

کره فوتونی و سایه سیاهچاله کاتلر پویا

زهرا الهیاری جلالی و علی اکبر عسگری*

دانشکده علوم پایه، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

پست الکترونیکی: a_asgari@modares.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۴۰۴/۰۷/۰۱؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۴۰۴/۰۸/۲۸)

چکیده:

در این مقاله به بررسی تحلیلی سایه یک سیاهچاله غوطه‌ور در پس‌زمینه‌ای پویا که بازتاب دهنده انبساط جهان در اثر وجود انرژی تاریک است، می‌پردازیم. با استفاده از یک متریک وابسته به زمان (متریک کاتلر پویا)، ژئودزی‌های پوچ (نورگونه) فضا-زمان را به دست می‌آوریم و پتانسیل مؤثر برای پرتوهای نور را محاسبه می‌کنیم. نتایج محاسبات ما نشان می‌دهد که انبساط کیهان به کاهش تدریجی شعاع کره فوتونی و نیز سایه سیاهچاله در طول زمان منجر می‌شود. این پدیده می‌تواند راهی برای تعیین پارامترهای کیهانی باشد.

واژه‌های کلیدی: سیاهچاله (فضا-زمان) کاتلر، کره فوتونی، سایه سیاهچاله

۱. مقدمه

منظور از سایه یک سیاهچاله، همان چیزی است که هنگام رصد کردن یک سیاهچاله انتظار می‌رود که دیده شود: یک ناحیه تاریک (احتمالاً به شکل قرص) با پیرامونی درخشان متشکل از طول‌موج‌های تابشی گوناگون. سایه یک سیاهچاله، علاوه بر ارائه تصویری رصدی از آن، از منظر نظری نیز حائز اهمیت فراوان است. زیرا امکان تمایز میان انواع مختلف سیاهچاله‌ها را فراهم کرده و در نتیجه، بستری برای آزمون نظریه نسبیت عام استاندارد و سایر نظریه‌های جایگزین گرانش مهیا می‌سازد.

به عبارت دقیق‌تر، سایه یک سیاهچاله ناحیه‌ای تاریک در آسمان ناظر سیاهچاله است که مرز آن توسط ژئودزی‌هایی که به منحنی‌های بحرانی^۱ موسومند مشخص می‌شود. منحنی‌های بحرانی، ژئودزی‌هایی هستند که به سوی سیاهچاله حرکت

می‌کنند؛ این ژئودزی‌ها نه می‌توانند به بینهایت بگریزند و نه در مدت زمانی محدود به داخل سیاهچاله سقوط کنند، بلکه حول مدارهایی که به مدارهای دایره‌ای ناپایدار موسومند به دور سیاهچاله می‌چرخند [۱].

در شرایط ایستا و با فرض صفر بودن ثابت کیهانشناسی، یک سیاهچاله متقارن کروی با متریک شوارزشیلد توصیف می‌شود:

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2m}{r}\right)dt^2 + \left(1 - \frac{2m}{r}\right)^{-1}dr^2 + r^2 d\Omega^2 \quad (1)$$

که در آن m جرم هتدسی سیاهچاله $\left(m = \frac{GM}{c^2}\right)$ و

$d\Omega^2 = d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2$ است. شکل و اندازه سایه این سیاهچاله به طور مفصل مطالعه شده است. سینگ^۲ برای نخستین بار زاویه رؤیت سایه را براساس تعریف مخروط فرار^۳ محاسبه کرد [۲]. مخروط فرار، مخروطی فرضی است که تمام

۱. Critical Curves

۲. Synge

۳. Scape cone

غوطه‌ور در جهان در حال انبساط تفاوت عمده‌ای دارد. از سوی دیگر، بر اساس جدیدترین مشاهدات رصدی، ثابت کیهان‌شناسی مقداری مثبت و ناصفر دارد. از این رو، فضا-زمان شوارتزشیلد در حضور ثابت کیهان‌شناسی دیگر پاسخ معادلات میدان اینشتین نخواهد بود. در این مقاله، سیاه‌چاله‌ای را بررسی می‌کنیم که از یک سو، پاسخی از معادلات میدان اینشتین در حضور ثابت کیهان‌شناسی است و از سوی دیگر، در جهانی در حال انبساط قرار دارد. سپس سایه این سیاه‌چاله را به صورت تحلیلی محاسبه کرده و تفاوت‌های آن را با حالت شوارتزشیلد بررسی و مقایسه خواهیم کرد.

