

تأثیر باریکه لیزر بر درهم‌تنیدگی ذره- ذره در پلاسمای چگال کوانتومی دودمایی

رامین روزه دار مقدم^{۱*}، ناصر سپهری جوان^۲، آیدین قلعه اسدی^۳، و مصطفی عبدالصمد مجید^۲

۱. پژوهشکده فیزیک و شتابگرها، پژوهشگاه علوم و فنون هسته‌ای، سازمان انرژی اتمی ایران، تهران، ایران

۲. گروه فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه محقق اردبیلی، اردبیل، ایران

گروه فیزیک، دانشگاه تبریز، تبریز، ایران

پست الکترونیکی: ramin.roozehdarmogaddam@alumni.um.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۴۰۴/۰۵/۳۰؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۴۰۴/۰۸/۰۳)

چکیده:

درهم‌تنیدگی یک پدیده‌ی کاملاً کوانتومی است و پراکندگی ذره-ذره امکان تولید درهم‌تنیدگی کوانتومی را فراهم می‌کند که به پتانسیل برهم‌کنشی میان دو ذره وابسته است. ارزیابی میزان درهم‌تنیدگی در پراکندگی ذره-ذره، به‌صورت نظری، با معیار پایبندی درهم‌تنیدگی انجام می‌شود. پتانسیل برهم‌کنشی ذره-ذره در حضور ذرات دیگر، مانند محیط پلازما، و نیز در حضور میدان الکتریکی خارجی ناشی از لیزر تغییر می‌کند؛ بنابراین، درهم‌تنیدگی کوانتومی تابعی از پارامترهای پلازما و لیزر خواهد بود. در این مقاله، یک محیط پلاسمای چگال دودمایی برای الکترون‌ها و یون‌ها در نظر گرفته شده است که می‌تواند رفتار کلاسیکی یا کوانتومی، مانند پراش کوانتومی یا تقارن، از خود نشان دهد. همچنین، میدان الکتریکی خارجی مشابه لیزر نیز حضور دارد. برهم‌کنش لیزر با ذرات پلازما منجر به تحریک نوسانات و تغییر دینامیک محیط پلاسمایی می‌شود؛ با این حال، تمامی این اثرات را می‌توان در قالب پتانسیل برهم‌کنشی ذره-ذره لحاظ کرد. از این‌رو، می‌توان تأثیر پارامترهای پلازما، نظیر دما و چگالی، و نیز شدت لیزر را بر درهم‌تنیدگی به‌طور مستقیم تحلیل کرد. نتایج نشان می‌دهند که انرژی برخوردی پایین، دمای پایین پلازما، چگالی بالای ذرات یا طول دبای کوتاه، و نیز دامنه‌های خاصی از شدت لیزر، موجب افزایش میزان درهم‌تنیدگی می‌شوند. همچنین، در یک پلاسمای الکترون-یون، اهمیت دمای الکترون‌ها در دینامیک درهم‌تنیدگی به‌مراتب بیشتر از دمای یون‌ها است.

واژه‌های کلیدی: درهم‌تنیدگی کوانتومی، پلاسمای چگال کوانتومی، لیزر، پایبندی درهم‌تنیدگی، پتانسیل مؤثر، پراکندگی کشسان.

۱. مقدمه

درهم‌تنیدگی کوانتومی یکی از برجسته‌ترین پدیده‌های فیزیک کوانتوم است که از ویژگی‌های غیر موضعی مکانیک کوانتومی سرچشمه می‌گیرد [۱]. این پدیده که نخستین بار توسط اینشتین، پودولسکی و روزن در قالب پارادوکس EPR معرفی شد [۲]، نشان‌دهنده ارتباطی عمیق و اسرارآمیز میان ذرات کوانتومی است؛ به‌گونه‌ای که وضعیت یکی از ذرات، بلافاصله

وضعیت ذره دیگر را، مستقل از فاصله میان آن‌ها، تعیین می‌کند.

امروزه، درهم‌تنیدگی به‌عنوان یک منبع حیاتی برای فناوری‌های نوظهور، نظیر محاسبات کوانتومی [۳]، رمزنگاری کوانتومی [۴]، شبیه‌سازی کوانتومی [۵] و اندازه‌گیری‌های بسیار دقیق [۶] مطرح شده است. در تولید و کنترل درهم‌تنیدگی، بررسی فرآیندهای برهم‌کنش ذره-ذره اهمیت ویژه‌ای دارد. یکی از روش‌های مؤثر برای ایجاد درهم‌تنیدگی، پراکندگی ذرات است که در آن ویژگی‌های پتانسیل برهم‌کنشی بین ذرات نقش

تعیین کننده‌ای در میزان درهم‌تنیدگی تولیدشده ایفا می‌کنند و این موضوع به‌صورت تجربی نیز اثبات شده است [۷-۹]. این پتانسیل، بسته به شرایط محیطی و نیروهای خارجی، می‌تواند دستخوش تغییرات چشمگیری شود.

محاسبه نظری درهم‌تنیدگی در فرآیندهای پراکندگی با استفاده از معیار پایبندی درهم‌تنیدگی، توسط میشیما و همکاران [۱۰] انجام گرفت. همچنین، چانگ و جونگ نخستین محاسبات نظری پایبندی درهم‌تنیدگی در پلاسما را در سال ۲۰۰۵ ارائه کردند که در آن، پایبندی درهم‌تنیدگی برای برهم‌کنش الکترون-یون در پلاسما غیرایده‌آل محاسبه شد [۱۱]. در سال ۲۰۰۸، پایبندی درهم‌تنیدگی برای پلاسما لورنتس دارای اثرات غیرگرمایی مورد تحلیل و بررسی قرار گرفت [۱۲].

از دیگر پژوهش‌های مهم در این حوزه می‌توان به محاسبه پایبندی درهم‌تنیدگی برای پلاسما نیمه‌کلاسیکی [۱۳]، پلاسما کوانتومی تبهگن شامل اثرات حفاظسازی میدان دور [۱۴]، پلاسما کوانتومی گرم با اثرات پلاسمون [۱۵]، پلاسما غباری با اثرات میدان ضعیف یونی [۱۶]، پلاسما کوانتومی تبهگن [۱۷] و اثرات کوانتومی نوسانی در پلاسما کوانتومی [۱۸] اشاره کرد.

