

کنترل دینامیکی جفت‌شدگی مگنون- فوتون در سامانه کره مغناطیسی-کاواک

سجاد حیدرپور^۱، علی عبدالعالی^۱، و بابک زارع^{۲*}

۱. دانشکده برق و کامپیوتر، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران

۲. دانشکده فیزیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران

پست الکترونیکی: bzarer@iust.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۴۰۴/۰۷/۲۹؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۴۰۴/۰۹/۱۶)

چکیده:

دینامیک یک سامانه آمیخته متشکل از سه کره مغناطیسی درون یک کاواک ریزموج بررسی شده است که هر کره تحت میدان‌های مغناطیسی ایستا و میدان محرک متناوب قرار دارد. نتایج نشان می‌دهد که در پیکربندی متقارن با کره‌های یکسان، جفت‌شدگی با واسطه کاواک منجر به تشکیل حالت‌های روشن و تاریک می‌شود. اعمال محرک‌های دوره‌ای، امکان کنترل دینامیکی و همدوس حالت‌های آمیخته مگنون-فوتون را فراهم می‌سازد. مهندسی فلوکه از طریق تنظیم بسامد و دامنه میدان محرک، جفت‌شدگی بین مدهای اصلی و مدهای جانبی القاشده را به‌صورت دقیق و برگشت‌پذیر تنظیم کرده و چارچوبی برای کنترل دینامیکی حالت‌های آمیخته در سامانه‌های کوانتومی فراهم می‌کند.

واژه‌های کلیدی: مگنون، کاواک ریزموج، جفت‌شدگی مگنون-فوتون، نظریه فلوکه

ذاتاً کوتاه است، را به میزان قابل توجهی افزایش می‌دهند.

۱. مقدمه

میدان الکترومغناطیسی کوانتیده فوتون‌های کاواک می‌تواند به‌صورت همدوس با سامانه‌های فیزیکی مختلفی که از نظر مکانی از یکدیگر جدا هستند برهم‌کنش داشته باشد. این ویژگی امکان انتقال اطلاعات از طریق فوتون‌ها بین سامانه‌های دور از هم را فراهم می‌کند و بدین ترتیب، کاربردهای بالقوه‌ای در ارتباطات کوانتومی می‌یابد. جفت‌شدگی قوی و غیرمستقیم بین یک کیوبیت ابررسانا و یک کره مغناطیسی [۶]، و همچنین بین چند کره مغناطیسی [۷] از طریق کاواک ریزموج گزارش شده است. در حالتی که دو کره مغناطیسی در نقاط بیشینه میدان مغناطیسی یک مد کاواک قرار گیرند، یک مد جمعی روشن^۱ تشکیل می‌دهند که در آن مغناطش‌ها به‌صورت هم‌فاز با میدان

برهم‌کنش بین برانگیختگی‌های دسته‌جمعی در مواد مغناطیسی (مگنون‌ها) و فوتون‌های محبوس در کاواک‌های الکترومغناطیسی، بستر نوینی برای مطالعه پدیده‌های کوانتومی فراهم کرده است [۱]. این سامانه‌های آمیخته امکان طراحی معماری‌هایی را فراهم می‌کنند که از ترکیب سامانه‌های فیزیکی مکمل بهره‌مند می‌شوند. تحقق جفت‌شدگی قوی مگنون-فوتون، حالتی که در آن قدرت جفت‌شدگی بین دو سامانه به‌مراتب از نرخ اتلاف هر یک فراتر می‌رود، به‌صورت مؤثری چالش‌های ناشی از واهمدوسی^۱ در سامانه‌های اسپینی را کاهش می‌دهد [۲-۵]. در این حالت، فوتون‌های کاواک نقش یک محیط حفاظتی را ایفا کرده و زمان واهمدوسی مگنون‌ها، که

۱. Decoherence

۲. Bright mode

در مسیر پردازش اطلاعات کوانتومی مبتنی بر مگنون. سامانه سه کره‌ای در کاواک همچنین امکان مشاهده و کنترل حالت‌های جمعی تاریک و روشن مگنونی را فراهم می‌کند؛ حالت‌هایی که تنها در ساختارهای چندذره‌ای جفت‌شده قابل دستیابی‌اند. افزون بر این، مهندسی فلوکه مسیر تنظیم حالت‌های آمیخته و حتی فازهای توپولوژیک [۱۳] را می‌گشاید. حضور سه کره نیز امکان بروز نقطه‌های استثنایی^۴ مرتبه بالاتر [۱۴] را فراهم می‌سازد، پدیده‌ای که در سامانه‌های دوکره‌ای [۱۵] قابل تحقق نیست.

