

## تحلیل پارامتر ضریب چسبندگی کل و تعیین شرایط بهینه همجوشی کاتالیزور میونی با در نظر

### گرفتن مولکول شبه پایدار $dt\mu^*$

سید ظفرالله کالانتری و مسلم سوهانی

دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی اصفهان

(دریافت مقاله: ۷۸/۱۱/۱ دریافت نسخه نهایی: ۷۹/۵/۱۸)

#### چکیده

یکی از فرایندهایی که به تازگی در چرخه همجوشی کاتالیزور میونی  $D/T$  مطرح شده است، حالت شبه پایدار مولکول  $dt\mu$  است. در این مقاله با حل سینماتیکی چرخه  $\mu CF$  برای سوخت  $D/T$ ، اثر مولکول شبه پایدار  $dt\mu$  را روی پارامترهای مهم  $\mu CF$  بررسی کرده ایم. تحلیل پارامتر  $q_{1s}$  نشان می دهد که در محاسبات مربوط به چرخه حاوی حالت شبه پایدار، باید به جای پارامتر  $q_{1s}$  از پارامتر  $P_{1s}$  استفاده شود. برای این منظور روشی برای برآورد پارامتر  $P_{1s}$  ارائه شده است. در ادامه رابطه کلی پارامتر ضریب چسبندگی کل را با در نظر گرفتن مولکول شبه پایدار استخراج کرده ایم و در شرایط مختلف غلظت تریتیوم با فرمول ارائه شده توسط جونز مقایسه شده است. همچنین کمتهای آهنگ چرخه و بهره همجوشی با در نظر گرفتن چرخه حاوی حالت شبه پایدار محاسبه شده است. نتایج به دست آمده با نتایج محاسبات بدن در نظر گرفتن حالت شبه پایدار مقایسه شده است و در نهایت با نتایج تجربی مورد مقایسه قرار گرفته است. سپس شرایط بهینه دما، چگالی و غلظت ایزوتوپهای هیدروژن را برای بهره همجوشی در چرخه حاوی حالت شبه پایدار به دست آورده ایم.

واژه های کلیدی: همجوشی کاتالیزور میونی، ضریب چسبندگی، مولکول شبه پایدار

#### ۱. مقدمه

استخراج پارامترهای مهم در  $\mu FC$  مثل چسبندگی کل ( $w$ ) و تعداد همجوشی به ازای هر میون ( $\chi$ ) با استفاده از اندازه گیری آهنگ چرخه، وابسته به مقدار  $q_{1s}$  است. شناخت کامل فرایندهای فیزیکی در همجوشی کاتالیزور میونی درک کاملتر و دقیقتری از این پدیده در اختیار قرار می دهد. اختلاف بین نتایج تجربی و نظری می تواند با کاملتر شدن چرخه واکنشها برطرف شود. در این صورت عوامل مؤثر در پارامترهای مهم  $\mu CF$  دقیقتر شناخته خواهند شد و رهیافتی برای کنترل آنها و رسیدن به بهره همجوشی بیشتر به دست

یکی از مسائلی که در همجوشی کاتالیزور میونی مطرح بوده است، مساله  $q_{1s}$  نام دارد. در یک مخلوط سوخت  $D/T$  کسری از میون هایی که در حالت های برانگیخته اتمی دوتریوم تشکیل می شوند، قبل از اینکه به حالت پایه برسند، می توانند به تریتیوم منتقل شوند. احتمال رسیدن میون به حالت پایه دوتریوم را با  $q_{1s}$  نمایش می دهند [۱ و ۲]. با توجه به این که انتقال میون در حالت های برانگیخته، خیلی سریع انجام می شود،  $q_{1s}$  می تواند در آهنگ چرخه ( $R_c$ ) اثر بگذارد. برعکس،

می شود.

$$\begin{cases} t\mu(\gamma s) + D_p \rightarrow \left[ (dt\mu)^* d\gamma e \right] & (a) \\ t\mu(\gamma s) + DT \rightarrow \left[ (dt\mu)^* t\gamma e \right] & (b) \end{cases} \quad (1)$$

این مولکول با بهره‌زیادی ( $\sim 1 \times 10^{11} \text{ s}^{-1}$ ) تشکیل می‌شود [۷] و به دلیل برانگیختگی بالایی که دارد، با بهره‌کمی ( $\sim 1 \times 10^8 \text{ s}^{-1}$ ) همجوشی انجام می‌دهد [۸]. لذا می‌تواند به اتمهای دوتریوم و تریتیوم تجزیه شود.

$$\begin{cases} (dt\mu)^* \rightarrow t\mu(1s) + d & (a) \\ (dt\mu)^* \rightarrow d\mu(1s) + t & (b) \end{cases} \quad (2)$$

در کانال اول اتمهای تریتیوم در حالت پایه تریتیوم ( $t\mu(1s)$ ) تشکیل می‌شوند. در کانال دوم اتمهای دوتریوم در حالت پایه ( $d\mu(1s)$ ) تشکیل می‌شوند. نسبت بین آهنگ فرایندهای (۲-ا) و (۲-ب) به ترتیب ۱ به ۹ است [۷]. چرخه کامل فرایندهای زنجیره‌ای کاتالیزور میونی با در نظر گرفتن حالت مولکول شبه پایدار در شکل ۱ ارایه شده است.

همان طور که مشاهده می‌شود، با ورود میون به مخلوط سوخت D/T، ابتدا اتمهای برانگیخته  $d\mu$  و  $t\mu$  تولید می‌شوند که سریعاً به حالت‌های پایتتر وانگیخته می‌شوند. در طی وانگیخته شدن، میون می‌تواند به تریتیوم منتقل شود. با تشکیل اتمهای میون‌دار در حالت پایه فرایندهای تشکیل مولکول  $d\mu$ ،  $dt\mu$  و  $tt\mu$  اتفاق می‌افتد و البته مولکول شبه پایدار نیز می‌تواند از برخورد  $t\mu(\gamma s)$  با مولکولهای  $D_p$  و  $DT$  تشکیل شود. در این مولکولهاست که فرایند همجوشی بین هسته‌ها رخ می‌دهد. در شکل ۱ آهنگ انجام هر فرایند با  $\lambda$  مشخص شده است و  $c_d$  و  $c_t$  به ترتیب کسر غلظت دوتریوم و تریتیوم است که در رابطه زیر صدق می‌کنند.

$$c_d + c_t = 1 \quad (3)$$

همچنین  $\omega$ ها معرف ضرایب چسبندگی موثر میون به ذرات  $\alpha$  حاصل از همجوشی هستند.

