$ = ۰/۲ تا $v_i$ = ۰/۶ این طیف روشن تر شده و احتمال اندرکنش بین بوزون و فرمیون در این نواحی بیشتر است.

همچنین چنانچه در شکل ۳ مشاهده می شود محدودهٔ تغییرات بیشینه پتانسیل موج بوزونی $\phi_0$ = ۰/۵ تا $\phi_0$ = ۰/۶ و فصل مشترک $\phi_0$ ≃ ۰/۵۸ با شکل ۲ همخوانی دارد.

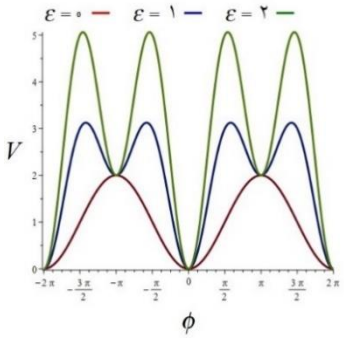
## ۶. برخورد نسبیتی

در این قسمت با در نظر گرفتن مقادیر عددی برای $\phi_0$ و $v_i$ موج بوزونی با ذرهٔ فرمیونی برخورد داده می‌شود و سپس با در نظر گرفتن مقادیر عددی $\eta$=۱، $\beta$ =۱ نتایج به دست آمده برای مقادیر مختلف $\varepsilon$ رسم خواهد شد.

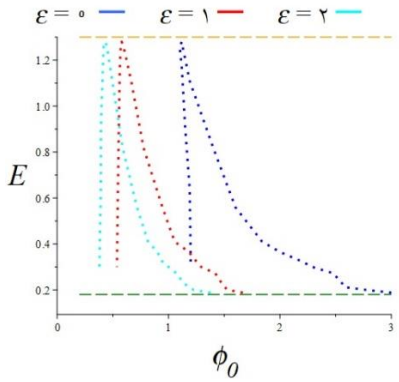
**الف) $\varepsilon$ = ۰**

در این بخش، به ازای مقدار عددی $\varepsilon$=۰ با تغییر مقدار عددی $\phi_0$ محاسبات انجام و نتایج رسم می‌شود. در این محاسبات محدودهٔ تغییرات $\phi_0$ مطابق شکل ۲ است و با توجه به این دامنهٔ تغییرات، برای پتانسیل بوزونی در مقدار عددی $\phi_0$ = ۱/۱۲ انرژی فرمیون مقدار حداکثر را دارد.

