

اثر جرم بر قضیه عامل بندی در مدل پارتونی اصلاح شده

علی برادران و سید محمد موسوی نژاد

دانشکده فیزیک، دانشگاه یزد، یزد

پست الکترونیکی: mmoosavi@yazd.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۴۰۴/۱۰/۰۶؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۴۰۵/۰۲/۲۴)

چکیده:

بسیاری از فرآیندهای واپاشی یا پراکندگی در فیزیک ذرات بنیادی شامل تولید پارتون در محصولات نهایی هستند. به جز کوارک سر که به دلیل عمر بسیار کوتاه سریعاً واپاشی می کند، سایر پارتون ها بلافاصله پس از تولید، در یک فرآیند غیراختلالی به هادرون قابل مشاهده تبدیل می شوند. قضیه عامل بندی در نظریه کرومودینامیک کوانتومی ما را قادر می سازد تا در مقیاس سخت انرژی، بخش اختلالی و غیراختلالی فرآیند را از هم تفکیک کنیم. این جداسازی امکان محاسبه نظری کمیت های آزمایشگاهی مانند سطح مقطع و نرخ واپاشی را فراهم می کند. در قضایای عامل بندی رایج، عموماً از جرم کوارک ها و همچنین جرم هادرون های نهایی صرف نظر می شود. در کار حاضر قصد داریم برای یک فرآیند واپاشی جهت تولید هادرون، شکل تعمیم یافته این قضیه در حضور جرم کوارک و هادرون را اثبات کرده، آن گاه به عنوان مثالی کاربردی، اثر جرم بر توزیع انرژی مزون حاصل از واپاشی بوزون هیگز را مطالعه کنیم. نشان خواهیم داد که اثر جرم مزون در انرژی های پایین بسیار مهم بوده و تا ۴۵ درصد بر نتایج تأثیر خواهد گذاشت.

واژه های کلیدی: نظریه کرومودینامیک کوانتومی، قضیه عامل بندی، بوزون هیگز، جرم مزون

۱. مقدمه

در حال حاضر قادر به توصیف رژیم غیراختلالی نظریه QCD نیستیم، لذا جهت استفاده از این نظریه در برهم کنش های هادرونی، به یک روش کلی جهت جداسازی بخش اختلالی و غیراختلالی فرآیند هادرونی نیاز داریم. در نظریه QCD این تفکیک به کمک قضیه عامل بندی^۲ امکان پذیر است. در واقع این قضیه بین دنیای غیرقابل محاسبه برهم کنش های نرم درون هادرون و دنیای قابل محاسبه برهم کنش های سخت نقطه ای (فرآیندهای انرژی بالا) پلی حیاتی ایجاد می کند. این قضیه، همراه با آزادی مجانبی، ستون فقرات پیش بینی های موفق نظریه QCD در انرژی های بالا را تشکیل می دهد و درک ما از ساختار ماده در بنیادی ترین سطح را ممکن می سازد. اگرچه

یکی از مباحث مهم در پدیدارشناسی فیزیک ذرات، شناسایی روش هایی است که در آن پارتون ها (کوارک ها و گلوئون ها) در برهم کنش های اصلی (شامل برخوردها، واپاشی ها و ...) به صورت هادرون نهایی بدون رنگ و قابل مشاهده ظاهر می شوند. این پدیده در نظریه کرومودینامیک کوانتومی (QCD) به هادرونی شدن^۱ (یا هادرونیزه سازی) معروف است. نظریه QCD برحسب پارتون ها فرمول بندی شده است، در حالی که مشاهده پذیرهای آزمایشگاهی، هادرون های بی رنگ (مزون ها یا باریون ها) هستند. از آن جا که

۱. Hadronization

۲. Factorization theorem

کوارک یا پادکوارک (و همچنین گلوئون در مراحل بالاتر اختلال) در یک فرآیند غیراختلالی، به گونه‌ای که برای سطح مقطع دیفرانسیلی فرآیند داریم [۳ و ۴]:

$$\frac{d\sigma}{dx_H}(e^+e^- \rightarrow H + \text{Jets}) = \sum_{i=g,q,\bar{q}} \frac{d}{dx_i} \sigma^{e^+e^- \rightarrow i\bar{i}}(x_i, \mu) \otimes D_i^H(x_i, Q^*) + O((m/Q)^2), \quad (2)$$

که در آن Q مقیاس انرژی فرآیند ($s = Q^2$) بوده و متغیرهای x_H و x_i در دستگاه مرکز جرم فرآیند، بیانگر کسری از انرژی برخورد هستند که به پارتون والد ($i = g, q, \bar{q}$) و هادرون نهایی H منتقل می‌شود ($x_a = \sqrt{2}E_a / \sqrt{s}$ ($a = i, H$)). همانند قبل، μ مقیاس فاکتورگیری است.

در دو مثال فوق و سایر موارد مشابه، جهت جداسازی بخش‌های اختلالی و غیراختلالی فرآیند به مقیاس انرژی بالا نیازمندیم. در دو مثال مذکور، مقیاس سخت انرژی متناظر با شرط $m \ll (Q, p_T)$ است. این شرط معادل طرح بدون جرم^۵ است که در آن می‌توان از جرم ذرات صرف‌نظر کرد. در این پژوهش قصد داریم ابتدا به قضیه عامل‌بندی عام در یک فرآیند واپاشی پردازیم و سپس اثر جرم ذرات را در رابطه مربوطه اعمال کنیم و شکل اصلاح شده قضیه عامل‌بندی برای فرآیند واپاشی را ارائه دهیم. به عنوان مثالی کاربردی، به مطالعه توزیع انرژی هادرون تولید شده (مزون B) از واپاشی بوزون هیگز ($H \rightarrow b\bar{b} + g \rightarrow B + \text{Jets}$) در مرتبه دوم اختلال در نظریه QCD خواهیم پرداخت. آن‌گاه، با در نظر گرفتن تصحیحات ناشی از اثر جرم کوارک ته و مزون B بر قضیه عامل‌بندی، نشان خواهیم داد که جرم ذرات چه تأثیری بر طیف انرژی مزون تولیدشده خواهد داشت.

