

تحلیل ترمودینامیکی هسته‌های ^{16}Er و ^{19}Y با استفاده از پارامتر چگالی تراز هسته‌ای در چارچوب الگوهای GBCS و ایگناتیوک

خسرو بنام*

گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه شهرکرد، شهرکرد

پست الکترونیکی: kh.benam@sku.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۴۰۴/۰۴/۰۲؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۴۰۴/۰۷/۲۵)

چکیده:

در این کار پژوهشی، ویژگی‌های ترمودینامیکی هسته با استفاده از پارامتر چگالی تراز وابسته به دما بررسی شده است. محاسبات بر اساس الگوی BCS و ایگناتیوک انجام شده است. یکی از مهم‌ترین نقاط ضعف الگوی BCS، صفر شدن پارامتر گاف در دمای بحرانی است که منجر به ناپیوستگی و ظهور نقاط تکین در نمودار ظرفیت گرمایی می‌شود. برای رفع این مشکل، پارامتر نظم از نظریه گینزبرگ - لاندائو تعمیم یافته جایگزین پارامتر گاف در الگوی BCS شده و الگوی ارتقا یافته حاصل با عنوان GBCS معرفی شده است. در ادامه، پارامتر چگالی تراز وابسته به دما با استفاده از الگوهای GBCS و ایگناتیوک محاسبه شده است. در پایان، با بهره‌گیری از پارامتر چگالی تراز وابسته به دما، کمیت‌های ترمودینامیکی هسته از قبیل چگالی تراز هسته‌ای، آنتروپی و ظرفیت گرمایی، بر پایه الگوهای مزبور محاسبه و با داده‌های تجربی مقایسه شده‌اند.

واژه‌های کلیدی: پارامتر چگالی تراز وابسته به دما، چگالی تراز هسته‌ای، الگو BCS، نظریه گینزبرگ - لاندائو

۱. مقدمه

گرفته می‌شود. الگوهای میکروسکوپی زیادی از قبیل BCS^۱،

LN^۲ و SPA^۳ با در نظر گرفتن اثر زوجیت وابسته به دما،

چگالی تراز را به صورت مستقیم حساب کرده‌اند [۷-۱].

یکی از اهداف این کار پژوهشی، محاسبه چگالی تراز هسته‌ای به صورت غیرمستقیم با استفاده از الگوهای میکروسکوپی است.

در این روش، ابتدا پارامتر چگالی تراز هسته‌ای با استفاده از الگوی موردنظر محاسبه می‌شود و سپس با استفاده از روابط الگوی BSFG^۴، چگالی تراز هسته‌ای محاسبه می‌شود [۸،۹].

بنابراین در روش غیرمستقیم، پارامتر چگالی تراز هسته‌ای نقش کلیدی دارد. در مراجع مختلفی پارامتر چگالی تراز به صورت

مطالعه خواص ترمودینامیکی هسته‌ها، نقش مهمی در تحلیل و بررسی ساختار داخلی و همچنین دینامیک آن‌ها ایفا می‌کند. چگالی تراز هسته‌ای یکی از کمیت‌های کاربردی است که نقش مؤثری در تحلیل ترمودینامیکی و آماری هسته‌ها دارد. این کمیت، تعیین کننده نرخ توزیع انرژی بین ترازهای در دسترس هسته است. چگالی تراز هسته‌ای به طور مستقیم در محاسبه کمیت‌های ترمودینامیکی هسته با استفاده از الگوهای آماری - کوانتومی و همچنین تحلیل دقیق واکنش‌های هسته‌ای به کار

۱. Barden-Cooper-Schrieffer

۲. Lipkin-Nogami

۳. Statistical Path Approximation

۴. Back Shifted Fermi Gas Model

تابع ثابتی از عدد جرمی هسته و مستقل از دما در نظر گرفته شده است [۱۴-۱۰]. با این حال، داده‌های تجربی و تحلیل‌های نظری اخیر نشان داده‌اند که پارامتر چگالی‌تراز رفتاری وابسته به دما دارد و در دماهای مختلف مقادیر متفاوتی دارد [۲۵-۱۵]. پارامتر چگالی‌تراز وابسته به دما یکی از مؤلفه‌های کلیدی در تحلیل آماری-ترمودینامیکی نوکلئون‌های هسته است که نقش اساسی در توصیف چگالی‌تراز هسته‌ای و سایر کمیت‌های ترمودینامیکی هسته دارد. این کمیت در محاسبه توزیع اندازه حرکت زاویه‌ای پاره‌های شکافت، احتمال واپاشی هسته‌ها، سطح مقطع واکنش‌های هسته‌ای و تحلیل گذارهای فازی هسته نقش مؤثری دارد. این موارد، اهمیت استفاده از پارامتر چگالی‌تراز وابسته به دما را در تحلیل دقیق‌تر هسته‌ها آشکار می‌سازند.

اشلمو^۱ و لستونه^۲ از جمله گروه‌های پژوهشی هستند که پارامتر چگالی‌تراز وابسته به دما را به روش‌های مختلفی محاسبه کرده‌اند [۱۸-۱۵]. در این مطالعه، برای توصیف خواص ترمودینامیکی هسته با استفاده از پارامتر چگالی‌تراز وابسته به دما، از الگوهای میکروسکوپی که اثر زوجیت را در نظر می‌گیرند، استفاده شده است. یکی از الگوهایی که با در نظر گرفتن اثر زوجیت وابسته به دما هسته را توصیف کرده است، الگوی BCS است [۵-۲]. این الگو به خوبی اثر جفت شدگی نوکلئون‌ها در هسته را در نظر می‌گیرد و خواص ترمودینامیکی هسته را در حالت پایه و برانگیخته توصیف می‌کند. به علاوه، امکان ترکیب با الگوهای دیگر را دارد. نماینده اثر زوجیت در این الگو، پارامتر گاف^۳ است. پارامتر گاف در دمای پایین مقدار قابل توجهی دارد ولی با افزایش دما مقدار آن کاهش می‌یابد تا این‌که در دمایی موسوم به دمای بحرانی، مقدار آن به صورت ناگهانی صفر می‌شود. صفر شدن پارامتر گاف در دمای بحرانی باعث ایجاد نقاط تکین و ناپیوستگی در نمودار ظرفیت گرمایی می‌شود. این موضوع یکی از مهمترین نقاط ضعف الگوی BCS