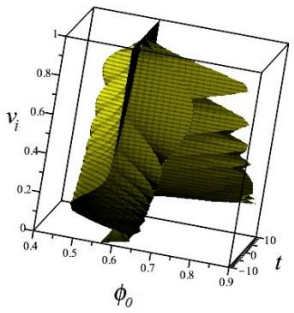
۱. Threshold state



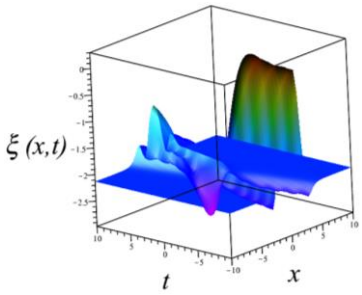

**شکل ۱.** تابع پتانسیل دوگانهٔ سینوسی-گوردون برای مقادیر صحیح $\varepsilon$.



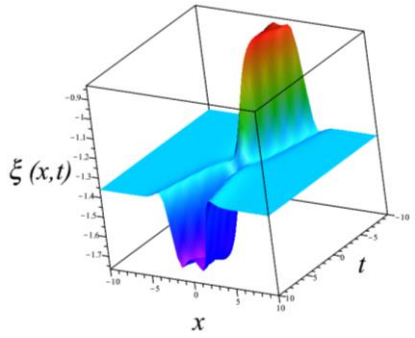

**شکل ۲.** تابع انرژی فرمیونی بر حسب پتانسیل موج بوزونی برای مقادیر صحیح $\varepsilon$.



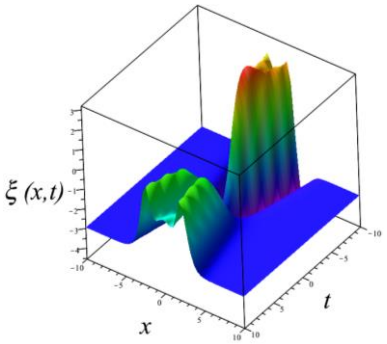

**شکل۳.** تابع پتانسیل موج بوزونی برحسب تغییرات سرعت نسبیتی در مقدار $\varepsilon=۱$.



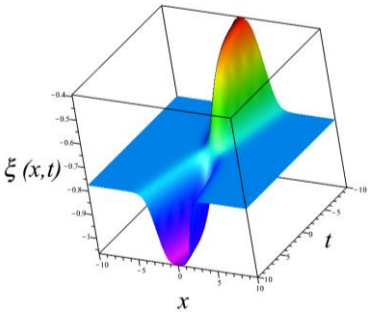

**شکل ۴.** اندرکنش بین موج بوزونی با ذرهٔ فرمیون به ازای مقادیر عددی $\varepsilon=۰$، $\phi_o=۱/۱۲$ و $v_i=۰/۲$ .



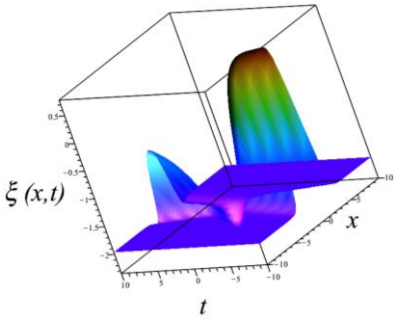

**شکل ۵.** اندرکنش بین موج بوزونی با ذرهٔ فرمیون به ازای مقادیر عددی $\varepsilon=۰$، $\phi_o=۰/۵$ و $v_i=۰/۲$ .




**شکل ۶.** اندرکنش بین موج بوزونی با ذرهٔ فرمیون به ازای مقادیر عددی $\varepsilon=۰$، $\phi_o=۲$ و $v_i=۰/۲$ .




**شکل ۷.** اندرکنش بین موج بوزونی با ذرهٔ فرمیون به ازای مقادیر عددی $\varepsilon=۱$، $\phi_o=۰/۲$ و $v_i=۰/۲$ .




**شکل ۸.** اندرکنش بین موج بوزونی با ذرهٔ فرمیون به ازای مقادیر عددی $\varepsilon=۱$، $\phi_o=۰/۵۸$ و $v_i=۰/۲$ .

در شکل ۴ مشاهده می‌شود که به ازای مقادیر عددی $v_i$ = ۰/۲ ، $\phi_o$ = ۱/۱۲ و $\varepsilon$ = ۰ اندرکنش کینک-پادکینک با فرمیون رخ داده و در فضا زمان و نقطه $x=t=0$ به علت برخورد بین موج بوزون و ذره فرمیون یک جهش[1] به صورت برآمدگی شکل گرفته است. در این حالت طبق شکل ۲ پتانسیل بوزونی و انرژی فرمیونی در مقدار حداکثر بوده و موج بوزونی با شدت با فرمیون برخورد کرده است و احتمال اندرکنش بالا بوده و حاصل اندرکنش شدید موج بوزونی با ذرهٔ فرمیونی یک جهش با شکل حفره به سمت پایین تشکیل می‌شود.

در شکل ۵ مشاهده می‌شود به ازای مقادیر عددی $\varepsilon$ = ۰، ۰/۵ = $\phi_o$ و $v_i$ =۰/۲ موج بوزونی به ذرهٔ فرمیون نزدیک شده و بدون اندرکنش قوی یا تولید جهش از سمت دیگر خارج می‌شود.

در شکل ۶ مشاهده می‌شود به ازای مقادیر عددی $\varepsilon$ = ۰، ۲ = $\phi_o$ و $v_i$ =۰/۲ اندرکنش کینک با ذرهٔ فرمیونی رخ داده و موج بوزونی در خروج دوقسمت شده و در اثر این اندرکنش در محدودهٔ مشخص شده در فضا زمان یک جفت ذره در حال شکل‌گیری است.

**ب) $\varepsilon$=۱**

در این بخش مانند قبل به ازای مقدار عددی $\varepsilon$=۱ با تغییر مقدار عددی $\phi_o$ محاسبات را دوباره انجام داده و نتایج رسم می‌شوند. درمحاسبات انجام شده محدودهٔ تغییرات $\phi_o$ مطابق شکل ۲ در نظر گرفته شده است.

مقادیر انتخابی برای $\phi_o$ شامل مقادیر انرژی جذب و دفع کننده و مقدار بیشینه در شکل ۲ برای مقدار عددی $\varepsilon$=۱ ( ضریب پتانسیل دوگانه سینوسی گوردون ) است.

در شکل ۷ مشاهده می‌شود به ازای مقادیر عددی $\varepsilon$=۱، ۰/۲ = $\phi_o$ و $v_i$ =۰/۲ موج بوزونی به ذرهٔ فرمیون نزدیک شده و به شکل بازتاب از سمت دیگر خارج می‌شود.