با استفاده از چرخه ارایه شده در شکل ۱ سینماتیک حاکم بر جمعیت‌های مختلف اتمی و مولکولی میون‌دار به صورت دستگاه معادلات دیفرانسیل جفت شده به دست می‌آید. معادلات سینماتیکی براساس شکل کلی زیر نوشته می‌شود.

$$\frac{dp_n(t)}{dt} = \sum_i p_i(t)\lambda_{i \rightarrow n} - \sum_j p_n(t)\lambda_{n \rightarrow j} - p_n(t)\lambda_0 \quad (4)$$

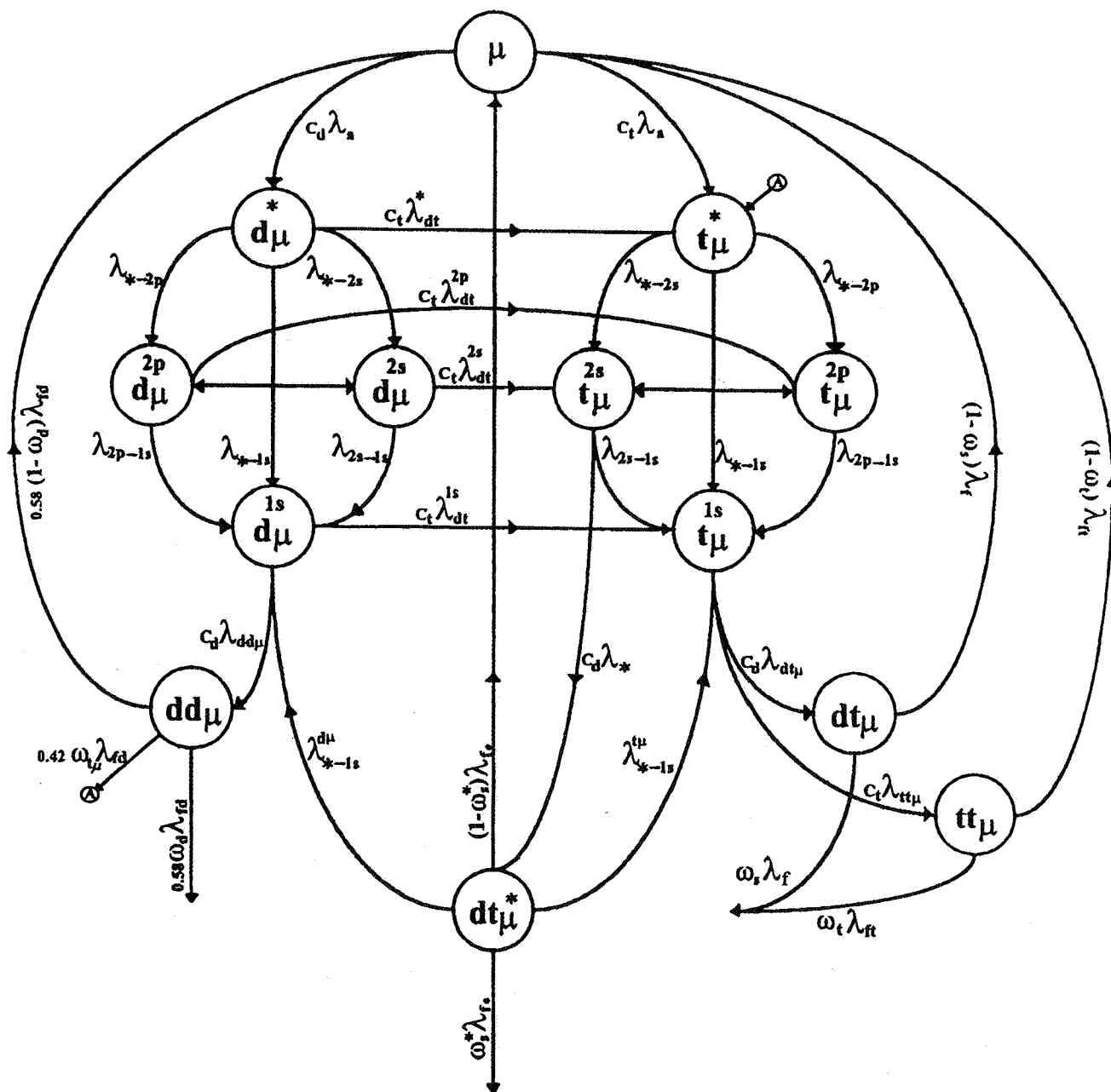
خواهد آمد. یکی از فرایندهایی که به تازگی در چرخه سوخت D/T توسط فرولیچ و والنیوس مطرح شده است، حالت شبه پایدار مولکول  $dt\mu$  است [۳]. آنها پیشنهاد کرده‌اند که حالت شبه پایدار مولکول  $dt\mu$  از برخورد اتم  $t\mu(\gamma s)$  با مولکولهای  $D_p$  و  $DT$  با آهنگ بالایی به وجود می‌آید و پس از تشکیل می‌تواند به  $d\mu(1s)$  واپاشی کند که در این صورت یک کانال برگشت جمعیت میونها از تریتیوم به حالت  $d\mu(1s)$  را به وجود می‌آورد. نشان داده‌ایم که مفهوم پارامتر  $q_{1s}$  در چرخه حاوی حالت شبه پایدار دیگر معتبر نیست و باید به جای آن در روابط از پارامتر  $P_{1s}$  که کسر جمعیت رسیده به حالت  $d\mu(1s)$  است، استفاده شود.