۲. قضیه عامل‌بندی در یک فرآیند واپاشی در طرح بدون جرم

در یک فرآیند واپاشی که با تولید هادرون همراه است عموماً یک پارتون، لپتون، بوزون واسطه یا یک هادرون اولیه به

قضیه عامل‌بندی برای جداسازی اثرات فواصل کوتاه و بلند، برای اولین بار، در فرآیندهای پراکندگی ناکشسان ژرف (DIS^1) اثبات شده است، اما نشان شده است که این جداسازی برای سایر فرآیندهای سخت نیز امکان‌پذیر است. یک بحث جامع و جذاب در مورد قضیه عامل‌بندی در مراجع [۲ و ۱] آورده شده است. در پدیدارشناسی فیزیک ذرات، از این قضیه برای محاسبه سطح مقاطع پراکندگی یا نرخ‌های واپاشی برحسب کمیت‌های قابل محاسبه اختلالی و مجموعه‌ای از کمیت‌های غیراختلالی استفاده می‌شود. به عنوان مثالی کاربردی، مطابق با این قضیه برای سطح مقطع دیفرانسیلی یک برهم‌کنش هادرونی سخت در تکانه عرضی بسیار زیاد ($p_T \gg m_H$)، مثلاً تولید هادرون از برخورد پروتون-پروتون پراثری، داریم [۳]:

$$d\sigma(x, \mu^*) = \prod_{h,H} \sum_{j,i=u,d,s,g} f_{j/h}(x, \mu^*) \otimes d\hat{\sigma}_{j \rightarrow i}(x, \mu^*) \otimes D_i^H(x, \mu^*) + O((m/p_T)^2), \quad (1)$$

که در آن $f_{j/h}$ و D_i^H ، به ترتیب، معرف توابع توزیع پارتونی^۲ هادرون‌های اولیه و توابع ترکش^۳ هادرون نهایی هستند. این توابع مربوط به بخش نرم و غیراختلالی فرآیند هستند که اصولاً به کمک روش‌های پدیدارشناسی و از طریق برازش مدل‌های ریاضی با داده‌های آزمایشگاهی تعیین می‌شوند. در رابطه (۱)، $d\hat{\sigma}$ سطح مقطع پارتونی سخت (تابع ضریب ویلسون برای پارتون‌های بدون جرم) است که به صورت اختلالی در نظریه-های میدان‌های کوانتومی همانند QCD یا QED قابل محاسبه است. همچنین در رابطه (۱)، μ مقیاس فاکتورگیری بوده و انتگرال پیچش^۴ به صورت

$$(f \otimes g)(x) = \int_x dy / y f(y)g(x/y)$$

به عنوان مثالی دیگر، سطح مقطع تولید هادرون H از نابودی زوج الکترون-پوزیترون توسط یک فرآیند دو مرحله‌ای توصیف می‌شود: ایجاد یک جفت کوارک-پادکوارک در یک فرآیند سخت لپتونی-پارتونی ($e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$) که به صورت اختلالی قابل محاسبه بوده و سپس تولید هادرون از ترکش

۱. Deep inelastic scattering

۲. Parton distribution functions

۳. Fragmentation functions

۴. Convolution integral

۵. Massless scheme

(حداقل) یک پارتون و مجموعه‌ای از ذرات دیگر واپاشی کرده و در ادامه، پارتون تولیدی در یک فرآیند غیراختلالی به هادرون نهایی تبدیل می‌شود. به عنوان مثال، در برخورددهنده بزرگ هادرونی (LHC^1) بوزون هیگز در محتمل‌ترین حالت (بیش از ۸۰ درصد اوقات) واپاشی هادرونی دارد که از این میان، حدود ۶۰ درصد اوقات بوزون هیگز به جفت کوارک ته واپاشی می‌کند که نهایتاً این کوارک‌ها هادرون‌های نهایی (در بیشتر اوقات مزون B) را به وجود می‌آورند (۵-۹):

مدل پارتونی، رابطه‌ای که همواره برای محاسبه نرخ واپاشی فرآیند $H \rightarrow b\bar{b}(+g) \rightarrow B + \text{Jets}$ به کار برده می‌شود، به صورت زیر است [۵-۹]:

$$\frac{d\Gamma}{dx_B} = \sum_{a=b,g} \int_{x_B} \frac{dx_a}{x_a} \frac{d\hat{\Gamma}_a}{dx_a}(\mu, E_a) D_a^B\left(\frac{x_B}{x_a}, \mu\right), \quad (3)$$

که در آن تابع $D_a^B(z, \mu)$ تابع ترکش پارتون $a(=b, g)$ به مزون B بوده که بیانگر چگالی احتمال تولید مزون B از پارتون a (پارتون والد) است. همچنین $d\hat{\Gamma}_a/dx_a$ بیانگر نرخ واپاشی دیفرانسیلی در سطح پارتونی در هر مرتبه از اختلال است (نرخ واپاشی فرآیند $H \rightarrow b\bar{b}(+g)$ در واپاشی بوزون هیگز جهت تولید مزون B). در رابطه (۳)، x_B و x_a به صورت کسری از انرژی بوزون هیگز که به پارتون a یا مزون B منتقل می‌شوند، تعریف می‌شوند.