۲. الگو و فرمول‌بندی

یک کاواک ریزموج با یک درگاه ورودی برای برانگیزش و خوانش طیف بازتابی آن، همان‌طور که در شکل (۱) نشان داده شده است، در نظر گرفته می‌شود. سه کره مغناطیسی درون کاواک و در نواحی بیشینه میدان مغناطیسی آن قرار گرفته‌اند. ابعاد این کره‌ها به مراتب کوچک‌تر از طول‌موج تشدید کاواک است. از این رو، می‌توان میدان‌های الکترومغناطیسی را در ناحیه هر کره، تقریباً یکنواخت فرض کرد. در این شرایط، تنها مد یکنواخت کیتل^۵ در هر کره مغناطیسی، با مدهای کاواک جفت‌شدگی مؤثر پیدا می‌کند. به هر کره، میدان مغناطیسی ایستایی در راستای محور z اعمال می‌شود تا بسامد مد کیتل قابل تنظیم باشد. جفت‌شدگی کره‌ها با میدان مغناطیسی کاواک موجب برهم‌کنش همدوس بین آن‌ها می‌شود. می‌توان نشان داد که این برهم‌کنش میانجی‌شده از طریق میدان کاواک، در غیاب کاواک (یعنی در فضای آزاد) دقیقاً به همان برهم‌کنش دوقطبی-دوقطبی شناخته‌شده کاهش می‌یابد [۱۳].

افزون بر میدان ایستا، هر کره توسط یک حلقه جریان احاطه شده است که میدان مغناطیسی متناوب وابسته به زمان را برای برانگیزش آن ایجاد می‌کند. هامیلتونی کل سامانه را می‌توان به صورت زیر نوشت:

کاواک حرکت تقدیمی^۱ می‌کنند، و یک مد تاریک^۲ که به دلیل حرکت تقدیمی ناهم‌فاز، با کاواک برهم‌کنش ندارد. مد روشن دستخوش جابه‌جایی بسامدی می‌شود، در حالی که مد تاریک از کاواک جدا بوده و در برابر اتلاف تابشی مصون است. چنین مدهای تاریکی توانایی بالایی برای استفاده به عنوان حافظه‌های کوانتومی با طول‌عمر زیاد دارند [۸]. علاوه بر این، پیش‌بینی شده است که جفت‌شدگی دوربرد بین یک فرومغناطیس و یک پادفرومغناطیس نیز از طریق کاواک ریزموج برقرار شود، قابلیت‌هایی که می‌تواند مسیر دستیابی به مدارهای مجتمع با اجزای جدید را هموار سازد.

مهندسی فلوکه^۳ [۹] به عنوان ابزاری قدرتمند برای کنترل دینامیک سامانه‌های کوانتومی مطرح شده است. مدولاسیون دینامیکی از طریق برانگیزش خارجی، امکان تنظیم برهم‌کنش‌های ایتومکانیکی، کنترل ترابرد فونون‌ها و حتی ایجاد فازهای توپولوژیک در سامانه‌های نانوفوتونیک را فراهم می‌کند [۱۰]. کاربرد این روش در ایجاد عایق‌های توپولوژی برای فونون‌ها و مگنون‌ها، محافظت ذاتی در برابر نوفه و اختلالات محیطی فراهم می‌آورد [۱۱]. همچنین، مهندسی فلوکه امکان تنظیم و دست‌کاری جفت‌شدگی همدوس مگنون-فوتون را فراهم می‌سازد و از این طریق مسیرهای جدیدی برای پردازش موج مبتنی بر مگنون می‌گشاید [۱۲].

در این پژوهش، از مهندسی فلوکه برای تنظیم دقیق برهم‌کنش‌های غیرمستقیم میان سه کره مغناطیسی قرارگرفته در یک کاواک ریزموج استفاده شده است. این کره‌ها به واسطه مد کاواک به‌طور قوی با یکدیگر جفت می‌شوند و اعمال میدان‌های متناوب، امکان کنترل دینامیکی جفت‌شدگی هر کره با کاواک را فراهم می‌کند؛ به‌طوری که قدرت جفت‌شدگی با دامنه و بسامد و میدان محرک قابل تنظیم است. این فرآیند، تنظیم‌پذیری برهم‌کنش‌های غیرمستقیم میان کره‌ها را نیز ممکن ساخته و بستری برای مهندسی دینامیک دسته‌جمعی در سامانه‌هایی با چند کره مغناطیسی، فراهم می‌آورد، گامی مهم

۱. Precession

۲. Dark mode

۳. Floquet Engineering

۴. Exceptional points

۵. Kittel mode

تبدیل یافته و با به‌کاربردن بسط تابع بسل

$$e^{(iz \sin \theta)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(z) e^{in\theta}$$

خواهیم داشت:

$$H_r / \hbar = \omega_c \hat{c}^\dagger \hat{c} + \sum_{j=1}^r \omega_j m_j^\dagger m_j \quad (3)$$

$$+ \sum_{j=1}^r g_j \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n\left(\frac{A_j}{\Omega_j}\right) (c^\dagger m_j e^{in\Omega_j t} + \text{h.c.}).$$

همان‌طور که مشاهده می‌شود، جفت‌شدگی‌های مگنون-فوتون در حضور مدولاسیون زمانی تغییر می‌کنند و می‌توان آن‌ها را از طریق دامنه و بسامد میدان محرک به‌صورت دینامیکی کنترل کرد. دینامیک سامانه بسته جفت‌شده از معادله حرکت

$$\dot{\mathbf{A}} = -(i/\hbar) H(t) \mathbf{A}$$

پیروی می‌کند که در آن $\mathbf{A} = (\hat{c}(t), \hat{m}_1(t), \hat{m}_r(t), \hat{m}_r^\dagger(t))^T$ و هامیلتونی عبارت