همچنین، در مرجع [۱۹]، مسئله درهم‌تنیدگی در برخورد کَشسان ذرات در داخل پلاسما چگال دودمایی بررسی شد. تا این مرحله، تمامی مطالعات یادشده بدون حضور میدان الکتریکی لیزر انجام شده بودند. برای نخستین بار، فالایه در سال ۲۰۱۹ یک میدان مغناطیسی ثابت را وارد این مسئله کرد و نشان داد که این میدان مغناطیسی موجب تقویت درهم‌تنیدگی می‌شود [۲۰]. در نهایت، در سال ۲۰۲۴ و در مرجع [۲۱]، تأثیر میدان الکتریکی لیزر بر پایبندی درهم‌تنیدگی به‌دست آمد. در این مقاله به مطالعه نظری درهم‌تنیدگی ذره-ذره در یک پلاسما چگال با دماهای متفاوت برای یون‌ها و الکترون‌ها، در حضور برهم‌کنش لیزر با پلاسما، می‌پردازیم. همان‌طور که اشاره شد، این مسئله پیش‌تر در محیط فاقد میدان‌های خارجی بررسی شده است [۱۹]، اما در پژوهش حاضر، تأثیر میدان الکتریکی لیزر به‌عنوان یک عامل خارجی مؤثر بر برهم‌کنش ذرات در نظر گرفته می‌شود.

با توجه به اهمیت کنترل و بهینه‌سازی میزان درهم‌تنیدگی در محیط‌های واقعی، لازم است تأثیر پارامترهای مختلف محیطی، نظیر دما، چگالی و شدت میدان لیزر، به‌طور دقیق تحلیل شود. از این رو، در این مطالعه پلاسما چگال دودمایی غیرایده‌آل [۲۲] در نظر گرفته شده است که در آن الکترون‌ها و یون‌ها دماهای متفاوتی دارند و می‌تواند رفتارهای غیرخطی و کوانتومی خاصی، نظیر پراش کوانتومی و تقارن کوانتومی، ایجاد کند. این ویژگی‌ها به‌طور مستقیم بر فرآیند پراکندگی درهم‌تنیدگی مؤثر هستند.

از سوی دیگر، میدان خارجی ناشی از یک لیزر با قطبش خطی، از طریق تحریک نوسانات جمعی و ایجاد تغییر در توزیع بارها، می‌تواند دینامیک محیط پلاسمایی چگال را دگرگون سازد [۲۴، ۲۳] و شرایط جدیدی برای برهم‌کنش‌های ذره-ذره فراهم آورد. این تغییرات منجر به شکل‌گیری حالت‌های جدیدی از برهم‌کنش می‌شوند که بررسی تأثیر آن‌ها بر تولید و پایداری درهم‌تنیدگی در فرآیند پراکندگی کَشسان ذره-ذره از اهمیت بالایی برخوردار است.

برای حل این مسئله، ابتدا پتانسیل برهم‌کنشی مؤثر در حضور لیزر برای این محیط استخراج شده و سپس میزان درهم‌تنیدگی تولیدشده با استفاده از معیار پایبندی درهم‌تنیدگی [۲۵] محاسبه می‌شود. در نهایت، وابستگی میزان درهم‌تنیدگی به پارامترهای محیطی، نظیر دمای الکترون‌ها و یون‌ها، چگالی پلاسما و شدت لیزر، بررسی شده و شرایط بهینه برای بیشینه‌سازی درهم‌تنیدگی تعیین می‌شود.

نتایج به‌دست‌آمده می‌توانند راهگشای توسعه کاربردهای جدید در زمینه‌ی پردازش اطلاعات کوانتومی در محیط‌های بس‌ذره‌ای و پلاسمایی، و نیز کنترل درهم‌تنیدگی در شرایط تجربی باشند.

۲. معادله شرودینگر سامانه ذره-ذره

پراکندگی یک سامانه ذره-ذره که ذره اول به جرم m_1 در فاصله $\mathbf{r}_1$ و ذره دوم به جرم m_2 در فاصله $\mathbf{r}_2$ در سیستم مختصات مرکز جرم را در نظر می‌گیریم و سپس معادلات را به دستگاه مختصات جرمی منتقل می‌کنیم تا تحت شرایطی

که $k_a = \sqrt{2\mu E_a / \hbar^2}$ و $\psi_k(\mathbf{r})$ به ترتیب جواب معادله موج پراکندگی و عدد موج پرتابه است.

تایش میدان لیزری، هامیلتونی سامانه را تحت تأثیر قرار می‌دهد و باعث می‌شود هامیلتونی ذره-ذره از فرم معادله (۱) به صورت زیر تغییر کند [۲۷]:

$$\hat{H}_2 = \frac{1}{2\mu} (p + e\mathbf{A}(\mathbf{r}, t))^2 - e\phi(\mathbf{r}, t) + V(\mathbf{r}) \quad (۶)$$

که $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$ ، $\phi(\mathbf{r}, t)$ به ترتیب پتانسیل اسکالر و پتانسیل برداری لیزر هستند. با جایگذاری معادله (۶) در معادله موج شرودینگر وابسته به زمان $i\hbar \partial \Psi(\mathbf{r}, t) / \partial t = \hat{H}_2 \Psi(\mathbf{r}, t)$ و انجام یک سری محاسبات و تقریب‌های فیزیکی [۲۱]، در نهایت معادله شرودینگر حالت ایستا با در نظر گرفتن اثرات لیزر برای پتانسیل $V(\mathbf{r})$ به صورت زیر به دست می‌آید [۲۱]:

$$(\nabla^2 + k_b^2) \Psi_k^0(\mathbf{r}) = \frac{\mu}{\hbar^2} [V(r + \xi_0) + V(r - \xi_0)] \Psi_k^0(\mathbf{r}) \quad (۷)$$

که k_b عدد موج در حضور لیزر است. معادله شرودینگری که به دست آمده است، حرکت ذره-ذره را در یک میدان لیزر پر شدت با قطبش خطی نمایش می‌دهد.

۳. پابندی درهم‌تنیدگی

پابندی درهم‌تنیدگی یک مفهوم در مکانیک کوانتومی و اطلاعات کوانتومی است که میزان حفظ درهم‌تنیدگی در یک فرایند کوانتومی را تعیین می‌کند؛ به عبارتی، معیاری برای تحول درهم‌تنیدگی است که به صورت زیر تعریف می‌شود [۱۰]:

$$f(t) = \left| \langle \psi_e(\mathbf{R}, \mathbf{r}) | \tilde{\mathcal{T}}_k(\mathbf{R}, \mathbf{r}, t) \rangle \right|^2 \quad (۸)$$

که $\tilde{\mathcal{T}}_k(\mathbf{R}, \mathbf{r}, t)$ تابع موج سامانه ذره-ذره و $\psi_e(\mathbf{R}, \mathbf{r})$ حالت بیشینه درهم‌تنیده است که به صورت زیر تعریف می‌شود [۱۰]:

$$\psi_e(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int d^3k \exp(ik \cdot \mathbf{r}_1) \exp(ik \cdot \mathbf{r}_2) \quad (۹)$$