در ادامه، ابتدا اثبات رابطه کلیدی و مهم (۳) را مرور کرده و سپس اثرات جرم را در این رابطه اعمال می‌کنیم. از آنجا که قصد داریم به کمک قضیه عامل‌بندی اثر جرم روی طیف انرژی مزون B حاصل از واپاشی بوزون هیگز در فرآیند $H \rightarrow b\bar{b}(+g) \rightarrow B + \text{Jets}$ را بررسی کنیم، لذا به شکل تعمیم یافته قضیه عامل‌بندی در این فرآیند خاص می‌پردازیم. نتیجه، به سادگی، قابل تعمیم به سایر فرآیندها از جمله واپاشی کوارک سر است. جهت مطالعه توزیع انرژی مزون تولیدشده در این واپاشی‌ها، نیاز به محاسبه نرخ واپاشی دیفرانسیلی $d\Gamma/dx_B$ داریم. در حالت عمومی، چار-بردار تکانه مزون تولیدشده و پارتون والد (کوارک ته یا گلوئون) به صورت

$p_a^\mu = zp_b^\mu$ ($a = b, g$) به هم مرتبط می‌شوند. با حفظ جرم در مسئله، در تعریف متغیر سنجه z آزادی عمل وجود دارد که در بخش بعد به آن خواهیم پرداخت. با صرف نظر از جرم هادرون و کوارک‌ها، انتخاب مناسب برای متغیر سنجه z ، که در همه مقالات همانند مراجع [۵-۹] در نظر گرفته شده است، به صورت $E_B = zE_a$ است (یکی از چهار معادلات در رابطه $p_a^\mu = zp_b^\mu$). در این صورت، محدوده تغییرات این سنجه به صورت $0 \leq z \leq 1$ است. مطابق با قضیه عامل‌بندی در مدل پارتونی، نرخ واپاشی دیفرانسیلی یک فرآیند واپاشی (همانند واپاشی هیگز) به صورت

$$d\Gamma = \sum_{a=b,g} \int_0^1 dz d\hat{\Gamma}_a(\mu, E_a = E_B/z) D_a^B(z, \mu), \quad (4)$$

نوشته می‌شود که $D_a^B(z, \mu)$ تابع ترکش پارتون a و $d\hat{\Gamma}_a(\mu, E_a)$ نرخ واپاشی دیفرانسیلی در سطح پارتونی است. به کمک مشتق زنجیره‌ای به صورت $d\hat{\Gamma}_a = dx_B(dx_a/dx_B)d\hat{\Gamma}_a/dx_a$ و حذف عبارت $z = x_B/x_a$ (به عنوان متغیر انتگرال‌گیری) به رابطه مشهور و پرکاربرد (۳) می‌رسیم. در این جا، x_B و x_a به صورت $x_B = \sqrt{p_B \cdot p_H}/m_H$ و $x_a = \sqrt{p_a \cdot p_H}/m_H$ تعریف می‌شوند که p_B ، p_H ، p_a ، به ترتیب، چار-بردار تکانه پارتون a ، بوزون هیگز و مزون B هستند. در چارچوب سکون بوزون هیگز و با صرف نظر از جرم ذرات، متغیرهای x_B و x_a ($a = b, g$) به صورت $x_B = \sqrt{E_B}/m_H$ و $x_a = \sqrt{E_a}/m_H$ تعریف می‌شوند. در این چارچوب، انرژی کوارک ته، گلوئون و مزون B از رابطه $E_i = p_H \cdot p_i / m_H$ ($i = b, g, B$) تعیین می‌شود که مقادیر کمینه و بیشینه انرژی ذرات عبارت‌اند از: $E_a^{\min} = E_B^{\min} = 0$ و $E_B^{\max} = E_a^{\max} = m_H/2$.

۳. قضیه عامل‌بندی تعمیم یافته در حضور جرم ذرات

به منظور تعیین عدم قطعیت ناشی از آزادی در انتخاب متغیر سنجه z در حضور جرم ذرات، از مختصات مخروط نوری^۲ کمک می‌گیریم [۱۰]. در این چارچوب، یک چار-بردار دلخواه

^۱. Large hadron collider

^۲. Light-cone coordinates

موفقیت بزرگ در فهم برهم کنش‌های بنیادی و چگونگی شکل‌گیری ماده در جهان به حساب می‌آید. با وجود پیشرفت‌های چشم‌گیر در تعیین ویژگی‌های این بوزون، هنوز بسیاری از خواص این ذره به‌طور دقیق تعیین نشده است. به‌عنوان نمونه، جفت‌شدگی این بوزون با فرمیون‌های نسل اول و دوم بسیار ضعیف بوده و تعیین آن‌ها کار بسیار پیچیده‌ای است [۱۱]. در ۶۰ درصد از واپاشی‌ها، هیگز به زوج کوارک‌ها واپاشی می‌کند: $H \rightarrow b\bar{b}$ و تنها ۳ درصد از واپاشی‌ها مربوط به تولید زوج مزون Z است. در واپاشی هادرونی هیگز، کوارک و آنتی‌کوارک ته مزون‌هایی از همین طعم (عموماً مزون‌های B) تولید می‌کنند. بنابراین، مطالعه طیف انرژی مزون‌های خروجی می‌تواند به‌عنوان مجرای پیشنهادی برای مطالعه بوزون هیگز در نظر گرفته شود. مطالعه طیف انرژی مزون خروجی با محاسبه کمیت $d\Gamma/dx_B$ امکان‌پذیر است. رابطه کلیدی در تعیین این تابع قضیه عامل‌بندی است (رابطه (۳) یا (۶)). جهت استفاده از این قضایا ابتدا نیاز به نرخ‌های واپاشی دیفرانسیلی در سطح پارتونی داریم؛ این نرخ‌ها شامل سهم‌های $d\hat{\Gamma}_b/dx_b$ و $d\hat{\Gamma}_g/dx_g$ برای فرآیند $H \rightarrow b\bar{b}(+g)$ هستند. در مرجع [۶] با صرف‌نظر از جرم کوارک ته ($m_b = 0$) این سهم‌ها را تا مرتبه دوم اختلال در نظریه QCD محاسبه کرده‌ایم. نتایج تحلیلی عبارتند از:

$$\frac{d\hat{\Gamma}_b^{NLO}}{dx_b} = \Gamma_0 \left[\delta(1-x_b) + \frac{C_F \alpha_S(\mu)}{2\pi} A(x_b) \right], \quad (8)$$

$$\frac{d\hat{\Gamma}_g^{NLO}}{dx_g} = \Gamma_0 \frac{C_F \alpha_S(\mu)}{2\pi} [vB(x_g)]$$

که در آن‌ها:

$$A(x_b) = \delta(1-x_b) \left\{ \frac{2}{3} + \frac{\pi^2}{3} + \frac{2}{3} \ln \frac{m_H}{\mu} \right\} + (1+x_b) \left(\frac{\ln(1-x_b)}{1-x_b} \right)_+ \quad (9)$$

$$+ \frac{1}{(1-x_b)_+} \left(1 - 2x_b - \frac{x_b^2}{2} + 2(1+x_b) \ln x_b + (1+x_b) \ln \frac{m_H}{\mu} \right),$$

$$B(x_g) = \frac{1+(1-x_g)}{x_g} \left(\frac{x_g^2}{1+(1-x_g)} + \ln(1-x_g) + 2 \ln x_g + \ln \frac{m_H}{\mu} \right).$$

در رابطه (۸)، $C_F = 4/3$ عامل رنگ بوده و در رابطه (۹)

جملات $(f(x_b))_+$ مربوط به تعریف تابع پلاس^۲ هستند.

همچنین $\Gamma_0 = N_C m_H y_b^2 / (16\pi)$ نرخ واپاشی فرآیند در

به‌صورت $A'' = (A^+, A^-, \vec{A}_T)$ می‌شود که در آن $A^\pm = (A^0 \pm A^z) / \sqrt{2}$ و $\vec{A}_T = (A^1, A^2)$ هستند. برای ضرب دو چار-بردار دلخواه A و B و همچنین مربع یک چار-بردار در مختصات مخروط نوری داریم:

$$A \cdot B = A^+ B^- + A^- B^+ - \vec{A}_T \cdot \vec{B}_T, \quad A^z = \sqrt{2} A^+ A^- - A_T^2 \quad (5)$$

با فرض آنکه هادرون خروجی و همچنین پارتون والد (پارتون a) در جهت محور $\hat{Z}$ حرکت کنند، متغیر سنج z را به‌صورت $p_B^+ = zp_a^+$ تعریف می‌کنیم. با این تعریف، z تحت خیز^۱ در طول محور $\hat{Z}$ ناوردا خواهد بود. با شروع از رابطه (۴) و جایگزینی $p_a^+ = p_B^+ / z$ به جای $E_a = E_B / z$ و همچنین به کمک مشتق زنجیره‌ای داریم:

$$\frac{d\Gamma}{dx_B} = \frac{1}{\sqrt{x_B^2 - \rho_B^2}} \sum_{a=b,g} \int_{x_a^{\min}}^{x_a^{\max}} dx_a z \frac{d\hat{\Gamma}_a}{dx_a}(\mu, E_a) D_a^B(z, \mu), \quad (6)$$

که در آن،

$$z = \frac{p_B^+}{p_a^+} = \frac{E_B + \sqrt{E_B^2 - m_B^2}}{E_a + \sqrt{E_a^2 - m_a^2}} \Rightarrow z = \frac{x_B + \sqrt{x_B^2 - \rho_B^2}}{x_a + \sqrt{x_a^2 - \rho_a^2}}. \quad (7)$$

در چارچوب سکون بوزون هیگز، با در نظر گرفتن رابطه $E_i = p_H \cdot p_i / m_H$ ($i = b, g, B$) و مزون B تعیین می‌شود. مقادیر کمینه آن‌ها، به‌ترتیب، عبارت است از: $E_b^{\min} = m_b$ ، $E_g^{\min} = 0$ ، $E_B^{\min} = m_B$. بیشینه آن‌ها داریم: $E_g^{\max} = (m_H^2 + 2m_b^2) / (2m_H)$ ، $E_B^{\max} = (m_H^2 + m_b^2 - m_B^2) / (2m_H)$ و $E_B^{\max} = m_H / 2$.

در روابط (۶) و (۷) کمیت‌های ρ_B و ρ_a به‌صورت $\rho_i = m_i / E_b^{\max} = 2m_i / m_H$ ($i = b, g, B$) تعریف شده‌اند.

اگر فرض $m_b = 0 = m_B$ را اعمال کنیم، معادله (۶) به معادله (۳) تبدیل می‌شود که در آن از جرم ذرات صرف‌نظر شده است. رابطه (۶) یک رابطه کلیدی برای مطالعه فرآیندهای واپاشی در حضور جرم ذرات است.

