

انتقال تابش عمودی در قرص‌های برافزایشی با عامل ادینگتون متغیر

فهیمة حبیبی

دانشکده علوم، دانشگاه بیرجند، بیرجند

پست الکترونیکی: f_habibi@birjand.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۴۰۳/۰۷/۱۰؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۴۰۳/۱۲/۱۶)

چکیده:

در این تحقیق، انتقال تابش در اتمسفر یک قرص نازک از لحاظ هندسی و با عمق اپتیکی محدود مورد بررسی قرار می‌گیرد. با استفاده از تقریب صفحه موازی و صرف‌نظر از گرادیان‌های شعاعی، شار را یک بعدی و در راستای محور z در نظر می‌گیریم. همچنین فرض می‌کنیم که در حضور یک منبع گرمایش داخلی، شار در حالت تعادل تابشی است. سپس با کمک تقریب ادینگتون و با استفاده از عامل ادینگتون متغیر وابسته به عمق اپتیکی به حل تحلیلی معادلات انتقال تابش می‌پردازیم. نتایج نشان می‌دهد که عمق اپتیکی، گرمایش جرمی و عمق اپتیکی کل قرص به صورت با اهمیتی بر روی کمیت‌های تابش تاثیر می‌گذارند. به علاوه، نشان می‌دهیم که شدت ظاهری برای قرص‌های با عمق اپتیکی کل کمتر از یک به سمت قطب کاهش یافته و اثر روشنایی لبه را ظاهر می‌کنند. در مقابل شدت ظاهری در قرص‌های با عمق اپتیکی کل بیشتر از یک به سمت قطب افزایش یافته و اثر تاریکی لبه برای آنها مشاهده می‌شود.

واژه‌های کلیدی: قرص، قرص برافزایشی، انتقال تابش، عمق اپتیکی، روش: تحلیلی

تعدادی از محققان مورد بررسی قرار گرفته است [۳-۷].

۱. مقدمه

میدان‌های تابش به‌طور چشم‌گیری خواص محلی نواحی عبوری از آن را تحت تاثیر قرار می‌دهند. به خاطر امکان گسیل، جذب و پراکندگی مطالعه رفتار میدان تابش بسیار پیچیده است. علاوه بر این، تابش و ماده اغلب به هم پیوسته هستند و از این رو جواب‌های دقیق‌تر ساختار عمودی نیاز به در نظر گرفتن انتقال تابشی (و گشتاورهای آن) در کنار معادلات هیدرودینامیکی دارند. از آنجایی که جذب، انتشار و پراکندگی به بسامد فوتون‌ها نیز بستگی دارد، حل مجموعه کامل معادلات دینامیکی و تابشی بدون برخی فرضیات ساده کننده غیرممکن به نظر می‌رسد. برخلاف الگوهای اتمسفر ستاره‌ای، الگوهای قرص برافزایشی پیشنهادی در مورد جنبه‌های تابش مبهم‌تر بوده و برای مطابقت با کل طیف‌های مشاهده‌شده کافی نبوده‌اند. با این حال و علی‌رغم تفاوت‌های جدی بین اتمسفر ستارگان و

امروزه به طور گسترده اعتقاد بر این است که قرص‌های برافزایشی منابع انرژی مهم در پدیده‌های فعال مختلف در جهان هستند: در سحابی‌های پیش سیاره‌ای اطراف اجرام ستاره‌ای جوان، در منابع پرتو ایکس فوق نرم، در دوتایی‌های پرتو ایکس کهکشانی و ریزاخترش‌ها، تا کهکشان‌های فعال و اخترش‌ها. در طول سه دهه اخیر الگوهای برافزایش متنوعی به منظور بازتولید نتایج مشاهدات ارائه و مورد مطالعه قرار گرفته‌اند [۱] و [۲]. در این میان میدان‌های مطالعاتی مختلفی توسط محققان دنبال شده است. یکی از میدان‌های مطالعه مهم در زمینه قرص‌های برافزایشی، انتقال تابش از طریق اتمسفر قرص است. از این رو، انتقال تابش در قرص‌ها، هم از لحاظ ساختار اتمسفر قرص و هم از لحاظ توزیع انرژی از سطح قرص، توسط

حضور یک منبع گرمایش داخلی ناشی از وشکسانی است، اثری که در مورد اتمسفر ستارگان وجود ندارد و در اتمسفر قرص‌ها نیز کمتر به آن پرداخته شده است. فوکوئه [۹] با در نظر گرفتن عامل ادینگتون ثابت به بررسی رفتار اتمسفر قرص برای دو حالت بدون گرمای داخلی و با گرمای یکنواخت پرداخت. حبیبی [۱۸] نیز اثر گرمای داخلی را در شارهای نسبیتی مورد بررسی قرار داد و تاثیر این عامل را بر رفتار کمیت‌های تابش مورد مطالعه قرار داد. با این حال در این مطالعه نیز تانسور ادینگتون مستقل از عمق اپتیکی در نظر گرفته شده بود.

در مطالعه حاضر، قصد داریم انتقال تابش را در اتمسفر یک قرص برافزایشی صفحه موازی در حضور یک منبع گرم شدن داخلی ناشی از وشکسانی بررسی کنیم. به علاوه، برای داشتن یک تصویر واقعی‌تر از انتقال تابش در قرص، عامل ادینگتون را به صورت تابعی از عمق اپتیکی در نظر خواهیم گرفت. علاوه بر این، از آنجایی که در مطالعات معمول انتقال تابش در قرص‌های برافزایشی، اثر تاریکی لبه به جز موارد معدودی که به متغیرهای کاتاکلیسمیک^۲ مرتبط می‌شود [۸، ۱۹-۲۱]، به خوبی بررسی نشده است. همچنین به بررسی اثر تاریکی لبه در قرص‌های نازک و ضخیم از لحاظ اپتیکی خواهیم پرداخت. طرح کلی این مقاله به شرح زیر است: در بخش ۲ معادلات انتقال تابش با کمک یک مجموعه فرضیات استاندارد استخراج می‌شود. سپس در بخش ۳ به حل معادلات و تحلیل نتایج می‌پردازیم. بخش ۴ نیز به بیان مختصر نتایج اختصاص دارد.

