

عامل شکل طیفی در حضور اندرکنش‌های تصادفی موضعی در سامانه‌های انتگرال‌پذیر بوزونی

علی ملباشی* و صالح رحیمی کشاری

پژوهشکده فیزیک کوانتومی و ماده، پژوهشگاه دانش‌های بنیادی، تهران

پست الکترونیکی: mollabashi@ipm.ir

(دریافت مقاله: ۱۴۰۴/۰۵/۱۴؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۴۰۴/۰۵/۲۸)

چکیده:

رفتار عامل شکل طیفی یکی از مشخصه‌های شناخته شده آشوب کوانتومی و درهم‌سازی اطلاعات کوانتومی در سامانه‌های بس‌ذره‌ای است. اخیراً نشان داده شده است که از نقطه نظر این سنجه، درهم‌سازی اطلاعات کوانتومی علاوه بر سامانه‌های آشوبناک کوانتومی، در سامانه‌های انتگرال‌پذیر نیز به شرط وجود اندرکنش‌های تصادفی سرتاسری رخ می‌دهد. در این مقاله به صورت عددی نشان می‌دهیم در سامانه‌های بوزونی انتگرال‌پذیر که اندرکنش میان مدهای بوزونی با هامیلتونی درجه دوم تصادفی و موضعی توصیف می‌شود، عامل شکل طیفی برخلاف سامانه‌های انتگرال‌پذیر غیرتصادفی، دارای شیب در زمان‌های میانی است. وجود این شیب شواهدی دوچندان برای رخ دادن درهم‌سازی اطلاعات کوانتومی در سامانه‌های تصادفی موضعی، علی‌رغم انتگرال‌پذیری این سامانه‌هاست.

واژه‌های کلیدی: درهم‌سازی اطلاعات کوانتومی، عامل شکل طیفی، انتگرال‌پذیری، آشوب کوانتومی.

۱. مقدمه

[1]. از سوی دیگر آشوب کوانتومی از روی ویژگی‌های آماری طیف هامیلتونی تعریف می‌شود. به عبارت دقیق‌تر اگر فواصل ترازهای انرژی از آمار ویگنر-دایسون تبعیت کند، به هامیلتونی متناظر آشوبناک کوانتومی گفته می‌شود [3]. اگر مولد تحول زمانی یک هامیلتونی آشوبناک باشد، چنین تحولی باعث درهم‌سازی اطلاعات کوانتومی خواهد شد، اما نکته مهم این است که برعکس این گزاره صحیح نیست. تا حوالی سال ۲۰۲۰ تصور اولیه این بوده که مولد هر تحول زمانی که موجب درهم‌سازی اطلاعات کوانتومی شود بیانگر هامیلتونی یک سامانه آشوبناک کوانتومی است، اما شواهد اخیر نشان می‌دهد که در حالت کلی آشوب کوانتومی و درهم‌سازی اطلاعات کوانتومی لازم و ملزوم یکدیگر نیستند [5].

درهم‌سازی اطلاعات کوانتومی^۱ و آشوب کوانتومی از مفاهیمی هستند که مطالعه آنها در مسیر تلاش برای فهم مسئله باطل‌نمای اطلاعات سیاه‌چاله‌ها آغاز و پس از آن در حوزه‌های مختلف فیزیک اهمیت پیدا کرده است [۱-۳]. این دو مفهوم رابطه تنگاتنگی با یکدیگر دارند. مفهوم درهم‌سازی اطلاعات کوانتومی به این معنی است که هم‌بستگی‌های موضعی در یک حالت کوانتومی در زمان اولیه تحت تحول زمانی یکانی از دست بروند، یعنی با استفاده از سنجه‌های موضعی نتوان اطلاعات اولیه را از حالت کوانتومی متحول شده بازیابی کرد