است از:

$$H = \quad (4)$$

$$\begin{pmatrix} \omega_c & g_1 & g_r & g_r \\ g_1 & \omega_1 + A_1 \cos(\Omega_1 t) & 0 & 0 \\ g_r & 0 & \omega_r + A_r \cos(\Omega_r t) & 0 \\ g_r & 0 & 0 & \omega_r + A_r \cos(\Omega_r t) \end{pmatrix}.$$

با استفاده از قضیه فلوکه، این مسئله وابسته به زمان را می‌توان به یک مسئله ویژه‌مقداری مستقل از زمان در فضای هیلبرت تعمیم‌یافته نگاشت کرد. در این چارچوب، حالت‌های فلوکه را می‌توان به‌صورت زیر نوشت:

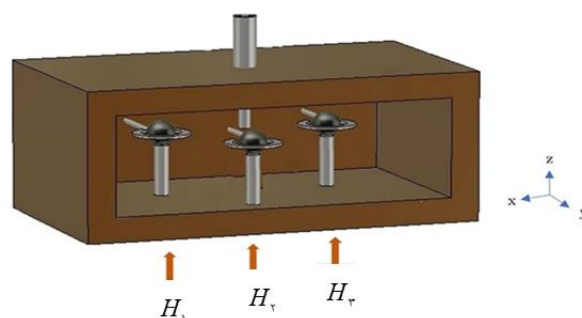
$$\mathbf{A}_{nml}(\vartheta_1, \vartheta_r, \vartheta_r) = \mathbf{u}_{nml}(\vartheta_1, \vartheta_r, \vartheta_r) \exp(-i\varepsilon_{nml}t/\hbar), \quad (5)$$

که در آن $\vartheta_1 = \Omega_1 t$ و $\vartheta_r = \Omega_r t$ شبه‌انرژی فلوکه است. بردار $\mathbf{u}_{nml}$ یک تابع با دوره تناوب میدان محرک است و در معادله زیر صدق می‌کند:

$$\left[H(t) - i\hbar \sum_{j=1}^r \Omega_j \frac{d}{d\vartheta_j} \right] \mathbf{u}_{nml}(\vartheta_1, \vartheta_r, \vartheta_r) \quad (6)$$

$$= \varepsilon_{nml} \mathbf{u}_{nml}(\vartheta_1, \vartheta_r, \vartheta_r).$$

برای حل این معادله، $\mathbf{u}_{nml}$ و $H(t)$ را برحسب مؤلفه‌های فوریه بسط می‌دهیم:



شکل ۱. سه کره مغناطیسی درون یک کاواک ریزموج قرار گرفته‌اند. برانگیزش و آشکارسازی موج‌های ریزموجی از طریق درگاه ورودی کاواک انجام می‌شود. هر کره در معرض یک میدان مغناطیسی ایستا در راستای محور Z قرار دارد و توسط حلقه‌ای احاطه شده است که میدان مغناطیسی متناوب با زمان را برای برانگیزش آن تولید می‌کند.

$$H / \hbar = \omega_c c^\dagger c + \sum_{j=1}^r [\omega_j + A_j \cos(\Omega_j t)] m_j^\dagger m_j \quad (1)$$

$$+ \sum_{j=1}^r g_j (c^\dagger m_j + c m_j^\dagger),$$

که در آن $c^\dagger (c)$ عملگر خلق (نابودی) فوتون‌های ریزموج با بسامد ω_c ، و $m_j^\dagger (m_j)$ عملگر خلق (نابودی) مگنون با بسامد ω_j در کره j -ام است. ضریب g_j قدرت جفت‌شدگی کاواک و کره j -ام را مشخص می‌کند. بسامد مد کیتل برای هر کره از رابطه $\omega_j = \gamma B_j = \gamma \mu H_j$ به‌دست می‌آید، که در آن γ نسبت ژیرومغناطیسی، μ تراوایی مغناطیسی خلأ (که برابر یک در نظر گرفته شده) و H_j میدان مغناطیسی اعمال‌شده به کره j -ام است. علاوه بر میدان ایستا، هر کره تحت تأثیر یک میدان مغناطیسی متغیر با زمان نیز قرار دارد که دامنه و بسامد آن به‌ترتیب با A_j و Ω_j داده می‌شوند. در این پیکربندی، سیم‌پیچ‌های اطراف هر کره نقش منبع میدان فلوکه را دارند و باعث مدولاسیون بسامد تشدید مد کیتل مگنون می‌شوند.