۴. طیف انرژی مزون B از واپاشی بوزون هیگز

بوزون هیگز در مدل استاندارد نقش اساسی در توصیف نحوه جرم‌دار شدن سایر ذرات بنیادی دارد. کشف این ذره یک

۱. Boosts

۲. Plus function

همچنین تابع ترکش گلوئون در مقیاس اولیه (μ_F^{ini}) صفر در نظر گرفته می‌شود. با داشتن توابع ترکش در مقیاس اولیه انرژی، به کمک دسته معادلات تحول آلتارلی-پاریسی می‌توان مقدار آن‌ها را در هر مقیاس انرژی دلخواه تعیین نمود [۱۷-۱۹]:

$$\frac{d}{d \ln \mu^2} D_i^B(z, \mu) = \frac{\alpha_s(\mu)}{2\pi} \sum_j \int_z^1 \frac{dy}{y} P_{ji}(y, \alpha_s(\mu)) D_j^B\left(\frac{z}{y}, \mu\right) \quad (12)$$

در رابطه فوق، P_{ji} توابع شکافتگی^۲ هستند که در پایین‌ترین مرتبه اختلال عبارت‌اند از:

$$P_{qq}(y) = C_F \left[\frac{3}{2} \delta(1-y) + \frac{1+y^2}{(1-y)_+} \right], \quad (13)$$

$$P_{gq}(y) = C_F \frac{1+(1-y)^2}{y}.$$

ثابت جفت‌شدگی قوی در روابط فوق از معادله زیر تعیین می‌شود [۲۰]:

$$\alpha_s^{(n_f)}(\mu) = \frac{1}{b_0 \log(\mu^2 / \Lambda^2)} \left\{ 1 - \frac{b_1 \log[\log(\mu^2 / \Lambda^2)]}{b_0^2 \log(\mu^2 / \Lambda^2)} \right\}, \quad (14)$$

که $b_1 = (153 - 19n_f) / (24\pi^2)$ و $b_0 = (33 - 2n_f) / (12\pi)$ در این جا n_f تعداد طعم‌های فعال کوآرکی بوده و همچنین Λ مقیاس نوعی^۳ نظریه QCD است. این مقیاس انرژی، به‌طور تخمینی، مرز ناحیه اختلالی و غیراختلالی در نظریه QCD را توصیف می‌کند. در این کار مقدار این پارامتر را برابر با $\Lambda_{\overline{MS}}^{(5)} = 231 \text{ MeV}$ در نظر می‌گیریم. این انتخاب با توجه به مقدار آزمایشگاهی $\alpha_s^{(n_f)}(m_Z) = 0.1184$ به ازای $m_Z = 91.1876 \text{ GeV}$ تعیین شده است [۲۰]. در این انرژی، هر پنج طعم کوآرکی فعال هستند ($n_f = 5$). با به‌کارگیری رابطه فوق، برای ثابت جفت‌شدگی در مقیاس $\mu = m_H$ داریم: $\alpha_s^{(n_f)}(m_H) = 0.113$. جهت تحلیل عددی نتایج، از مقادیر جرمی $m_b = 4.78 \text{ GeV}$ و $m_H = 125.3 \text{ GeV}$ در محاسبات استفاده می‌کنیم. با در نظر گرفتن رابطه (۸)، پس از انتگرال‌گیری از dx_b روی $d\Gamma_b^{NLO} / dx_b$ ، برای نرخ واپاشی در مرتبه دوم اختلال (NLO) داریم:

$$\Gamma_{H \rightarrow b\bar{b}}^{NLO} = \Gamma_0 \left[1 + \frac{17 C_F \alpha_s(m_H)}{4\pi} \right] = \Gamma_0 (1 + 0.193) \quad (15)$$

تقریب بورن است که در آن $N_C = 3$ تعداد رنگ کوآرک‌ها و $y_b = \sqrt{2} m_b / v$ جفت‌شدگی یوکاوا در رأس $Hb\bar{b}$ است. در جمله جفت‌شدگی، v مقدار چشم‌داشتی خلاء میدان هیگز است که به ثابت فرمی ($G_F = 1/16637 \times 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$) وابسته بوده و مقدار آن برابر $v = (\sqrt{2} G_F)^{-1/2} = 246 \text{ GeV}$ است. همچنین در روابط فوق، μ مقیاس فاکتورگیری (عامل‌بندی) است. اگر قادر بودیم سهم تمامی مراتب اختلال را محاسبه کنیم، این مقیاس به‌طور خودبه‌خود از نرخ واپاشی کل حذف می‌شود ولی از آن‌جا که هم‌اکنون قادر به محاسبه سهم تمامی مراتب اختلال نیستیم، لذا در تعیین مقدار این مقیاس آزادی انتخاب وجود دارد. عموماً در همه مراجع، به‌طور قراردادی، مقدار این مقیاس به‌صورت $\mu = m_H$ انتخاب می‌شود تا جملات لگاریتمی $\ln(m_H^2 / \mu^2)$ در رابطه (۹) حذف شوند. در این کار، ما هم از این قرارداد تبعیت می‌کنیم. با توجه به روابط (۳) یا (۶)، جهت استفاده از قضیه عامل‌بندی، همچنین به توابع ترکش کوآرک ته و گلوئون به مزون B نیاز داریم. همان‌گونه که اشاره شد، فرآیند هادرونی شدن کوآرک ته و گلوئون بخش غیراختلالی فرآیند $H \rightarrow b\bar{b} \rightarrow B + X$ را تشکیل می‌دهند که عموماً به کمک توابع ترکشی که از مدل‌های پدیده‌شناسی استخراج می‌شوند، توصیف می‌شوند. در این پژوهش از مدل توانی ساده^۱ [۱۰] برای گذار $b \rightarrow B$ استفاده می‌کنیم:

$$D_i^B(z, \mu_F^{ini}) = N z^\alpha (1-z)^\beta \quad (10)$$

پارامترهای آزاد مدل با استفاده از برازش داده‌ها تعیین می‌شوند. در مرجع [۱۲] به کمک داده‌های نابودی زوج الکترون-پوزیترون جهت تولید مزون B ، گزارش شده توسط گروه SLD در $SLAC$ [۱۳ و ۱۴] و گروه‌های $ALEPH$ ، $DELPHI$ و $OPAL$ در $CERN$ [۱۵، ۱۶]، مقادیر این پارامترها برای ترکش $b \rightarrow B$ در مقیاس اولیه $\mu_F^{ini} = 4.5 \text{ GeV}$ به‌صورت زیر تعیین شده است:

$$N = 2575/0.14, \quad \alpha = 15/224, \quad \beta = 2/394 \quad (11)$$

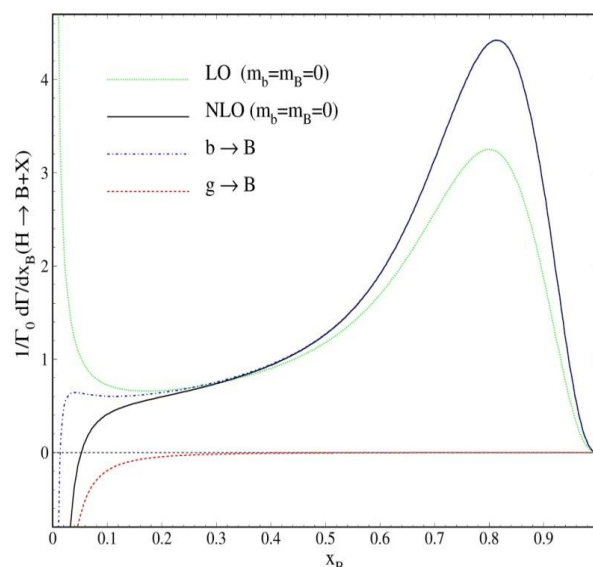
۱. Simple power model

۲. Splitting functions

۳. Typical QCD scale

نواحی x_B کوچک، به ازای $x_B \leq 0.2$ ، قابل توجه است. برای مقادیر بالاتر x_B ، مطابق انتظار، سهم ترکش $b \rightarrow B$ غالب است.

اکنون با در نظر گرفتن اثر جرم کوارک ته و مزون B ، به کمک قضیه عامل‌بندی اصلاح‌شده (۶) به مطالعه اثر جرم بر طیف انرژی مزون خروجی می‌پردازیم (طرح جرم‌دار^۱). از آنجا که نسبت m_b/m_H بسیار کوچک است ($m_b/m_H \approx 0.038$)، از اثر جرم کوارک ته در نرخ واپاشی دیفرانسیلی $d\Gamma_a/dx_B$ رابطه (۶) صرف‌نظر کرده و مانند قبل از روابط تحلیلی (۸) برای نرخ‌های واپاشی دیفرانسیلی در سطح پارتونی (پیش‌بینی پدیدارشناسی توزیع انرژی مزون‌های B با رسم تابع $1/\Gamma_0 \times d\Gamma/dx_B$ برحسب x_B در طرح جرم‌دار نشان داده شده است. همان‌گونه که مشاهده می‌شود، جرم مزون B مسئول ظهور آستانه^۲ در $x_B = 2m_B/m_H = 0.084$ است که در شکل ۱ حضور نداشت ($x_B = 0$ در طرح بدون جرم). همچنین جرم مزون باعث افزایش تابع توزیع انرژی در مقادیر کوچک x_B می‌شود. برای توصیف بهتر اثر جرم روی توزیع انرژی مزون، در شکل ۳ نسبت تابع $1/\Gamma_0 \times d\Gamma(m_b \neq 0, m_B \neq 0)/dx_B$ به $1/\Gamma_0 \times d\Gamma(m_b = m_B = 0)/dx_B$ رسم شده است. همان‌گونه که مشاهده می‌شود، اثرات جرم منجر به افزایش قابل توجه در توزیع انرژی در مقادیر کوچک x_B می‌شود و نتیجه را تا ۴۵ درصد در مقدار آستانه ($x_B = 0.084$) تغییر می‌دهد. به ازای $x_B \geq 0.5$ جرم ذرات تأثیر ناچیزی بر توزیع انرژی مزون خروجی دارد. یادآوری می‌شود که مطابق رابطه (۱۵)، تصحیح مرتبه دوم اختلال روی نرخ واپاشی $H \rightarrow b\bar{b}$ منجر به بهبود نتایج مرتبه بورن (Γ_0) در حد ۱۹/۳ درصد شد. لذا تصحیح جرمی ایجادشده روی توزیع انرژی مزون خروجی می‌تواند حائز اهمیت بوده و در تعیین دقیق‌تر ویژگی‌های بوزون هیگز مؤثر باشد.



شکل ۱. $d\Gamma(H \rightarrow B+X)/dx_B$ به‌عنوان تابعی از x_B در واپاشی هیگز در مرتبه دوم اختلال (خط مشکی ممتد). نتایج مرتبه اول اختلال (منحنی خط‌چین سبز) و همچنین جهت مقایسه بهتر، سهم ترکش کوارک ته (منحنی خط-نقطه‌چین آبی) و گلوئون (منحنی خط‌چین قرمز) نیز نشان داده شده است.