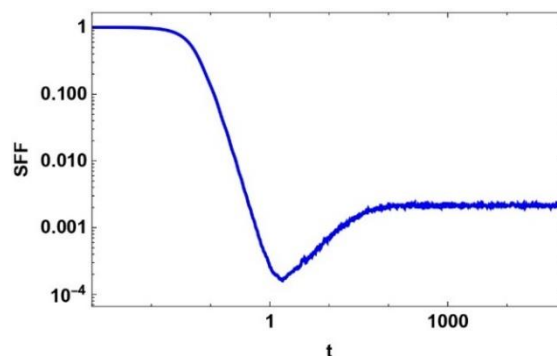
۱. Scrambling of quantum information

$$g(\beta, t) = \frac{|Z(\beta + it)|^2}{|Z(\beta)|^2} \quad (1)$$

که در آن $Z(\beta + it)$ تابع پارش است که ادامه تحلیلی داده شده است. همان‌طور که از رابطه بالا پیداست، این کمیت تبدیل فوریه هم‌بستگی ترازهای انرژی است که به‌نجار شده است. به‌صورت شهودی این کمیت به‌نوعی تشخیص می‌دهد که چطور ترازهای سامانه در زمان با یکدیگر تعامل می‌کنند.

رفتار عمومی این کمیت برحسب زمان^۳ در نظریه‌های آشوبناک به این صورت است که در زمان صفر مقدار آن به واحد به‌نجار شده است و در زمان‌های کوچک این کمیت به سرعت کاهش می‌یابد که نشان‌دهنده عدم وجود هم‌بستگی بین ترازهای انرژی است. در زمان‌های میانی این کمیت با یک شیب خطی رشد می‌کند. این رشد، به رشد هم‌دوس هم‌بستگی‌های کوتاه‌برد در طیف انرژی منتسب می‌شود و در زمان‌های بزرگ این کمیت اشباع می‌شود. به این الگوی رشد در زمان، معمولاً عنوان افت-شیب-اشباع اطلاق می‌شود. شایان ذکر است که به‌صورت متداول نمودار عامل شکل طیفی در مقیاس تمام‌لگاریتمی رسم می‌شود و منظور از شیب خطی، خطی بودن در مقیاس تمام‌لگاریتمی است. این رفتار در شکل ۱ برای یک نمونه سامانه کوانتومی آشوبناک ۱۰۰۰ بعدی رسم شده است. هامیلتونی این سامانه به‌طور تصادفی از GOE^۴ (هنگرد ماتریس‌های گاوسی متعامد) انتخاب شده است.

ارتباط این رفتار طیفی در چارچوب نظریه ماتریس‌های تصادفی با الگوهای معین آشوب، به‌طور تحلیلی بررسی و شناخته شده است [۱۳-۱۷]. این رفتار در سامانه‌های فرمیونی [۱۸] و بوزونی [۱۹] موضعی به‌عنوان الگوهای کمینه آشوبناک کوانتومی و همچنین در حضور اتلاف [۲۰] مطالعه شده است. نکته مهم درباره این الگوی رفتاری آن است که در تصویر اولیه انتظار می‌رفت در سامانه‌های انتگرال‌پذیر، پس از افت، ناحیه‌ای با شیب مثبت وجود نداشته باشد و این کمیت بلافاصله پس از فرود به حالت مسطح (اشباع) برسد. اخیراً (بعد از سال ۲۰۲۰)



شکل ۱. رفتار عامل شکل طیفی برای ماتریس‌های تصادفی ۱۰۰۰ بعدی انتخاب شده از GOE که $\beta=0/1$ انتخاب شده و نتایج روی ۵۰۰ نمونه میانگین‌گیری شده است.

کمی کردن مفهوم درهم‌سازی اطلاعات و آشوب کوانتومی یکی از چالش‌های دو دهه اخیر بوده است و برای این هدف کمیت‌های مختلفی شامل عامل شکل طیفی^۱ [۷ و ۶]، اطلاعات متقابل سه‌تایی [۸] و هم‌بستگی‌های نامرتب زمانی^۲ [۳ و ۹] معرفی و به‌صورت مشروح مطالعه شده‌اند.

هدف این مقاله بررسی درهم‌سازی اطلاعات از نقطه‌نظر سنجه عامل شکل طیفی در الگوهای بوزونی انتگرال‌پذیر در حضور اندرکنش‌های موضعی تصادفی است. شایان ذکر است که درهم‌سازی اطلاعات در این الگوها با استفاده از دو سنجه دیگر (اثر حافظه در انتشار درهم‌تنیدگی و تحول زمانی اطلاعات سه‌تایی) پیشتر در [۱۲] مورد بررسی قرار گرفته است.