در شکل ۸، به ازای مقادیر عددی $\varepsilon$=۱، $\phi_o$=۰/۵۸ و $v_i$ =۰/۲ اندرکنش کینک-پادکینک با فرمیون رخ داده است. به دنبال این اندرکنش در فضا زمان در نقطهٔ $x=t=0$ یک جهش شکل گرفته است. در این حالت مطابق شکل ۲ پتانسیل بوزونی و انرژی فرمیونی در مقدار حداکثر بوده و در پی برخورد مستقیم بین موج بوزونی و ذرهٔ فرمیونی با مقادیر عددی بالا اندرکنش قوی بین این دو صورت می‌گیرد. بر اثر این اندرکنش بین موج بوزونی و ذرهٔ فرمیونی یک جهش به شکل حفرهٔ فرورفته تشکیل شده است.

در شکل ۹، مشاهده می‌شود به ازای مقادیر عددی $\varepsilon$=۱، $\phi_o$ =۱ و $v_i$ =۰/۲ اندرکنش کینک-پادکینک در حضور ذرهٔ فرمیونی رخ داده ولی با توجه به شکل ۲ و بیشینه نبودن مقادیر پتانسیل و انرژی، پدیدهٔ جهش به صورت برآمدگی یا فرورفتگی تولید نشده است. در این اندرکنش یک جفت در حال شکل‌گیری است.

**ج) $\varepsilon$=۲**

در این مرحله با افزایش مقدار $\varepsilon$ به $\varepsilon$=۲ و تغییر مقدار عددی $\phi_o$ محاسبات دوباره مانند دو بخش الف و ب تکرار و نتایج رسم می‌شوند. محدودهٔ تغییرات مقدار عددی پارامتر $\phi_o$ با توجه به نمودار شکل ۲ انتخاب شده است. برای شروع کار و شبیه‌سازی برخورد بین ذرات، یک نقطهٔ بیشینه و دو نقطه در محدودهٔ انرژی جذب کننده و دفع کننده در نظر گرفته می‌شود. در ادامه، با استفاده از نرم افزار میپل برخورد بین ذرات در شرایط مختلف شبیه‌سازی شده و اطلاعات به دست آمده جمع‌آوری و شکل‌ها توسط این نرم افزار رسم می‌شوند.

همان طور که در شکل ۱۰ مشاهده می‌شود، به ازای مقادیر عددی $\varepsilon$=۲، $\phi_o$=۰/۲ و $v_i$ =۰/۲ موج بوزونی به ذرهٔ فرمیون نزدیک شده و با توجه به شکل ۲ و بیشینه نبودن مقادیر پتانسیل و انرژی، به صورت بازتاب از سمت دیگر فضا زمان خارج می‌شود.

در شکل ۱۱ مشاهده می‌شود که به ازای مقادیر عددی $\varepsilon$=۲، $\phi_o$ = ۰/۴۳۵ و $v_i$ =۰/۷ اندرکنش موج بوزونی و ذره فرمیونی رخ داده و با توجه به شکل ۲ و بیشینه بودن مقادیر پتانسیل و انرژی، پدیده جهش تولید شده و در نقطهٔ صفر فضا زمان در مرکز، این پدیده به صورت فرورفتگی شکل گرفته است.

در شکل ۱۲ مشاهده می‌شود به ازای مقادیر عددی $\varepsilon$=۲، $\phi_o$ = ۱ و $v_i$ = ۰/۲ اندرکنش کینک-پادکینک در حضور ذرهٔ فرمیونی رخ داده و شبیه حالات قبل یک جفت در حال شکل‌گیری است.

**د) $\varepsilon$=۰/۵**

در این مرحله، مقدار $\varepsilon$ به مقدار غیرصحیح $\varepsilon$=۰/۵ تغییر داده شده و اگر محاسبات به ازای مقادیر $\varepsilon$=۰/۵، $\phi_o$ = ۰/۷ و =۰/۲

۱. Bounce

$v_i$ انجام شود، نتایجی مطابق با شکل ۱۳ به دست می‌آید.
چنانچه در شکل ۱۳ مشاهده می‌شود، با اعمال مقادیر عددی $\varepsilon$=۰/۵، $\phi_o$= ۰/۷ و $v_i$=۰/۲ اندرکنش قوی بین کینک و پادکینک رخ داده و پدیدهٔ جهش تولید می‌شود.

**ه) $\varepsilon$=۰/۷۵**

در این مرحله، مقدار $\varepsilon$ به مقدار غیرصحیح $\varepsilon$=۰/۷۵ تغییر داده می‌شود. به ازای مقادیر عددی $\varepsilon$=۰/۷۵، $\phi_o$=۰/۶ و $v_i$=۰/۲ محاسبات انجام شده و نتایج در شکل ۱۴ ارائه می‌شود.
چنانچه در شکل ۱۴ مشاهده شده، به ازای مقادیر عددی $\varepsilon$=۰/۷۵، $\phi_o$= ۰/۶ و $v_i$=۰/۲ اندرکنش کینک-پادکینک رخ داده و پدیدهٔ جهش تولید می‌شود. لزوم تشکیل جهش یک برخورد قوی است.