در این مقاله ضمن ارایه روشی برای حل معادلات سینماتیکی حاکم بر چرخه همجوشی، پارامترهای مهم در  $\mu CF$ ، مثل  $q_{1s}$ ،  $P_{1s}$  و بهره چرخش میون به طور مستقیم با استفاده از جواب معادلات سینماتیکی چرخه به دست آمده‌اند. سپس با استفاده از آنها آهنگ چرخه ( $\lambda_c$ ) و ضریب چسبندگی کل ( $w$ ) محاسبه شده است. محاسبات برای دو چرخه حاوی حالت شبه پایدار و چرخه فاقد آن انجام شده است و نتایج با یکدیگر مقایسه شده‌اند.

با بررسی و تحلیل پارامتر ضریب چسبندگی کل اثر حالت شبه پایدار را در  $w$  و  $\lambda_c$  لحاظ کرده‌ایم. در نهایت نتایج به دست آمده با نتایج تجربی مورد مقایسه قرار گرفته‌اند. نشان داده‌ایم که محاسبات براساس چرخه حاوی حالت شبه پایدار به نتایج تجربی نزدیک‌ترند. در آخر شرایط بهینه دما، چگالی و غلظت ایزوتوپهای هیدروژن را برای رسیدن به بهره بیشتر همجوشی کاتالیزور میونی براساس چرخه کاملتر شامل مولکول شبه پایدار به دست آورده‌ایم.

#### ۲. اثر حالت شبه پایدار مولکول $dt\mu$ در سینماتیک $\mu CF$

محاسبات نظری مقدار  $q_{1s}$  را کمتر از مقادیر تجربی نشان داده است [۵] به طوری که این موضوع به صورت مسئله پارامتر  $q_{1s}$  مطرح است [۶]. در سال ۱۹۹۵ فرولیچ و والنیوس به طور نظری وجود یک حالت شبه پایدار را در مولکول  $dt\mu^*$  پیشنهاد کردند. آنها نشان دادند که یک حلقه جدید در چرخه واکنشهای زنجیره‌ای  $\mu CF$  در مخلوط D/T وجود دارد که می‌تواند به مقدار زیادی جمعیت اضافه موجود در  $d\mu(1s)$  را توجیه کند [۳]. این فرایند توسط برخورد اتمهای  $t\mu(\gamma s)$  با مولکولهای  $D_p$  و  $DT$  انجام می‌شود و در اثر آن مولکول شبه پایدار  $dt\mu^*$  تولید



شکل ۱. چرخه همجوشی کاتالیزور میونی برای سوخت D/T با در نظر گرفتن حالت شبه پایدار مولکول dtμ

مابع است).

$$\frac{dp_{d\mu}}{dt} = -(\lambda_a + \lambda_o) p_{d\mu} + (1 - \omega_d \omega_d - \omega_t \omega_t) \lambda_{fd} p_{dd\mu} +$$

$$(1 - \omega_s) \lambda_{ft} p_{dt\mu} + (1 - \omega_t) \lambda_{ft} p_{tt\mu}$$

$$\frac{dp_{d\mu^*}}{dt} = -(\lambda_{* \rightarrow 2p} + \lambda_{* \rightarrow 2s} + \lambda_{* \rightarrow 1s} + c_t \lambda_{dt}^* + \lambda_o) p_{d\mu^*}$$

که در آن جمعیت اتمی یا مولکولی در حالت n و آنها آهنگهای فرایندهای زنجیره‌ای در چرخه هستند. آهنگ بعضی از فرایندها علاوه بر نوع فرایند، به غلظت ایزوتوپهای هیدروژن نیز بستگی دارد. نهای به کار رفته نسبت به چگالی هیدروژن مایع بهنجار شده‌اند و اثر چگالی محیط می‌تواند با ضرب φ در آنها در نظر گرفته شود که در آن  $\phi = \frac{N}{N_0}$  است (N چگالی ذرات محیط و  $N_0 = 4/25 \times 10^{22} \text{ cm}^{-3}$  چگالی ذرات برای هیدروژن

$$\frac{dp_{tt\mu}}{dt} = -(\lambda_{ft} + \lambda_0)P_{tt\mu} + c_t \lambda_{tt\mu} P_{t\mu}(\nu_s) \quad (5)$$

هر چند که در شکل ۱ و معادلات سینماتیکی فوق حالت‌های برانگیخته اتمی با  $n \geq 3$  و  $d\mu^*$  و  $t\mu^*$  مشخص شده است ولی در محاسبات، حالت‌های برانگیخته اتمی برای  $n < 5$  تفکیک شده است. حالت‌های بالاتر از  $n=5$  سریعاً به این حالت واانگیخته می‌شوند [۳].

با حل این دستگاه معادلات جمعیت‌های ذرات درگیر در همجوشی به صورت تابعی از زمان به دست می‌آیند. با توجه به این که محاسبات در قسمتهای بعدی این مقاله به ازای یک میون انجام می‌گیرد و یک میون نیز در طول عمر کوتاه خود ( $\sim 2/\mu s$ ) نمی‌تواند به عنوان کاتالیزور برای بیش از چند صد محیط که از مرتبه  $10^{22} \text{ cm}^{-3}$  اند، در طی محاسبه تغییر محسوسی نخواهند داشت. پس مقادیر  $c_t$  و  $c_h$  را می‌توان ثابت در نظر گرفت. بنابراین معادلات (۵) یک دستگاه معادلات دیفرانسیل جفت شده خطی هستند و ما از روش ماتریسی برای حل آنها استفاده کرده‌ایم [۹].