اندازه پابندی درهم‌تنیدگی در بازه $0 \leq f(t) \leq 1$ قرار دارد. اگر اندازه پابندی درهم‌تنیدگی برابر با ۱ باشد، به معنای حفظ کامل درهم‌تنیدگی است. مقادیر بین صفر و ۱ نشان دهنده

بتوانیم مسئله حرکت دو جسم را به مسئله حرکت دو جسم مستقل تبدیل کنیم که یکی از این سامانه‌ها، حرکت مرکز جرم با مختصات $\mathbf{R} = (m_1 \mathbf{r}_1 + m_2 \mathbf{r}_2) / (m_1 + m_2)$ و دیگری حرکت نسبی یکی از ذرات نسبت به دیگری با مختصات $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$ است. برای به دست آوردن معادله حرکت دو ذره برادار با پتانسیل برهم‌کنشی $V(|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|)$ ، ابتدا هامیلتونی سامانه را تعریف می‌کنیم [۲۶]:

$$\hat{H}_1 = -\frac{\hbar^2}{2M} \nabla_R^2 - \frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla_r^2 + V(|\mathbf{r}|) \quad (۱)$$

که ∇_R^2 با توجه به بردار $\mathbf{R}$ و ∇_r^2 با توجه به بردار $\mathbf{r}$ تعریف شده‌اند. $M = m_1 + m_2$ جرم کل سامانه و $\mu = m_1 m_2 / (m_1 + m_2)$ جرم کاهیده سامانه است. اگر $\Xi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, t)$ تابع موج سامانه در مختصات مرکز جرم باشد، مستقل بودن حرکت مرکز جرم و حرکت نسبی یکی از ذرات نسبت به ذره دیگر باعث می‌شود تا بتوانیم تابع موج در مختصات مرکز جرم را به صورت $\psi(\mathbf{r}, t) \phi(\mathbf{R}, t)$ تعریف کنیم و معادلات شرودینگر را به صورت زیر بنویسیم:

$$i\hbar \frac{\partial \phi(\mathbf{R}, t)}{\partial t} = \frac{\mathbf{P}_R^2}{2M} \phi(\mathbf{R}, t) \quad (۲)$$

$$i\hbar \frac{\partial \psi(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = \left[\frac{\mathbf{P}_r^2}{2\mu} + V(|\mathbf{r}|) \right] \psi(\mathbf{r}, t) \quad (۳)$$

که $\mathbf{P}_r$ و $\mathbf{P}_R$ عملگرهای تکانه نسبت به مختصات مربوطه، $\phi(\mathbf{R}, t)$ حرکت مرکز جرم ذره آزاد با جرم M و $\psi(\mathbf{r}, t)$ حرکت نسبی ذره‌ای با جرم μ در میدان مرکزی متقارن $V(|\mathbf{r}|)$ را توصیف می‌کند [۲۶]. در حالت ایستا می‌توان معادله شرودینگر (۳) را در میدان مرکزی متقارن به صورت زیر نوشت:

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla_r^2 + V(|\mathbf{r}|) \right\} \psi(\mathbf{r}) = E_a \psi(\mathbf{r}) \quad (۴)$$

که E_a انرژی کل در مختصات داخلی $\mathbf{r}$ است. با اعمال فرم قطبی-کروی برای عملگر لاپلاسین و صرف نظر کردن از تکانه زاویه‌ای، معادله شرودینگر به فرم زیر درمی‌آید [۲۶]:

$$(\nabla^2 + k_a^2) \psi_k(\mathbf{r}) = \frac{2\mu}{\hbar^2} V(\mathbf{r}) \psi_k(\mathbf{r}) \quad (۵)$$

که معادله فوق در معادله (۱۱) صدق می کند [۱۹]. با جایگذاری معادله (۱۴) در معادله (۱۰)، پایبندی درهم تنیدگی به صورت زیر محاسبه می شود [۲۰، ۱۰]:

$$f_k \propto |C_{0,k}|^2 \left| \int dr r^2 R_{0,k}^{(+)}(r) \right|^2 = \frac{\left| \int dr r^2 R_{0,k}^{(+)}(r) \right|^2}{1 + \left\{ \frac{2\mu k}{\hbar^2} \int_0^\infty \sin(kr') U(r') R_{l,k}^{(+)}(r') r' dr' \right\}^2} \quad (15)$$

که

$$R_{l,k}^{(+)}(r) = j_l(kr) + k \int_0^\infty dr' j_l(kr_{<}) n_l(kr_{>}) U(r') R_{l,k}^{(+)}(r') \quad (16)$$

پاسخ معادله موج شعاعی و $P_l(\cos \theta)$ چند جمله ای لژاندر از مرتبه l و $C_{l,k}$ ضریب بسط معادله (۱۴) است و به صورت زیر بدست می آید:

$$C_{l,k} = \frac{(2\pi)^{-3/2}}{1 + ik \int_0^\infty dr' r'^2 j_l(kr') V(r') R_{l,k}^{(+)}(r')} \quad (17)$$

در روابط فوق، $j_l(kr)$ و $n_l(kr)$ به ترتیب تابع نیومن کروی و تابع بسل کروی از مرتبه l هستند.

۴. پتانسیل برهم کنشی پلاسمای چگال دودمایی غیر ایده آل

پلاسمای چگال، پلاسمایی است که میانگین فاصله بین ذرات آن با طول موج حرارتی دوبروی ذرات قابل مقایسه است. در پلاسمای چگال، احتمال بالایی برای برخورد بین ذرات در فواصل بسیار کوتاه وجود دارد. در این صورت، در نظر گرفتن ماهیت موجی ذرات در حال برخورد، ناشی از اثرات مکانیک کوانتومی، مانند پراش و تقارن، اهمیت دارد. این اثرات در فواصل کوتاه را می توان در پتانسیل برهم کنش ذره-ذره، یا به عبارت دیگر در میکروپتانسیل، در نظر گرفت [۳۱]. از این رو، در نخستین گام، پتانسیل برهم کنشی ذره-ذره را پتانسیل Deutsch انتخاب می کنیم [۳۱، ۳۲]:

$$V_{Deu}(r) = \frac{Z_\alpha Z_\beta e^2}{r} \left(1 - e^{-r/\lambda_{\alpha\beta}} \right) \quad (18)$$

آسیب یا تخریب بخشی از درهم تنیدگی هستند و در نهایت، مقدار صفر نشان دهنده عدم وجود درهم تنیدگی است.