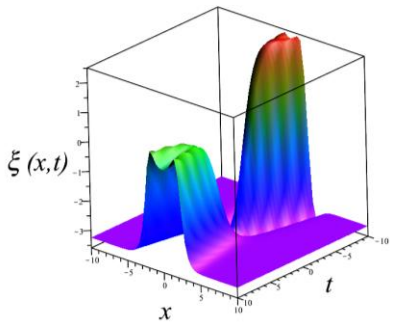
## ۷. تغییرات سرعت برخورد

در این بخش، برای مقادیر ثابت $\varepsilon$=۰ و $\phi_o$=۱/۱۲، با تغییر سرعت برخورد موج بوزونی $v_i$ تغییرات در اندرکنش موج بوزونی با ذرهٔ فرمیونی بررسی می‌شود.
برای شروع، سرعت برخورد موج بوزونی در چهار مرحله، از مقادیر کم تا زیاد انتخاب شده است. با افزایش سرعت، انرژی جنبشی و شدت برخورد بوزون به فرمیون افزایش یافته و این مسئله باعث تشکیل پدیده‌های مهمی در اندرکنش بین موج بوزونی و ذرهٔ فرمونی خواهد شد که نتایج به دست آمده جمع‌آوری و تفسیر می‌شوند.
در شکل ۱۵ با اعمال سرعت موج بوزونی به مقدار $v_i$=۰/۱ مشاهده می‌شود در نقطهٔ صفر فضا زمان، کینک با فرمیون برخورد کرده و پدیدهٔ جهش به شکل حفره تشکیل شده است. در سوی مقابل، با گذشت زمان این جهش در حال تبدیل شدن به زوج ذره است.
در شکل ۱۶ با اعمال سرعت موج بوزونی به مقدار $v_i$=۰/۲ در نقطهٔ صفر فضا زمان، کینک با پادکینک در حضور فرمیون برخورد کرده و پدیدهٔ جهش به شکل حفره تولید شده است. با توجه به لبه های زیرین مشاهده می‌شود که در کسری از زمان زوج ذره شکل گرفته به پادکینک تبدیل و از فضا زمان به همین صورت خارج می‌شود.
در شکل ۱۷ سرعت موج بوزونی به مقدار $v_i$=۰/۴ تغییر کرده و ضمن تشکیل پدیدهٔ جهش، دامنهٔ نوسانات، تقویت وشدیدتر می‌شود.
در شکل ۱۸ سرعت موج بوزونی به مقدار $v_i$=۰/۹ تغییر کرده و پس از برخورد کینک با ذرهٔ فرمیون و انجام اندرکنش، در ابتدا در نقطهٔ صفر فضا زمان پدیدهٔ جهش رخ می‌دهد و در انتها حاصل این اندرکنش به صورت پادکینک از فضا زمان خارج می‌شود. بر اساس شکل ۱۸ در قسمت تحتانی کینک و پاد کینک، دامنهٔ نوسانات بزرگ‌تر شده است. با توجه به شکل های ۱۵ تا ۱۸ در می‌یابیم که با افزایش سرعت موج بوزونی جهش و برآمدگی زیرین نازک‌تر و نوسانات شدیدتر می‌شوند.

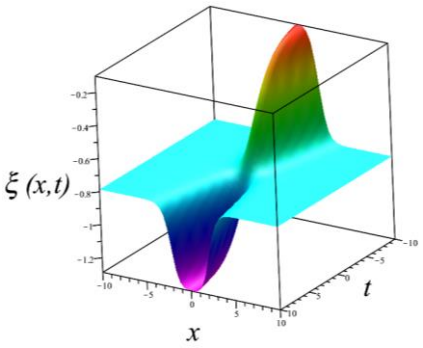
## ۸ . حالت‌های بحرانی

در این بخش، با در نظر گرفتن مقادیر عددی ویژه برای پتانسیل موج بوزونی و اعمال این مقادیر به نرم افزار میپل حالات خاصی شبیه‌سازی می‌شوند. در این تحقیق شرایط برخورد ذرات به حالت بحرانی برده شده و پدیده‌های اتفاق افتاده بررسی می‌شوند. برای شروع سرعت موج بوزونی در مقدار ثابت $v_i$=۰/۷ در نظر گرفته می‌شود.
با تغییر مقادیر عددی $\varepsilon$ و $\phi_o$، اندرکنش بین موج بوزونی با فرمیون بررسی و نتایج در شکل های ۱۹، ۲۰ و ۲۱ رسم شده‌اند.
در شکل ۱۹ با اعمال مقادیر عددی $\varepsilon$=۰، $\phi_o$= ۲/۵ و $v_i$=۰/۷ به فضا زمان مشاهده می‌شود که موج بوزونی و فرمیون اندرکنش انجام می‌دهند.
نکتهٔ مهم در این شکل این است که کینک ورودی در مجاورت ذرهٔ بوزونی ابتدا زنجیر اسیلون[1] تشکیل می‌دهد و بعد از اندرکنش، زنجیر اسیلون در فاز مخالف به کینک تبدیل شده و در نهایت کینک از محیط خارج می‌شود.
در این شکل، پس از اندرکنش بین اسیلون و فرمیون پدیدهٔ جهش رخ داده است. با افزایش سرعت موج بوزونی دامنهٔ نوسانات بزرگ‌تر شده و احتمال تشکیل زنجیر اسیلونی بیشتر می‌شود.