۲. معادلات ژئودزی و کره فوتونی در سیاه‌چاله

کاتلر پویا

با فرض وجود ثابت کیهان‌شناسی مثبت، پاسخ خلا معادلات میدان اینشتین با تقارن کروی، فضا-زمان کاتلر^۴ یا شوارتزشیلد-دوسیت^۵ است که متریک آن در دستگاه مختصات ایستای (t, r, θ, ϕ) به صورت زیر نوشته می‌شود [۴]:

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2m}{r} - \frac{\Lambda}{3}r^2\right)dt^2 + \left(1 - \frac{2m}{r} - \frac{\Lambda}{3}r^2\right)^{-1}dr^2 + r^2d\Omega^2 \quad (4)$$

این متریک فضا-زمانی را توصیف می‌کند که با قراردادن جرم نقطه‌ای در فضای دوسیت به وجود می‌آید. اما فضای دوسیت، از منظر کیهان‌شناسی، جهانی پویا یا یک الگوی فریدمنی است که تنها با انرژی تاریک پر شده است. به همین خاطر، اصولاً انتظار می‌رود با قرار دادن جرمی نقطه‌ای در فضای دوسیت، هندسه‌ای پویا به دست آید که به طور آشکار در متریک بالا دیده نمی‌شود.

پرتوهای نوری گسیل شده از سوی ناظر در داخل آن، می‌توانند در نهایت از دام گرانش سیاه‌چاله گریخته و به دوردست برسند. در واقع سینگ نشان داد زاویه مخروط فرار η_{esc} از دید یک ناظر ساکن برابر است با [۱ و ۲]:

$$\sin^2 \eta_{esc} = \frac{2vm^2 \left(1 - \frac{2m}{r_*}\right)}{r_*^2} \quad (2)$$

که در آن، r_* فاصله مختصاتی ناظر از مرکز سیاه‌چاله است. این زاویه دقیقاً مکمل زاویه مخروط گیراندازی^۱ نوویکف^۲ محاسبه شد [۳]. مخروط گیراندازی، برخلاف مخروط فرار، مخروطی است که تمام پرتوهای نوری گسیل شده از سوی ناظر در داخل آن به سمت سیاه‌چاله می‌روند، و در نهایت به درون سیاه‌چاله سقوط می‌کنند. آن‌ها، بدون آن‌که به طور صریح از سایه نام ببرند، زاویه رؤیت آن را برای ناظری ساکن در فاصله r_* از سیاه‌چاله محاسبه کردند و نشان دادند که:

$$\tan^2 \eta_{cap} = \frac{1 - \frac{2m}{r_*}}{\frac{2m}{r_*} - 1 + \frac{r_*^2}{2vm^2}} \quad (3)$$

در این جا، زاویه رؤیت سایه به شعاع مختصاتی ناظر، r_* وابسته است. به طور مشخص، هر چه ناظر به سیاه‌چاله نزدیک‌تر باشد، زاویه رؤیت سایه بزرگتر خواهد بود. هنگامی که ناظر به افق رویداد نزدیک می‌شود، سایه تقریباً تمام آسمان ناظر را می‌پوشاند و زاویه رؤیت سایه به مقدار بیشینه خود یعنی $\eta_{sh} = \pi$ می‌رسد. همچنین، در فاصله $r_* = 3m$ یعنی روی کره فوتونی، سایه سیاه‌چاله، نصف آسمان ناظر را پوشانده است $(\eta_{sh} = \frac{\pi}{2})$.