در این مقاله در بخش ۲ عامل شکل طیفی و در بخش ۳ الگوهای تصادفی موضعی معرفی خواهند شد. در بخش ۴، پس از مرور نحوه محاسبه عامل شکل طیفی، این کمیت برای الگوهای تصادفی موضعی بوزونی مطالعه خواهد شد. بخش ۵، به بررسی بخش تک-ذره فضای هیلبرت می‌پردازد و بخش ۶ به جمع‌بندی و نتیجه‌گیری اختصاص یافته است.

۲. عامل شکل طیفی

عامل شکل طیفی به‌صورت تابعی از زمان و دما β تعریف می‌شود:

۱. Spectral Form Factor (SFF)

۲. Out of time ordered correlation

۳. منظور از زمان، ترکیب بدون بعدی است که از زمان و پارامتر بعددار در نظریه ساخته می‌شود.

۴. Gaussian Orthogonal Ensemble

یکی از مشهورترین سامانه‌هایی که زیرمجموعه‌ای از حالت بالا محسوب می‌شود به سامانه شبکه هماهنگ مشهور است. این سامانه به صورت

$$H = \frac{1}{\gamma} \sum_{n=1}^N \left(\frac{p_n^2}{\varepsilon} + \varepsilon m^2 q_n^2 + \frac{1}{\varepsilon} (q_{n+1} - q_n)^2 \right) \quad (۳)$$

تعریف می‌شود. اگر این نوسانگر را روی یک شبکه یک بعدی در نظر بگیریم، ε نقش ثابت شبکه را بازی می‌کند. در این صورت هامیلتونی بالا در حد پیوستار به هامیلتونی میدان نرده‌ای آزاد با پارامتر جرمی m تبدیل می‌شود.

خانواده دیگری از سامانه‌هایی که بیشتر در مرجع [۱۲] معرفی شد و در این مقاله عامل شکل طیفی آنها مورد مطالعه قرار می‌گیرد به صورت

$$H = \frac{1}{\gamma} \sum_{n=1}^N \left(\frac{p_n^2}{\varepsilon} + \varepsilon m^2 q_n^2 + \frac{J_n}{\varepsilon} (q_{n+1} - q_n)^2 \right) \quad (۴)$$

تعریف می‌شود که در آن J_n یک متغیر تصادفی است که $J_n \in (a, b)$ و a و b اعداد حقیقی هستند. این هامیلتونی همچنان موضعی است، اما متغیر تصادفی شدت برهم‌کنش نوسانگرهای مجاور را تعیین می‌کند و لذا تقارن انتقال در این هامیلتونی مستقل از شرط مرزی اعمال شده شکسته می‌شود. در صورتی که در سامانه شبکه هماهنگ، رابطه (۳)، با اعمال شرط مرزی دوره‌ای تقارن انتقال حفظ می‌شود.

به طور کلی، هامیلتونی‌های درجه دوم یک سامانه بوزونی N مدی را می‌توان با یک تبدیل گاوسی یکانی به هامیلتونی N نوسانگر هماهنگ واجفیتیده تبدیل کرد [۲۱]

$$H = U_G \left(\frac{1}{\gamma} \sum_{k=1}^N \omega_k (q_k^2 + p_k^2) \right) U_G^\dagger \quad (۵)$$

تحت یک عملگر گاوسی یکانی داریم $U_G r U_G^\dagger = S \cdot r$ که در آن S یک ماتریس سیمپلکتیک است که رابطه $S \cdot J \cdot S^T = J$ را برآورده می‌کند. در این رابطه J شکل سیمپلکتیک است که عناصر ماتریسی آن از رابطه $J_{kj} = i[r_k, r_j]$ به دست می‌آید. بنابراین بسامدهای نرمال $\{\omega_k\}$ در رابطه (۵)، که طیف هامیلتونی را مشخص می‌کنند، در واقع ویژه مقادیر سیمپلکتیک ماتریس هامیلتونی M در رابطه (۲) هستند، $S^T \cdot M \cdot S = \text{diag}(\omega_1, \dots, \omega_N, \omega_1, \dots, \omega_N)$ در رابطه (۵)