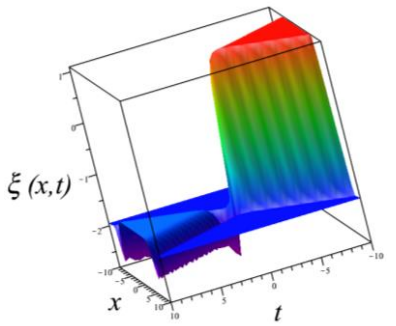
۱. Oscillons



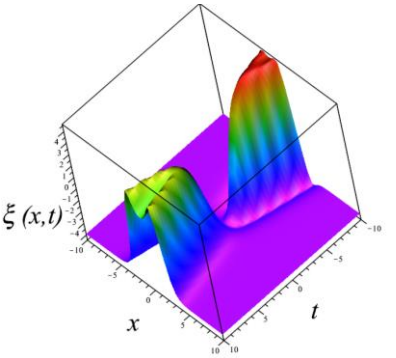

**شکل ۹.** اندرکنش بین موج بوزونی با ذرهٔ فرمیون به ازای مقادیر عددی $\varepsilon$=۱، $\phi_o$ = ۱ و $v_i$=۰/۲ .



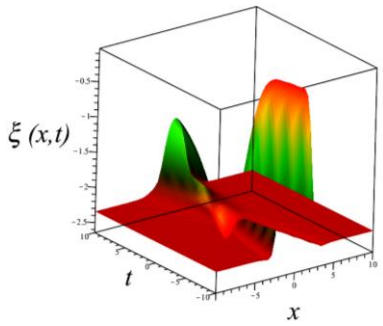

**شکل ۱۰.** اندرکنش بین موج بوزونی با ذرهٔ فرمیون به ازای مقادیر عددی $\varepsilon$=۲، $\phi_o$ = ۰/۲ و $v_i$=۰/۲ .



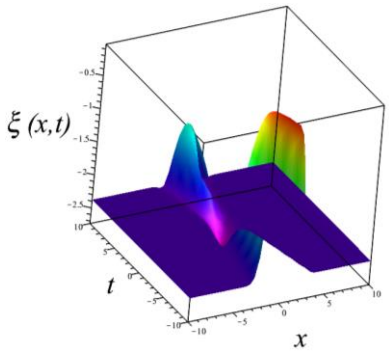

**شکل ۱۱.** اندرکنش بین موج بوزونی با ذرهٔ فرمیون به ازای مقادیر عددی $\varepsilon$=۲، $\phi_o$ = ۰/۴۳۵ و $v_i$=۰/۷ .



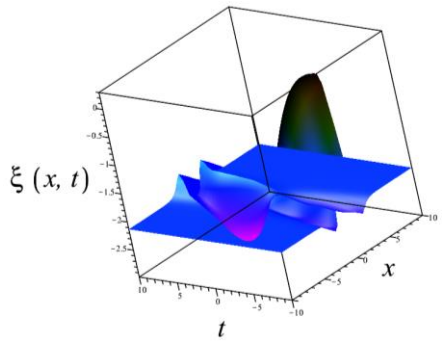

**شکل۱۲.** اندرکنش بین موج بوزونی با ذرهٔ فرمیون به ازای مقادیر عددی $\varepsilon$=۲، $\phi_o$ = ۱ و $v_i$=۰/۲ .



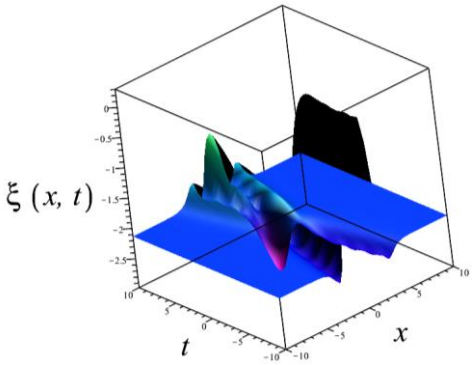

**شکل ۱۳.** اندرکنش بین موج بوزونی با ذرهٔ فرمیون به ازای مقادیر عددی $\varepsilon$=۰/۵، $\phi_o$ = ۰/۷ و $v_i$=۰/۲ .



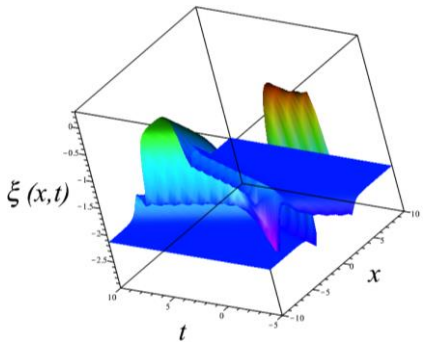

**شکل ۱۴.** اندرکنش بین موج بوزونی با ذرهٔ فرمیون به ازای مقادیر عددی $\varepsilon$=۰/۷۵، $\phi_o$ = ۰/۶ و $v_i$=۰/۲ .



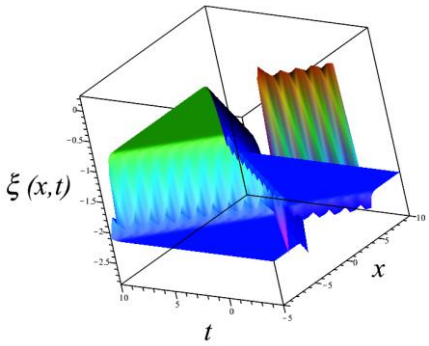

**شکل ۱۵.** اندر کنش موج بوزونی با ذرهٔ فرمیون در شرایط $\varepsilon$=**0** ، $\phi_o$=۱/۱۲ و $v_i$=۰/۱ .



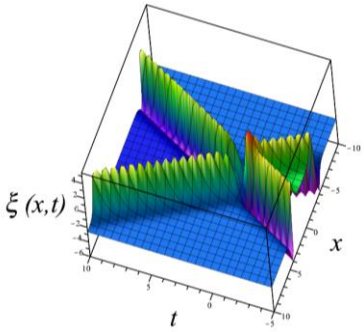

**شکل ۱۶.** اندرکنش بین موج بوزونی با ذرهٔ فرمیون در شرایط $\varepsilon$=۰ ، $\phi_o$=۱/۱۲ و $v_i$=۰/۲ .



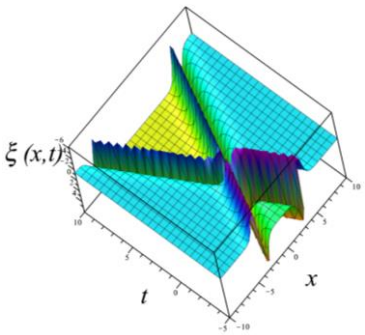