۲. معادلات اساسی

در این بخش، معادلات انتقال تابش را برای توصیف اتمسفر یک قرص برافزایشی معرفی می‌نماییم. در یک حالت کلی این معادلات، که در چندین منبع مختلف ارائه شده‌اند [۱ و ۲۲]، باید در یک فضا-زمان چهار بعدی حل شوند. با این حال، به دست آوردن هر گونه جوابی در این حالت بسیار مشکل است. از اینرو، بعضی فرضیات استاندارد برای ساده‌سازی معادلات کلی مورد استفاده قرار می‌گیرد. در اینجا فرضیات زیر را در

اتم‌سفر قرص‌های برافزایشی در مواردی چون گرمای وشکسانی، عمق اپتیکی، شتاب گرانشی و نوع پراکندگی، تقریب‌های به کار رفته برای اتمسفر ستارگان الگوهای مناسبی برای تخمین جواب‌های پیچیده انتقال تابش و توصیف انتشار در قرص‌های برافزایشی نیز هستند. از اینرو، در بسیاری از موارد تقریب‌هایی مانند تقریب ادینگتون، تقریب صفحه موازی، تقریب اتمسفر خاکستری^۱ و غیر خاکستری برای اتمسفر قرص‌های برافزایشی نیز با کمک مطالعات عددی [۳، ۴ و ۸] و تحلیلی دنبال شده‌اند [۹-۱۲]. با این حال، استفاده از این تقریب‌ها تنها با کمک تغییرات لازم و مناسب، ما را به ارائه یک الگوی واقعی‌تر نزدیک خواهد کرد. به عنوان مثال، در فرمول‌بندی معادلات انتقال تابش و به منظور تکمیل معادلات در اتمسفرهای ستاره‌ای، معمولاً تقریب ادینگتون به صورت زیر استفاده می‌شود:

$$K = f_{\text{edd}} J, \quad (1)$$

که در آن K فشار تابشی، J شدت تابش میانگین و f_{edd} عامل ادینگتون نامیده می‌شود. در مورد ستارگان و برای میدان تابشی همسان‌گرد، عامل ادینگتون اغلب به صورت یک عامل ثابت و برابر $1/3$ در نظر گرفته می‌شود [۱۳ و ۱۴]. با این حال در مورد قرص‌های برافزایشی مطالعات نشان می‌دهد که وابستگی تانسور ادینگتون به عمق اپتیکی τ قرص بهتر است مورد توجه قرار گیرد. شکل مناسب تانسور ادینگتون برای قرص‌های برافزایشی در هر مسئله و پیکربندی می‌تواند متفاوت باشد و الگوهای مختلفی در همین راستا ارائه شده‌اند [۱۵-۱۷]. در مطالعه‌ای که توسط صمدی و همکارانش [۱۱] انجام شد، آنها با در نظر گرفتن یک عامل ادینگتون وابسته به عمق اپتیکی (مطابق با الگوی ارائه شده به وسیله تمازاوا و همکارانش [۱۵]) به صورت $1 + \tau/3$ و یک عامل ادینگتون ثابت و برابر $1/3$ به مقایسه رفتار این عامل بر روی کمیت‌های تابش پرداختند. آنها نشان دادند که عامل ادینگتون وابسته به عمق اپتیکی تاثیر بسزایی روی کمیت‌های مختلف تابش دارد. یکی دیگر از عوامل تاثیرگذار در اتمسفر قرص‌های برافزایشی

۱. Gray approximation

۲. Cataclysmic

در معادلات بالا تابع منبع S که برای ساده‌تر کردن معادلات استفاده شده است، به صورت زیر تعریف می‌شود [۱۳ و ۱۹]:

$$S = \frac{1}{\kappa_{abs} + \sigma_{sca}} \frac{j}{4\pi} + \frac{\sigma_{sca}}{\kappa_{abs} + \sigma_{sca}} J. \quad (9)$$

$$= \varepsilon B + (1 - \varepsilon) J.$$

که در آن B تابع پلانک و $\varepsilon = \frac{\kappa}{\kappa + \sigma}$ احتمال نابودی فوتون است. اگر فرض کنیم که شار در تعادل تابشی است و گرمای داخلی نیز در نظر گرفته شود، شرط تعادل تابشی بر اساس معادله انرژی یعنی رابطه:

$$q^+ - \rho(j - 4\pi\kappa_{abs}J) = 0, \quad (10)$$

به صورت زیر قابل استناد خواهد بود:

$$j = 4\pi\kappa_{abs}J + \frac{q^+}{\rho}, \quad (11)$$

سپس تابع منبع را نیز می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$S = J + \frac{q^+}{4\pi\rho(\kappa_{abs} + \sigma_{sca})} \equiv J + q^*; \quad (12)$$

که در آن $q^* \equiv \frac{q^+}{4\pi\rho(\kappa_{abs} + \sigma_{sca})}$ آهنگ گرمایش جرمی نامیده می‌شود و برای سادگی در اینجا ثابت در نظر گرفته شده است. با کمک این رابطه، تابع پلانک B نیز که برای تعیین دمای سطح قرص در بخش بعد مورد استفاده قرار خواهد گرفت، به صورت

$$B = J + \frac{q^*}{\varepsilon}, \quad (13)$$

به دست می‌آید.