نشان داده شده است که سامانه‌های انتگرال‌پذیری وجود دارند که به دلیل وجود اندرکنش‌های تصادفی سرتاسری در آنها ناحیه شیب مشاهده می‌شود، اگرچه نشان داده شده است که در سامانه‌های فرمیونی با اندرکنش‌های سرتاسری تصادفی (معروف به SYK_۲) این شیب خطی نیست [۱۰، ۱۱]. همچنین شواهد عددی دال بر غیرخطی بودن شیب در سامانه‌های بوزونی با اندرکنش‌های سرتاسری تصادفی نیز در [۱۲] ارائه شده است. در نتیجه وجود شیب مثبت پس از افت به معنی نشانه‌ای از درهم‌سازی اطلاعات در نظر گرفته می‌شود در حالی که خطی بودن شیب نشانه انحصاری آشوبناک بودن هامیلتونی است [۱۲].

۳. الگوی تصادفی موضعی

سامانه‌های مورد بررسی در این مقاله عبارتند از مجموعه‌ای از نوسانگرهای هماهنگ بوزونی که بین آنها اندرکنش‌های موضعی (در این مقاله فقط همسایه اول) تصادفی درجه دوم برقرار است. به صورت کلی هامیلتونی درجه دوم سامانه‌های متغیر پیوسته که این سامانه‌ها مثال‌هایی از آن هستند به صورت

$$H = \frac{1}{\gamma} r^T \cdot M \cdot r \quad (۲)$$

نمایش داده می‌شود که در آن $r = (q_1, q_2, \dots, q_N, p_1, p_2, \dots, p_N)^T$ شامل عملگرهای مربوط به N مد با رابطه جابه‌جایی کانونیک $[q_m, p_n] = i\delta_{mn}$ و M ماتریس حقیقی متقارن و مثبت معین است.

در مرجع [۱۲۱۲] عامل شکل طیفی در حالتی که بلوک‌های

$$\begin{pmatrix} M_q & M_{qp} \\ M_{pq} & M_p \end{pmatrix}$$

از GOE یا GUE (هنگرد ماتریس‌های گاوسی یکانی) انتخاب می‌شود، که معادل اندرکنش‌های سرتاسری (بلندبرد) است، مطالعه شده است. در این مقاله ساختار مورد مطالعه به صورت $M_q = 1$ ، $M_p = 0$ ، $M_{pq} = M_{qp} = 0$ یک ماتریس سه‌قطری است که نشان‌دهنده اندرکنش‌های همسایه اول است.

است که در آن نوسانات زمان‌های میانی و همچنین افت‌وخیزهای عددی زمان‌های بزرگ فیلتر شده است. رفتار نمودار خط‌چین قرمز به خوبی نشان‌دهنده عدم وجود ناحیه شیب در این کمیت است.

نکته کلیدی این مقاله مقایسه رفتار عامل شکل طیفی در سامانه شبکه هماهنگ، که اندرکنش تصادفی در آن وجود ندارد، با همین کمیت در حضور اندرکنش‌های موضعی تصادفی است. برای انجام این مقایسه در شکل ۳ نمودار متناظر برای الگوی معرفی شده در رابطه (۴) برای انتخاب تصادفی $J_n \in (0, 4)$ رسم شده است. در این شکل نیز پارامترها به صورت مشابه $N=1000$ ، $m=0.01$ و $\beta = \varepsilon = 1$ انتخاب شده است. همان‌طور که نمودارهای شکل ۳ نشان می‌دهند، در حضور اندرکنش‌های تصادفی موضعی همچنان در زمان‌های میانی یک ناحیه شیب مشاهده می‌شود. لازم به ذکر است که وجود شیب به انتخاب بازه J_n ارتباطی ندارد و شیب برای هر انتخابی که هامیلتونی کل مثبت معین باشد، مشاهده می‌شود.