### ۳. تحلیل پارامتر $q_{1s}$

یکی از فرایندهای بسیار مهم در  $\mu CF$ ، انتقال میون از ایزوتوپ سبکتر به ایزوتوپ سنگینتر است. این فرایند به دلیل این که میون در ایزوتوپ سنگینتر مقیدتر است، به صورت زیر انجام می‌گیرد [۱۰].

$$(d\mu)_{n+t \rightarrow t\mu} + d + \frac{q_{1s}}{n} eV \quad (6)$$

که در آن  $n$  حالت برانگیختگی اتم را مشخص می‌کند. این فرایندها در حالت‌های برانگیخته اتم  $d\mu$  خیلی سریعتر از حالت پایه اتفاق می‌افتند. در ترازهای بسیار برانگیخته که طول عمر کوتاهی دارند، آهنگ این انتقالات از مرتبه  $10^{12} s^{-1}$  است [۱۰] در حالی که این آهنگ در حالت پایه به مقدار  $10^8 s^{-1}$  تا  $10^9 s^{-1}$  کاهش می‌یابد. بنابراین تعدادی از میون‌ها قبل از رسیدن به حالت پایه دوتریوم، به ترتیوم منتقل می‌شوند. احتمال رسیدن میون به حالت پایه دوتریوم، بعد از تشکیل اتمهای  $d\mu$  را با  $q_{1s}$  نشان می‌دهند. مقادیر  $q_{1s}$ ، که هم به صورت نظری و هم به صورت تجربی به دست می‌آیند، با یکدیگر همخوانی ندارند و این به صورت یک مساله و مشکل در  $\mu CF$

$$+ c_d \lambda_a P_\mu$$

$$\frac{dp_{d\mu}(\gamma_p)}{dt} = -(\lambda_{\gamma_p \rightarrow \gamma_s} + \lambda_{\gamma_p \rightarrow 1s} + c_t \lambda_{dt}^{\gamma_p} +$$

$$\lambda_0)P_{d\mu}(\gamma_p) + \lambda_{* \rightarrow \gamma_p} P_{d\mu}^* + \lambda_{\gamma_s \rightarrow \gamma_p} P_{d\mu}(\gamma_s)$$

$$\frac{dp_{d\mu}(\gamma_s)}{dt} = -(\lambda_{\gamma_s \rightarrow \gamma_p} + \lambda_{\gamma_s \rightarrow 1s} + c_t \lambda_{dt}^{\gamma_s} + \lambda_0)P_{d\mu}(\gamma_s)$$

$$+ \lambda_{* \rightarrow \gamma_s} P_{d\mu}^* + \lambda_{\gamma_p \rightarrow \gamma_s} P_{d\mu}(\gamma_p)$$

$$\frac{dp_{d\mu}(\nu_s)}{dt} = -(c_d \lambda_{dd\mu} + c_t \lambda_{dt}^{\nu_s} + \lambda_0)P_{d\mu}(\nu_s) + \lambda_{* \rightarrow \nu_s} P_{d\mu}^* +$$

$$\lambda_{\gamma_p \rightarrow \nu_s} P_{d\mu}(\gamma_p) + \lambda_{\gamma_s \rightarrow \nu_s} P_{d\mu}(\gamma_s) + \lambda_{* \rightarrow d\mu}(\nu_s) P_{dt\mu}^*$$

$$\frac{dp_{dd\mu}}{dt} = -(\lambda_{fd} + \lambda_0)P_{dd\mu} + c_d \lambda_{dd\mu} P_{d\mu}(\nu_s)$$

$$\frac{dp_{t\mu}^*}{dt} = -(\lambda_{* \rightarrow \gamma_p} + \lambda_{* \rightarrow \gamma_s} + \lambda_{* \rightarrow 1s} + \lambda_0)P_{t\mu}^*$$

$$+ c_t \lambda_a P_\mu + c_t \lambda_{dt}^* P_{d\mu}^* + \omega_{t\mu} \lambda_{fd} P_{dd\mu}$$

$$\frac{dp_{t\mu}(\gamma_p)}{dt} = -(\lambda_{\gamma_p \rightarrow \gamma_s} + \lambda_{\gamma_p \rightarrow 1s} + \lambda_0)P_{t\mu}(\gamma_p)$$

$$+ \lambda_{* \rightarrow \gamma_p} P_{t\mu}^* + \lambda_{\gamma_s \rightarrow \gamma_p} P_{t\mu}(\gamma_s) + c_t \lambda_{dt}^{\gamma_p} P_{d\mu}(\gamma_p)$$

$$\frac{dp_{t\mu}(\gamma_s)}{dt} = -(\lambda_{\gamma_s \rightarrow \gamma_p} + \lambda_{\gamma_s \rightarrow 1s} + \lambda_0 + \lambda_{*c_d})P_{t\mu}(\gamma_s)$$

$$+ \lambda_{* \rightarrow \gamma_s} P_{t\mu}^* + \lambda_{\gamma_p \rightarrow \gamma_s} P_{t\mu}(\gamma_p) + c_t \lambda_{dt}^{\gamma_s} P_{d\mu}(\gamma_s)$$

$$\frac{dp_{dt\mu}^*}{dt} = -(\lambda_{* \rightarrow t\mu}(\nu_s) + \lambda_{* \rightarrow d\mu}(\nu_s) + \lambda_f^* + \lambda_0)P_{dt\mu}^* +$$

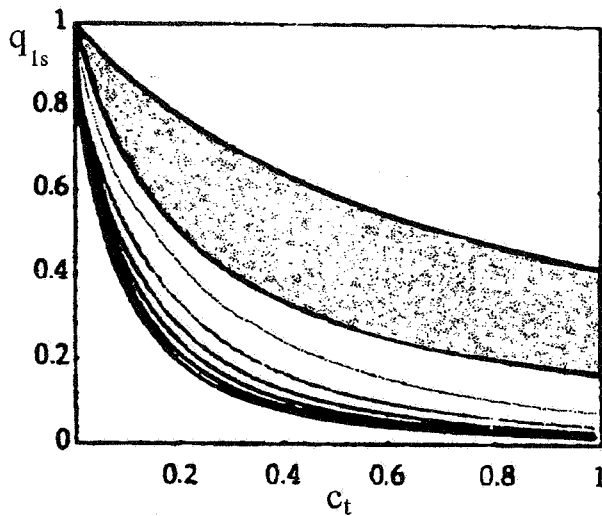
$$\lambda_{*c_d} P_{t\mu}(\gamma_s)$$

$$\frac{dp_{t\mu}(\nu_s)}{dt} = -(c_d \lambda_{dt\mu} + c_t \lambda_{tt\mu} + \lambda_0)P_{t\mu}(\nu_s) +$$

$$\lambda_{* \rightarrow \nu_s} P_{t\mu}^* + \lambda_{\gamma_p \rightarrow \nu_s} P_{t\mu}(\gamma_p) + \lambda_{\gamma_s \rightarrow \nu_s} P_{t\mu}(\gamma_s) +$$

$$c_t \lambda_{dt}^{\nu_s} P_{d\mu}(\nu_s) + \lambda_{* \rightarrow t\mu}(\nu_s) P_{dt\mu}^*$$

$$\frac{dp_{dt\mu}}{dt} = -(\lambda_f + \lambda_0)P_{dt\mu} + c_d \lambda_{dt\mu} P_{t\mu}(\nu_s)$$



شکل ۲. نمودار مقایسه بین نتایج محاسبه شده و نتایج تجربی (ناحیه سایه خورده) برای پارامتر  $q_{1s}$  که در مرجع [۲] ارایه شده است به صورت تابعی از  $c_t$  در چگالیهای  $0/1$  تا  $1/2$  (از بالا به پایین).