حالا با چهار متغیر تابش یعنی H, J, I و K و سه معادله اساسی روبرو هستیم. به منظور کامل شدن مجموعه معادلات ناگزیر به استفاده از معادله دیگری هستیم. همان طور که قبلاً اشاره شد، در اینجا ما تقریب ادینگتون معادله (۱) را به کار می‌بریم و فرض می‌کنیم که نسبت فشار به شدت تابش تابعی از عمق اپتیکی باشد. سپس، با استفاده از الگوی ارائه شده به وسیله

$$K = \frac{1 + \tau}{1 + 3\tau} J. \quad \text{تمازوا و همکارانش [۱۵]: داریم:}$$

در این رابطه عامل ادینگتون به صورتی تعریف شده است که در حد $\tau \rightarrow \infty$ (عمق اپتیکی نامحدود) به مقدار استاندارد و ثابت $1/3$ کاهش یابد و در حد $\tau \rightarrow 0$ به مقدار یک نزدیک

نظر می‌گیریم: (۱) قرص ایستا، تقارن محور و از لحاظ هندسی نازک در نظر گرفته می‌شود. (۲) کمیت‌های فیزیکی قرص دارای گرادین‌های شعاعی و عمودی هستند به طوری که نسبت گرادین شعاعی به گرادین عمودی از مرتبه Z/R است (که Z ضخامت قرص و R شعاع قرص است). بنابراین، برای یک قرص نازک از نظر هندسی ($Z \ll R$) از گرادین‌های شعاعی صرف‌نظر کرده و تقریب اتمسفر صفحه موازی را به کار می‌بریم. (۳) فرض می‌کنیم که همرفت و رسانش برای انتقال انرژی در جهت عمودی ناچیز بوده و فقط انرژی از طریق تابش به بیرون منتقل می‌شود. در نتیجه، اتمسفر قرص به خوبی با معادلات یک بعدی در راستای عمودی تقریب زده می‌شود. (۴) فشار گاز نادیده گرفته شده و اتمسفر قرص تحت تعادل تابشی با منبع گرمای داخلی در نظر گرفته می‌شود. (۵) تقریب اتمسفر خاکستری که در آن کمیت‌های تابش مستقل از بسامد فرض می‌شوند، مورد استفاده قرار می‌گیرد.

با کمک این فرضیات و ساده‌سازی‌ها، معادلات انتقال تابش شامل معادله انتقال یکپارچه بسامد، معادله صفرم تکانه و معادله اول تکانه [۱، ۱۰، ۲۲ و ۲۳] به ترتیب در راستای عمودی Z به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$\mu \frac{dI}{dz} = \rho \left[\frac{j}{4\pi} - (\kappa_{abs} + \sigma_{sca})I + \sigma_{sca}J \right], \quad (2)$$

$$\frac{dH}{dz} = \rho \left[\frac{j}{4\pi} - \kappa_{abs}J \right], \quad (3)$$

$$\frac{dK}{dz} = \rho(\kappa_{abs} + \sigma_{sca})H. \quad (4)$$

که در آن I و H به ترتیب شدت ویژه و شار ادینگتون هستند.

همچنین ρ چگالی جرمی، z گسیل تابش در واحد جرم، κ_{abs} ضریب جذب، σ_{sca} ضریب پراکندگی و $\mu (= \cos\theta)$ کسینوس زاویه تابش است. به علاوه، با معرفی عمق اپتیکی به صورت:

$$d\tau \equiv -\rho(\kappa_{abs} + \sigma_{sca})dz, \quad (5)$$

می‌توان معادلات (۲) - (۴) را بر حسب عمق اپتیکی بازنویسی کرد:

$$\mu \frac{dI}{d\tau} = I - S, \quad (6)$$

$$\frac{dH}{d\tau} = J - S, \quad (7)$$

$$\frac{dK}{d\tau} = H, \quad (8)$$

$$J = \left(\frac{1+3\tau}{1+\tau}\right) q^* \left[-\frac{1}{\gamma} \tau^2 + \tau_b (c_* + \tau)\right]. \quad (20)$$

با معلوم شدن تابع شدت میانگین، تابع فشار تابشی K و تابع منبع S نیز به صورت تحلیلی به دست می‌آیند:

$$K = -\frac{1}{\gamma} q^* + q^* \tau_b (c_* + \tau), \quad (21)$$

$$S = \left(\frac{1+3\tau}{1+\tau}\right) q^* \left[-\frac{1}{\gamma} + \tau_b (c_* + \tau)\right] + q^*, \quad (22)$$

همان طور که در بخش قبل اشاره شد می‌توان دمای سطح قرص را از طریق تابع پلانک تعیین کرد. در اینجا با معلوم شدن تابع پلانک با کمک معادلات (۱۳) و (۲۲) و با استفاده از رابطه

$$\int_0^\infty B dv = \frac{\sigma}{\pi} T^4$$

صورت زیر تعیین کرد:

$$T_s = \left[\frac{\pi}{\sigma} q^* (c_* \tau_b + \frac{1}{\epsilon})\right]^{1/4}, \quad (23)$$

این رابطه به خوبی تاثیر مستقیم گرمای داخلی را بر افزایش دمای سطح قرص نشان می‌دهد. به علاوه این نتیجه نشان می‌دهد که دمای سطح قرص وابسته به ضرایب جذب و پراکندگی نیز است. این وابستگی در حالتی که اتمسفر قرص بدون گرمای داخلی در نظر گرفته می‌شود [۱۱] وجود ندارد.