که Γ_0 (نرخ واپاشی در تقریب مرتبه اول اختلال) برابر است با: $\Gamma_0 = N_C m_H y_b^2 / (16\pi) = 5/637 \times 10^{-3} \text{ GeV}$. لازم به ذکر است که در طرح بدون جرم، با وجود این‌که در محاسبات از جرم کوارک ته صرف‌نظر کرده‌ایم، اما در جفت‌شدگی رأس $Hb\bar{b}$ عامل رأس به‌صورت $(-im_b/v)$ ظاهر می‌شود که جرم کوارک ته در آن حفظ می‌شود. با فرض $m_b = 0 = m_B$ (طرح بدون جرم) و با استفاده از رابطه (۳)، در شکل ۱، پیش‌بینی پدیدارشناسی طیف انرژی مزون‌های B با ترسیم $1/\Gamma_0 \times d\Gamma/dx_B$ برحسب $x_B (= 2E_B/m_H)$ نشان داده شده است. جهت مقایسه بهتر، سهم تقریب مرتبه اول بورن و همچنین ترکش کوارک ته و گلوئون نیز نشان داده شده است. نتایج نشان می‌دهد که تصحیحات مرتبه دوم اختلال منجر به افزایش قابل توجهی در توزیع انرژی به‌خصوص در قله و نواحی اطراف آن (تا حدود ۴۰ درصد در قله) می‌شود و در نواحی کوچک x_B سهم تقریب مرتبه اول به‌شدت بزرگ است که توسط سهم ترکش گلوئون تعدیل می‌گردد. همچنین مشاهده می‌شود که سهم ترکش گلوئون منفی بوده و فقط در

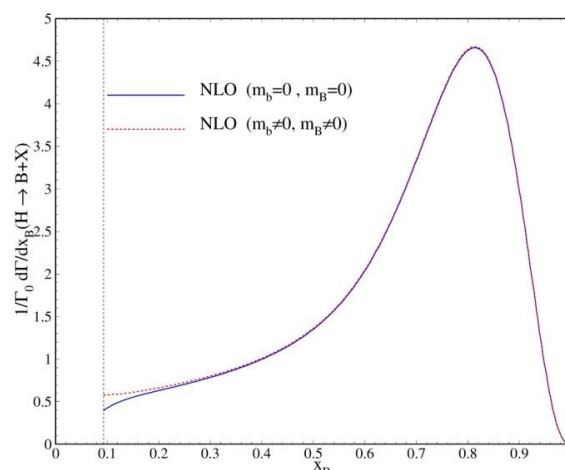
۱. Massive scheme

۲. Threshold

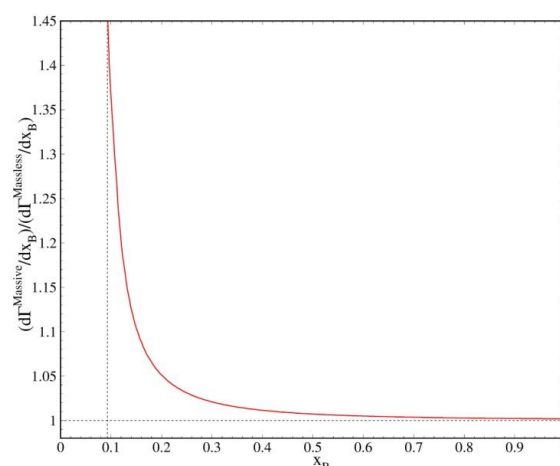
است که از جرم کلیه ذرات صرف‌نظر شده باشد (طرح بدون جرم). برای انجام محاسبات دقیق، باید تا حد ممکن تمام عوامل تأثیرگذار در محاسبات را در نظر گرفت. بنابراین، پس از مرور قضیه عامل‌بندی در رهیافت بدون جرم، به اثبات قضیه عامل‌بندی تعمیم‌یافته در حضور جرم ذرات پرداختیم (طرح جرم‌دار) و رابطه کلیدی (۶) را به دست آوردیم (برای مطالعه اثر جرم در نرخ واپاشی پارتونی در رهیافت جرم‌دار به مراجع [۲۱ و ۲۲] مراجعه کنید).

از آن‌جا که حدود ۶۰ درصد از واپاشی‌های هیگز به زوج کوآرک ته اختصاص دارد ($H \rightarrow b\bar{b}$)، به‌عنوان مثالی کاربردی از قضیه عامل‌بندی تعمیم‌یافته، به مطالعه طیف انرژی مزون‌های B حاصل از واپاشی بوزون هیگز طی فرآیند $H \rightarrow b\bar{b}(+g) \rightarrow B + \text{Jets}$ در مرتبه دوم اختلال در نظریه QCD پرداختیم و نتایج مرجع [۶] را اصلاح کردیم. این مرجع، از رابطه (۳) جهت جداسازی بخش‌های اختلالی $((b, \bar{b}, g) \rightarrow B + \text{Jets})$ و غیراختلالی $(H \rightarrow b\bar{b}(+g))$ فرآیند استفاده شده است. نشان دادیم که اثر جرم ذرات (کوآرک ته و بوزون B) تأثیر قابل توجهی بر نتایج توزیع انرژی مزون خروجی در مقادیر کوچک $x_B (= 2E_B / m_H)$ دارد و می‌تواند نتایج را تا ۴۵ درصد افزایش دهد. همچنین، جرم مزون باعث ایجاد یک آستانه برای توزیع انرژی می‌شود ($x_B \approx 0.084$). در مقایسه با تصحیحات مرتبه دوم روی نرخ واپاشی پارتونی بوزون هیگز (۱۹/۳ درصد)، اثر جرم می‌تواند حائز اهمیت باشد.