تحت تبدیلات یکانی موضعی، میزان درهم تنیدگی ناورد است؛ بنابراین با این تبدیلات یکانی امکان گذار از یک حالت با بیشینه درهم تنیدگی به حالت بیشینه درهم تنیده دیگری وجود دارد. اگر بیشینه گیری بر روی تمامی زوج های EPR (که همگی با یک تبدیل یکانی موضعی به هم مرتبط می شوند) در یک سامانه با بُعد متناهی برای معادله (۸) صورت گیرد، کمیتی حاصل می شود که به آن کسر کاملاً درهم تنیده^۲ گویند [۲۸]. کسر کاملاً درهم تنیده در تعیین پایبندی دوربری کوانتومی و نیز حد پایین درهم تنیدگی تشکیل یک سامانه دوکیوبیتی نقش مهمی ایفا می کند [۲۹].

برای محاسبه پایبندی درهم تنیدگی تابع موج سامانه ذره-ذره با جایگذاری معادله (۹) در معادله (۸)، پایبندی درهم تنیدگی به صورت زیر به دست می آید [۱۰]:

$$f_k \propto \left| \int d^3r \mathfrak{S}_k^{(+)}(\mathbf{r}) \right|^2 \quad (10)$$

که $\mathfrak{S}_k^{(+)}(\mathbf{r})$ تابع موج خروجی نهایی با تکانه مشخصه $\mathbf{k}$ است. از طرف دیگر، همان طور که مشاهده شد، برای حالت بدون لیزر، تابع موج خروجی در رابطه (۵) و برای حالتی که لیزر وجود دارد، تابع موج خروجی در رابطه (۷) صدق می کند. بنابراین، اگر در حالت کلی معادله شرودینگر را به فرم

$$(\nabla^2 + k^2) \mathfrak{S}_k^{(+)}(\mathbf{r}) = \frac{2\mu}{\hbar^2} U(\mathbf{r}) \mathfrak{S}_k^{(+)}(\mathbf{r}) \quad (11)$$

تعریف کنیم، با انتخاب

$$\mathfrak{S}_k^{(+)}(\mathbf{r}) = \psi(\mathbf{r}), k = k_a, U(r) = V(r) \quad (12)$$

به معادله شرودینگر پراکندگی ذره-ذره و با انتخاب

$$\mathfrak{S}_k^{(+)}(\mathbf{r}) = \Psi_k^0(\mathbf{r}), k = k_b, U(r) = (V(r + \xi_0) + V(r - \xi_0)) / 2 \quad (13)$$

به معادله شرودینگر پراکندگی ذره-ذره در حضور لیزر می-رسیم. برای حل معادله (۱۰)، با استفاده از نظریه بسط موج جزئی [۳۰] می توان تابع موج خروجی را به صورت زیر نوشت:

$$\mathfrak{S}_k^{(+)}(\mathbf{r}) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \sum_{l=0}^{\infty} i^l (2l+1) C_{l,k} R_{l,k}^{(+)}(r) \times P_l(\cos \theta) \quad (14)$$

فوریۀ تابع میکروپتانسیل بین ذرات پلاسما طبق رابطه (۱۸) است که از رابطۀ زیر تعیین می‌شود [۳۳]:

$$\tilde{\varphi}_{\alpha\beta}(q) = \frac{4\pi}{q} \int_0^\infty r V(r) \sin(qr) dr \quad (19)$$

برای تعیین تابع دی‌الکتریک $\epsilon(q)$ از تقریب فاز تصادفی استفاده می‌شود که می‌توان رابطۀ ای به فرم زیر برای آن نوشت [۳۳]:

$$\epsilon_{RPA}(q) = 1 + \sum_{\alpha} \frac{n_{\alpha}}{k_B T} \tilde{\varphi}_{\alpha\alpha}(q) \quad (20)$$

که n_{α} چگالی ذرات نوع α است. با استفاده از فرمول تبدیل فوریۀ معکوس، می‌توان پتانسیل برهم‌کنشی مؤثر ذرات $\alpha-\beta$ را با شرط $(2k_D / \lambda_{ee} \gamma^2)^2 < 1$ به صورت زیر به دست آورد [۲۱]:

$$\varphi_{\alpha\beta}(r) = \frac{Z_{\alpha} Z_{\beta} e^2}{r} \frac{1}{\gamma^2 \sqrt{1 - (2k_D / \lambda_{ee} \gamma^2)^2}} \left[\left(\frac{1/\lambda_{ee}^2 - B^2}{1 - B^2 \lambda_{\alpha\beta}^2} \right) e^{-Br} - \left(\frac{1/\lambda_{ee}^2 - A^2}{1 - A^2 \lambda_{\alpha\beta}^2} \right) e^{-Ar} \right] - \frac{Z_{\alpha} Z_{\beta} e^2}{r} \frac{1 - \delta_{\alpha\beta}}{1 + C_{\alpha\beta}} e^{-r/\lambda_{\alpha\beta}} \quad (21)$$

و دما معمولاً از محدوده 10^4 کلون تا 10^6 کلون می‌تواند متغیر باشد.

۵. اثر لیزر بر پایداری درهم‌تنیدگی

با استفاده از پتانسیل برهم‌کنشی برای پلاسما چگال دودمایی که با رابطۀ (۲۱) داده می‌شود، پایداری درهم‌تنیدگی نسبی

$$\frac{f_k^{\varphi}(k, \lambda_{\alpha\beta}, n_e, n_i)}{f_k^{Coul}(k)} \quad \text{در حضور لیزر برای برهم‌کنش}$$

$\alpha-\beta$ به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$R_{\alpha\beta} = \frac{1 + \left| -\frac{2Ze^2 \mu k}{\hbar^2} \int_0^\infty dr r \frac{\sin(kr)}{kr} \right|^2}{1 + \left| \frac{2\mu k}{\hbar^2} \int_0^\infty dr r^2 \varphi_{\alpha\beta}(r) \frac{\sin(kr)}{kr} \right|^2} \quad (25)$$

که $f_k^{Coul}(k)$ پایداری درهم‌تنیدگی برای پتانسیل برهم‌کنشی کولنی ذره-ذره است.

با جایگذاری پتانسیل برهم‌کنشی از معادله (۲۱) در معادله (۲۵) به نتیجه زیر می‌رسیم:

که Z_{β}, Z_{α}, e و $\lambda_{\alpha\beta} = \hbar / \sqrt{4\pi\mu_{\alpha\beta} k_B T_{\alpha\beta}}$ به ترتیب تعداد اتم‌های ذره α ، تعداد اتم‌های ذره β ، اندازه بار و طول موج حرارتی برای زوج ذره α و β است. همچنین $\mu_{\alpha\beta} = m_{\alpha} m_{\beta} / (m_{\alpha} + m_{\beta})$ کاهیده، k_{β} ثابت بولتزمن و دمای $T_{\alpha\beta}$ به صورت $T_{\alpha\beta} = \sqrt{T_{\alpha} T_{\beta}}$ تعریف می‌شود که در آن، و به ترتیب $T_{ii} = T_i$ و $T_{ee} = T_e$ دمای الکترون‌ها و یون‌ها هستند.