نکته مهم دیگر تفاوت کمیت‌های میانگین‌گیری شده با هر یک از نمونه‌ها است. در سامانه‌های نامنظم، مثل سامانه مورد بررسی در این مقاله که هامیلتونی به انتخاب تصادفی اندرکنش‌ها وابسته است، با دلایل مختلفی معمول است که روی کمیت‌های مورد مطالعه میانگین‌گیری انجام شود. این میانگین‌گیری اگرچه گاهی باعث می‌شود که با ابزارهای تحلیلی (مثلاً ابزارهای نظریه ماتریس تصادفی) بتوان روابط تحلیلی به دست آورد ولی به صورت عمومی، مانند مورد مطالعه در این مقاله، میانگین‌گیری جهت مشاهده رفتارهای جهان‌شمول کمیت مورد نظر انجام می‌شود. همان‌طور که از مقایسه شکل‌های بالا (میانگین‌گیری شده) و پایین (تک نمونه) در شکل ۳ پیداست، رفتار مورد نظر در این مقاله که همان وجود شیب است ارتباطی با میانگین‌گیری ندارد و در تک نمونه‌ها هم شیب مشاهده می‌شود و میانگین‌گیری در این مورد صرفاً باعث کاهش دامنه نوسانات در زمان‌های میانی و کاهش دامنه افت‌وخیزها در زمان‌های بزرگ می‌شود که منجر به نمودار هموارتری می‌شود.

می‌توان دید که عملگرهای $U_G^\dagger (a_k^\dagger a_k) U_G$ ، که در آن عملگر تعداد و $a_k = (q_k + p_k)/\sqrt{2}$ عملگر فنای مربوط به مد k است، با یکدیگر و با هامیلتونی کل سامانه جابه‌جا می‌شوند. وجود N عملگر جابه‌جا شونده در سامانه‌ای با N درجه آزادی به معنای انتگرال‌پذیری (کوانتومی) این سامانه است.

۴. محاسبه عامل شکل طیفی

در پایه نوسانگرهای واجفتیده که مد نرمال آنها را طبق رابطه (۵) با ω_k نمایش می‌دهیم، تابع پارش کل سامانه از حاصل ضرب توابع پارش هر کدام از نوسانگرهای واجفتیده به دست می‌آید. به عبارت دقیق‌تر می‌توان عامل شکل طیفی را به صورت

$$g(\beta, t) = \prod_{k=1}^N g_k(\beta, t) \quad (6)$$

نوشت که در آن عامل شکل طیفی هر نوسانگر واجفتیده را نشان می‌دهد. به سادگی می‌توان نشان داد که عامل شکل طیفی هر نوسانگر واجفتیده عبارت است از

$$g_k(\beta, t) = \frac{\cosh(\beta\omega_k) - 1}{\cosh(\beta\omega_k) - \cos(\omega_k t)} \quad (7)$$

با استفاده از عبارت بالا می‌توان عامل شکل طیفی را برای الگوی مورد نظر این مقاله که در رابطه (۴) معرفی شده است، به دست آورد.

پیش از این کار، ابتدا همین کمیت را برای شبکه هماهنگ که در رابطه (۳) معرفی شد محاسبه می‌کنیم. با انتخاب $N=1000$ ، $m=0.01$ و $\beta = \varepsilon = 1$ رفتار این کمیت برای الگوی شبکه هماهنگ در شکل ۲ نمایش داده شده است.

همان‌طور که از نمودار آبی رنگ شکل ۲ مشاهده می‌شود، این کمیت بهنجار شده در زمان‌های کوچک به سرعت کاهش می‌یابد و پس از نوساناتی در زمان‌های میانی در زمان‌های بزرگ رفتار آن مسطح می‌شود. با توجه به این که بررسی دقیق نوسانات ناحیه میانی خارج از محدوده این مقاله است و همچنین در زمان‌های بزرگ ناپایداری محاسبات عددی موجب افت‌وخیزی حول مقدار اشباع می‌شود، با استفاده از فیلتر عددی، مقدار میانگین نمودار خط‌چین قرمز رنگ نیز رسم شده

$$H = \sum_{k=1}^N U_G \Pi_k U_G^\dagger \quad (۸)$$

برای به دست آوردن این رابطه می‌توان از تجزیه طیفی عملگرهای تعداد برای مدهای واجفتیده

$$a_k^\dagger a_k = \sum_{n_k=0}^{\infty} n_k |n_k\rangle \langle n_k|$$

در رابطه (۵) استفاده نمود. برای مثال عملگر

$$\Pi_0 = \frac{1}{\Psi} (\omega_1 + \dots + \omega_k) |\circ\rangle \langle \circ|$$