**شکل ۱۷.** اندر کنش موج بوزونی با ذرهٔ فرمیون در شرایط $\varepsilon$ =**0** ، $\phi_o$ =۱/۱۲ و $v_i$ =۰/۴ .



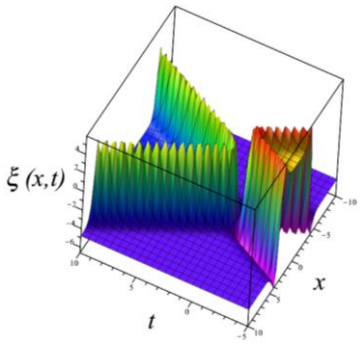

**شکل ۱۸.** اندر کنش بین موج بوزونی با ذرهٔ فرمیون در شرایط $\varepsilon$ =۰، $\phi_o$ =۱/۱۲ و $v_i$ =۰/۹ .



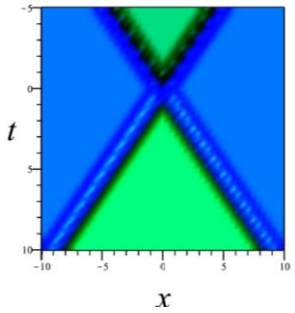

**شکل ۱۹.** اندرکنش موج بوزونی با فرمیون به ازای مقادیر عددی $\varepsilon$ = ۰ ، $\phi_o$ = ۲/۵ و $v_i$ =۰/۷ .



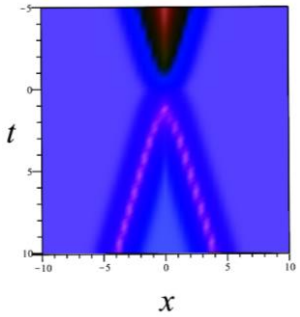

**شکل ۲۰.** اندرکنش موج بوزونی با فرمیون به ازای مقادیر عددی $\varepsilon$ =۱، $\phi_o$ = ۱/۷ و $v_i$ =۰/۷ .



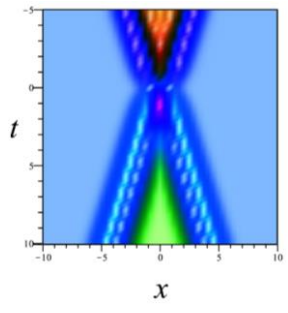

**شکل ۲۱.** اندرکنش موج بوزونی با فرمیون به ازای مقادیر عددی $\varepsilon$ =۲، $\phi_o$ = ۱/۲ و $v_i$ =۰/۷ .



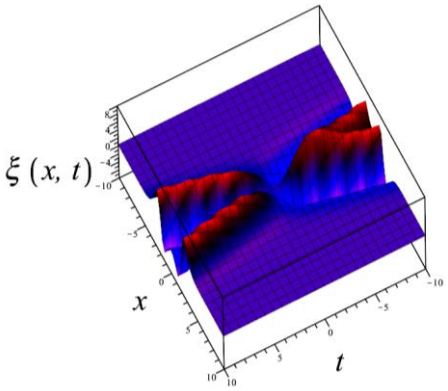

**شکل ۲۲.** اندرکنش موج بوزونی با فرمیون به ازای مقادیر عددی $\varepsilon$ =۰، $\phi_o$ = ۱/۱۲ و $v_i$ =۰/۹ .




**شکل ۲۳.** اندرکنش موج بوزونی با فرمیون به ازای مقادیر عددی $\varepsilon$ =۲، $\phi_o$ = ۰/۴۳۵ و $v_i$ =۰/۴ .




**شکل ۲۴.** اندرکنش موج بوزونی با فرمیون به ازای مقادیر عددی $\varepsilon$ =۰، $\phi_o$ = ۱/۱۲ و $v_i$ =۰/۴ .




**شکل ۲۵.** اندرکنش موج بوزونی با فرمیون به ازای مقادیر عددی $\varepsilon$=۰، $\phi_0$ = ۳ و $v_i$ =۰/۲ .

در شکل های ۲۰ و ۲۱ نیز پدیده‌های مشابهی رخ داده و در حالت $\varepsilon$=۲ دامنهٔ زنجیر اسیلون به بیشترین مقدار می‌رسد.