بر مبنای روش تابع پاسخ دی‌الکتریک، تبدیل فوریۀ پتانسیل مؤثر $\tilde{\Phi}_{\alpha\beta}(q)$ را می‌توان به صورت حاصل ضرب معکوس تابع دی‌الکتریک $\epsilon(q)$ در تابع پتانسیل میکروسکوپی $\tilde{\varphi}_{\alpha\beta}(q)$ بر حسب بردار موج q به صورت $\tilde{\Phi}_{\alpha\beta}(q) = \epsilon(q)^{-1} \tilde{\varphi}_{\alpha\beta}(q)$ تبدیل کرد.

که $k_e = \sqrt{4\pi n_e e^2 / k_B T_e}$ ، $k_D^2 = k_e^2 + k_i^2$ و $k_i = \sqrt{4\pi n_i e^2 / k_B T_i}$ و $\gamma^2 = k_i^2 + 1/\lambda_{ee}^2$ است. همچنین پارامترهای A ، B و $C_{\alpha\beta}$ به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$A^2 = \frac{\gamma^2}{2} \left(1 + \sqrt{1 - \left(\frac{2k_D}{\lambda_{ee} \gamma^2} \right)^2} \right) \quad (22)$$

$$B^2 = \frac{\gamma^2}{2} \left(1 - \sqrt{1 - \left(\frac{2k_D}{\lambda_{ee} \gamma^2} \right)^2} \right) \quad (23)$$

$$C_{\alpha\beta} = \frac{k_D^2 \lambda_{\alpha\beta}^2 - k_i^2 \lambda_{ee}^2}{\lambda_{ee}^2 / \lambda_{\alpha\beta}^2 - 1} \quad (24)$$

جمله آخر از سمت راست در معادله (۲۱) برای برهم‌کنش یون-یون و الکترون-الکترون در نظر گرفته نمی‌شود. نکته آخر این‌که برای یک پلاسما کاملاً یونیزه که پتانسیل برهم‌کنشی ذره-ذره می‌تواند طبق معادله (۲۱) داده شود، چگالی الکترون از محدوده 10^{21} بر سانتی متر مکعب تا 10^{24} بر سانتی متر مکعب

که در آن:

$$R_{\alpha\beta} = \frac{1 + \frac{4Z^2 \mu^2 e^4}{\hbar^4 k^2}}{1 + \frac{4Z^2 \mu^2 e^4}{\hbar^4 k^2} |G_L|^2} \quad (26)$$

$$G_L = \frac{1}{2\gamma^2 \sqrt{1 - (2k_D / \lambda_{ee} \gamma^2)^2}} \left(\frac{1/\lambda_{ee}^2 - B^2}{1 - B^2 \lambda_{\alpha\beta}^2} \right) \left[\frac{2k^2 \cosh(B\xi_0)}{B^2 + k^2} + k\xi_0 \operatorname{Im} \left(e^{ik\xi_0} Ei(1, -(B-ik)\xi_0) - e^{-ik\xi_0} Ei(1, (B-ik)\xi_0) \right) \right] \\ - \frac{1}{2\gamma^2 \sqrt{1 - (2k_D / \lambda_{ee} \gamma^2)^2}} \left(\frac{1/\lambda_{ee}^2 - A^2}{1 - A^2 \lambda_{\alpha\beta}^2} \right) \left[\frac{2k^2 \cosh(A\xi_0)}{A^2 + k^2} + k\xi_0 \operatorname{Im} \left(e^{ik\xi_0} Ei(1, -(A-ik)\xi_0) - e^{-ik\xi_0} Ei(1, (A-ik)\xi_0) \right) \right] \quad (27)$$

الکترون و یون هم‌دما فرض شده‌اند) به ازای مقادیر ثابت $n_e = n_i = 2 \times 10^{23} \text{ cm}^{-3}$ آورده شده است. از این نمودار مشخص می‌شود که دو ناحیه $T < 30632$ (بخوانید ناحیه یک) و $T > 1.8 \times 10^5$ (بخوانید ناحیه سه) که در آن مقدار χ منفی است، نواحی مجاز برای دما در این مطالعه هستند.

در شکل (۲)، معیار پایبندی درهم‌تنیدگی نسبی R_{ee} در حضور لیزر (حالت الف) و در غیاب آن (حالت ب) برای برخورد الکترون-الکترون در چگالی ثابت آورده شده است. در رابطه (۲۵) لازم است توابع شناخته شده گامای ناقص و انتگرال نمایی به صورت عددی محاسبه شوند. در محاسبات عددی حاضر، تابع گامای ناقص و تابع انتگرال نمایی با استفاده از نرم‌افزار Maple و با دقت عددی بالا (از مرتبه 10^{-10}) محاسبه شده‌اند و بنابراین عدم قطعیت محاسبات در مقادیر گزارش شده بسیار ناچیز است.

با توجه به این شکل، مشخص می‌شود که دینامیک رفتاری هر دو حالت یکسان است و در هر دو حالت، میزان درهم‌تنیدگی به‌طور یکنواخت و هموار با افزایش انرژی برخوردی کاهش می‌یابد و نسبت به تغییرات دما تقریباً ثابت است. بنابراین، در این بازه، دماهای پایین تأثیر محسوسی بر پایبندی درهم‌تنیدگی چه در حضور و چه در غیاب لیزر ندارند و بیشترین اثر مربوط به انرژی برخوردی است. با این حال، از نظر فیزیکی انتظار می‌رود دما نیز بر میزان درهم‌تنیدگی اثرگذار باشد و افزایش دما معمولاً به کاهش درهم‌تنیدگی منجر شود، هرچند در این نتایج نموداری این اثر چندان واضح نیست.

در رابطه فوق، $\Gamma(a, x) = \int_x^\infty e^{-t} t^{a-1} dt$ تابع شناخته شده گامای ناقص و $Ei(1, x) = \int_x^\infty \frac{e^{-t}}{t} dt$ تابع شناخته شده انتگرال نمایی است [۳۴] که در حد $\xi_0 \rightarrow 0$ ، رابطه (۲۶) برای برهم‌کنش الکترون-الکترون به رابطه (۲۲) مقاله [۱۹] میل می‌کند.