با اعمال تبدیلات یکانی^۱

$$U_j = \exp \left[-i \frac{A_j}{\Omega_j} \sin(\Omega_j t) m_j^\dagger m_j \right], \quad (2)$$

به هر زیرسامانه و استفاده از ضرب تانسوری سه زیرسامانه به‌صورت $U_{tot} = \prod_j U_j$ هامیلتونی سامانه در بسامدهای برانگیزش $\Omega_1, \Omega_r, \Omega_r$ به‌صورت $U_{tot} H U_{tot}^\dagger - i U_{tot} \dot{U}_{tot}^\dagger$

$$\begin{aligned} H_{\alpha\beta}^{(\pm, \pm, \pm)} \delta_{N, P \mp 1} \delta_{MQ} \delta_{LR}, \\ H_{\alpha\beta}^{(+, \pm, \pm)} \delta_{NP} \delta_{M, Q \mp 1} \delta_{LR}, \\ H_{\alpha\beta}^{(+, \pm, \pm)} \delta_{NP} \delta_{MQ} \delta_{L, R \mp 1}. \end{aligned} \quad (10)$$

عناصر غیرقطری در فضای هماهنگ‌ها (مانند $H_{\alpha\beta}^{(\pm, \pm, \pm)}$) مستقیماً ناشی از مدولاسیون پارامتری فلوکه هستند. این مؤلفه‌ها در واقع پلهایی بین هماهنگ‌های مختلف ایجاد می‌کنند و به این صورت برهم‌کنش‌های مؤثر بین مدهای فیزیکی در بسامدهای جابه‌جا شده را ممکن می‌سازند. با جایگذاری این بسط‌ها، مسئله وابسته به زمان به یک مسئله ویژه‌مقداری برای هامیلتونی فلوکه H_F تبدیل می‌شود:

$$H_F V = \varepsilon_{nml} V, \quad (11)$$

که در آن ویژه‌بردار V شامل ترکیب مدهای فوتونی و مگنونی در هماهنگ‌های مختلف برانگیزش‌هاست و به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\begin{aligned} V = \left(\dots, \xi_{\omega_{\xi}-\Omega_1-\Omega_2-\Omega_3}, \xi_{\omega_{\xi}-\Omega_1-\Omega_2}, \xi_{\omega_{\xi}-\Omega_1-\Omega_2}, \xi_{\omega_{\xi}-\Omega_1-\Omega_2}, \right. \\ \left. \xi_{\omega_{\xi}-\Omega_1}, \xi_{\omega_{\xi}-\Omega_2}, \xi_{\omega_{\xi}-\Omega_3}, \xi_{\omega_{\xi}}, \xi_{\omega_{\xi}+\Omega_1}, \xi_{\omega_{\xi}+\Omega_2}, \xi_{\omega_{\xi}+\Omega_3}, \right. \\ \left. \xi_{\omega_{\xi}+\Omega_1+\Omega_2}, \xi_{\omega_{\xi}+\Omega_1+\Omega_3}, \xi_{\omega_{\xi}+\Omega_2+\Omega_3}, \xi_{\omega_{\xi}+\Omega_1+\Omega_2+\Omega_3}, \dots \right)^T, \end{aligned} \quad (12)$$

که در آن $\xi \in \{c, m_1, m_2, m_3\}$ است (به ترتیب به یک فوتون و سه مگنون اشاره دارد).

هر مؤلفه‌ای مانند $\xi_{\omega_{\xi}+m\Omega_1+m\Omega_2+l\Omega_3}$ دامنه احتمال حضور در حالت فیزیکی ξ را در هماهنگ جانبی مشخص شده توسط اعداد صحیح n, m, l نشان می‌دهد. برای بررسی پاسخ سامانه از طریق بازتاب فوتون‌های ورودی، باید ماتریس پراکندگی کاواک محاسبه شود. دینامیک سامانه، با در نظر گرفتن میرایی‌ها و نرخ‌های اتلاف، توسط معادله حرکت زیر توصیف می‌شود:

$$\frac{dV}{dt} = -iH_F V - DV + MV_{in}, \quad (13)$$

که در آن $D = \text{diag}[\kappa_c/2, \kappa_1/2, \kappa_2/2, \kappa_3/2] \otimes I_d$ و $M = \text{diag}[I_d \otimes (\sqrt{\kappa_{c,ex}} \sqrt{\kappa_{c,i}}), I_d * (\sqrt{\kappa_1} \sqrt{\kappa_2} \sqrt{\kappa_3})]$ در این‌جا، κ_j نرخ اتلاف مگنون j -ام، و $\kappa_c = \kappa_{c,i} + \kappa_{c,ex}$ نرخ اتلاف فوتونی (ذاتی و خارجی) را نشان می‌دهد.