کمیت دیگری که معرفی می شود، کسر جمعیت رسیده به حالت  $d\mu(1s)$  است که به صورت زیر به دست می آید:

$$P_{1s} = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{\rho_{d\mu(1s)}}{\rho_a} \quad (10)$$

که در آن داریم:

$$\rho_a = \int_0^{\tau} P_{\mu}(t) \lambda_a dt \quad (11)$$

$\rho_a$  عبارت است از کل جمعیت تشکیل شده در اتمهای میون دار تا زمان  $\tau$  مشاهده می شود که ارتباط بین  $P_{1s}$  و  $q_{1s}$  به صورت زیر است:

$$q_{1s} = \frac{P_{1s}}{c_d} \quad (12)$$

نکته حایز اهمیت این است که این تعاریف برای چرخه های فاقد حالت شبه پایدار مولکول  $d\mu$  ارایه شده اند.

اکنون به بررسی تعاریف پارامترهای  $q_{1s}$  و  $P_{1s}$  برای چرخه حاوی حالت شبه پایدار می پردازیم. با توجه به این که با در نظر گرفتن حالت شبه پایدار، درصدی از میون های موجود در شاخه تریتیوم به حالت پایه دوتریوم منتقل می شوند، وجود این حالت احتمال رسیدن میون به حالت پایه دوتریم را افزایش می دهد. این موضوع مستقل از پدیده انتقال میون از دوتریوم به

مطرح بوده است (شکل ۲) [۵].

ما نیز براساس حل سینماتیک چرخه  $\mu CF$  روشی برای به دست آوردن پارامتر  $q_{1s}$  ارایه کرده ایم. میون های ورودی به محیط  $D/T$  با گذشت زمان بارها چرخه را طی می کنند و در نهایت واپاشی می کنند. اگر تعداد کل جمعیت رسیده به حالت  $d\mu(1s)$  را در طی این زمان حساب کنیم و بر کل جمعیت رسیده به اتمهای برانگیخته  $d\mu$  در همین زمان تقسیم کنیم، همان مفهوم  $q_{1s}$  را خواهد داشت. جمعیت رسیده به یک حالت مشخص، مثل  $n$ ، به طور کلی از حالت های دیگر، مثل  $f$ ، حاصل می شود. پس برای محاسبه کل این جمعیت تا زمان  $\tau$  داریم:

$$\rho_n = \sum_f \int_0^{\tau} P_f(t) \lambda_{f \rightarrow n} dt \quad (7)$$

که در آن  $P_f(t)$  جمعیت لحظه ای هر حالت  $f$  و  $\rho_n$  جمعیت رسیده به حالت  $n$  تا زمان  $\tau$  است.

به عنوان مثال اگر از چرخه شکل ۱ بدون حالت شبه پایدار استفاده شود، جمعیت رسیده به حالت  $d\mu(1s)$  از رابطه زیر به دست می آید.

$$\rho_{d\mu(1s)} = \int_0^{\tau} \sum_i P_{d\mu^i}(t) \lambda_{i \rightarrow 1s} dt + \int_0^{\tau} P_{d\mu(\gamma p)}(t) \lambda_{\gamma p \rightarrow 1s} dt + \int_0^{\tau} P_{d\mu(\gamma s)}(t) \lambda_{\gamma s \rightarrow 1s} dt \quad (8)$$

که در آن  $i$  معرف ترازهای برانگیخته  $n \geq 3$  اتم  $d\mu$  است.

جمعیت لحظه ای هر حالت  $P_f(t)$  از سینماتیک  $\mu CF$  و حل دستگاه معادلات (۵) به دست می آید. پس برای پارامتر  $q_{1s}$  داریم:

$$q_{1s} = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{\rho_{d\mu(1s)}}{\rho_a^{d\mu}} \quad (9)$$

که در آن  $\rho_a^{d\mu} = \int_0^{\tau} P_{\mu}(t) c_d \lambda_a dt$  است.  $\tau \rightarrow \infty$  را می توان زمانی به اندازه کافی بزرگ در نظر گرفت که تا آن زمان همه میون ها واپاشی کرده باشند. در این مقاله زمان  $1s = \tau$  به عنوان زمان بینهایت نسبت به عمر متوسط میون ( $\sim 2/2 \mu s$ ) در نظر گرفته شده است. به این ترتیب مقدار  $q_{1s}$  به طور مستقیم محاسبه می شود. نتایج محاسبات مقدار  $q_{1s}$ ، به صورت تابعی از  $c_t$  در شکل ۳ نشان داده شده است. مشاهده می شود که نتایج محاسبات ما نیز نسبت به نتایج تجربی کمتر به دست آمده است.