۶. بحث عددی

در این بخش، برای درک رفتار درهم‌تنیدگی سیستم پلاسمای چگال دودمایی غیرایده‌آل که تحت میدان الکترومغناطیسی لیزر قرار گرفته است، از محاسبات عددی استفاده می‌کنیم. در تمام محاسبات عددی از متغیرهای بی‌بعد زیر استفاده می‌شود:

$$\bar{E} = a_z^2 k^2; \quad \bar{\xi}_0 = \frac{\xi_0}{a_z} \quad (28)$$

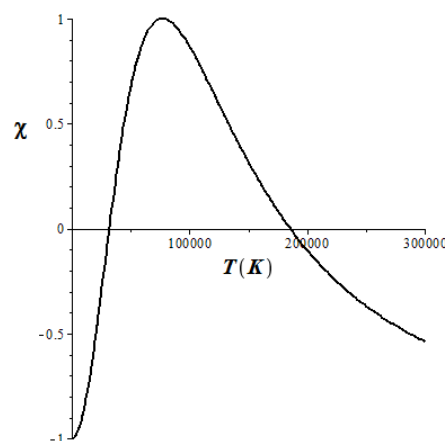
که $a_z = \hbar^2 / \mu Ze^2$ در نظر گرفته می‌شود. همچنین دامنه نوسان الکترون آزاد در میدان را به صورت $\xi_0 = eE_0 / \mu \omega^2$ تعریف می‌کنیم. این پارامتر با کاهش فرکانس و افزایش میدان اعمالی، افزایش می‌یابد.

معمولاً برای برهم‌کنش بین یونها، جفت‌شدگی بسیار ضعیف در نظر گرفته می‌شود و در مقابل جفت‌شدگی الکترون-الکترون می‌توان از آن صرف نظر کرد. بنابراین، اهمیت بررسی پراکندگی الکترون-الکترون بیشتر است و محاسبات عددی را فقط برای پراکندگی الکترون-الکترون به کار می‌بریم. در تمامی شکل‌ها استفاده از پتانسیل برهم‌کنشی معرفی شده در معادله (۲۱)، منفی بودن تابع $\chi = (2k_D / \lambda_{ee} \gamma^2)^2 - 1$ است. بنابراین در شکل (۱)، نمودار تغییرات این تابع بر حسب دما (که در آن

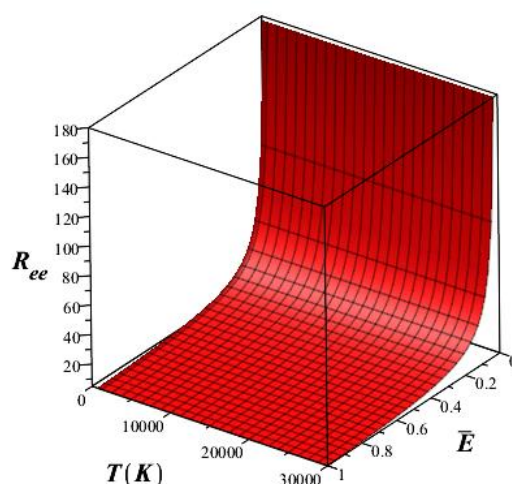
به همین سبب در شکل (۳)، پایداری درهم‌تنیدگی برای برهم‌کنش الکترون-الکترون بر حسب دما (در حالت هم‌دم بودن الکترون و یون) در چگالی و انرژی برخوردی ثابت، برای عدم حضور لیزر (نمودار خط چین) و حضور آن (نمودار توپر) و برای انرژی برخوردی ثابت $\bar{E}=0.8$ آورده شده است. دقت شود که پارامتر $\beta_e = 1/k_B T_e$ متناسب با عکس دماست و افزایش β_e متناظر با کاهش دما است. مشاهده می‌شود که با کاهش دما، پایداری درهم‌تنیدگی افزایش می‌یابد و عملاً در مقادیر $\beta_e \geq 2 \times 10^9$ تغییر دما تأثیری بر آن ندارد. دلیل این امر آن است که با افزایش دما، پلازما رفتار نیمه کلاسیکی از خود نشان می‌دهد و این تغییر ناگهانی برای گذار پلازما از ناحیه کوانتومی به ناحیه نیمه کلاسیکی است. کاملاً مشهود است که حضور باریکه لیزر سبب بهبود در هم‌تنیدگی می‌شود؛ خصوصاً در دماهای خیلی بالا که در غیاب لیزر، پایداری درهم‌تنیدگی نزدیک صفر است و با اعمال میدان لیزری، مقدار آن به‌طور معناداری افزایش می‌یابد. برای داشتن دید بهتر از تأثیر میدان الکترومغناطیسی لیزر بر درهم‌تنیدگی، در شکل (۴) نمودار تغییرات پایداری درهم‌تنیدگی نسبی R_{ee} در برهم‌کنش الکترون-الکترون بر حسب انرژی برخوردی بی بعد شده $\bar{E}$ برای دو حالت حضور و عدم حضور میدان لیزر آورده شده است.

در این شکل دمای الکترون و یون ثابت $T_i = T_e = 3 \times 10^4 K$ بوده و چگالی نیز مانند تمام موارد دیگر $n_e = n_i = 2 \times 10^{23} cm^{-3}$ فرض شده است. برای انرژی‌های برخوردی کم، عملاً دو نمودار بر هم منطبق‌اند و افزایش محسوس ناشی از حضور باریکه لیزر فقط به ازای انرژی‌های برخوردی بزرگ ($\bar{E} > 2$) قابل مشاهده است.

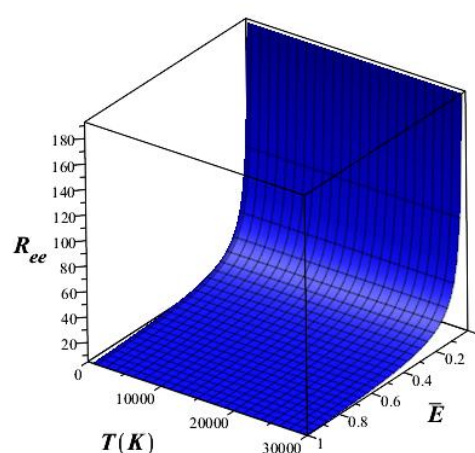
در شکل (۵)، در یک نمودار سه بعدی، تغییرات پایداری درهم‌تنیدگی نسبی در برهم‌کنش الکترون-الکترون R_{ee} به صورت تابعی از دامنه نوسان الکترون آزاد میدان $\bar{\epsilon}_0$ و دما (در حالت هم‌دم بودن الکترون و یون) نمایش داده شده است. انرژی برخوردی مقدار $\bar{E}=0.8$ و چگالی پلازما مقدار ثابت $n_e = n_i = 2 \times 10^{23} cm^{-3}$ را دارد. شکل (۵-الف) متناظر با دماهای بالای ناحیه سوم و شکل (۵-ب) متناظر با دماهای پایین ناحیه یک است.