است. در این کار، برای رفع این مشکل از الگوی تعمیم یافته گینزبرگ-لاندائو^۴ (GL) استفاده شده است [۲۷، ۲۶]. پارامتر نظم^۵ در الگوی GL نقش پارامتر گاف در الگوی BCS را دارد. پارامتر نظم در دمای پایین مقدار زیادی دارد ولی با افزایش دما به آرامی کاهش می‌یابد و به سمت یک مقدار حدی میل می‌کند. این کمیت در دمای بحرانی صفر نمی‌شود و همچنین بعد از دمای بحرانی هم مقدار دارد. این امر باعث می‌شود اثر زوجیت بعد از دمای بحرانی هم در نظر گرفته شود. در این مطالعه، به جای پارامتر گاف در الگوی BCS، از پارامتر نظم نظریه GL استفاده شده و الگوی ارتقا یافته جدید با عنوان الگوی BCS تعمیم یافته (GBCS) نام‌گذاری شده است. در ادامه، پارامتر چگالی‌تراز وابسته به دما با استفاده از الگوی GBCS محاسبه شد و سپس با استفاده از آن کمیت‌های ترمودینامیکی هسته از قبیل چگالی‌تراز هسته‌ای، آنترپی و ظرفیت گرمایی محاسبه شدند.

یکی دیگر از الگوهایی که به پارامتر چگالی‌تراز پرداخته است، الگوی ایگناتیوک است [۲۸، ۱۹]. در این الگو، پارامتر چگالی‌تراز به صورت تابعی از انرژی برانگیختگی، ضریب تصحیح پوسته^۶ و پارامتر چگالی‌تراز مجانبی در نظر گرفته شده است. در پایان این پژوهش، با بهره‌گیری از انرژی برانگیختگی الگوی GBCS، پارامتر چگالی‌تراز وابسته به دما بر اساس الگوی ایگناتیوک محاسبه شده است. سپس با استفاده از این پارامتر، کمیت‌های ترمودینامیکی هسته از قبیل چگالی‌تراز هسته‌ای، آنترپی و ظرفیت گرمایی محاسبه و نتایج حاصل با پیش‌بینی‌های الگوی GBCS و همچنین داده‌های تجربی مقایسه شده‌اند.

در بخش دوم، روابط نظری الگوهای مزبور بحث شده است و در بخش‌های بعدی به ترتیب نتایج محاسبات، نتیجه‌گیری و مراجع آورده شده‌اند.

۱. Lestone

۲. Shlomo

۳. Gap Parameter

۴. Ginzburg Landau

۵. Order Parameter

۶. Shell Correction Factor

۲. روابط نظری الگوها

در این بخش، روابط نظری مورد نیاز به صورت خلاصه و با ذکر منابع بیان می‌شوند. الگوی BCS یکی از الگوهای آماری-کوانتومی است که با در نظر گرفتن اثر زوجیت وابسته به دما بین نوکلئون‌های هسته، خواص ترمودینامیکی هسته را توصیف می‌کند. در این الگو، ابتدا هامیلتونی زوجیت نوشته می‌شود و سپس با استفاده از آن، تابع پارش بزرگ نوکلئون‌ها محاسبه می‌شود. در نهایت، با استفاده از روابط مکانیک آماری، کمیت‌های ترمودینامیکی هسته محاسبه می‌شوند. لگاریتم تابع پارش به صورت زیر به دست می‌آید [۵-۲]:

$$\text{Ln}Z = -\beta \sum_{k>0} (\varepsilon_k - \lambda - E_k) + \quad (1)$$

$$+ \sum_{k>0} \text{Ln}(1 + e^{-\beta E_k}) - \beta \frac{\Delta^2}{G}$$

در این رابطه، G قدرت زوجیت، Δ پارامتر گاف، $\beta = \frac{1}{T}$ عکس دما، ε_k انرژی ترازهای تک‌ذره‌ای، λ پتانسیل شیمیایی و $E_k = \sqrt{(\varepsilon_k - \lambda)^2 + \Delta^2}$ برای توصیف ترمودینامیکی هسته با استفاده از الگوی BCS، ابتدا باید $\Delta(T)$ و $\lambda(T)$ در هر دمایی محاسبه شوند. برای تعیین این کمیت‌ها، دو معادله نیاز است. معادله اول که به معادله گاف معروف است به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\sum_{k>0} \frac{1}{E_k} \tanh\left(\frac{1}{2} \beta E_k\right) = \frac{2}{G} \quad (2)$$

معادله دوم مربوط به تعداد ثابت نوکلئون‌های هسته است،

$$N = \sum_{k>0} \left[1 - \frac{\varepsilon_k - \lambda}{E_k} \tanh\left(\frac{1}{2} \beta E_k\right) \right] \quad (3)$$

از حل همزمان معادلات (۲) و (۳)، پارامتر گاف $\Delta(T)$ و پتانسیل شیمیایی $\lambda(T)$ به صورت تابعی از دما به دست می‌آیند. انرژی E_{BCS} و ظرفیت گرمایی C_{BCS} برای یک نوع از ذرات، به صورت زیر داده می‌شوند:

$$E_{BCS} = \sum_{k>0} \varepsilon_k \left(1 - \frac{\varepsilon_k - \lambda}{E_k} \tanh\left(\frac{1}{2} \beta E_k\right) \right) - \frac{\Delta^2}{G} \quad (4)$$

$$C_{BCS} = \frac{\partial E_{BCS}}{\partial T}$$

پارامتر گاف با افزایش دما کاهش می‌یابد تا این که در دمای

بحرانی صفر می‌شود. صفر شدن پارامتر گاف در دمای بحرانی باعث ایجاد ناپیوستگی و همچنین ظهور نقاط تکین در نمودار ظرفیت گرمایی می‌شود. این موضوع یکی از نقاط ضعف الگوی BCS است. علاوه بر این، افت‌وخیزهای دمایی هم در این الگو در نظر گرفته نمی‌شوند.