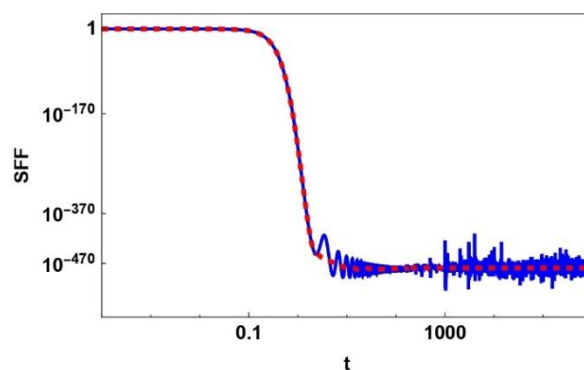
متناظر با حالت خلاء N مدی $|\circ\rangle \langle \circ|$ و عملگر

$$\Pi_1 = \frac{1}{\Psi} \sum_{k=1}^N \omega_k a_k^\dagger |\circ\rangle \langle \circ| a_k$$

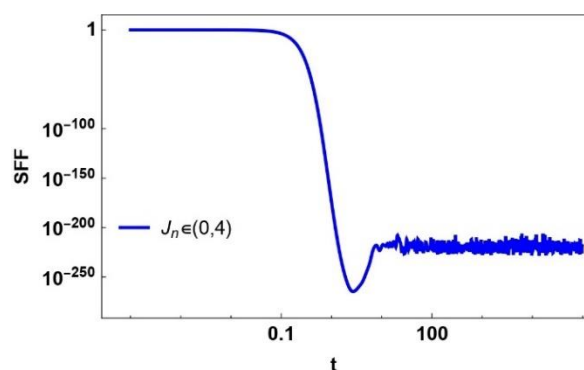
متناظر با زیر فضای تک ذره‌ای فضای هیلبرت N مدی است.

به طور کلی ویژه بردارهای عملگر $U_G \Pi_k U_G^\dagger$ تشکیل یک پایه برای زیر فضای \tilde{H}_k می‌دهند و فضای هیلبرت کل سامانه H را می‌توان به صورت جمع مستقیم این زیر فضاها نوشت. نکته حائز اهمیت در این بسط این است که اگر حالت سامانه N مدی بوزونی در زیر فضای \tilde{H}_k قرار داشته باشد، تحول سامانه تنها با مولفه $U_G \Pi_k U_G^\dagger$ از هامیلتونی رقم می‌خورد.

اگر چه این سامانه بوزونی با هامیلتونی درجه دوم انتگرال پذیر است، اما اگر ماتریس M در هامیلتونی (۲) به صورت تصادفی انتخاب شود به طوری که ω_k از آمار ویگنر-دایسون تبعیت کند، برای حالت‌هایی در زیر فضای \tilde{H}_1 ، سامانه می‌تواند رفتار آشوبناک داشته باشد. در مقاله [۱۲]، این رفتار با شیب مثبت خطی عامل شکل طیفی بر حسب ویژه مقادیر مولفه $U_G \Pi_k U_G^\dagger$ از هامیلتونی نشان داده شده است. اما همان‌طور که در شکل ۴ نشان داده شده است، مشاهده می‌کنیم که برای هامیلتونی (۴) که در این مقاله در نظر گرفته شده است، عامل شکل طیفی بر حسب ویژه مقادیر مولفه $U_G \Pi_k U_G^\dagger$ پس از افت کاملاً بدون شیب است. این نشان می‌دهد، که برخلاف مشاهده انجام شده در [۱۲]، بخش تک ذره‌ای متناظر با مولفه $U_G \Pi_k U_G^\dagger$ نقش مستقیمی در درهم‌سازی اطلاعات ندارد.