شایان ذکر است که رایج‌ترین منشاء اتلاف در سامانه‌های مغناطیسی، اتلاف ذاتی گیلبرت است. با این حال، یک سامانه

$$u_{nml}(\vartheta_1, \vartheta_2, \vartheta_3) = \sum_{N, M, L=-\infty}^{\infty} u_{nml}^{NML} e^{i(N\vartheta_1 + M\vartheta_2 + L\vartheta_3)}, \quad (V)$$

$$H(\vartheta_1, \vartheta_2, \vartheta_3) = \sum_{N', M', L'=-\infty}^{\infty} H^{N'M'L'} e^{i(N'\vartheta_1 + M'\vartheta_2 + L'\vartheta_3)},$$

که ضرایب $H^{N'M'L'}$ ماتریس‌هایی هستند که تنها برای چند زیرنویس خاص (معمولاً $\pm 1, 0$) مقدار غیرصفر دارند، زیرا هامیلتونی شامل جمله‌های کسینوسی ساده است. به‌عنوان نمونه، H^{***} همان ماتریس اصلی سامانه بدون مدولاسیون بوده و H^{+100} و H^{+100} متناظر با مؤلفه‌های ناشی از مدولاسیون بر روی مگنون اول است. با جایگذاری این بسط‌ها در رابطه (۶)، مسئله وابسته به زمان به یک مسئله ویژه‌مقداری مستقل از زمان تبدیل می‌شود:

$$\sum_{N, M, L=-\infty}^{\infty} \left[H^{p-N, q-M, r-L} + (p\Omega_1 + q\Omega_2 + r\Omega_3) \delta_{NP} \delta_{MQ} \delta_{LR} \right] u_{nml}^{NML} = \varepsilon_{nml} u_{nml}^{pqr}. \quad (8)$$

در عمل، بسط فوریه تا تعداد مشخص و متناهی‌ای از مدها ($N, M, L < N_{\max}$) قطع می‌شود، در نتیجه مسئله به یک مسئله ویژه‌مقداری ماتریسی با بعد متناهی کاهش می‌یابد.

عناصر ماتریس هامیلتونی فلوکه مستقل از زمان، H_F ، به صورت زیر بیان می‌شوند:

$$\langle \alpha, NML | H_F | \beta, PQR \rangle = H_{\alpha\beta}^{N-P, M-Q, L-R} + (N\Omega_1 + M\Omega_2 + L\Omega_3) \delta_{NP} \delta_{MQ} \delta_{LR} \delta_{\alpha\beta}, \quad (9)$$

که در آن زیرنویس‌های α و β مدهای مختلف (مانند فوتون و سه مگنون) را مشخص می‌کنند و N, M, L, P, Q, R زیرنویس‌های فوریه هستند. این هامیلتونی در فضای تعمیم‌یافته فلوکه (یعنی حاصل ضرب تانسوری فضای فیزیکی و فضای هماهنگ‌های فوریه) عمل می‌کند. جمله اول $H_{\alpha\beta}^{N-P, M-Q, L-R}$ نشان‌دهنده برهم‌کنش بین حالت‌های فیزیکی α و β است که با جابه‌جایی در فضای هماهنگ‌های فوریه همراه است ($N-P, M-Q, L-R$). این جابه‌جایی در واقع بیانگر مبادله انرژی بین سامانه کوانتومی و میدان‌های محرک خارجی در برهم‌کنش است. این جابه‌جایی امکان انتقال انرژی بین بسامدهای اصلی و هماهنگ‌های جانبی را فراهم می‌کند.

مؤلفه‌های فوریه هامیلتونی ایستا عبارتند از $H_{\alpha\beta}^{(+, \pm, \pm)} \delta_{NP} \delta_{MQ} \delta_{LR}$ و مؤلفه‌های وابسته به زمان نیز به‌صورت زیر به‌دست می‌آیند:

می‌شوند:

$$\begin{aligned}\beta_+ &= \frac{1}{\sqrt{\epsilon}}(m_+ - m_-), \\ \beta_- &= \frac{1}{\sqrt{\epsilon}}(m_+ - m_-), \\ \beta_r &= \frac{1}{\sqrt{\epsilon}}(m_+ + m_- + m_r) - \frac{1}{\sqrt{\epsilon}}c, \\ \beta_{\bar{r}} &= \frac{1}{\sqrt{\epsilon}}(m_+ + m_- + m_r) + \frac{1}{\sqrt{\epsilon}}c,\end{aligned}\quad (15)$$

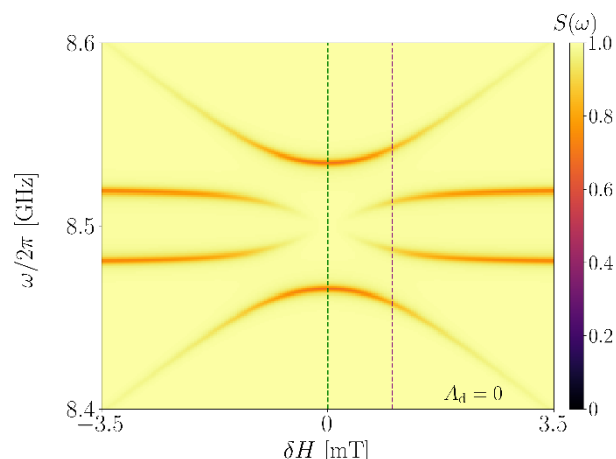
در این نمایش، β_+ و β_- صرفاً ترکیب‌های خطی از مگنون‌ها هستند و هیچ مؤلفه فوتونی ندارند. از این‌رو، به عنوان حالت‌های تاریک عمل می‌کنند که با میدان کاواک جفت نشده و بسامد هر دو برابر ω_c است. در مقابل، β_r و $\beta_{\bar{r}}$ شامل ترکیب متقارن هر سه مگنون همراه با مؤلفه‌ای فوتونی هستند. بنابراین، سامانه چهارحالتی اولیه به دو زیرفضای مستقل تجزیه می‌شود: یک زیرفضای دوبعدی شامل حالت‌های تاریک منفصل، و یک زیرفضای دوبعدی شامل حالت‌های روشن که با فوتون جفت شده و دینامیک اصلی سامانه را تعیین می‌کنند. هامیلتونی سامانه در نمایش مدهای جدید به شکل زیر نوشته می‌شود:

$$\begin{aligned}H/\hbar &= \omega_c(\beta_+^\dagger \beta_+ + \beta_-^\dagger \beta_-) \\ &+ \Omega_- \beta_+^\dagger \beta_r + \Omega_+ \beta_r^\dagger \beta_{\bar{r}} \\ &+ \sqrt{\epsilon}g \sum_{n \text{ odd}} J_n \left(\frac{A_d}{\Omega_d} \right) (\beta_r^\dagger \beta_{\bar{r}} e^{in\Omega_d t} + \text{h.c.}),\end{aligned}\quad (16)$$

که در آن $\Omega_\pm = \omega_c \pm \sqrt{\epsilon}g \cos((\frac{A_d}{\Omega_d}) \sin(\Omega_d t))$. این تحلیل نشان می‌دهد که از چهار مد ممکن، تنها دو مد با همدیگر برهم‌کنش دارند و دو مد دیگر به عنوان حالت‌های تاریک عمل می‌کنند.

۳. نتایج و بحث

سه کره مغناطیسی یکسان از جنس ایتريوم-آهن-گارنت (YIG) در نظر گرفته شده‌اند که در نقاط بیشینه میدان مغناطیسی کاواک ریزموج قرار دارند (شکل ۱). در اینجا، $K_1 = K_2 = K_3 = K_m$ ، $A_1 = A_2 = A_3 = A_d$ ، $g_1 = g_2 = g_3 = g_{cm}$ ، و



شکل ۲. طیف بازتابی کاواک S_{11} به صورت تابعی از بسامد کاواک و میزان ناکوکی میدان مغناطیسی ایستا و در غیاب میدان برانگیزش خارجی.

مغناطیسی افزون بر اتلاف ذاتی، دچار اتلاف تابشی نیز می‌شود [۱۶]. به‌ویژه آن‌که اتلاف تابشی در یک کاواک، می‌تواند از اتلاف ذاتی و حتی از اتلاف تابشی در فضای آزاد نیز بزرگ‌تر باشد [۱۷]. بردار ستونی V_{in} شامل عملگرهای ورودی است. با استفاده از رابطه ورودی-خروجی $V_{out} = M^T V - V_{in}$ ماتریس پراکندگی فلوکه به صورت زیر به دست می‌آید:

$$S[\omega] = M^T (-i\omega I_{rd} + iH_F + D)^{-1} M - I_{rd}. \quad (14)$$

ماتریس $S[\omega]$ دامنه احتمال پراکندگی یک فوتون ورودی با بسامد ω را به تمام حالت‌های خروجی ممکن (شامل هماهنگ‌های جانبی فلوکه) توصیف می‌کند. این ماتریس امکان پیش‌بینی طیف بازتاب و عبور مشاهده شده در آزمایش را فراهم می‌کند. بازتاب ورودی در هماهنگ صفرم (که با S_{11} نشان داده می‌شود) مؤلفه مربوط به بازتاب فوتون‌های ورودی در بسامد پایه است و پاسخ سامانه را در بسامد اصلی تعیین می‌کند. در فرمول‌بندی فلوکه، d بیانگر تعداد هماهنگ‌های لحاظ‌شده در بسط است که با انتخاب مناسب آن می‌توان بین دقت محاسباتی و کارایی عددی تعادل برقرار کرد.

برای حالت متقارن $\delta H = 0$ ، که در آن میدان مغناطیسی ایستا به‌گونه‌ای تنظیم شده است که $\omega_c = \gamma H_0$ و با فرض برابری قدرت جفت‌شدگی کره‌ها با کاواک و نیز پارامترهای یکسان میدان‌های محرک، حالت‌های آمیخته مگنون-فوتون که هامیلتونی ایستا را قطری می‌کنند، به صورت زیر تعریف