در این پژوهش، برای رفع نقاط ضعف الگوی BCS، از نظریه تعمیم یافته گینزبرگ - لاندائو (GL) استفاده شده است. نظریه گینزبرگ-لاندائو در مجموعه‌های جفت شده خوب کار می‌کند. اما در مجموعه‌های کوچک مثل هسته که دارای افت‌وخیز دمایی است، روابط آن باید تصحیح شوند و اثرات افت‌وخیز دمایی در نظر گرفته شود. در این نوع مجموعه‌ها، انرژی آزاد به صورت زیر نوشته می‌شود [۲۶، ۲۷]:

$$g(\Phi) = \int d^3r \left(a |\Phi|^2 + \frac{b}{4} |\Phi|^4 \right) \quad (5)$$

در رابطه بالا، Φ کمیت وابسته به پارامتر نظم است. تابع پارش به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$Z = \int d\Phi \exp(-\beta g(\Phi)) = \int d\Phi \exp\left(-\beta \int d^3r \left(a |\Phi|^2 + \frac{b}{4} |\Phi|^4 \right)\right) \quad (6)$$

$$a = N(0) \frac{(T - T_c)}{T_c},$$

$$b = \frac{\gamma \xi(3) N(0)}{8 \pi^2 (k_B T_c)^2},$$

$$\bar{\Delta} t = \frac{\pi(t-1)}{2\sqrt{b\delta}}, \quad t = \frac{T}{T_c}, \quad \bar{b} = 0.526.$$

T_c دمای بحرانی و $N(0)$ چگالی انرژی اسپینی تک‌ذره‌ای است. پارامتر نظم در نظریه GL نقش پارامتر گاف در الگوی BCS را دارد. پارامتر نظم Δ' به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\Delta' = \frac{\gamma \pi \int_{-\infty}^{\infty} \Phi^2 d\Phi \exp(-\beta g(\Phi))}{Z} \quad (7)$$

$$T_c \pi^{\frac{3}{2}} \int_{-\infty}^{\infty} \lambda^{\frac{1}{2}} e^{-\left(\pi \sqrt{\frac{b}{t\delta}} \lambda + \frac{\pi(t-1)}{2\sqrt{t\bar{b}\delta}}\right)^2} d\lambda \left[1 \pm \text{erf}\left(\left|\frac{\bar{\Delta} t}{t^{\frac{1}{2}}}\right|\right) \right]$$

ایگناتیوک، پارامتر چگالی تراز وابسته به دما با استفاده از الگوی ایگناتیوک $a_{Ignatyuk}$ به صورت زیر محاسبه می شود [۱۹، ۲۸]:

$$a_{Ignatyuk}(T) = a_{asym} \left(1 + \Delta W \frac{1 - e^{-\gamma U}}{U} \right) \quad (11)$$

کمیت a_{asym} ، پارامتر چگالی تراز مجانبی است که به صورت تابع ثابتی از عدد جرمی هسته در نظر گرفته می شود و باعث می شود پارامتر چگالی تراز ایگناتیوک در دمای خیلی بالا به سمت یک مقدار ثابت حدی میل کند. ثابت γ ، ضریب میرایی است که آهنگ میل کردن $a_{Ignatyuk}$ به سمت a_{asym} را کنترل می کند [۳۳-۸، ۳۰]. این کمیت، در مراجع گوناگون به روش های مختلفی محاسبه شده است. در مراجع [۳۰، ۳۱]، ثابت γ با استفاده از تغییرات انرژی برانگیختگی و همچنین عدد جرمی محاسبه شده است. در مرجع [۳۲]، با استفاده از رابطه $\gamma = \gamma_0 A^{-\frac{1}{3}}$ به دست می آید. کمیت γ_0 در این رابطه، پارامتر عمومی است که از برازش داده های تجربی در کل بازه اعداد جرمی تعیین می شود. همچنین در مرجع [۳۳]، از رابطه $\gamma = \gamma_0 A^{-\frac{1}{3}}$ محاسبه شده است. در این جا، این کمیت از طریق برازش چگالی تراز نظری با داده های تجربی چگالی تراز تعیین شده است. مقدار آن برای هسته های ^{89}Y و ^{166}Er به ترتیب ۰/۰۶۱ و ۰/۰۵۲ به دست آمده است. عبارت ΔW ضریب تصحیح پوسته ای است^۱ که از اختلاف انرژی بستگی تجربی B_{exp} و انرژی بستگی نظری B_{LDM} محاسبه شده با استفاده از الگوی قطره مایع، به صورت زیر به دست می آید [۳۰، ۳۱]:

$$\Delta W = B_{exp} - B_{LDM} \quad (12)$$

چگالی تراز هسته ای بر پایه الگوی BSFG، با استفاده از پارامترهای مخصوص الگوهای GBCS و ایگناتیوک و همچنین با در نظر گرفتن اثرات اسپین کل هسته J ، به صورت تابعی از انرژی برانگیختگی و پارامتر چگالی تراز، مطابق رابطه زیر محاسبه می شود [۲۵-۹]:

در روابط (۶) و (۷)، علامت مثبت برای $T < T_C$ و علامت منفی برای $T > T_C$ ، به کار برده می شود. عبارت erf تابع خطا، $\beta_C = \frac{1}{T_C}$ و k_B ثابت بولتزمن است که در این جا واحد در نظر

گرفته می شود. همچنین $\bar{\delta} = \frac{\delta}{k_B T_C}$ ، و کمیت δ فاصله بین ترازهای انرژی است که از مرجع [۲۹] استفاده شده است. برای رفع مشکل الگوی BCS، پارامتر نظم جایگزین پارامتر گاف شده است و الگوی ارتقا یافته تحت عنوان الگوی BCS تعمیم یافته (GBCS) نام گذاری شده است. با در نظر گرفتن اثر افت و خیزهای دمایی و استفاده از الگوی GBCS، انرژی برای یک نوع از ذرات به صورت زیر به دست می آید [۲۶، ۲۷]:

$$E = \sum_k \varepsilon_k \left[1 - \frac{\varepsilon_k - \lambda'}{E'_k} \tanh \left(\frac{1}{2} \beta E'_k \right) \right] - \frac{\Delta'^2}{G} - \left(\Delta'^2 + \beta \Delta' \frac{\partial \Delta'}{\partial \beta} \right) \times \left(\sum_k \frac{1}{E'_k} \tanh \left(\frac{1}{2} \beta E'_k \right) - \frac{2}{G} \right) \quad (8)$$

کمیت $E'_k = \sqrt{(\varepsilon_k - \lambda')^2 + \Delta'^2}$ انرژی شبه ذرات λ' و پتانسیل شیمیایی در الگوی GBCS هستند. انرژی برانگیختگی U و انرژی کل E_t که مجموع انرژی نوترونی E_n و پروتونی E_p هسته است، با استفاده از رابطه (۸) به صورت زیر محاسبه می شود:

$$E_t(T) = E_n(T) + E_p(T) \quad (9)$$

$$U(T) = E_t(T) - E_t(0)$$

عبارت $E_t(0)$ ، انرژی کل در دمای صفر یا همان انرژی حالت پایه است. هدف اصلی این کار پژوهشی، محاسبه کمیت های ترمودینامیکی هسته با استفاده از پارامتر چگالی تراز وابسته به دما است. کمیت a_{GBCS} ، با استفاده از الگوی GBCS به صورت زیر محاسبه می شود [۱۵-۱۸]:

$$a_{GBCS} = \frac{U(T)}{T^2} \quad (10)$$

همچنین در ادامه، با قرار دادن انرژی برانگیختگی محاسبه شده با استفاده از الگوی GBCS (رابطه (۹)) در روابط الگوی