در هر سه شکل قبل مشاهده می‌شود موج بوزونی پس از ورود به فضا زمان، زنجیر اسیلون تشکیل می‌دهد و بعد از اندرکنش با فرمیون، اسیلون به کینک تبدیل شده و در نهایت در تمامی حالات پس از اندرکنش، کینک از فضا زمان خارج می‌شود. در شکل ۱۹ علاوه بر موارد ذکر شده، پدیدهٔ جهش به صورت برآمدگی در محل برخورد تشکیل شده است.

## ۹. حالت‌های خاص

در این بخش از تحقیق گزیده‌ای از محاسبات انجام شده، انتخاب و جهت بررسی ارائه می‌شود.

در شکل ۲۲ با اعمال مقادیر $\varepsilon$=۰، $\phi_0$ = ۱/۱۲ و $v_i$ =۰/۹ به فضا زمان، پس از اندرکنش کینک با ذرهٔ فرمیونی ابتدا زنجیر اسیلون تشکیل شده و پس از گذشت کسری از زمان اسیلون به پادکینک تبدیل و از محدودهٔ فضا زمان مشخص شده خارج می‌شود.

در شکل ۲۳ با اعمال $\varepsilon$=۲، $\phi_0$ = ۰/۴۳۵ و $v_i$ =۰/۴ به فضا زمان پس از اندرکنش بین موج بوزونی و ذرهٔ فرمیون، پدیدهٔ اسیلون تشکیل شده است. اسیلون تشکیل شده در انتها به کینک تبدیل و از محدودهٔ فضا زمان خارج می‌شود.

در شکل ۲۴ با توجه به مقادیر عددی $\varepsilon$=۰، $\phi_0$ = ۱/۱۲ و $v_i$ =۰/۴ پس از اندرکنش بین موج بوزونی با ذرهٔ فرمیونی، ابتدا به علت برخورد قوی بین ذرات در فضا زمان یک جهش تولید و سپس در فضا زمان پدیدهٔ بایون[۱] تولید می‌شود. در انتها در سمت مقابل فضا زمان و در محدودهٔ مشخص شده کینک تشکیل و از محدوده خارج می‌شود.

در شکل ۲۵ یک برخورد بین بوزون و فرمیون در محدودهٔ مشخص شده از فضا زمان را که منجر به تولید زوج دوگانه شده، می‌توان مشاهده کرد. در این شبیه‌سازی با در نظر گرفتن مقادیر عددی $\varepsilon$=۰، $\phi_0$ = ۳ و $v_i$ =۰/۲ موج بوزونی به ذرهٔ فرمیونی نزدیک شده و پس از اندرکنش به دو قسمت تقسیم می‌شود و هر کدام از این دو قسمت یک ذره از زوج ذرات را نشان می‌دهد.