همان‌گونه که پیش‌تر گفته شد، فضا-زمان شوارتزشیلد، یک سیاه‌چاله ایستا را توصیف می‌کند که با سیاه‌چاله‌های واقعی

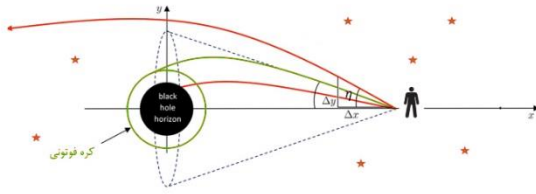
۱. Capture cone

۲. Zeldovich

۳. Novikov

۴. Kottler spacetime

۵. De Sitter-Schwarzschild



شکل ۲. تشکیل سایه از دید یک ناظر نوعی؛ η زاویه رؤیت سایه سیاهچاله را نشان می‌دهد.

$$-At^{\prime\prime} + \frac{a^{\prime\prime}}{A} \dot{r}^{\prime\prime} + \rho^{\prime\prime} \dot{\phi}^{\prime\prime} = 0 \quad (8)$$

برای انتگرال‌گیری از معادلات ژئودزی، ابتدا باید بردارهای کیلینگ این فضا-زمان را به دست آوریم که به صورت زیر هستند:

$$\zeta_1 = \frac{\partial}{\partial \phi}, \quad \zeta_2 = \frac{\partial}{\partial t} - \sqrt{\frac{\Lambda}{r}} r \frac{\partial}{\partial r}$$

حال اگر چهاربردار سرعت پرتوهای نور را به صورت $u^{\mu} = (\dot{t}, \dot{r}, \dot{\phi})$ در نظر بگیریم، معادلات ژئودزی با استفاده از بردارهای کیلینگ به صورت زیر انتگرال‌گیری می‌شوند [۶]:

$$\zeta_1 u = L = \text{const} \Rightarrow \rho^{\prime\prime} \dot{\phi} = L \Rightarrow \dot{\phi} = \frac{L}{\rho^{\prime\prime}} \quad (9)$$

$$\zeta_2 u = -E = \text{const} \Rightarrow -At^{\prime\prime} - \sqrt{\frac{\Lambda}{r}} \frac{a^{\prime\prime}}{A} r \dot{r} = -E \quad (10)$$

همان‌طور که ملاحظه می‌شود، تقارن‌های متریک منجر به وجود دو کمیت پایسته شدند که ما در این جا آن‌ها را با L و E نشان داده‌ایم. اکنون با ترکیب معادلات (۸)، (۹) و (۱۰) و همچنین

به‌کارگیری اتحاد $A^{\prime\prime} - \frac{\Lambda}{r} \rho^{\prime\prime} = XA$ ، خواهیم داشت:

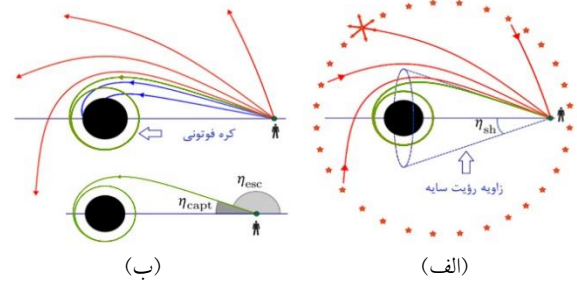
$$a^{\prime\prime} \frac{X}{A^{\prime\prime}} \dot{r}^{\prime\prime} + \sqrt{\frac{\Lambda}{r}} \frac{Ea^{\prime\prime}}{A^{\prime\prime}} r \dot{r} + \frac{L^{\prime\prime}}{\rho^{\prime\prime}} - \frac{E^{\prime\prime}}{A} = 0 \quad (11)$$

که یک معادله درجه دوم بر حسب $\dot{r}$ است. با حل این معادله داریم:

$$\dot{r} = \frac{-\sqrt{\frac{\Lambda}{r}} Ea^{\prime\prime} r^{\prime\prime} \pm A \sqrt{E^{\prime\prime} a^{\prime\prime} r^{\prime\prime} - L^{\prime\prime} X}}{a^{\prime\prime} r X} \quad (12)$$