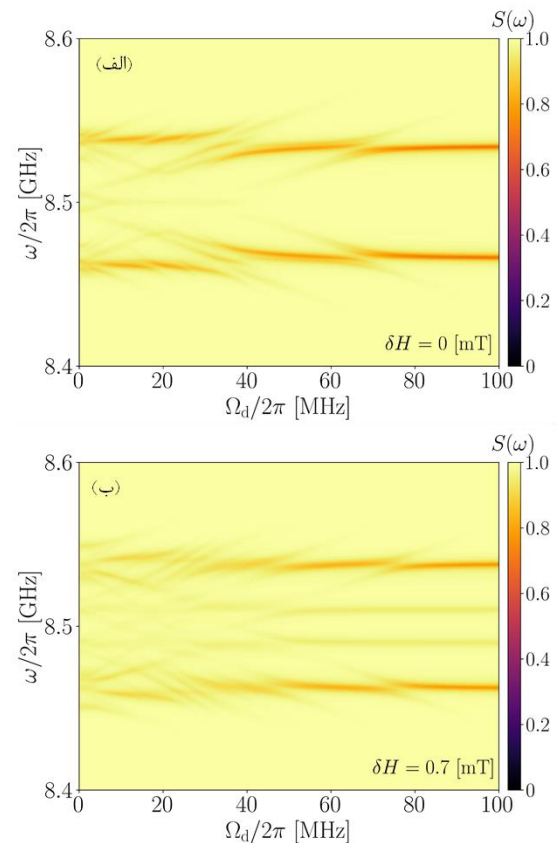
H_0 به گونه‌ای انتخاب شده است که بسامد مگنون با بسامد مد کاواک برابر باشد و δH میزان ناکوکی بسامد مگنونی هر کره را تعیین می‌کند.

طیف بازتابی کاواک به عنوان تابعی از بسامد ریزموج و میدان ناکوکی، و در غیاب میدان برانگیزش فلوکه، در شکل ۲ نشان داده شده است. هنگامی که بسامد کره‌ها ناکوک بوده اما بسامد آن‌ها در نزدیکی تشدید با مد کاواک قرار دارد، چهار مد تشدیدی مجزا در طیف بازتابی ظاهر می‌شوند. دو مد افقی مشاهده شده ناشی از برهم‌نهی بین مد کاواک و مد مگنونی مربوط به کره دوم است که در تشدید با کاواک قرار دارد و از میدان ناکوکی مستقل است. هنگامی که دو مد مگنونی در دو کره دیگر نیز با مد کاواک در تشدید تنظیم می‌شوند، دو تشدید مرکزی ناپدید می‌شوند و تنها دو تشدید باقی می‌ماند که حاصل ترکیب خطی مدهای مگنون روشن با مد کاواک است. در مقابل، تشدیدهای ناپدید شده مربوط به مدهای مگنون تاریک هستند که عملاً از کاواک جدا شده و در طیف بازتابی ظاهر نمی‌شوند.

در شکل ۳، طیف بازتابی کاواک برحسب بسامد کاواک و بسامد برانگیزش فلوکه، و برای دامنه برانگیزش مشخص $A_H = 2\pi \times 25 \text{ MHz}$ ، رسم شده است. در شکل ۳ (الف)، حالت متقارن با $\delta H = 0$ در نظر گرفته شده، درحالی که شکل ۳ (ب) مربوط به حالت نامتقارن با $\delta H \neq 0$ است. در حالت متقارن که هر سه کره مغناطیسی در تشدید با مد کاواک قرار دارند، دو مد اصلی مشاهده می‌شود که حاصل جفت‌شدگی فوتون با مدهای مگنون روشن است.

علاوه بر این، مدهای جانبی فلوکه $\pm n\Omega_d$ نیز پدیدار می‌شوند که به صورت شاخه‌های متعددی در اطراف مدهای اصلی قابل مشاهده‌اند.

با افزایش بسامد برانگیزش فلوکه، این مدهای جانبی می‌توانند با مدهای اصلی جفت شوند و به صورت دافعه ترازوی^۱ در طیف بازتابی کاواک ظاهر شوند. قدرت این جفت‌شدگی به دامنه میدان برانگیزش فلوکه وابسته است و از طریق آن می‌توان بر شدت برهم‌کنش‌ها به صورت دینامیکی کنترل داشت.



شکل ۳. طیف بازتابی کاواک بر حسب بسامد کاواک و بسامد میدان برانگیزش فلوکه با دامنه $A_H = 2\pi \times 25 \text{ MHz}$. (الف) در غیاب میدان ناکوکی $\delta H = 0$ (حالت متقارن)، و (ب) در حضور میدان ناکوکی $\delta H = 0.7 \text{ mT}$ (حالت نامتقارن).

جدول ۱: پارامترهای فیزیکی و مقادیر عددی مورد استفاده در محاسبات شبیه‌سازی.

$\frac{\omega_c}{2\pi}$	۸.۵ GHz	$\frac{\kappa_m}{2\pi}$	۴.۴ MHz
$\frac{\kappa_{c,i}}{2\pi} = \frac{\kappa_{c,ex}}{2\pi}$	۱ MHz	$\frac{g_{cm}}{2\pi}$	۲۰ MHz
$\frac{\gamma}{2\pi}$	۲۸ GHz/T	A_H	۲۵ MHz

$\Omega_1 = \Omega_2 = \Omega_3 = \Omega_d$ فرض شده‌اند. پارامترهای مورد استفاده در محاسبات، که نتایج آن‌ها در ادامه ارائه شده است، در جدول ۱ فهرست شده‌اند. میدان ایستای اعمال شده به هر کره به صورت $H_1 = H_0 + \delta H$ ، $H_2 = H_0$ ، $H_3 = H_0 - \delta H$ تعریف می‌شود. در این جا، میدان ایستای

و تنظیم‌پذیر بر مدهای آمیخته مگنون-فوتون از طریق مهندسی فلوکه است که می‌تواند راه را برای کاربردهای پیشرفته در پردازش سیگنال‌ها و اطلاعات کوانتومی هموار کند.