شکل ۱ و ۲ رفتار شار ادینگتون و شدت میانگین را به صورت تابعی از عمق اپتیکی و برای چند مقدار q^* نشان می‌دهند. در این شکل‌ها، نمودارهای (الف) برای یک قرص با عمق اپتیکی کل ۵/۰ و نمودارهای (ب) برای یک قرص ضخیم و با عمق اپتیکی کل ۵ رسم شده‌اند. بر اساس شکل ۱ شار ادینگتون با افزایش عمق اپتیکی کاهش می‌یابد. با این حال افزایش گرمای داخلی و افزایش عمق اپتیکی کل قرص باعث افزایش مقدار آن در یک عمق مشخص می‌شود که این افزایش در عمق‌های نزدیک به سطح قرص بیشتر است. این در حالی است که در غیاب منبع گرمایش داخلی [۱۱] شار ادینگتون مقدار ثابتی را در همه عمق‌های اپتیکی دارد. همچنین شکل ۲ نشان می‌دهد شدت میانگین یک تابع صعودی بر حسب عمق اپتیکی است و با افزایش گرمای داخلی نیز مقدار آن افزایش می‌یابد. به علاوه، شکل به طور واضحی نشان می‌دهد که رفتار شدت میانگین در یک قرص نازک از لحاظ اپتیکی تقریباً خطی است ولی با افزایش ضخامت اپتیکی قرص به سمت رفتار غیرخطی

شود. بنابراین معادلات اساسی حاکم بر رفتار تابشی اتمسفر قرص به صورت زیر تبدیل می‌شوند:

$$\mu \frac{dI}{d\tau} = I - J - q^*, \quad (14)$$

$$\frac{dH}{d\tau} = -q^*, \quad (15)$$

$$\frac{d}{d\tau} \left(\frac{1+\tau}{1+3\tau} J \right) = H, \quad (16)$$

در بخش بعد، با کمک حل تحلیلی معادلات (۱۴)–(۱۶) رفتار کمیت‌های تابش را در عمق‌های اپتیکی مختلف و به ازاء مقادیر متفاوت گرمای داخلی بررسی خواهیم کرد.

۳. حل تحلیلی معادلات انتقال تابش

همان طور که اشاره شد، در این بخش تلاش خواهیم کرد تا معادلات انتقال تابش را با کمک شرایط مرزی مناسب به صورت تحلیلی حل کنیم. در ابتدا، وابستگی شار ادینگتون به عمق اپتیکی را از انتگرال‌گیری معادله (۱۵) به دست می‌آوریم. نتیجه به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$H = -q^* \tau + H_0, \quad (17)$$

که در آن H_0 ثابت انتگرال است. برای تعیین ثابت انتگرال نیازمند استفاده از یک شرط مرزی هستیم. در اینجا ما فرض می‌کنیم که شار ادینگتون در عمق اپتیکی کل τ_b برابر صفر باشد. سپس داریم $H_0 = q^* \tau_b$ و تابع شار ادینگتون را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$H = -q^* (\tau - \tau_b). \quad (18)$$

حالا با جایگذاری معادله (۱۸) برای شار ادینگتون در معادله (۱۶) و سپس انتگرال‌گیری آن، می‌توان شدت میانگین J را به صورت زیر تعیین کرد:

$$J = \left(\frac{1+3\tau}{1+\tau}\right) \left(-\frac{1}{\gamma} q^* \tau^2 + q^* \tau_b \tau + J_0\right). \quad (19)$$

در رابطه بالا J_0 ثابت انتگرال‌گیری است. مقدار J_0 با کمک این فرض تعیین می‌شود که تابع شدت میانگین در عمق اپتیکی صفر (سطح قرص) برابر $c_* H_0$ است، که در آن $c_* = \sqrt{3}$ در نظر گرفته می‌شود [۵]. با استفاده از این شرط مرزی، تابع شدت میانگین نیز به صورت زیر تعیین می‌شود:

$$I(\tau_b, -\mu) = C_\gamma e^{-\frac{\tau_b}{\mu}} + \frac{q^*}{\gamma} \{-\gamma\mu - \epsilon\mu^2 - \gamma\tau_b + \epsilon c_\gamma \tau_b + 3\tau_b^2 - \frac{\gamma}{\mu} e^{-\frac{1+\tau_b}{\mu}} (-1 + \gamma(-1 + c_\gamma)\tau_b) Ei\left[\frac{1+\tau_b}{\mu}\right]\}, \quad (28)$$

بعلاوه منطقی است که در عمق اپتیکی صفر یعنی سطح قرص شدت به سمت داخل برابر صفر انتخاب شود:

$$I(\tau=0, -\mu) = 0, \quad (29)$$

با استفاده از سه معادله (۲۷)، (۲۸) و (۲۹) ضرایب C_1 و C_2 به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$C_1 = \frac{1}{\mu} (e^{-\frac{\tau_b}{\mu}} \mu (I_0 - \gamma\mu q^*) + e^{\frac{\mu}{\mu}} q^*) (1 + \gamma\tau_b - \gamma c_\gamma \tau_b) \times Ei\left[-\frac{1+\tau_b}{\mu}\right] + ((e^{\frac{\mu}{\mu}} \mu C_\gamma + q^* (1 + \gamma\tau_b - \gamma c_\gamma \tau_b)) \times Ei\left[\frac{1+\tau_b}{\mu}\right]) e^{-\frac{1+\gamma\tau_b}{\mu}}. \quad (30)$$

$$C_\gamma = q^* (\mu + \gamma\mu^2 + (\gamma - \gamma c_\gamma)\tau_b + \gamma\mu\tau_b + \frac{e^{-1/\mu}}{\mu} (-1 + \gamma(-1 + c_\gamma)\tau_b) Ei\left[\frac{1}{\mu}\right]), \quad (31)$$

در شکل ۳ شدت ظاهری (یا شدت گسیل شده از سطح قرص به سمت خارج یعنی $I(\tau=0, \mu)$) را به صورت تابعی از کسینوس جهت μ و به ازاء چند مقدار q^* رسم کرده‌ایم. در قسمت بالای شکل ۳ نمودار (الف) رفتار یک نمونه قرص ضخیم از لحاظ اپتیکی با عمق اپتیکی کل ۵ و نمودار (ب) نتایج برای یک نمونه قرص نازک با عمق اپتیکی کل ۰/۵ را نشان می‌دهند. برای یک قرص ضخیم از لحاظ اپتیکی، همان طور که از این نمودارها مشخص می‌شود، شدت ظاهری اثر معمول تاریکی لبه را نشان می‌دهد. با این حال، در یک قرص با عمق اپتیکی کم اتفاق متفاوتی می‌افتد و ما لبه قرص $\mu=0$ را روشن‌تر از قطب $\mu=1$ می‌بینیم (اثر روشنایی لبه).