شکل ۱. تغییرات تابع χ بر حسب دما ($T = T_e = T_i$) و $n_e = n_i = 2 \times 10^{23} cm^{-3}$.

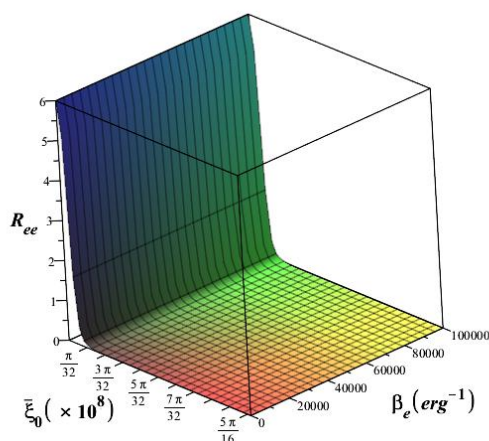


الف

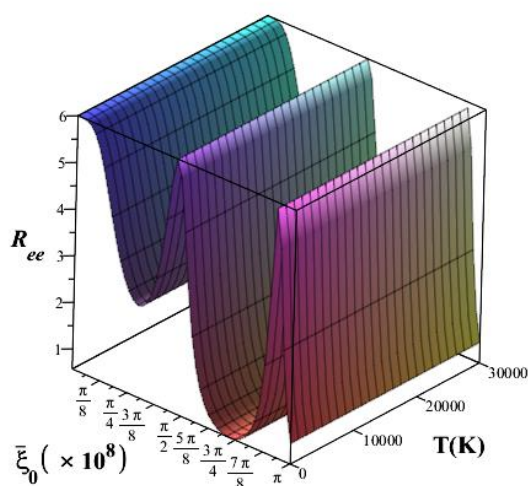


ب

شکل ۲. پایداری درهم‌تنیدگی برای برهم‌کنش الکترون-الکترون بر حسب دما و انرژی برخوردی در چگالی ثابت برای الف) غیاب لیزر ($\bar{\epsilon}_0 = 0$) و ب) حضور لیزر $\bar{\epsilon}_0 = 9.5 \times 10^5$



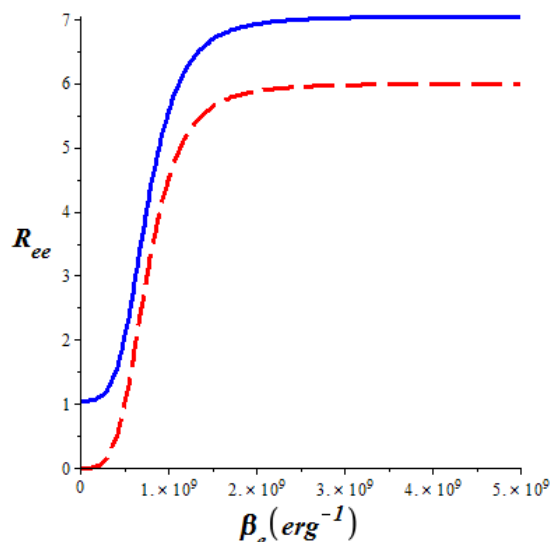
الف



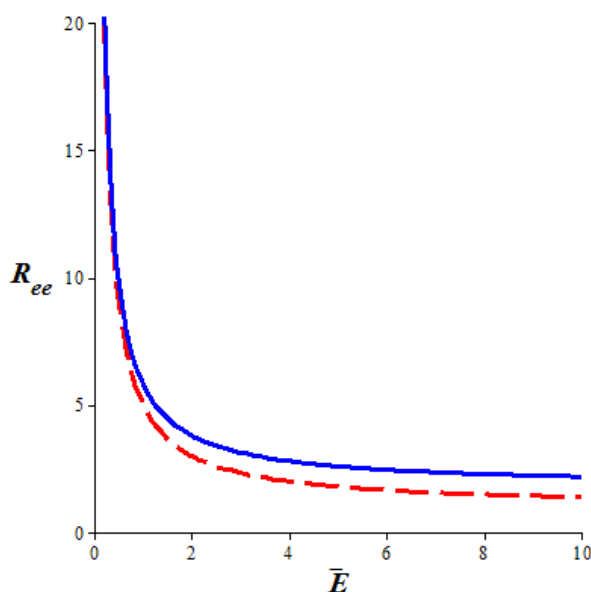
ب

شکل ۵. پایداری درهم‌تنیدگی برای برهم‌کنش الکترون-الکترون بر حسب دما و دامنه نوسان الکترون آزاد در چگالی $n_e = n_i = 2 \times 10^{23} \text{ cm}^{-3}$ برای الف) دماهای بالای ناحیه سوم ب) دماهای پایین ناحیه اول

در نهایت، در شکل (۶)، به تأثیر اهمیت دمای الکترون و یون غیر هم‌دما بر پراکندگی الکترون-الکترون و اثر آن بر میزان پایداری درهم‌تنیدگی پرداخته شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، با افزایش مقدار β_e که معادل کاهش دمای الکترون‌های پلاسما است، مقدار پایداری درهم‌تنیدگی افزایش می‌یابد، در حالی که دمای یون‌ها $\beta_i = 1/k_B T_i$ تأثیر جزئی بر پایداری درهم‌تنیدگی دارد.



شکل ۳. پایداری درهم‌تنیدگی برای برهم‌کنش الکترون-الکترون بر حسب دما در چگالی $n_e = n_i = 2 \times 10^{23} \text{ cm}^{-3}$ و انرژی برخوردی $\bar{E} = 0.8$ برای عدم حضور لیزر $\xi_0 = 0$ با خط چین و حضور لیزر $\xi_0 = 9.5 \times 10^5$ با خط پر

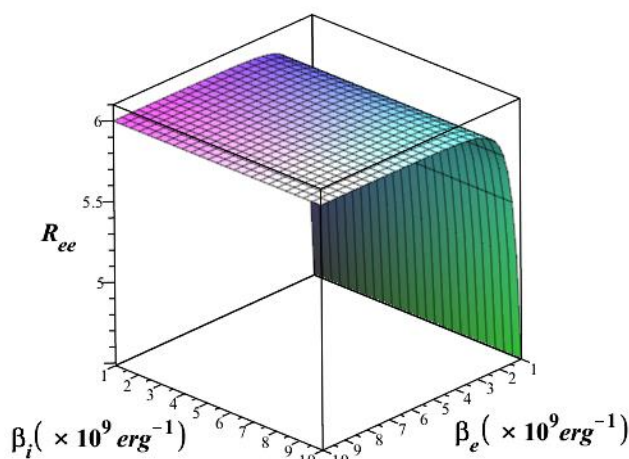


شکل ۴. پایداری درهم‌تنیدگی برای برهم‌کنش الکترون-الکترون بر حسب انرژی برخوردی در چگالی $n_e = n_i = 2 \times 10^{23} \text{ cm}^{-3}$ برای عدم حضور لیزر $\xi_0 = 0$ با خط چین و حضور لیزر $\xi_0 = 9.5 \times 10^5$ با خط پر

مشاهده می‌شود که در ناحیه سوم، به ازای یک دمای ثابت، افزایش شدت لیزر منجر به افزایش یکنواخت پایداری درهم‌تنیدگی می‌شود. حال آنکه در ناحیه یک، به ازای دمای ثابت، افزایش اولیه شدت منجر به افزایش پایداری درهم‌تنیدگی شده و در شدت‌های بالا، رفتار نوسانی رو به کاهش می‌گیرد.