چسبیدن میون به ذره  $\alpha$  حاصل از همجوشی است. احتمال انجام این فرایند با عنوان ضریب چسبندگی ذاتی به کار می‌رود و با  $\omega$  نشان داده می‌شود [۱ و ۱۱]. علاوه بر این در اثر برخورد ذره  $\alpha\mu$  با اتمهای محیط، میون چسبیده می‌تواند دوباره آزاد شود. احتمال آزادسازی با پارامتر R مشخص می‌شود، به طوری که ضریب چسبندگی موثر از رابطه زیر به دست می‌آید [۱۲]:

$$\omega = \omega_0(1-R) \quad (13)$$

از آنجایی که در مخلوط سوخت D/T سه نوع همجوشی متفاوت با ضرایب چسبندگی مختلف انجام می‌شود، می‌توان پارامتری تحت عنوان ضریب چسبندگی کل معرفی کرد که در مجموع نحوه اثر و سهم هر یک از چسبندگیها را در چرخه نشان دهد. این پارامتر توسط جونز به صورت زیر مشخص شده است [۱۳]:

$$w = \omega_s + \frac{c_d q_{1s}}{\lambda_{dt} c_t + \lambda_{dd} c_d} \left( \frac{0.5 \lambda_{dd} c_d \omega_d}{\lambda_{dt} c_t + \lambda_{dd} c_d} \right) + \frac{1}{\lambda_{dt} c_d} (\lambda_{tt} c_t \omega_t) \quad (14)$$

که در آن  $\omega_s$ ،  $\omega_t$  و  $\omega_d$  ضرایب چسبندگی موثر به ترتیب بعد از همجوشی در مولکولهای  $dt\mu$ ،  $tt\mu$  و  $dd\mu$  است و خود آنها نیز به چگالی محیط ( $\phi$ ) وابسته هستند [۱۴].

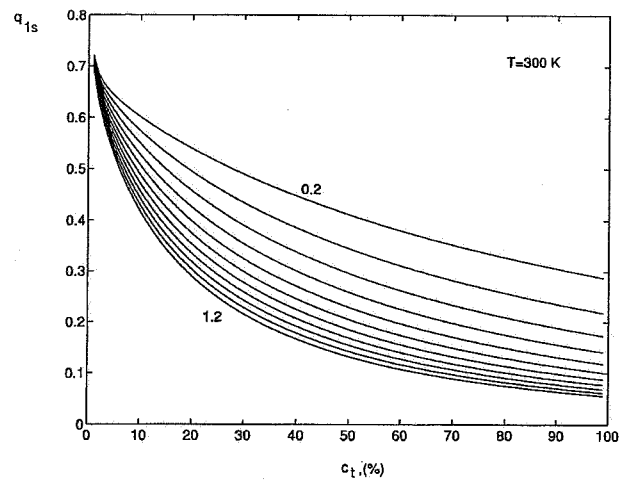
با توجه به این که در این رابطه منظور از  $c_d q_{1s}$ ،  $P_{1s}$  بوده است؛ لذا بهتر است در رابطه (۱۴) مستقیماً از مفهوم اصیل تر  $P_{1s}$  استفاده شود و مقدار چسبندگی کل را، یا محاسبه مقدار  $P_{1s}$  از سینماتیک چرخه، به دست آورد. رابطه شامل تقریبهایی است که در ادامه به آن می‌پردازیم.

پارامتر مهم دیگر آهنگ چرخه ( $\lambda_c$ ) است که عبارت است از تعداد دفعاتی که میون می‌تواند در واحد زمان چرخه را طی نماید. یکی از راههای محاسبه این کمیت استفاده از پارامتر بهره چرخش میون ( $\chi$ ) است. این پارامتر تعداد همجوشیهای انجام شده توسط یک میون را نشان می‌دهد [۱ و ۱۱].

$$\chi = \left( \frac{\lambda_c}{\lambda_c + w} \right)^{-1} \quad (15)$$

این پارامتر را می‌توانیم توسط حل سینماتیک چرخه مستقیماً از رابطه زیر

$$\chi = \frac{\int_0^{\infty} \sum_{ij} \lambda_{f_{ij}} p_{ij\mu} dt}{P_{\mu}(0)}$$



شکل ۳. نمودار تغییرات مقدار پارامتر  $q_{1s}$  بر حسب غلظت تریتیوم و در چگالیهای مختلف از  $0/2$  تا  $1/2$  ( $\phi$  از بالا به پایین)، که در این تحقیق محاسبه شده است.

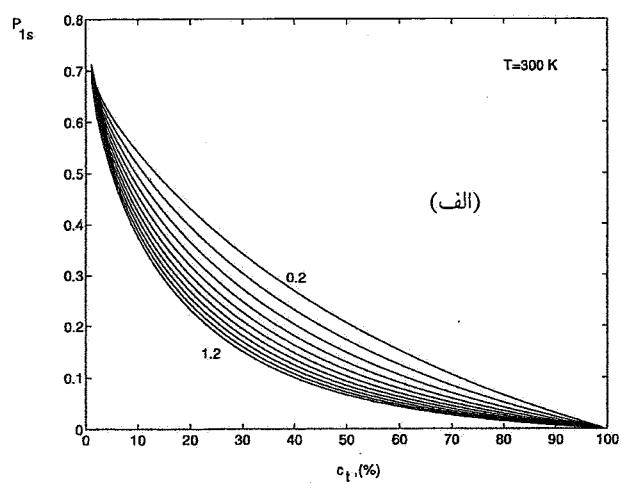
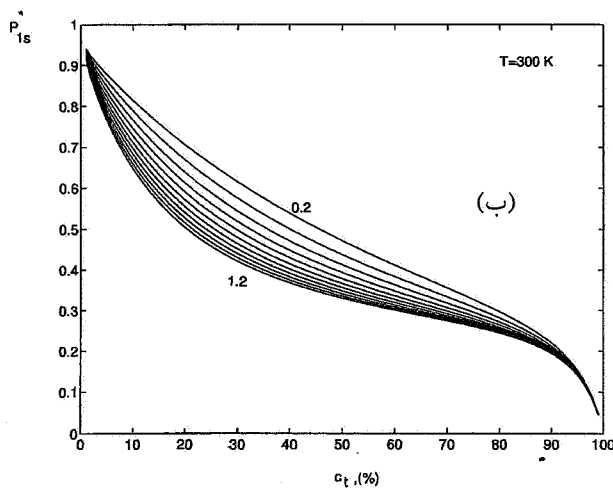
تریتیوم در ترازهای برانگیخته دوتریوم است. لذا ممکن است میونی در ابتدا در یک اتم تریتیوم مقید شود، ولی در نهایت توسط مکانیزم مسیر جانبی حالت شبه پایدار، به حالت  $d\mu(1s)$  برسد. بنابراین تعریف قبلی  $q_{1s}$  اعتبار نخواهد داشت. به عبارت دیگر رابطه (۱۲) دیگر برقرار نیست و نمی‌توان  $P_{1s}$  را با ضرب کردن غلظت دوتریوم در  $q_{1s}$  به دست آورد. اما  $P_{1s}$  هنوز مفهوم خود را دارد و می‌توان در چرخه حاوی حالت شبه پایدار از رابطه (۱۰) استفاده کرد، به شرط این که در نوشتن صورت کسر از رابطه (۸) برای  $\rho_{d\mu(1s)}$  جمله  $\int_0^{\tau} P_{dt\mu}^*(t) \lambda_{* \rightarrow d\mu(1s)} dt$  به باقی جملات اضافه شود.