تغییر می‌کند. در مقایسه با حالت بدون منبع گرمایش داخلی [۱۱]، رفتار شدت میانگین با عمق اپتیکی نیز تغییرات قابل توجهی را نشان می‌دهد. به عنوان یک نتیجه، حضور منبع گرمایش داخلی نوع وابستگی کمیت‌های تابش را بر حسب عمق اپتیکی تغییر خواهد داد.

در ادامه با کمک تابع شدت میانگین J معادله انتقال (۱۴) را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\frac{dI}{d\tau} - \frac{1}{\mu} I + \frac{q^*}{\mu} \left(\frac{1+\gamma\tau}{1+\tau} \right) \left(\tau_b (c_\gamma + \tau) - \frac{\tau^2}{\gamma} \right) + \frac{q^*}{\mu} = 0, \quad (24)$$

حل این معادله، تابع شدت را به صورت زیر به دست می‌دهد:

$$I(\tau, \mu) = C_1 e^{\frac{\tau}{\mu}} - \gamma\mu^2 q^* + \mu q^* (1 - \gamma\tau + \gamma\tau_b) + q^* \left(\tau - \frac{\gamma\tau^2}{\gamma} + (-\gamma + \gamma c_\gamma)\tau_b + \gamma\tau\tau_b \right) + \frac{e^{\frac{1+\tau}{\mu}} q^*}{\mu} \times (-1 + \gamma(-1 + c_\gamma)\tau_b) Ei\left[-\frac{1+\tau}{\mu}\right]; \quad (25)$$

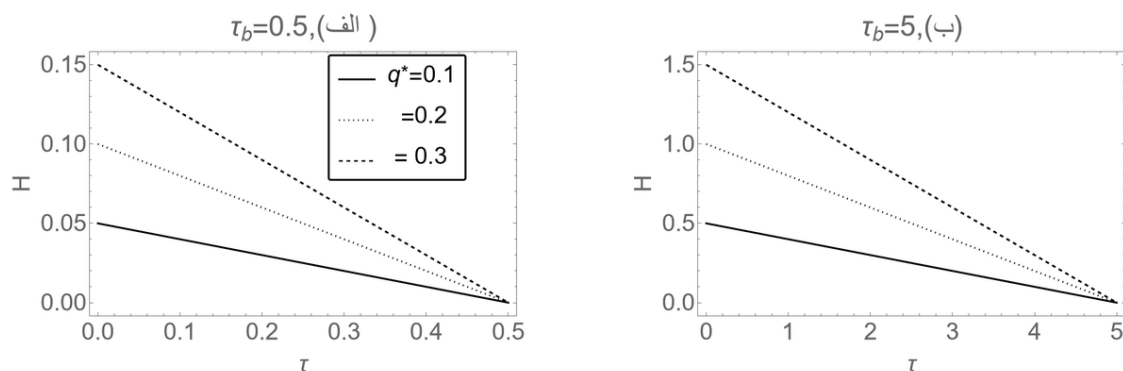
عبارت تابع انتگرالی $Ei[\tau]$ که در معادله بالا دیده می‌شود به صورت $Ei[\tau] = -\int_{-\tau}^{\infty} \frac{e^{-t}}{t} dt$ تعریف می‌گردد. در ادامه با استفاده از شرایط مرزی مناسب تلاش خواهیم کرد که ثابت انتگرال را تعیین کنیم.

در اینجا از شرایط مرزی مبتنی بر فرض عمق اپتیکی محدود τ_b استفاده می‌کنیم. ما فرض می‌کنیم شدت $I(\tau_b, \mu)$ به سمت خارج شامل دو بخش به صورت زیر است:

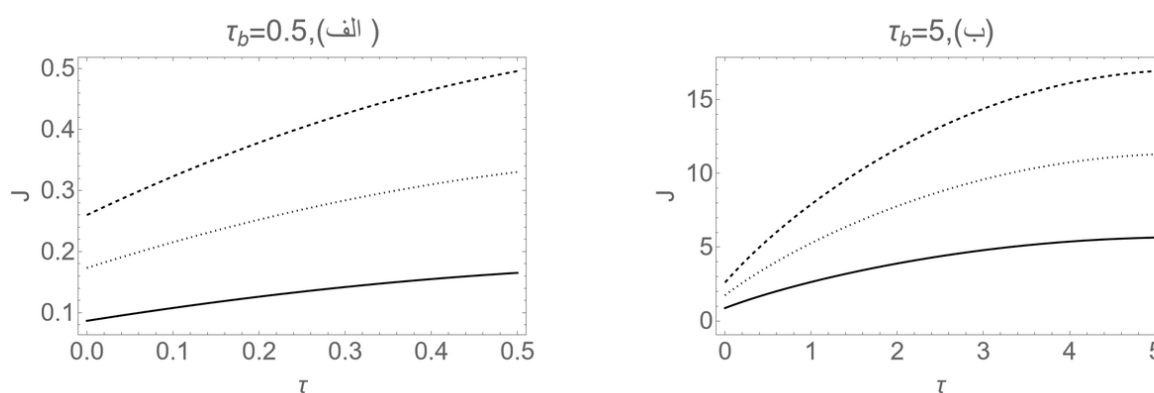
$$I(\tau_b, \mu) = I_b + I(\tau_b, -\mu). \quad (26)$$