ساکسون $V(r)$ به دست می‌آیند [۳۵-۳۷]:

$$V(r) = \frac{V_0}{1 + \exp\left(\frac{r-R}{a}\right)}$$

$$V_{LS}(r) = -\frac{\hbar k}{(rm)} \nabla V(r) \cdot (P \times \sigma) \quad (15)$$

$$V_0 = -40 \text{ MeV} \left(1 \pm 0.1 \exp\left(\frac{N-Z}{A}\right)\right)$$

$$R = r_0 A^{\frac{1}{3}}, \quad r_0 = 1.7 \text{ fm}, \quad a = 0.7 \text{ fm}$$

$$k(p) = 0.6, \quad k(n) = 0.5$$

در رابطه بالا، k ثابت برهم‌کنش اسپین-مدار پرتونی و نوترونی، m جرم هسته، P اندازه حرکت خطی و σ ماتریس پائولی است. علامت مثبت برای پرتون‌ها و علامت منفی برای نوترون‌ها است.

نمودار پارامتر گاف و پارامتر نظم بر حسب دما در شکل‌های ۱ و ۲ رسم شده‌اند. نشان داده می‌شود که پارامتر گاف در دمای پایین مقدار بزرگی دارد ولی با افزایش دما به شدت کاهش می‌یابد تا این‌که در دمای بحرانی مقدار آن صفر می‌شود. صفر شدن پارامتر گاف در دمای بحرانی باعث ایجاد نقاط تکین و ناپیوستگی در نمودار ظرفیت گرمایی می‌شود. همچنین باعث می‌شود اثر زوجیت بعد از دمای بحرانی در نظر گرفته نشود. نمودار پارامتر نظم نشان می‌دهد، این کمیت در دمای بحرانی صفر نمی‌شود و بعد از دمای بحرانی به تدریج به سمت یک مقدار حدی میل می‌کند. بنابراین، برخلاف پارامتر گاف که بعد از دمای بحرانی مقدار ندارد، مقدار داشتن پارامتر نظم بعد از دمای بحرانی باعث می‌شود که اثر زوجیت بعد از دمای بحرانی در نظر گرفته شود. با توجه به موارد گفته شده می‌توان نتیجه گرفت، قرار دادن پارامتر نظم به جای پارامتر گاف منجر به اصلاح نقطه ضعف الگوی BCS شود و همچنین باعث می‌شود که نمودار ظرفیت گرمایی پیوسته به دست آید.

انرژی برانگیختگی با استفاده از الگوی GBCS، توسط رابطه (۹) محاسبه می‌شود. نمودار انرژی برانگیختگی بر حسب دما برای هسته‌های ^{89}Y و ^{166}Er در شکل ۳ رسم شده است. نتایج نشان می‌دهد که رفتار انرژی نسبت به دما هموار و یکنواخت است و عملاً تغییرات دمایی انرژی منطقی و قابل قبول است.

$$\rho(U, J, a) = \frac{C_1}{48\sqrt{2}\sigma} \frac{e^{\frac{1}{2}C_2\sqrt{a}U}}{a^{\frac{1}{2}}U^{\frac{5}{2}}} \times \int_0^\infty (2J+1) e^{\frac{-(J+\frac{1}{2})^2}{2\sigma^2}} dJ \quad (13)$$

$$= \frac{C_1}{12\sqrt{2}\sigma} \frac{\exp\left(\frac{1}{2}C_2\sqrt{a}U\right)}{a^{\frac{1}{2}}U^{\frac{5}{2}}}$$

در رابطه بالا، a پارامتر چگالی‌تراز وابسته به دما است که برای الگوی GBCS از رابطه (۱۰) و برای الگوی ایگناتیوک توسط رابطه (۱۱) داده می‌شود. ضرایب C_1 و C_2 از تطابق داده‌های تجربی و نظری چگالی‌تراز محاسبه می‌شوند و در جدول ۱ آورده شده‌اند. U انرژی برانگیختگی محاسبه شده با استفاده از الگوی GBCS است که توسط رابطه (۹) داده می‌شود. عبارت

$$\sigma = 0.244 A^{\frac{1}{3}} (aU)^{\frac{1}{2}}$$

در روابط الگوی BSFG، اثرات ارتعاشی، چرخشی و تجمعی در محاسبه چگالی‌تراز هسته‌ای در نظر گرفته نمی‌شود. برای این‌که این اثرات در نظر گرفته شوند، می‌توان از الگوی دقیق‌تر SMMC^۱ یا الگوهای دیگری که این خواص را در نظر می‌گیرند استفاده کرد [۱۹، ۲۵]. آنتروپی S و ظرفیت گرمایی C ، از قرار دادن پارامترهای مخصوص الگوهای GBCS و ایگناتیوک در رابطه زیر، محاسبه می‌شوند:

$$S = k_B \ln \frac{\rho}{\rho_0} \quad (14)$$

$$C = T \frac{dS}{dT}$$

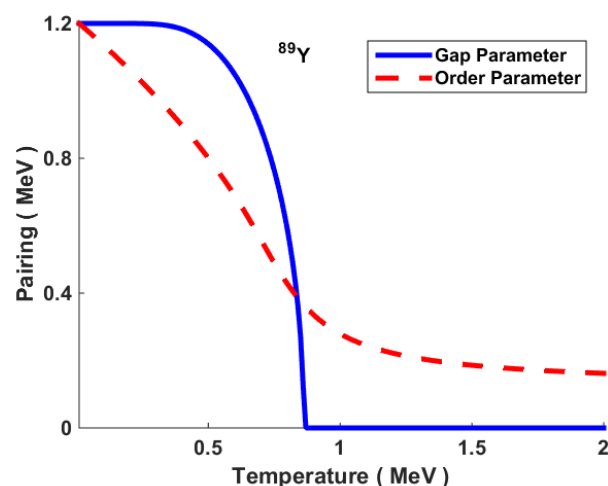
کمیت ρ_0 با توجه به آنتروپی در دمای صفر به دست می‌آید و تضمین می‌کند قوانین ترمودینامیکی برقرار هستند [۳۴].