۴. نتیجه‌گیری

در این پژوهش، سامانه‌ای متشکل از سه کره مغناطیسی درون یک کاواک ریزموج بررسی شد که به هر یک از کره‌ها میدان مغناطیسی ایستا و همچنین میدان محرک متناوب اعمال می‌شود. با بهره‌گیری از قضیه فلوکه، مسئله وابسته به زمان به یک مسئله ویژه‌مقداری مستقل از زمان نگاشت شد و سپس با حل معادلات حرکت و استفاده از نظریه ورودی-خروجی، ماتریس پراکندگی کاواک محاسبه شد. نتایج نشان می‌دهد جفت‌شدگی با واسطه کاواک منجر به شکل‌گیری حالت‌های روشن و تاریک می‌شود و مهندسی فلوکه امکان کنترل دینامیکی و همدوس بر مدهای آمیخته مگنون-فوتون را فراهم می‌کند. این روش راهی مؤثر برای تنظیم برگشت‌پذیر حالت‌های آمیخته است و می‌تواند در توسعه سویچ‌ها، تنظیم‌گرهای بسامدی و سامانه‌های پردازش اطلاعات کوانتومی به‌کار رود.

در این حالت، اعمال تبدیل چارچوب چرخان $U = e^{i\Omega_d t \beta_r^\dagger \beta_r}$ بر هامیلتونی معادله (۱۶) منجر به رابطه زیر می‌شود:

$$\begin{aligned} H_c / \hbar = & \omega_c (\beta_r^\dagger \beta_r + \beta_l^\dagger \beta_l) \\ & + \Omega_- \beta_r^\dagger \beta_r + (\Omega_+ - \Omega_d) \beta_r^\dagger \beta_r \\ & + \sqrt{3} g J_{-1} \left(\frac{A_d}{\Omega_d} \right) (\beta_r^\dagger \beta_r + \beta_r^\dagger \beta_r) + \dots, \end{aligned} \quad (17)$$

که بیانگر جفت‌شدگی تشدیدی میان نوار جانبی -1 از β_r و حالت β_r با قدرت جفت‌شدگی $\sqrt{3} g J_{-1} (A_d / \Omega_d)$ است. رابطه‌ای مشابه برای جفت‌شدگی میان نوار جانبی $+1$ از β_r و β_r نیز برقرار است. جملات حذف شده غیرتشدید هستند. در حالت نامتقارن با $\delta H \neq 0$ (شکل ۳. ب)، دو کره از حالت تشدید با کاواک، خارج‌اند. در این وضعیت، چهار مد تشدید به‌صورت خطوط افقی در طیف بازتابی کاواک مشاهده می‌شوند که همراه با مدهای جانبی فلوکه هستند. بسامد این مدهای جانبی با بسامد برانگیزش فلوکه رابطه خطی دارد. هنگامی که بسامد برانگیزش فلوکه با فاصله بین مدهای اصلی برابر می‌شود، جفت‌شدگی بین مدهای جانبی فلوکه و مدهای اصلی رخ می‌دهد و در نتیجه حالت‌های آمیخته جدیدی شکل می‌گیرند. این پدیده بیانگر قابلیت کنترل همدوس، برگشت‌پذیر

مراجع

1. D D Awschalom, et al., *IEEE Trans. Quantum Eng.* **2** (2021) 1.
2. S Putz, et al., *Nat. Phys.* **10** (2014) 720.
3. B Bhoi, et al., *J. Appl. Phys.* **116** (2014) 244402.
4. X Zhang, et al., *Phys. Rev. Lett.* **113** (2014) 156401.
5. Y Tabuchi, et al., *Phys. Rev. Lett.* **113** (2014) 083603.
6. Y Tabuchi, et al., *Science* **349** (2015) 405.
7. B Zare Rameshti, et al., *Phys. Rev. B* **97** (2018) 014419.
8. K An, et al., *Phys. Rev. B* **101** (2020) 060407.
9. K Pelka, et al., *Phys. Rev. Lett.* **129** (2022) 123603.
10. V Peano, et al., *Phys. Rev. X* **5** (2015) 031011.
11. J P Mathew, et al., *Nat. Nanotechnol.* **15** (2020) 198.
12. Y Yang, et al., *Phys. Rev. B* **107** (2023) 054413.
13. F Pirmoradian, et al., *Phys. Rev. B* **107** (2023) 064401.
14. W Deng, et al., *Phys. Rev. Lett.* **123** (2019) 180402.
15. S Heidarpour, et al., *Phys. Rev. B* **112** (2025) 024432.
16. S M Rezende, E Soares, and V Jaccarino, *AIP Conf. Proc.* **18** (1974) 1083.
17. T Yu, et al., *Phys. Rev. B* **101** (2020) 094414.