جستجو برای تعیین هرچه دقیق‌تر ویژگی‌های بوزون هیگز مدل استاندارد، از اهداف مهم بسیاری از برخورددهنده‌های فعلی ذرات، از جمله LHC در سرن، در سال‌های اخیر بوده است و در شتاب‌دهنده‌های نسل آتی مانند $FC\bar{C}ee^1$ (برخورددهنده دایره‌ای الکترون-پوزیترون نسل آینده) [۲۳]، برخورددهنده خطی بین‌المللی (ILC^2) [۲۴]، برخورددهنده خطی میونی [۲۵] و برخورددهنده دایره‌ای الکترون-پوزیترون ($CEPC^3$) [۲۶] این مطالعات ادامه خواهند داشت. در این شتاب‌دهنده‌ها مطالعه



شکل ۲. طیف انرژی مزون B در واپاشی بوزون هیگز در مرتبه دوم اختلال در طرح بدون جرم (منحنی خط ممتد آبی) و در طرح جرم‌دار (خط چین قرمز).



شکل ۳. نسبت تابع $d\Gamma(H \rightarrow B+X)/dx_B$ در طرح جرم‌دار $(m_b \neq 0, m_B \neq 0)$ به همان تابع در طرح بدون جرم $(m_b = m_B = 0)$ به عنوان تابعی از x_B .

۵. بحث و نتیجه‌گیری

یکی از ابزارهای کلیدی در تعیین سطح مقطع یا نرخ واپاشی فرآیندهای هادرونی، قضیه عامل‌بندی در مدل پارتونی اصلاح‌شده در نظریه QCD است. در تمامی مقالات، برای محاسبه نظری نرخ واپاشی فرآیندهای انرژی بالا که شامل تولید هادرون در محصولات نهایی هستند از رابطه (۳) برای تفکیک بخش اختلالی و غیراختلالی فرآیند استفاده شده است. در این پژوهش، ابتدا نشان دادیم که رابطه کلیدی (۳) در حالی برقرار

۱. The e+e- Future Circular Collider

۲. International Linear Collider

۳. Circular Electron-Positron Collider

طیف انرژی مزون‌های حاصل از واپاشی هیگز می‌تواند به‌عنوان
راهی برای مطالعه آن در نظر گرفته شود. لذا، جهت تعیین
دقیق‌تر خواص هیگز، لازم است از قضیه عامل‌بندی اصلاح‌شده
(رابطه (۶)) استفاده گردد.

مراجع

1. WU-KI TUNG, Perturbative QCD and the Parton Structure of the Nucleon, The Frontier of Particle Physics (World Scientific, Singapore, 2001), pp. 887–971, 10.1142/ 9789812810458_0024.
2. J C Collins, Phys. Rev. D **58** (1998) 094002.
3. M Soleymaninia, A N Khorramian, S M Moosavi Nejad, and F Arbabifar, Phys. Rev. D **88** (2013) 054019.
4. T Kneesch, B A Kniehl, G Kramer, and I Schienbein, Nucl. Phys. B **799** (2008) 34.
5. B A Kniehl, G Kramer and S M Moosavi Nejad, Nucl. Phys. B **862** (2012) 720.
6. A Baradaran and S M Moosavi Nejad, Eur. Phys. J. Plus **140**, 1 (2025) 41.
7. G Corcella, A D Mitov, Nucl. Phys. B **623** (2002) 247.
8. G Corcella, Nucl. Phys. B **705** (2005), 363-383 [erratum: Nucl. Phys. B 713 (2005), 609-610].
9. S M Moosavi Nejad, M Balali, Eur. Phys. J. C **76** (2016) 173.
10. J C Collins, "Light-cone variables, rapidity and all that," arXiv:hep-ph/9705393.
11. M Aaboud et al., Phys. Lett. B **786** (2018) 59–86.
12. M Salajegheh, S M Moosavi Nejad, H Khanpour, B A Kniehl, M Soleymaninia, Phys. Rev. D **99** (2019) 114001.
13. K Abe et al., Phys. Rev. Lett. **84** (2000) 4300.
14. K Abe et al. [SLD Collaboration], Phys. Rev. D 65 (2002) **092006**; [Erratum-ibid. D 66 (2002) 079905.]
15. A Heister et al., Phys. Lett. B **512** (2001) 30.
16. G Abbiendi et al., Eur. Phys. J. C **29** (2003) 463.
17. V N Gribov, L N Lipatov, Sov. J. Nucl. Phys. 15 (1972) **438** [Yad. Fiz. 15 (1972) 781].
18. G Altarelli, G Parisi, Nucl. Phys. B **126** (1977) 298.
19. Y L Dokshitzer, Sov. Phys. JETP 46 (1977) **641** [Zh. Eksp. Teor. Fiz. 73 (1977) 1216].
20. K Nakamura et al., J. Phys. G **37** (2010) 075021.
21. S M Moosavi Nejad, Eur. Phys. J. C **72** (2012) 2224.
22. S M Moosavi Nejad, Phys. Rev. D **133** (2026) 076014.
23. A Abada et al., FCC-ee: the lepton collider: future circular collider conceptual design report. Eur. Phys. J. 228, 2 (2019), 261–623.
24. H Baer et al., The International Linear Collider Technical Design Report-Vol. 2 Physics, [arXiv:1306.6352 [hep-ph]] 10.
25. K M Black, et al., JINST **19** (2024) T02015.
26. J B Guimarães da Costa et al. CEPC Conceptual Design Report: Vol. 2–Phys. Detect.” [arXiv:1811.10545 [hep-ex]].