۳. نتایج محاسبات

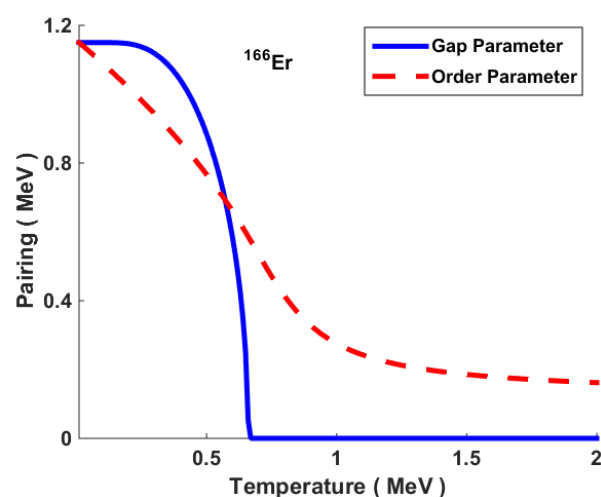
در این بخش، نتایج محاسبات عددی الگوهای GBCS و ایگناتیوک برای هسته‌های ^{89}Y و ^{166}Er آورده شده‌اند. انرژی ترازهای تک‌ذره‌ای ϵ_k ، با استفاده از الگوی پوسته‌ای پیشرفته و حل معادله شرودینگر با در نظر گرفتن پتانسیل کولنی، پتانسیل اسپین مدار $V_{LS}(r)$ و پتانسیل وود-

پارامتر چگالی تراز وابسته به دما با استفاده از الگوی GBCS از رابطه (۱۰) و با استفاده از الگوی ایگناتیوک از رابطه (۱۱) محاسبه می‌شود. پارامتر چگالی تراز مجانبی برای هسته ^{89}Y به صورت $a_{\text{asym}} = \frac{A}{9/5}$ و برای هسته ^{166}Er به صورت $a_{\text{asym}} = \frac{A}{9/75}$ به دست می‌آید. نمودار پارامتر چگالی تراز بر حسب دما برای هسته‌های مورد نظر در شکل‌های ۴ و ۵ رسم شده است. نمودارها نشان می‌دهند با توجه به بزرگ بودن اثر زوجیت در دمای پایین، پارامتر چگالی تراز الگوی GBCS حساسیت و تغییرات دمایی زیادی دارد ولی با افزایش دما کاهش اثر زوجیت، افت و خیز دمایی آن کاهش می‌یابد و در دمای خیلی بالا به سمت یک مقدار ثابت حدی میل می‌کند. همچنین مشاهده می‌کنیم که در دمای پایین با وجود در نظر گرفتن اثر زوجیت در انرژی برانگیختگی، حساسیت و تغییرات دمایی پارامتر چگالی تراز ایگناتیوک به دلیل کوچک بودن ضریب تصحیح پوسته‌ای خیلی کم است، به طوری که می‌توان آن را ثابت در نظر گرفت. به علاوه، با افزایش دما و کاهش اثر زوجیت و وجود پارامتر چگالی تراز مجانبی که یک عامل کنترل کننده است، به سمت یک مقدار ثابت حدی میل می‌کند. به طور کلی می‌توان نتیجه گرفت که در دمای پایین به دلیل بزرگ بودن اثر زوجیت و کوچک بودن ضریب تصحیح پوسته‌ای در الگوی ایگناتیوک، تغییرات و حساسیت دمایی پارامتر چگالی تراز GBCS نسبت به پارامتر چگالی تراز ایگناتیوک بیشتر است. ولی با افزایش دما و کاهش اثر زوجیت، هر دو الگو با هم هماهنگ می‌شوند و در دمای خیلی بالا به سمت یک مقدار ثابت حدی میل می‌کنند.

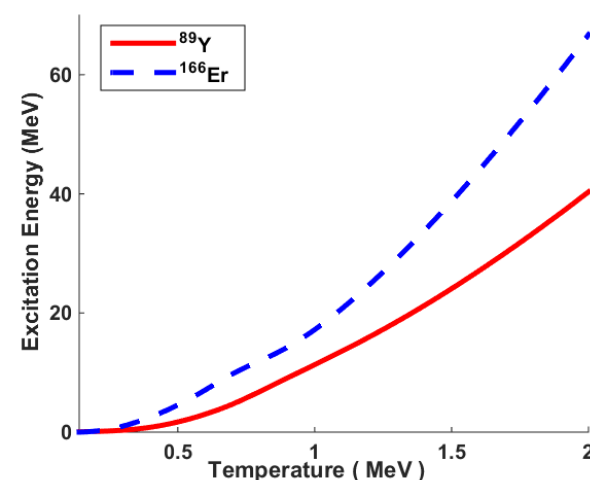
چگالی تراز هسته‌ای برای الگوهای GBCS و ایگناتیوک با قرار دادن پارامترهای مخصوص هر الگو در رابطه (۱۳) محاسبه می‌شوند. نمودار چگالی تراز هسته‌ای بر حسب انرژی برانگیختگی در شکل‌های ۶ و ۷ برای هسته‌های ^{89}Y و ^{166}Er رسم شده است. نمودار چگالی تراز نشان می‌دهد که در دمای پایین، به دلیل اثرات زوجیت وابسته به دما، نتایج الگوهای مزبور اختلاف بسیار جزئی با هم دارند، ولی با افزایش دما و کاهش اثر زوجیت، اختلاف آن‌ها بسیار کم شده است و هر دو الگو نتایج تقریباً یکسانی به دست می‌آورند.



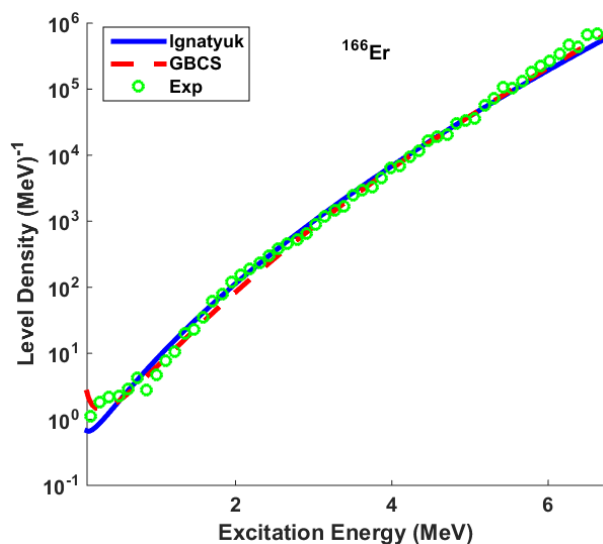
شکل ۱. نمودار پارامتر گاف و پارامتر نظم نوترون‌ها بر حسب دما برای هسته ^{89}Y .