شکل ۲. عامل شکل طیفی برای الگوی انتگرال‌پذیر بدون اندرکنش تصادفی. منحنی آبی نتیجه محاسبه عددی است که در زمان‌های میانی بدون حضور شیب رفتار نوسانی داشته و در زمان‌های بزرگ دارای افت و خیزهای عددی است. نمودار نقطه‌چین قرمز با فیلتر داده‌ها جهت حذف رفتار نوسانی و افت و خیزهای عددی به دست آمده است.



شکل ۳. عامل شکل طیفی برای الگوی انتگرال‌پذیر در حضور اندرکنش تصادفی موضعی. داده‌های نمودار بالا روی ۵۰۰ نمونه آماری میانگین‌گیری شده‌اند. نمودار پایین مربوط به یک تک نمونه است.

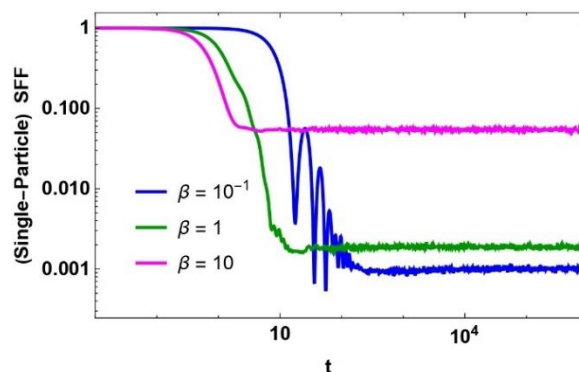
۵. بخش تک-ذره فضای هیلبرت

با استفاده از رابطه (۵) می‌توان دید که هامیلتونی درجه دوم یک سامانه بوزونی N مدی را به صورت حاصل جمع عملگرهای متعامد نوشت

که در حضور انتگرال‌پذیری، مطابق رفتار سنج‌های مختلفی، به درهم‌سازی اطلاعات کوانتومی می‌انجامد.

در این مقاله تمرکز بر روی یکی از سنج‌های مورد نظر یعنی عامل شکل طیفی در سامانه‌های بوزونی انتگرال‌پذیر بوده است. رفتار عامل شکل طیفی در سامانه‌های انتگرال‌پذیر غیرتصادفی به صورت افت-اشباع است، درحالی‌که در سامانه‌های آشوبناک رفتار آن به صورت افت-شیب-اشباع است و شیب سامانه‌های آشوبناک خطی است. پیشتر در سامانه‌های بوزونی انتگرال‌پذیر با حداکثر اندرکنش‌های تصادفی (اندرکنش‌های غیرموضعی) نشان داده شده است که شیب در عامل شکل طیفی وجود دارد. در این مقاله به صورت عددی نشان داده شده که اگر اندرکنش‌ها در یک سامانه انتگرال‌پذیر بوزونی موضعی/اما تصادفی در نظر گرفته شود، همچنان شیب در عامل شکل طیفی مشاهده می‌شود. لذا وجود شیب که نشان‌دهنده درهم‌سازی اطلاعات کوانتومی است نیازی به اندرکنش‌های تصادفی حداکثری ندارد و اندرکنش‌های تصادفی موضعی نیز به وجود شیب منجر می‌شود. این نتیجه موید نتایج [۱۲] است که در آن با بررسی دو سنج دیگر، اثر حافظه در انتشار درهم‌تیدگی و تحول زمانی اطلاعات سه‌تایی، نشان داده شده که درهم‌سازی اطلاعات کوانتومی در سامانه‌های بوزونی با اندرکنش‌های موضعی تصادفی رخ می‌دهد.

شایان ذکر است که باتوجه به نتایج شناخته شده در مورد سامانه‌های انتگرال‌پذیر [۱۰، ۱۱، ۱۲]، انتظار نمی‌رود شیب مشاهده شده در این مقاله خطی باشد. مطالعه عددی این مقاله برای پاسخ به این سوال کافی نیست و یکی از سوالات باز جالب در ادامه این مطالعه آن است که به صورت کلی برای سامانه‌های بوزونی انتگرال‌پذیر رفتار این شیب به صورت تحلیلی مورد مطالعه قرار بگیرد.