که در آن I_b شدت تابش یکنواختی است که نرخ گرمایش استوا را نشان می‌دهد و $I(\tau_b, -\mu)$ شدت به سمت داخل است. با استفاده از رابطه (۲۵) توابع شدت به سمت خارج و شدت به سمت داخل در عمق اپتیکی τ_b به ترتیب به صورت زیر تعیین می‌شوند:

$$I(\tau_b, \mu) = C_1 e^{\frac{\tau_b}{\mu}} + \frac{q^*}{\gamma} \{\gamma\mu - \epsilon\mu^2 - \gamma\tau_b + \epsilon c_\gamma \tau_b + 3\tau_b^2 + \frac{\gamma}{\mu} e^{\frac{1+\tau_b}{\mu}} (-1 + \gamma(-1 + c_\gamma)\tau_b) Ei\left[-\frac{1+\tau_b}{\mu}\right]\}, \quad (27)$$



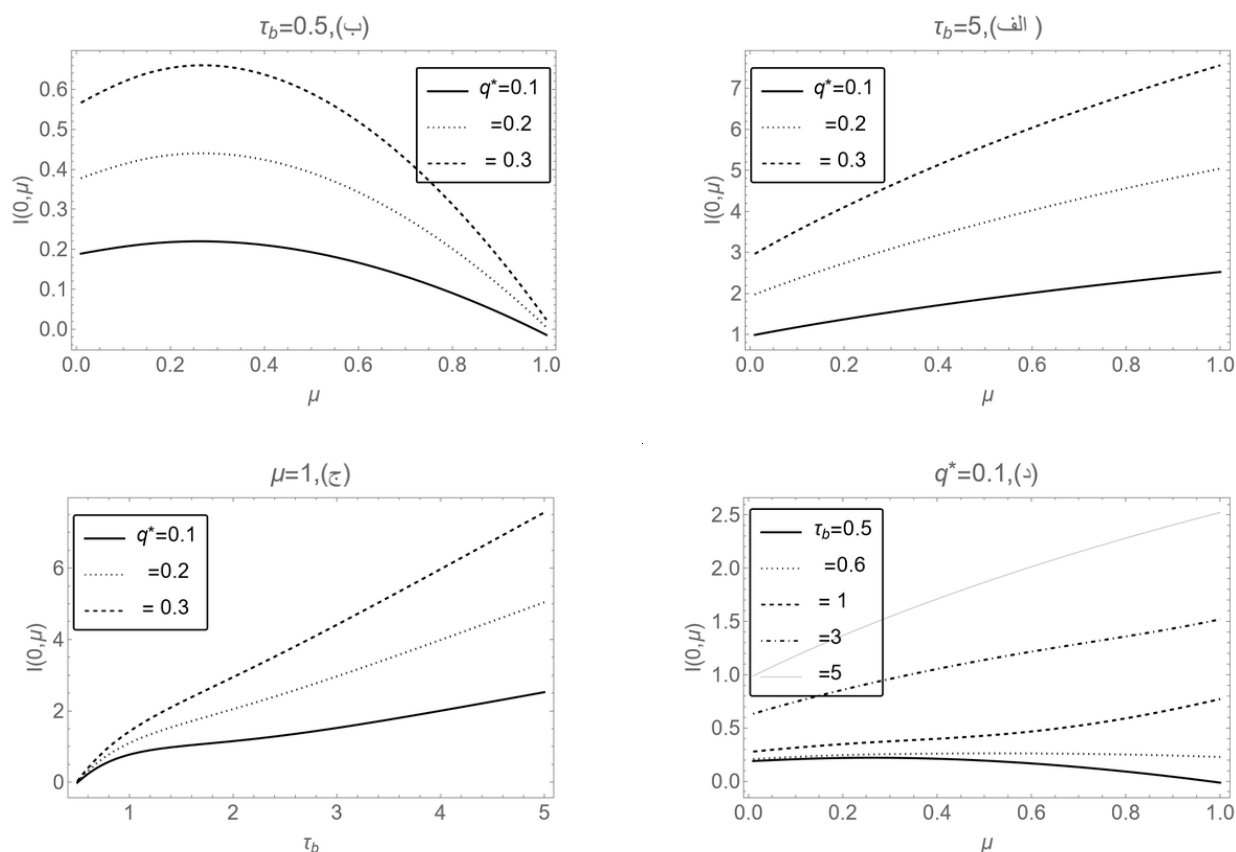
شکل ۱. رفتار شار ادینگتون به صورت تابعی از عمق اپتیکی و چندین مقدار q^* . نمودار (الف) برای قرص با عمق اپتیکی کل کمتر از یک و نمودار (ب) برای قرص با عمق اپتیکی کل بزرگتر از یک.



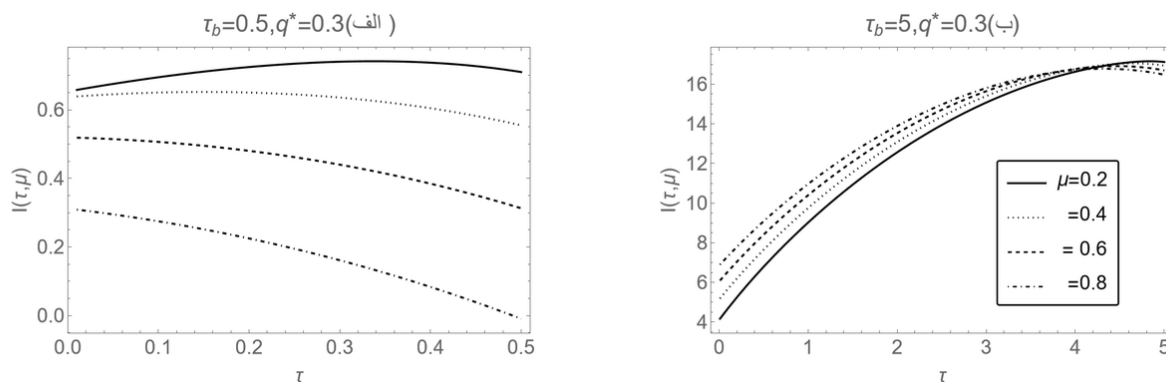
شکل ۲. مشابه شکل ۱ برای شدت میانگین به صورت تابعی از عمق اپتیکی و چندین مقدار q^* .