دمای یون تأثیر زیادی ندارد و دمای الکترون اثرگذارتر است. حضور میدان لیزر سبب افزایش قابل ملاحظه درهم‌تنیدگی، خصوصاً در دماهای بالا، می‌شود؛ به‌طوری‌که در این ناحیه عملاً درهم‌تنیدگی بدون میدان خارجی صفر است. در نواحی دمایی مختلف، تغییرات پایبندی نسبت به شدت باریکه لیزر رفتار متفاوتی نشان می‌دهد. در دماهای بالا، افزایش میدان لیزری منجر به افزایش یکنواخت و هموار پایبندی درهم‌تنیدگی می‌شود، در حالی که در دماهای پایین، پس از افزایش اولیه، با افزایش شدت لیزر، نمودار رفتار نوسانی افزایشی به خود می‌گیرد. نهایتاً، افزایش انرژی برخوردی ذرات منجر به کاهش درهم‌تنیدگی می‌شود.

از آنجا که پتانسیل برهم‌کنشی ذره-ذره تمام ویژگی‌های محیط پلاسمایی و میدان خارجی را در بر می‌گیرد، می‌توان گفت کنترل این پارامترها به‌طور مستقیم امکان تنظیم میزان درهم‌تنیدگی را فراهم می‌کند. این کنترل‌پذیری اهمیت بالایی در حوزه‌هایی نظیر فناوری اطلاعات کوانتومی، رمزنگاری کوانتومی و توسعه سامانه‌های ارتباطی ایمن دارد. این یافته‌ها می‌تواند زمینه تحقیقات آینده در خصوص طراحی محیط‌های مهندسی‌شده برای بهبود کارایی سامانه‌های کوانتومی و نیز درک بهتر رفتار ذرات در محیط‌های چگال و پرفشار را فراهم آورد.



شکل ۶. نمودار تغییرات پایبندی درهم‌تنیدگی برای برهم‌کنش الکترون-الکترون بر حسب دمای الکترون و یون در ناحیه سوم و چگالی $n_e = n_i = 2 \times 10^{23} \text{ cm}^{-3}$

۷. نتیجه‌گیری

در این مقاله، درهم‌تنیدگی کوانتومی حاصل از پراکندگی ذره-ذره در محیط پلازما و در حضور میدان الکتریکی خارجی لیزر بررسی شد. پلازما دارای چگالی بالا و دماهای متفاوت برای الکترون‌ها و یون‌ها فرض شده است که می‌تواند رفتار کلاسیکی یا کوانتومی از خود نشان دهد. افزایش دمای پلازما منجر به کاهش پایبندی درهم‌تنیدگی می‌شود، هرچند عملاً

۸. مراجع

1. P G Kwiat, et al., Nature **409** (2001) 1014.
2. E Hagley, et al., Phys. Rev. Lett. **79** (1997) 1.
3. E Rieffel and W Polak, ACM Comput. Surv. **32** (2000) 300.
4. J Kempe, Phys. Rev. A **60** (1999) 910.
5. I M Georgescu, S Ashhab and F Nori, Rev. Mod. Phys. **86** (2014) 153.
6. A M Childs, J Preskill and J Renes, J. Mod. Opt. **47** (2000) 155.
7. R Weder, Phys. Rev. A **84** (2011) 062320.
8. D Bai and Z Ren, Phys. Rev. C **106** (2022) 064005.
9. O Marty, et al., Phys. Rev. B **89** (2014) 125117.
10. K Mishima, M Hayashi and S H Lin, Phys. Lett. A **333** (2004) 371.
11. D M Chang and Y D Jung, Phys. Scr. **72** (2005) 234.
12. D S Shin and Y D Jung, Phys. Lett. A **372** (2008) 5458.
13. Y D Jung and D Kato, Phys. Plasmas **15** (2008) 104503.
14. D H Ki and Y D Jung, J. Phys. Soc. Jpn. **80** (2011) 083501.
15. Y D Jung, Phys. Plasmas **18** (2011) 114503.
16. Y D Jung and W P Hung, Phys. Plasmas **19** (2012) 034502.
17. W P Hong and Y D Jung, Phys. Scr. **89** (2014) 065601.
18. M J Lee and Y D Jung, Eur. Phys. J. Plus **132** (2017) 442.
19. R Roozeshdar Mogaddam, et al., Phys. Scr. **95** (2020) 035604.
20. B J Falaye, et al., Laser Phys. Lett. **16** (2019) 045204.

21. R Roozehdar Mogaddam, et al., Commun. Theor. Phys. **76** (2024) 085501.
22. T S Ramazanov, Z A Moldabekov and M T Gabdullin, Phys. Rev. E **92** (2015) 023104.
23. N Sepehri Javan and R Roozehdar Mogaddam, Plasma Phys. Control. Fusion **62** (2020) 115010.
24. R Roozehdar Mogaddam, et al., Phys. Plasmas **25** (2018) 112104.
25. V Azimi Mousolou, Quantum Inf. Process. **19** (2020) 329.
26. H Goldstein, C Poole and J Safko, *Classical Mechanics*, 3rd ed., Addison-Wesley (2002).
27. J J Sakurai, *Modern Quantum Mechanics*, Addison-Wesley (1986).
28. C H Bennett, et al., Phys. Rev. A **54** (1996) 3824.
29. M Horodecki, P Horodecki and R Horodecki, Phys. Rev. A **60** (1999) 1888.
30. D K Dacol and D G Roy, J. Acoust. Soc. Am. **120** (2006) 2518.
31. C Deutsch, Phys. Lett. A **60** (1977) 317.
32. P Seufferling, J Vogel and C Toepffer, Phys. Rev. A **40** (1989) 323.
33. T S Ramazanov, K N Dzhumagulova and M T Gabdullin, Phys. Plasmas **17** (2010).
34. G B Arfken and H J Weber, *Mathematical Methods for Physicists*, Academic Press (1972).