که علامت منفی (مثبت) به پرتوهای نور ورودی (خروجی) اشاره دارد. همچنین، داریم:

$$\frac{dr}{d\phi} = \frac{\dot{r}}{\dot{\phi}} = \frac{r(-\sqrt{\frac{\Lambda}{r}} Ea^{\prime\prime} r^{\prime\prime} \pm A \sqrt{E^{\prime\prime} a^{\prime\prime} r^{\prime\prime} - L^{\prime\prime} X})}{LX} \quad (13)$$



شکل ۱. بخشی از پرتوهای نور گسیل شده به سوی سیاهچاله، پس از انحراف توسط میدان گرانشی سیاهچاله به بی‌نهایت می‌گریزند (پرتوهای قرمز) و بخشی دیگر توسط سیاهچاله جذب می‌شوند (پرتوهای آبی). حالت مرزی بین این دو دسته، پرتوهایی هستند که به صورت مارپیچی به کره فوتونی مجانب می‌شوند (منحنی سبز). این‌ها همان منحنی‌های بحرانی هستند.

با وجود این، در سال ۱۹۹۹، عباسی متریکی پویا برای توصیف چنین سامانه‌ای ارائه کرد که ما از آن تحت عنوان متریک کاتر پویا یاد خواهیم کرد [۵]:

$$ds^{\prime\prime} = -A(\rho) dt^{\prime\prime} + \frac{a^{\prime\prime}(t)}{A(\rho)} dr^{\prime\prime} + \rho^{\prime\prime} d\Omega^{\prime\prime} \quad (5)$$

که در آن،

$$\begin{cases} A = \frac{1}{r} \left[X + \sqrt{X^{\prime\prime} + \frac{r}{r} \Lambda \rho^{\prime\prime}} \right] \\ X = 1 - \frac{r m}{\rho} - \frac{\Lambda}{r} \rho^{\prime\prime} \\ a = e^{\sqrt{\frac{\Lambda}{r}} t} \\ \rho = ar \end{cases} \quad (6)$$

به دلیل تقارن کروی، ژئودزی‌های این فضا-زمان همواره در یک صفحه قرار دارند. از این رو، از این پس بررسی را به صفحه استوایی $\theta = \frac{\pi}{2}$ محدود می‌کنیم.

برای تحلیل مسیر پرتوهای نور، نخست لاگرانژی ژئودزی‌ها را با استفاده از مؤلفه‌های متریک تعیین می‌کنیم:

$$L = -At^{\prime\prime} + \frac{a^{\prime\prime}}{A} \dot{r}^{\prime\prime} + \rho^{\prime\prime} \dot{\phi}^{\prime\prime} \quad (7)$$

که در آن علامت نقطه، نشانگر مشتق‌گیری نسبت به پارامتر آفینی است که معادلات ژئودزی‌ها بر حسب آن تعریف شده‌اند. برای پرتوهای نوری $L = 0$ است [۶]، داریم:

باید توجه داشت که در $\rho_{ph} = 3m$ ، $\ddot{\rho} = 0$ و همین موضوع، وجود حرکت دایره‌ای در صفحه استوایی را تضمین می‌کند. اما برای تشخیص پایداری یا ناپایداری کره فوتونی، می‌توان از مشتق دوم پتانسیل مؤثر استفاده کرد: اگر مشتق مزبور بزرگتر از صفر باشد، کره فوتونی پایدار است؛ اما اگر مشتق دوم پتانسیل مؤثر منفی باشد، کره فوتونی ناپایدار است. در این جا داریم:

$$\left. \frac{dV_{eff}}{d\rho} \right|_{\rho=\rho_{ph}} = -2 < 0 \quad (19)$$

همان‌طور که مشاهده می‌شود مشتق دوم پتانسیل مؤثر در محل کره فوتونی منفی است، از این رو، مدار نوری دایره‌ای متناظر ناپایدار است.