که برای یک قرص ضخیم با عمق اپتیکی کل ۵ رسم شده است، نشان می‌دهد که شدت به سمت خارج با افزایش عمق اپتیکی افزایش می‌یابد. همچنین با حرکت از استوا به سمت قطب (افزایش μ) در یک عمق اپتیکی مشخص، شدت به سمت خارج روند افزایشی خواهد داشت. نمودار (الف) شکل ۴ یک قرص نازک از لحاظ اپتیکی و با عمق اپتیکی کل ۰/۵ را نشان می‌دهد. همان طور که به وضوح دیده می‌شود، شدت به سمت خارج در این حالت یک رفتار کاهشی بر حسب عمق اپتیکی دارد. به علاوه، برخلاف رفتار یک قرص ضخیم (شکل سمت راست) در این حالت شدت به سمت خارج با افزایش کسینوس جهت μ کاهش می‌یابد.

این نتیجه با پیش‌بینی‌های قبلی در مطالعات مشابه توافق دارد [۱۱]. به علاوه، نتایج ما نشان می‌دهد که در هر دو نوع قرص، افزایش گرمایش جرمی باعث افزایش شدت ظاهری خواهد شد. در نمودارهای (ج) و (د) در شکل ۳ اثر عمق اپتیکی کل قرص بر رفتار شدت ظاهری نشان داده شده است. این نمودارها مشخص می‌کنند که برای عمق اپتیکی کل کمتر از یک اثر روشنایی لبه وجود دارد اما با افزایش عمق اپتیکی کل قرص این رفتار به صورت تدریجی به اثر تاریکی لبه تغییر خواهد کرد. در شکل ۴ تغییرات شدت به سمت خارج به صورت تابعی از عمق اپتیکی نشان داده شده است. نمودار (ب)



شکل ۳. رفتار شدت ظاهری (شدت به سمت خارج از عمق اپتیکی صفر) (الف) بر حسب کسینوس جهت μ و برای قرص با عمق اپتیکی کل کمتر از یک (ب) بر حسب کسینوس جهت μ و برای قرص با عمق اپتیکی کل بزرگتر از یک (ج) بر حسب عمق اپتیکی کل τ_b ، (د) بر حسب گرم شدگی جرمی q^* برای قرص‌های با عمق اپتیکی کل مختلف.



شکل ۴. رفتار شدت به سمت خارج به صورت تابعی از عمق اپتیکی و چند مقدار μ . نمودار (الف) برای قرص با عمق اپتیکی کل کمتر از یک و نمودار (ب) برای قرص با عمق اپتیکی کل بیشتر از یک.

بررسی قرار گرفت. معادلات اساسی انتقال تابش با استفاده از تقریب صفحه موازی، تقریب ادینگتون، تقریب اتمسفر خاکستری و چندین فرض استاندارد دیگر ساده‌سازی شده و به یک مجموعه معادلات یک بعدی در جهت عمودی کاهش

۴. نتیجه‌گیری

در این مطالعه معادلات انتقال تابش مربوط به اتمسفر یک قرص برافزایشی نازک از لحاظ هندسی و با عمق اپتیکی محدود مورد

مشابه قبلی مطابقت دارد [۹-۱۱]. همچنین نشان دادیم که حضور منبع گرم شدگی داخلی اگر چه رفتار کلی شدت ظاهری را برای قرص‌های نازک و ضخیم تغییر نمی‌دهد، اما مقدار شدت ظاهری با افزایش گرم شدگی داخلی قرص افزایش می‌یابد.

شدت ظاهری و اثرات تاریکی و روشنایی لبه در مورد قرص‌های برافزایشی بسیار با اهمیت است و می‌تواند برای بررسی طیف، شار و منحنی‌های نوری مورد استفاده قرار گیرد. همچنین، نتایج نشان می‌دهند که شدت ظاهری تابش برای عمق‌های اپتیکی کوچک به صورت قابل توجهی نسبت به عمق‌های اپتیکی بزرگ اصلاح شده و تغییر می‌کند. در مورد ویژه یک قرص استاندارد (الگوی شاکورا-سانیاو)، عمق اپتیکی در نواحی داخلی به صورت زیر تعریف می‌شود: [۹ و ۱۷]

$$\tau = 2\alpha^{-1} \dot{m}^{-1} \hat{r}^{3/2} \left(1 - \sqrt{\frac{3}{\hat{r}}}\right)^{-1}, \quad (32)$$

این رابطه نشان می‌دهد که با تغییر آهنگ برافزایشی $\dot{m}$ و شعاع به‌هنگار شده $\hat{r}$ عمق اپتیکی نیز تغییر می‌کند. بنابراین انتظار داریم که در نواحی با آهنگ برافزایشی بیشتر یا شعاع کمتر، عمق اپتیکی نیز کاهش یابد. با این حال در شرایط معمول عمق اپتیکی ناحیه داخلی قرص استاندارد بیشتر از ده است. در چنین حالتی باید اثر تاریکی لبه را در محاسبات مربوط به شار و طیف تابشی در نظر گرفت.

در این تحقیق، ما حالت خاص تعادل تابشی را دنبال کردیم. به عنوان یک پیشنهاد الگوی حاضر می‌تواند برای حالت تعادل ترمودینامیکی نیز گسترش یابد. فرض استقلال کمیت‌های تابش از بسامد، مسأله دیگری است که در این مطالعه در نظر گرفته شد. می‌توان در پژوهش‌های آینده وابستگی به بسامد کمیت‌های تابش نیز مورد بررسی و تحلیل قرار گیرد.