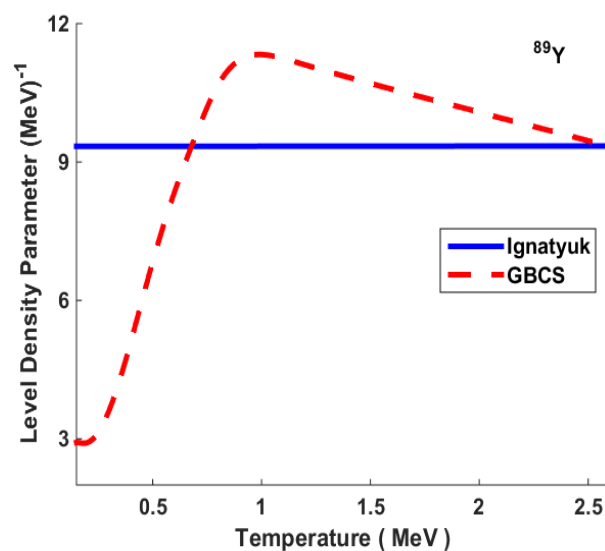
شکل ۲. نمودار پارامتر گاف و پارامتر نظم نوترون‌ها بر حسب دما برای هسته ^{166}Er .



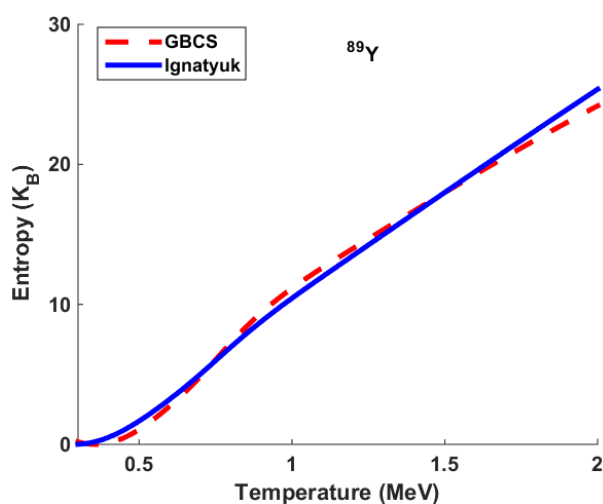
شکل ۳. نمودار انرژی برانگیختگی الگوی GBCS بر حسب دما برای هسته‌های ^{89}Y و ^{166}Er .



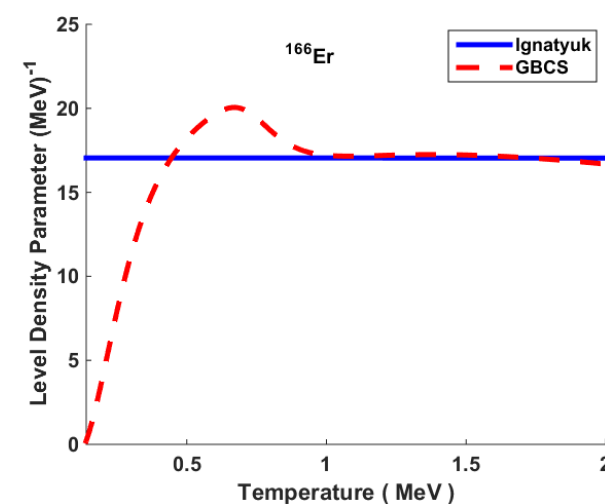
شکل ۷. نمودار چگالی تراز بر حسب انرژی برای هسته ^{166}Er .



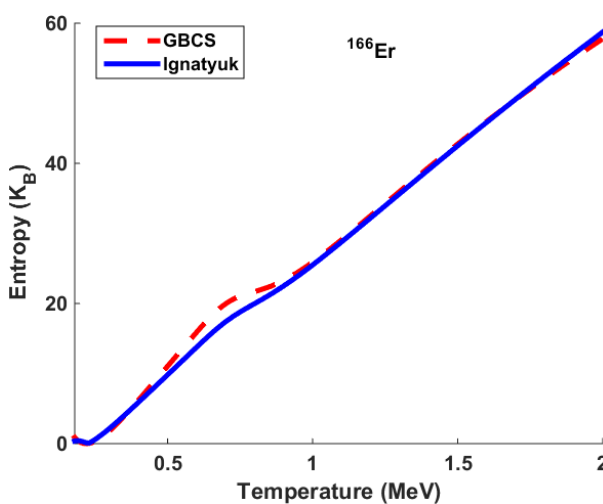
شکل ۴. نمودار پارامتر چگالی تراز بر حسب دما برای هسته ^{89}Y .



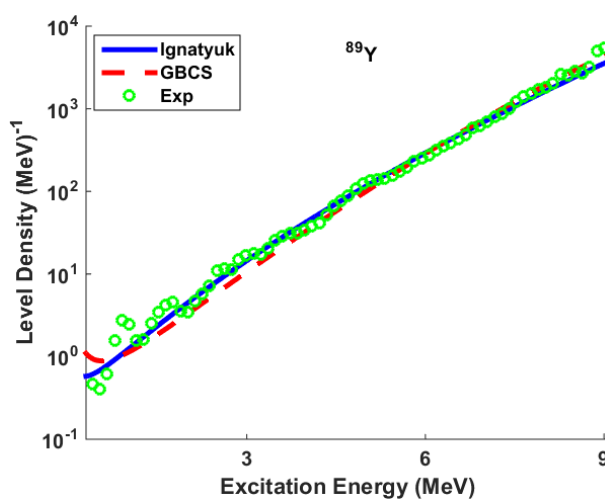
شکل ۸. نمودار آنتروپی بر حسب دما برای هسته ^{89}Y .



شکل ۵. نمودار پارامتر چگالی تراز بر حسب دما برای هسته ^{166}Er .



شکل ۹. نمودار آنتروپی بر حسب دما برای هسته ^{166}Er .



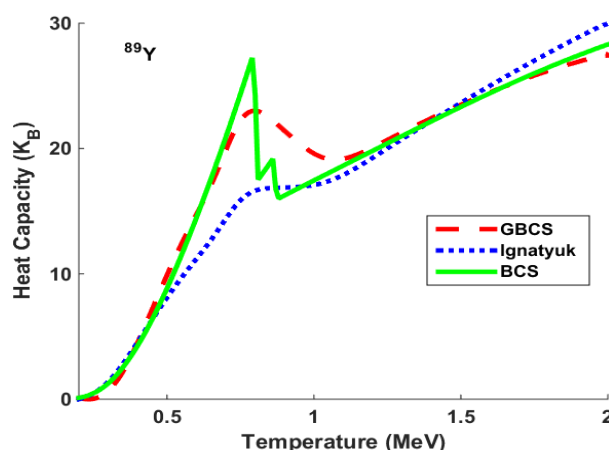
شکل ۶. نمودار چگالی تراز بر حسب انرژی برای هسته ^{89}Y .