بنابراین برای محاسبه کمیت‌های دیگری مثل  $\lambda_c$  و  $w$  که در قسمتهای بعدی معرفی می‌شوند، می‌توان  $P_{1s}$  را مستقیماً از حل سینماتیک چرخه به دست آورد. شکل ۴ مقادیر به دست آمده برای کسر جمعیت رسیده به حالت  $d\mu(1s)$  را در دو چرخه حاوی حالت شبه پایدار ( $P_{1s}^*$ ) و فاقد آن ( $P_{1s}$ ) نسبت به  $c_t$  نشان می‌دهد. مشاهده می‌گردد که وجود حالت شبه پایدار، همان طور که انتظار داریم، مقادیر  $P_{1s}$  را افزایش داده است. شایان ذکر است که مقادیر آهنگ واکنشهایی که در حل معادلات سینماتیکی استفاده کرده‌ایم در جدول ۱ ارایه شده‌اند.

۴. اثر حالت شبه پایدار مولکول  $dt\mu$  در ضریب چسبندگی کل یکی از عوامل محدودکننده بهره همجوشی کاتالیزور میونی،

جدول ۱ مقادیر ثابتهای سینماتیکی چرخه همجوشی کاتالیزور میونی. تمام آنها نسبت به چگالی هیدروژن مایع نرمالیزه هستند

مقدار	نماد	فرایند
$4/545 \times 10^5 s^{-1}$ [۱۸]	$\lambda_0$	آهنگ واپاشی میون
$3/9 \times 10^{12} s^{-1}$ [۱۸]	$\lambda_a$	آهنگ تشکیل اتمهای میوندار در حالت‌های بسیار برانگیخته
[۳]	$\lambda_{i \rightarrow f}$	آهنگ وانگیخته شدن اتمهای میوندار $d\mu$ و $t\mu$
$2/8 \times 10^8 s^{-1}$ [۱۸]	$\lambda_{dt}$	آهنگ انتقال میون در حالت پایه
[۱۹]	$\lambda_{dt}^*$	آهنگ انتقال میون از حالت‌های برانگیخته
$2/6 \times 10^6 s^{-1}$ [۱۷]	$\lambda_{dd\mu}$	آهنگ تشکیل مولکولهای میوندار در دمای $300^\circ K$
$0/7 \times 10^8 s^{-1}$ [۴]	$\lambda_{dt\mu-d}$	
$4/7 \times 10^8 s^{-1}$ [۴]	$\lambda_{dt\mu-t}$	
$1/8 \times 10^6 s^{-1}$ [۱۸]	$\lambda_{tt\mu}$	
$1 \times 10^{11} s^{-1}$ [۷]	$\lambda_*$	
$1 \times 10^{11} s^{-1}$ [۷]	$\lambda_{* \rightarrow 1s}^{d\mu}$	آهنگ تجزیه شدن مولکول شبه پایدار
$0/11 \times 10^{11} s^{-1}$ [۷]	$\lambda_{* \rightarrow 1s}^{t\mu}$	
$0/31 \times 10^9 s^{-1}$ [۱۸]	$\lambda_{fd}$	آهنگ همجوشی
$1/2 \times 10^{12} s^{-1}$ [۱۸]	$\lambda_f$	
$1/5 \times 10^7 s^{-1}$ [۱۸]	$\lambda_{ft}$	
$5 \times 10^8 s^{-1}$ [۱۵]	$\lambda_{f*}$	
$0/12$ [۱۸]	$\omega_d$	ضریب چسبندگی مؤثر
$0/43$ [۱۶]	$\omega_s$	
$0/14$ [۱۸]	$\omega_t$	



شکل ۴. نمودار تغییرات مقدار  $P_{1s}$  به صورت تابعی از غلظت تریتیوم در دو چرخه فاقد حالت شبه پایدار (الف) و چرخه حاوی حالت شبه پایدار (ب) در چگالیهای  $0/2$  تا  $1/2$   $\phi$  (از بالا به پایین)، در دمای  $300^\circ K$ .

$$P_{d \text{ } \lambda s}^* = \frac{c_d \lambda_{dd\mu} \cdot \omega_{\Delta}}{c_d \lambda_{dd\mu} + c_t \lambda_{dt}} \omega_d$$

احتمال چسبیدن میون به ذره

α حاصل از همجوشی در

مولکول  $dd\mu$

(۱۶)

$$P_{t \text{ } \lambda s}^* = \frac{c_d \lambda_{dt\mu} \omega_s + c_t \lambda_{tt\mu} \omega_t}{c_d \lambda_{dt\mu} + c_t \lambda_{tt\mu}}$$

احتمال چسبیدن میون به ذره

α حاصل از همجوشی در

مولکولهای  $dt\mu$  و  $tt\mu$

(۱۷)

$$P_{t \text{ } \gamma s}^* = \frac{c_d \lambda_{*4/48 \times 10^{-3}}}{c_d \lambda_{*} + \lambda_{\gamma s \rightarrow \lambda s}} \omega_s^*$$

احتمال چسبیدن میون به ذره

α حاصل از همجوشی در

مولکول  $dt\mu^*$

(۱۸)