اما از سوی دیگر، از آن جا که $\eta = \eta(\rho)$ و

$$\rho = r \exp\left(\sqrt{\frac{\Lambda}{3}} t\right)$$

تابعی از زمان است. در واقع،

$$\rho_{ph} = 3m \Rightarrow r_{ph} = 3me^{-\sqrt{\frac{\Lambda}{3}} t} \quad (20)$$

این نتیجه نشان می‌دهد که کره فوتونی یک سیاه‌چاله، هنگامی که در جهانی سرشار از انرژی تاریک قرار دارد، به تدریج و با گذشت زمان کوچک‌تر می‌شود. از دیدگاه فیزیکی، می‌توان چنین استدلال کرد که به علت انبساط جهان فوتون‌ها انرژی خود را در طول زمان از دست می‌دهند، و این کاهش انرژی با پویایی انبساط کیهان همراه است. شایان ذکر است که با افزایش مقدار ثابت کیهان‌شناسی، نرخ کاهش شعاع کره فوتونی نیز بیشتر می‌شود.

۳. محاسبه سایه سیاه‌چاله

زاویه رؤیت سایه سیاه‌چاله، از طریق محاسبه زاویه بین بردار مماس بر ژئودزی نوری و برداری که مکان ناظر را به مرکز سیاه‌چاله متصل می‌کند، به دست می‌آید [۷]. همان‌طور که در شکل ۲ نشان داده شده است، این زاویه مشخص کننده حد مرزی بین پرتوهای نوری است که به سیاه‌چاله سقوط می‌کند و آن‌هایی که موفق می‌شوند به بینهایت بگریزند [۱].

اکنون با جایگذاری رابطه (۱۲) در رابطه (۱۰)، خواهیم داشت:

$$\dot{t} = \frac{EA \mp \sqrt{\frac{\Lambda}{3}} (E^\gamma \rho^\gamma - L^\gamma X)}{AX} \quad (14)$$

اما از سویی $\dot{\rho} = \sqrt{\frac{\Lambda}{3}} \rho \dot{t} + a\dot{r}$ پس با بازنویسی معادله (۱۰) برحسب ρ خواهیم داشت:

$$X\dot{t} + \sqrt{\frac{\Lambda}{3}} \frac{\rho}{A} \dot{\rho} = E \quad (15)$$

اکنون با قرار دادن معادله (۱۴) در معادله (۱۵) به معادله زیر می‌رسیم:

$$\dot{\rho}^\gamma = E^\gamma - L^\gamma \frac{X}{\rho^\gamma} \quad (16)$$

این معادله از نظر ساختاری، شبیه معادله پایستگی انرژی مکانیکی برای جسم در حال حرکت در میدان نیروی مرکزی است. در واقع اگر از معادله حرکت چنین جسمی انتگرال گرفته شود، به معادله‌ای شبیه معادله (۱۶) می‌رسیم. در این جا $\dot{\rho}^\gamma$ نقش انرژی جنبشی و E^γ نقش انرژی مکانیکی را ایفا می‌کنند. بنابراین دور از ذهن نیست که

$$V_{eff}(\rho) = L^\gamma \frac{X}{\rho^\gamma} = L^\gamma \frac{1 - \frac{2m}{\rho} - \frac{\Lambda}{3} \rho^\gamma}{\rho^\gamma} \quad (17)$$

را پتانسیل مؤثر ژئودزی‌های نوری قلمداد کنیم [۷ و ۸]. کاملاً واضح است که با مشتق‌گیری از معادله (۱۶) خواهیم داشت:

$$\ddot{\rho} = -\frac{1}{2} \frac{dV_{eff}(\rho)}{d\rho}$$

حال اگر $\ddot{\rho}$ را به عنوان شتاب نیوتنی تفسیر کنیم، بر طبق

$$\text{قانون دوم نیوتن، } -\frac{dV_{eff}(\rho)}{d\rho} \text{ متناسب با نیرو خواهد بود و}$$