۵. تشکر و قدردانی

در پایان از داور محترم به خاطر نظرات متفکرانه و سازنده‌اش جهت بهبود ویرایش اول این مقاله، سپاسگزارم. این تحقیق در قالب طرح پژوهشی به شماره ابلاغیه ۱۳۲۴۹/۱۴۰۲/۵ مورخ

یافتند. سپس با در نظر گرفتن حالت خاص تعادل تابشی در اتمسفری با یک منبع گرمایش داخلی و عامل ادینگتون وابسته به عمق اپتیکی به تحلیل این معادلات پرداختیم. رویکرد تحلیلی در این نوع مسائل می‌تواند ویژگی‌های اساسی و کیفی مسئله را به خوبی آشکار و محدودیت‌های معادلات را مشخص کند. همچنین این جواب‌ها می‌توانند برای تفسیر و درک نتایج حاصل از پژوهش‌های عددی مفید باشد.

وابستگی کمیت‌های تابش به پارامترهای اصلی شامل عمق اپتیکی τ ، کسینوس جهت μ ، عمق اپتیکی کل قرص τ_b و پارامتر گرمایش داخلی q^* از موارد بررسی شده در این تحقیق است. نتایج نشان می‌دهد که حضور منبع گرم شدگی داخلی می‌تواند رفتار کمیت‌های تابش را بر حسب عمق اپتیکی تغییر دهد. به عنوان مثال شار ادینگتون که در غیاب گرم شدگی داخلی و در مطالعه انجام شده به وسیله صمدی و همکارانش [۱۱] برای حالت تعادل تابشی به صورت یک مقدار ثابت به دست آمد، در این مطالعه و به دلیل حضور منبع گرم شدگی داخلی رفتار خطی بر حسب عمق اپتیکی را نشان می‌دهد. همچنین نوع وابستگی شدت میانگین، تابع منبع و تابع پلانک نیز از یک رفتار خطی بر حسب عمق اپتیکی در غیاب منبع گرمایش داخلی به رفتاری با وابستگی درجه دوم نسبت به عمق اپتیکی تغییر یافت. علاوه بر این، نتایج نشان می‌دهند که حضور منبع گرم شدگی داخلی بر روی دمای سطح قرص نیز تاثیر مستقیم دارد.

در ادامه و برای به دست آوردن تابع شدت ویژه I معادله انتقال تابش را که تابعی از عمق اپتیکی بود با کمک دو شرط مرزی مناسب به صورت تحلیلی حل کردیم. سپس تابع شدت ویژه گسیل شده از سطح قرص ($\tau=0$) را بر حسب کسینوس جهت μ ، پارامتر گرم شدگی داخلی q^* و عمق اپتیکی کل τ_b به دست آوردیم. نشان دادیم که شدت ظاهری برای یک قرص ضخیم از لحاظ اپتیکی و به ازاء عمق اپتیکی کل بیشتر از یک اثر تاریکی لبه را نشان می‌دهد. در مقابل و برای یک قرص نازک از لحاظ اپتیکی و با عمق اپتیکی کل کمتر از یک شدت ظاهری به سمت قطب ($\mu=1$) کاهش می‌یابد و اثر روشنایی لبه مشاهده می‌شود. این رفتار با نتایج پیش بینی شده در مطالعات

۱۴۰۲/۷/۳۰ و با استفاده از اعتبارات پژوهشی دانشگاه بیرجند انجام شده است، که بدینوسیله تشکر و قدردانی می‌شود.

مراجع

1. A Peraiah, *An Introduction to Radiative Transfer: Methods and applications in astrophysics*, Cambridge: Cambridge University Press (2002).
2. S Kato, J Fukue & S Mineshige, *Black-Hole Accretion Disks* (Kyoto: Kyoto University Press) (2008).
3. I Hubeny, E Agol, O Blaes & J H Krolik *ApJ* **533** (2000) 710.
4. I Hubeny, O Blaes, J H Krolik & E Agol *ApJ* **559** (2001) 680.
5. J Fukue, *PASJ* **59** (2007) 687.
6. J Fukue, *PASJ* **61** (2009) 367.
7. J Fukue, *PASJ* **62** (2010) 255.
8. Y Hui, J H Krolik & I Hubeny, *ApJ* **625** (2005) 913.
9. J Fukue and C Akizuki, *PASJ* **58** (2006) 1073.
10. J Fukue, *PASJ* **63** (2011) 1273.
11. M Samadi, F Habibi and S Abbassi, *MNRAS* **496** (2020) 1655.
12. F Habibi and M Samadi, *IJAA* **7** (2020) 67.
13. Chandrasekhar, S, *Radiative Transfer*, New York: Dover Publishing, Inc, (1960).
14. Mihalas, D., *Stellar Atmospheres*, San Francisco: W.H. Freeman and Co. (1970).
15. S Tamazawa, K Toyama, N Kaneko, Y Ono, *Ap&SS* **32** (1975) 403.
16. J Fukue, *PASJ* **66** (2014) 73.
17. N Shakura, R Sunyaev, *A&A* **24** (1973) 337.
18. F Habibi, *Iranian Journal of Physics Research* **24** (2024) 111.
19. J Fukue, *PASJ* **52** (2000) 829.
20. R A Wade & I Hubeny, *ApJ* **509** (1998) 350.
21. M P Diaz, R A Wade & I Hubeny, *ApJ* **459** (1996) 236.
22. D Mihalas and B W Mihalas, *Foundations of Radiation Hydrodynamics*, New York: Oxford University Press (1984).
23. J I Castor, *Radiation Hydrodynamics*, Cambridge: Cambridge University Press (2004).