## ۱۰. نتیجه‌گیری

در این تحقیق، مدل دوگانهٔ سینوسی-گوردون به همراه میدان دیراک مورد مطالعه قرار گرفته و با در نظر گرفتن یک لاگرانژی مطابق با این مدل، با انجام عملیات ریاضی، معادلات حرکت استخراج شدند. در محاسبات انجام شده با توجه به شکل ۲، دو حالت جذب کننده و دفع کننده برای انرژی مورد بررسی قرار گرفت. در این تحقیق با بردن بوزون‌ها به حالت نسبیتی و سرعت دادن به آنها در شرایط مختلف، برخورد بوزون با فرمیون انجام و نتایج در شکل‌ها ارائه شدند.

در این تحقیق، پارامترهای مهم مانند $\lambda$ ، $\varepsilon$ ، $\beta$ ، $\eta$، $\phi_0$ و $v_i$ مورد مطالعه قرار گرفته و با تغییرات ویژه‌ای در مقادیر عددی این متغیرها، برخورد بین ذرات انجام و نتایج جمع‌آوری شدند. در این پژوهش، برای حل روابط از روش‌های تحلیلی و عددی با همراهی نرم افزار میپل استفاده شد. با استفاده از مقادیر عددی به دست آمده از شکل ۲ برخوردهای سخت انجام و پدیدهٔ جهش مشاهده شد. در ادامه، به دو سوی انرژی جذب کننده و دفع کننده رفته و با تغییر متغیر $\phi_0$ هر دو حالت انرژی در برخوردها مورد آزمایش قرار گرفت و نتایج در شکل‌ها ارائه شدند. در محدودهٔ پایین حالت انرژی جذب کننده مشاهده شد که موج بوزونی با ذرهٔ فرمیونی اندرکنش انجام داده و به صورت بازتاب یافته از فضا زمان خارج می‌شود. در حالت انرژی بیشینه در تمام حالات $\varepsilon$ برخورد شدید بین موج بوزونی و ذرهٔ

۱. Bions

فرمیونی رخ داده و منجر به تولید جهش یا حفره در فضا زمان شد. در حالت انرژی دفع کننده مشاهده شد که برای تمام مقادیر $\varepsilon$ پس از اندرکنش موج بوزونی با ذرهٔ فرمیونی احتمال تولید پدیدهٔ تولید زوج ذره بیشتر می‌شود. در این تحقیق، با اعمال مقدار خاص عددی به متغیرهای $\phi_0$ و $v_i$ اسیلون و بایون تولید و نتایج در شکل‌ها مشاهده شدند. در این تحقیق، نرم افزار میپل مانند یک شتاب دهندهٔ مجازی عمل کرد و برخوردها را در مقادیر عددی پارامترهای $\lambda$، $\varepsilon$، $\phi_0$ و $v_i$ انجام داد و نتایجی جذاب و منطقی به ما ارائه کرد.

## مراجع


1. R Rajaraman, "*Solitons and instantons",* North Holland, Amsterdam, The Netherlands (1982).
2. N Manton and P Sutcliffe, "*Topological solitons",* Cambridge University Press, Cambridge, U.K. (2004).
3. W P Su, J R Schrieffer, and A J Heeger, *Phys. Rev. Lett.* **42** (1979) 1698[ INSPIRE].
4. A V Ustinov, *Phys.* D **123** (1998) 315.
5. L V Yakushevich, "*Nonlinear physics of DNA",* John Wiley & Sons, Hoboken, NJ, U.S.A. (2006).
6. R D Yamaletdinov, V A Slipko, and Y V Pershin, *Phys. Rev. B* **96** (2017) 094306.
7. B Denardo, et al., *Phys. Rev. Lett.* **64** (1990) 1518.
8. D Campbell, J Schonfeld, and C Wingate, *Physica* D **9** (1983) 1.
9. M Peyrard and D K Campbell, *Physica* D **9** (1983) 33.
10. D K Campbell, M Peyrard, and P Sodano, *Physica* D **19** (1986) 165.
11. A Alonso Izquierdo, J Queiroga-Nunes, and L M Nieto, *Phys. Rev.* D **103** (2021) 045003.
12. J G F Campos and A Mohammadi, *JHEP* **09** (2021) 067.
13. P Dorey and T Romanczukiewicz, *Phys. Lett.* B **779** (2018) 117.
14. J G F Campos and A Mohammadi, *Eur. Phys. J.* C **80** (2020) 352.
15. I C Christov, et al., *Phys. Rev.* D **99** (2019) 016010.
16. I.C. Christov et al., *Phys. Rev. Lett.* **122** (2019) 171601.
17. I C Christov, et al., *Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simul.* **97** (2021) 105748.
18. J G F Campos and A Mohammadi, *Phys. Lett.* B **818** (2021) 136361.
19. D Bazeia, A R Gomes and F C Simas, *Eur. Phys. J.* C **81** (2021) 532.
20. A R Gharaati, N Riazi and F Mohebbi, *Int. J. Theor. Phys.* **45**, 1, January (2006).