از همین رو تفسیر $V_{eff}(\rho)$ به عنوان پتانسیل مؤثر، منطقی به نظر می‌رسد. پتانسیل مؤثر نقش مهمی در تعیین شعاع کره فوتونی و تشخیص پایداری یا ناپایداری آن دارد؛ به این ترتیب که با صفر قرار دادن مشتق اول پتانسیل مؤثر می‌توان شعاع کره فوتونی را به دست آورد. این شرط معادل با وجود مدارهای دایره‌ای برای پرتوهای نوری است:

$$\left. \frac{dV_{eff}}{d\rho} \right|_{\rho=\rho_{ph}} = 0 \Rightarrow \rho_{ph} = 3m \quad (18)$$

$$\tan \eta = \frac{L \left(\sqrt{\frac{\Lambda}{3}} E \rho^\gamma + A \sqrt{E^\gamma \rho^\gamma - L^\gamma X} \right)}{\sqrt{A} (E^\gamma \rho^\gamma - L^\gamma A)} \quad (25)$$

از آنجا که $\rho = r \exp \left(\sqrt{\frac{\Lambda}{3}} t \right)$ است، کاملاً واضح است که η تابعی از زمان است و این به این معناست که زاویه رؤیت سایه سیاهچاله کاتلر پویا با زمان تغییر می‌کند. در شکل ۳، نمودار تغییرات η برحسب t برای $\Lambda = 1/12 \times 10^{-37} \text{ m}^{-2}$ و $m \simeq 10^{17} \text{ m}$ رسم شده است. همان‌گونه که ملاحظه می‌شود، زاویه رؤیت سایه سیاهچاله کاتلر پویا با زمان کاهش می‌یابد.

۴. نتیجه‌گیری و پیشنهادات

در این مقاله، سایه سیاهچاله کاتلر پویا که یک سیاهچاله پویاست، مطالعه شد. همان‌گونه که ملاحظه شد، سایه سیاهچاله تحت تأثیر انبساط جهان قرار می‌گیرد و با گذشت زمان اندازه سایه کاهش می‌یابد. این پدیده فیزیکی را می‌توان به انتقال به سرخ کیهانی نسبت داد که در آن انبساط جهان باعث کاهش انرژی فوتونها می‌شود.

این تحقیق نشان می‌دهد که رصد تغییرات سایه سیاهچاله‌ها می‌تواند راهی برای پیدا کردن پارامترهای کیهانی و بررسی

پویایی جهان فراهم کند. به طور مشخص $\frac{\Delta \eta}{\Delta t}$ (آهنگ تغییرات

η در طول زمان)، تابعی از Λ (یا Ω_Λ) و نیز $H_0 = \sqrt{\frac{\Lambda}{3}}$

است. در حالت کلی، هنگامی که پس‌زمینه سیاهچاله یک سیال کیهانی آمیخته از غبار همراه با تابش و انرژی تاریک باشد،

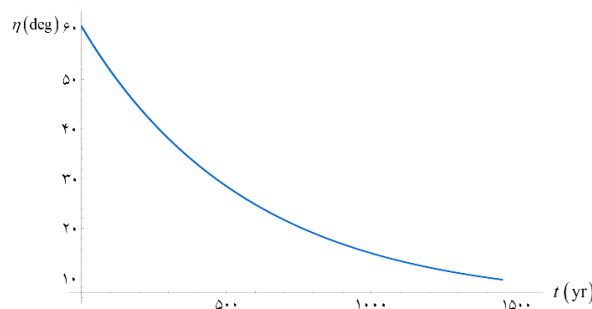
علی‌القاعده پارامتر $\frac{\Delta \eta}{\Delta t}$ به سایر پارامترهای چگالی جهان یعنی

Ω_M ، Ω_K و Ω_R نیز وابسته خواهد بود. از این‌رو، با اندازه‌گیری تغییرات سایه یک سیاهچاله در طول زمان و استفاده

از روش‌های برازش منحنی، یعنی تطبیق نمودارهای نظری و تجربی، می‌توان پارامترهای چگالی جهان (در این‌جا Ω_Λ) را

به دست آورد. البته، در حال حاضر دقت و توان تفکیک ابزارهای رصدی برای انجام چنین اندازه‌گیری‌هایی کافی

نیست.



شکل ۳. نمودار تغییرات زاویه رؤیت سایه سیاهچاله کاتلر پویا برحسب زمان برای $\Lambda = 1/12 \times 10^{-37} \text{ m}^{-2}$ و $m \simeq 10^{17} \text{ m}$.