نمودار آنتروپی بر حسب دما در شکل‌های ۸ و ۹ رسم شده است. نتایج نشان می‌دهند که بعد از دمای بحرانی، به دلیل کاهش اثر زوجیت، هر دو الگو نتایج تقریباً یکسانی به دست می‌آورند. اما قبل از دمای بحرانی، به دلیل بزرگ بودن اثر زوجیت و همچنین کوچک بودن ضریب تصحیح پوسته‌ای در الگوی ایگناتیوک، نتایج الگوها اختلاف اندکی با هم دارند. از طرف دیگر، نزدیک دمای بحرانی، به دلیل رفتار مجانبی پارامتر نظم، اختلاف فاز کوچکی در نمودار آنتروپی برای هر دو هسته به ویژه هسته ^{166}Er ایجاد شده است.

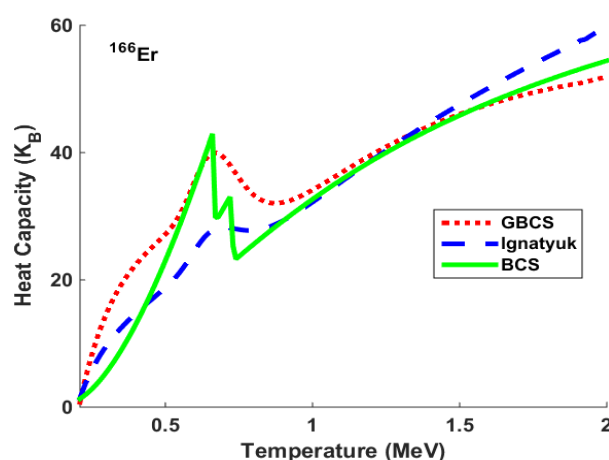
ظرفیت گرمایی با استفاده از الگوی BCS توسط رابطه (۴) محاسبه می‌شود. همچنین ظرفیت گرمایی با استفاده از الگوهای GBCS و ایگناتیوک، با قرار دادن کمیت‌های مخصوص هر الگو از قبیل پارامتر چگالی‌تراز وابسته به دما و چگالی‌تراز هسته‌ای در رابطه (۱۴) به دست می‌آید. نمودار ظرفیت گرمایی بر حسب دما در شکل‌های ۱۰ و ۱۱ برای هسته‌های ^{89}Y و ^{166}Er رسم شده است. این نمودارها نشان می‌دهند که همه الگوها بعد از دمای بحرانی به دلیل ضعیف شدن اثر زوجیت، رفتار تقریباً یکسانی پیش‌بینی می‌کنند. اما قبل از دمای بحرانی به دلیل قوی بودن اثر زوجیت، اختلاف محسوسی میان نتایج آن‌ها مشاهده می‌شود. از طرف دیگر، صفر شدن پارامترگاف در دمای بحرانی باعث ایجاد نقاط تکین و در نتیجه ناپیوستگی در نمودار ظرفیت گرمایی الگوی BCS می‌شود. برای رفع این مشکل، پارامتر نظم از نظریه GL جایگزین پارامتر گاف در الگوی BCS شده است و الگوی جدید با عنوان GBCS معرفی شده است. سپس انرژی برانگیختگی محاسبه‌شده با این الگو در روابط ایگناتیوک نیز به کار گرفته شده است. همان‌طور که نمودارها نشان می‌دهند، این جایگزینی موجب حذف نقاط تکین در نمودار ظرفیت گرمایی الگوهای GBCS و ایگناتیوک شده و منحنی ظرفیت گرمایی را به صورت پیوسته و S شکل درآورده است.

۴. نتیجه‌گیری

در این کار پژوهشی، خواص ترمودینامیکی هسته‌های ^{89}Y و ^{166}Er با استفاده از پارامتر چگالی‌تراز وابسته به دما بررسی



شکل ۱۰. نمودار ظرفیت گرمایی بر حسب دما برای هسته ^{89}Y .



شکل ۱۱. نمودار ظرفیت گرمایی بر حسب دما برای هسته ^{166}Er .

جدول ۱. مقادیر ضرایب C_1 و C_2 برای الگوهای GBCS و ایگناتیوک

نام الگو	GBCS	ایگناتیوک
C_1 برای هسته ^{89}Y	۱/۵۵	۰/۳۰
C_2 برای هسته ^{89}Y	۰/۷۷	۰/۹۲
C_1 برای هسته ^{166}Er	۱/۴	۰/۱۵
C_2 برای هسته ^{166}Er	۰/۹۰	۱/۰۶

همچنین نمودار چگالی‌تراز نشان می‌دهد، نتایج هر دو الگو با داده‌های تجربی گزارش‌شده در مراجع [۳۸،۳۹] سازگاری و تطابق بسیار خوبی دارند. این هم‌خوانی مناسب بین داده‌های تجربی و نظری چگالی‌تراز، اعتبار روابط نظری به‌کاررفته در هر دو الگو را تأیید می‌کند.

آنتروپی با استفاده از الگوی GBCS و ایگناتیوک با قرار دادن کمیت‌های مخصوص هر الگو در رابطه (۱۴) به دست می‌آید.

شدند. یکی از الگوهای پایه‌ای که برای این کار در نظر گرفته شده است، الگوی BCS است. پارامتر گاف در این الگو در دمای بحرانی صفر می‌شود و باعث ایجاد نقاط تکین و ناپیوستگی در نمودار ظرفیت گرمایی می‌شود. برای رفع این مشکل، پارامتر نظم از نظریهٔ تعمیم یافته گینزبرگ - لاندائو جایگزین پارامتر گاف شد و الگوی ارتقا یافته، تحت عنوان GBCS معرفی شد. پارامتر نظم بر خلاف پارامتر گاف در دمای بحرانی صفر نمی‌شود و بعد از دمای بحرانی هم مقدار دارد و اثر زوجیت را در نظر می‌گیرد. با این جایگزینی و همچنین با در نظر گرفتن زوجیت وابسته به دما و اثر افت‌وخیزهای دمایی، پارامتر چگالی‌تراز وابسته به دما با استفاده از الگوهای GBCS و ایگناتیوک محاسبه شد. سپس با به‌کارگیری این پارامترها در روابط الگوی BSFG، چگالی‌تراز هسته‌ای محاسبه و با داده‌های تجربی مقایسه گردید. در ادامه نیز آنتروپی و ظرفیت گرمایی بر پایه چگالی‌تراز هسته‌ای به دست آمد.