شکل ۴. عامل شکل طیفی بخش تک-ذره فضای هیلبرت که نشان‌دهنده عدم وجود شیب در عامل شکل طیفی این زیر بخش است.

۶. نتیجه‌گیری

انتگرال‌پذیری و آشوبناکی کوانتومی دو سر طیف انواع تحول زمانی سامانه‌های فیزیک محسوب می‌شوند. تحول زمانی توسط هامیلتونی آشوبناک الزاماً به درهم‌سازی اطلاعات کوانتومی منجر می‌شود. از سوی دیگر تحول زمانی هامیلتونی انتگرال‌پذیر، که نقطه مقابل تحول آشوبناک قرار می‌گیرد، بنا به تعریف، به دلیل وجود تعداد زیاد بارهای پایسته، در زیرفضای کوچکی از فضای فاز محدود می‌شود و تصور رایج برای بیش از یک دهه این بوده است که تحول زمانی هامیلتونی انتگرال‌پذیر موجب درهم‌سازی اطلاعات کوانتومی نمی‌شود. همان‌طور که در مقدمه اشاره شد، مشاهدات اخیر تصویر بالا مبنی بر لازم و ملزوم بودن آشوبناکی تحول زمانی و رخ دادن درهم‌سازی اطلاعات کوانتومی را نقض می‌کنند. در نتیجه تحت شرایط خاصی، تحول زمانی هامیلتونی انتگرال‌پذیر هم می‌تواند موجب درهم‌سازی اطلاعات شود (مثلاً مراجع [۵] و [۱۲] را ببینید). یکی از مثال‌های این اثرات اندرکنش‌های تصادفی است

۸. مراجع

1. P Hayden and J Preskill, *JHEP* **09** (2007) 120.
2. Y Sekino and L Susskind, *JHEP* **10** (2008) 065.
3. S H Shenker and D Stanford, *JHEP* **03** (2013) 067.
4. T Guhr, A Mueller-Groeling, H A Weidenmueller, *Phys.Rept.* **299** (1998) 189.
5. T Xu, T Scaffidi, and X Cao, *Phys. Rev. Lett.* **124** (2020) 140602.
6. E Brezin and S Hikami, *Phys. Rev. E* **55** (1997) 4067.
7. J S Cotler et al. *JHEP* **05** (2017) 118.

8. P Hosur, X L Qi, D A Roberts, and B Yoshida, *JHEP* **02** (2016) 004.
9. J Maldacena, S H Shenker, and D Stanford, *JHEP* **08** (2015) 106.
10. M Winter, S K Jian, and B Swingle, *Phys. Rev. Lett.* **125** (2020) 250602.
11. Y Liao, A Vikram, and V Galitski, *Phys. Rev. Lett.* **125** (2020) 250601.
12. A Mollabashi and S Rahimi-Keshari, *Phys. Rev. E* **112** (2025) 034213.
13. B Bertini, P Kos, T Prosen, *Phys. Rev. Lett.* **121** (2018) 264101.
14. P Kos, M Ljubotina and T Prosen, *Phys. Rev. X* **8** (2018) 021062.
15. A Chan, A De Luca, and J T Chalker, *Phys. Rev. Lett.* **121** (2018) 060601.
16. A Chan, A De Luca, and J T Chalker, *Phys. Rev. X* **8** (2018) 041019.
17. B Bertini, P Kos, T Prosen, *Commun. Math. Phys.* **387** (2021) 597.
18. D Roy and T Prosen, *Phys. Rev. E* **102** (2020) 060202.
19. D Roy, D Mishra and T Prosen, *Phys. Rev. E* **106** (2022) 024208.
20. J Li, S Yan, T Prosen and A Chan, *ArXiv*: 2405.01641.
21. A Serafini, “Quantum Continuous Variables: A Primer of Theoretical Methods”, *CRC press*, (2017).