بردار یکه شعاعی در محل ناظر را می‌توان به سادگی محاسبه کرد:

$$e_r^\mu = \left(0, \frac{\sqrt{A}}{a}, 0, 0 \right) \quad (21)$$

از سوی دیگر، چهارسرعت ژئودزی نوری (در ابر رویه $t = \text{const}$) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$u^\mu = \beta(0, \dot{r}, 0, \dot{\varphi}) = \beta \dot{\varphi} \left(0, \frac{dr}{d\varphi}, 0, 1 \right) = \beta' \left(0, \frac{dr}{d\varphi}, 0, 1 \right)$$

اما این بردار باید بهنجار باشد. از این‌رو،

$$u u = 1 \Rightarrow \beta' = \frac{1}{a \sqrt{\frac{1}{A} \left(\frac{dr}{d\varphi} \right)^2 + r^2}}$$

بنابراین، چهاربردار مماس بر ژئودزی نوری به صورت زیر بیان می‌شود:

$$u^\mu = \frac{1}{a \sqrt{\frac{1}{A} \left(\frac{dr}{d\varphi} \right)^2 + r^2}} \left(0, \frac{dr}{d\varphi}, 0, 1 \right) \quad (22)$$

اکنون η زاویه بین بردار یکه شعاعی و چهارسرعت ژئودزی نوری در محل ناظر برابر خواهد بود با:

$$\cos \eta = u e_r = \frac{\frac{dr}{d\varphi}}{\sqrt{\left(\frac{dr}{d\varphi} \right)^2 + r^2 A}} \quad (23)$$

و یا به طور معادل،

$$\tan \eta = \frac{r \sqrt{A}}{\frac{dr}{d\varphi}} \quad (24)$$

اکنون با جایگذاری معادله (۱۳) در معادله (۲۴)، خواهیم داشت:

باید توجه داشت که در هر دستگاه مختصاتی نمی‌توان کره فوتونی را محاسبه کرد و تنها در دستگاه‌های جداپذیر می‌توان این کار را انجام داد. در این‌جا، دستگاه مختصات $(t, \rho, \theta, \varphi)$ ، یک دستگاه جداپذیر است که در آن شعاع کره فوتونی برابر $\rho_{ph} = 3m$ به دست آمد، اما در دستگاه مختصات شبه-همراه (t, r, θ, φ) ، کره فوتونی تابع زمان است و به صورت نمایی در طول زمان کاهش می‌یابد. در الگوی بررسی‌شده، تنها انرژی تاریک به عنوان محتوای کیهان در نظر گرفته شده است. با توجه به آنکه جهان کنونی در دوره

مراجع

غلبه انرژی تاریک قرار دارد، این تقریب برای مطالعه حاضر قابل قبول است. با این حال، برای ارائه الگویی واقع‌بینانه‌تر، لازم است سایر مؤلفه‌های سیال کیهانی نیز در نظر گرفته شوند. افزون بر این، در این پژوهش سیاه‌چاله به صورت غیرچرخان فرض شده است، در حالی که شواهد رصدی نشان می‌دهد بیشتر سیاه‌چاله‌های اخترفیزیکی چرخان هستند. بررسی تأثیر چرخش سیاه‌چاله بر تحول کره فوتونی و سایه آن، موضوعی است که در پژوهش‌های آینده دنبال خواهد شد.

1. V Perlick, and O Y Tsupko, *Phys. Rep.* **947** (2022) 1.
2. J L Synge, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **131** (1966) 463.
3. Ya B Zeldovich, and I D Novikov, *Sov. Phys. Usp.* **8** (1966) 522.
4. J B Griffiths, and J Podolský, “*Exact Space-Times in Einstein's General Relativity*”, Cambridge University Press (2009).
5. A H Abbassi, *JHEP* **011** (1999) 9904.
6. S M Carroll, “*Spacetime and Geometry: An Introduction to General Relativity*”, Addison-Wesley (2004).
7. V P Frolov, and A Zelnikov, “*Introduction to Black Hole Physics*”, Oxford University Press (2011).
8. S Chandrasekhar, “*Mathematical Theory of Black Holes*”, Oxford University Press (1992).