نشان داده شد که در دماهای پایین، به دلیل قوی بودن اثر زوجیت، پارامتر چگالی‌تراز الگوی GBCS حساسیت و تغییرات دمایی زیادی دارد و با افزایش دما رشد می‌کند. اما در الگوی ایگناتیوک، به دلیل کوچک بودن ضریب تصحیح پوسته‌ای، پارامتر چگالی‌تراز ایگناتیوک حساسیت و تغییرات دمایی اندکی داشته به طوری که می‌توان آن را ثابت در نظر گرفت، اما با افزایش دما و ضعیف شدن اثر زوجیت، هر دو

۵. مراجع

الگو به سمت یک مقدار ثابت حدی میل می‌کنند و نتایج تقریباً یکسانی در دمای خیلی بالا به‌دست می‌آورند. همچنین مشخص شد که چگالی‌تراز هسته‌ای محاسبه شده با استفاده از الگوهای GBCS و ایگناتیوک نتایج تقریباً یکسانی به‌دست می‌آورند و با داده‌های تجربی سازگاری و تطابق بالایی دارند. به‌علاوه، بعد از دمای بحرانی به دلیل ضعیف شدن اثر زوجیت، آنتروپی محاسبه شده با استفاده از الگوهای GBCS و ایگناتیوک، نتایج نزدیک به هم پیش‌بینی می‌کنند. درحالی‌که پیش از دمای بحرانی به دلیل بزرگ بودن اثر زوجیت و کوچک بودن ضریب تصحیح پوسته‌ای در الگوی ایگناتیوک، نتایج هر دو الگو تفاوت اندکی با هم دارند. علاوه بر این، به دلیل رفتار مجانبی پارامتر نظم در دمای بحرانی، اختلاف فاز کوچکی در دمای بحرانی مشاهده شده است.

در نهایت، نمودار ظرفیت گرمایی نشان می‌دهد که صفر شدن پارامتر گاف در دمای بحرانی باعث ایجاد نقاط تکین و ناپیوستگی در نمودار ظرفیت گرمایی الگوی BCS شده است. ولی قرار دادن پارامتر نظم به جای پارامتر گاف و همچنین استفاده از پارامتر چگالی‌تراز وابسته به دما باعث شده است که نقاط تکین در نمودار ظرفیت گرمایی در الگوهای GBCS و ایگناتیوک حذف شده و همچنین نمودار به‌صورت پیوسته و S شکل به دست آید.

1. J Bardeen, L N Cooper, J R Schrieffer, *Phys. Rev* **108** (1957) 1175.
2. L G Moretto, *Nucl. Phys. A* **185** (1972) 145.
3. A N Behkami, J R Hulzenga, *Nucl. Phys. A* **217** (1973) 78.
4. L G Moretto, *Phys. Lett. B* **40** (1972) 1.
5. Kh Benam, V Dehghani, S A Alavi, *Eur. Phys. J. A* **55** (2019) 105.
6. N Dinh Dang, *Z. Phys. A* **335** (1990) 253.
7. B Lauritzen, A Anselmino, P F Bortignon, R A Broglia, *Ann. Phys* **223** (1993) 216.
8. A J Koning, S Hilaire, S Goriely, *Nucl. Phys. A* **810** (2008) 13.
9. P Demetriou, S Goriely, *Nucl. Phys. A* **695** (2001) 95.
10. T V Egidy, D Bucurescu, *Phys. Rev. C* **72** (2005) 044311.
11. W Dilg, W Schantl, H. Vonach, *Nucl. Phys. A* **217** (1973) 269.
12. A Gilbert, A G W Cameron, *Can. J. Phys* **43** (1965) 1446.
12. V A Plujko, et al., *Nucl. Data Sheets* **118** (2014) 240.
13. Z Kargar, Z Amini Lary, A Anbaraki, *Iran. J. Phys. Res.* **13** (2013) 289.
14. J P Lestone, *Phys. Rev. Lett* **70** (1993) 2245.

15. J P Lestone, *Phys. Rev. C* **52** (1995) 1118.
16. S Shlomo, J B Natowitz, *Phys. Lett. B* **252** (1990) 187.
17. S Shlomo, J B Natowitz, *Phys. Rev. C* **44** (1991) 2878.
18. B Canbula, R Bulur, D Canbula, et al., *Nucl. Phys. A* **929** (2014) 54.
19. N Sowmya, et al., *Phys. Rev. C* **105** (2022) 044605.
20. V Dehghani, S A Alavi, *Eur. Phys. J. A* **52** (2016) 306.
21. A Rahmatinejad, et al., *Phys. Rev. C* **101** (2020) 054315.
22. A Rahmatinejad, et al., *Phys. Rev. C* **103** (2021) 034309.
23. A Rahmatinejad, et al., *Phys. Rev. C* **105** (2022) 4.
24. Y Alhassid, et al., *Phys. Rev. C* **92** (2015) 024307.
25. B Mühlischlegel, et al., *Phys. Rev. B* **6** (1972) 1767.
26. P Mohammadi, et al., *Phys. Rev. C* **90** (2014) 054304.
27. A V Ignatyuk, et al., *Sov. J. Nucl. Phys* **21** (1975) 485.
28. T Ericson, *Adv. Phys* **36** (1960) 425.
29. P Möller, et al., *FRDM (2012), At. Data. Nucl. Data Tables* **109–110** (2016) 1.
30. N R Dwivedi, et al., *Int. J. Mod. Phys. E* **28** (2019) 1950061.
31. T Q Huong Le, et al., *Eur. Phys. J. A* **57** (2021) 109.
32. M R Mumpower, T Kawano, J L Ullmann, *Phys. Rev. C* **96** (2017) 024612.
33. B V Kheswa, *Acta Phys. Pol. B* **54** (2023) 10-A1.
34. J Damgaard, et al., *Nucl. Phys. A* **135** (1969) 432.
35. S Cwiok, et al., *Comput. Phys. Commun* **46** (1987) 379.
36. Z Patyk, A Sobiczewski, *Nucl. Phys. A* **533** (1991) 132.
37. E Melby et al., *Phys. Rev. C* **63** (2001) 044309.
38. M Guttormsen et al., *Phys. Rev. C* **90** (2014) 044.