که در آن  $P_{(1)}^*$  کسر جمعیت رسیده به حالتیهای مورد نظر با استفاده از چرخه حاوی مولکول شبه پایدار و  $\omega_s^*$  ضریب چسبندگی موثر بعد از همجوشی در مولکول  $dt\mu^*$  است. همچنین احتمال انجام همجوشی در مولکول شبه پایدار  $4/48 \times 10^{-3}$  است. پس داریم:

$$w^* = P_{d \text{ } \lambda s}^* \frac{c_d \lambda_{dd\mu} \cdot \omega_{\Delta}}{c_d \lambda_{dd\mu} + c_t \lambda_{dt}} \omega_d + P_{t \text{ } \lambda s}^* \frac{c_d \lambda_{dt\mu} \omega_s + c_t \lambda_{tt\mu} \omega_t}{c_d \lambda_{dt\mu} + c_t \lambda_{tt\mu}}$$

$$+ P_{t \text{ } \gamma s}^* \frac{c_d \lambda_{*4/48 \times 10^{-3}}}{c_d \lambda_{*} + \lambda_{\gamma s \rightarrow \lambda s}} \omega_s^*$$

(۲۰)

که در آن  $w^*$  ضریب چسبندگی کل با در نظر گرفتن اثرات مولکول شبه پایدار و بدون تقریب است. لازم به ذکر است که اگر در رابطه فوق اثر مربوط به مولکول شبه پایدار را حذف کنیم و در حالتی که مقادیر  $c_d$  و  $c_t$  خیلی کم و یا خیلی نزدیک به یک نباشد تقریبهای  $c_d \lambda_{dt\mu} \ll c_t \lambda_{tt\mu}$  و  $P_{t \text{ } \lambda s}^* \approx 1$  را به کار ببریم داریم:

$$w = \omega_s + \frac{P_{d \text{ } \lambda s}}{\lambda_{ct} c_t + \lambda_{dd\mu} c_d} (\omega_{\Delta} \lambda_{dd\mu} c_d \omega_d)$$

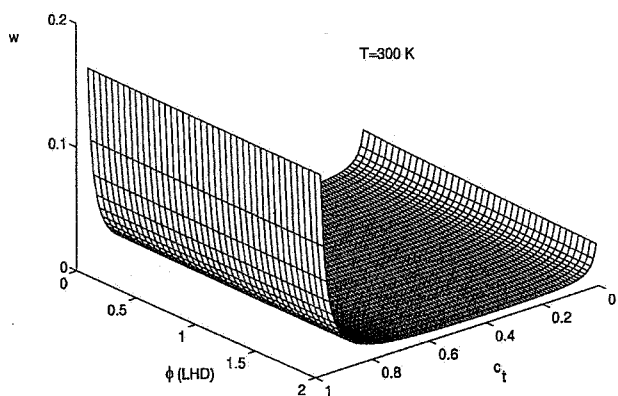
که در آن  $i$  و  $j$  معرف ایزوتوپهای هیدروژن  $(d, t)$  است محاسبه کنیم.

از طرفی  $w$  نیز مستقیماً از رابطه (۱۴) با استفاده از مقدار  $P_{\lambda s}$  به دست می‌آید. سپس  $\lambda_c$  از معادله (۱۵) محاسبه می‌شود. مقادیر ضریب چسبندگی کل و آهنگ چرخه با در نظر گرفتن حالت شبه پایدار در چگالیها و غلظتهای مختلف و برای دماهای مختلف را به دست آورده‌ایم که یک نمونه از آن در دمای  $300 \text{ K}$  در شکلهای ۵ و ۶ نشان داده شده است.

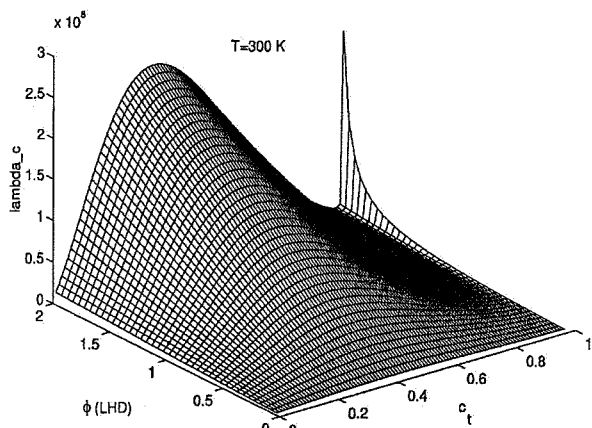
مشاهده می‌گردد یک لبه برگشته به سمت بالا در نمودارهای پارامتر  $\lambda_c$  در غلظتهای زیاد تریتیم و چگالیهای بزرگ به دست می‌آید. بروز این افزایش ناگهانی در آهنگ چرخه؛ آن هم در جایی که انتظار می‌رود که با کاهش نقش مولکول  $dt\mu$  در همجوشیهای چرخه، شاهد کاهش آهنگ چرخه باشیم؛ ناشی از افزایش بیش از انتظار ضریب چسبندگی کل در این شرایط است. این افزایش در حقیقت ناشی از تقریبهایی است که در رابطه (۱۴) به کار برده شده است که در ادامه به آن می‌پردازیم. همچنین می‌دانیم که همجوشی در حالت شبه پایدار با آهنگ  $5 \times 10^{-8} \text{ s}^{-1}$  انجام می‌شود [۱۵]. نکته قابل تامل این است که آیا هنوز می‌توان از رابطه (۱۴) با فرض وجود مولکول شبه پایدار استفاده کرد؟ در غیر این صورت چگونه می‌توان اثرات این حالت را روی این پارامتر به دست آورد؟ یا توجه به مطالب فوق ما در ادامه این مقاله به استخراج کامل ضریب چسبندگی کل و تصحیح آن پرداخته‌ایم.

برای محاسبه ضریب چسبندگی کل باید سهم چسبندگی میون به ذره  $\alpha$  ناشی از همجوشی در مولکولهای مختلف  $dd\mu$ ،  $dt\mu$  و  $tt\mu$  را در نظر گرفت. این سهم شامل حاصل ضرب احتمال تشکیل مولکول میون‌دار در احتمال انجام همجوشی، که منجر به تولید ذره  $\alpha$  می‌شود، در ضریب چسبندگی موثر آن همجوشی است.

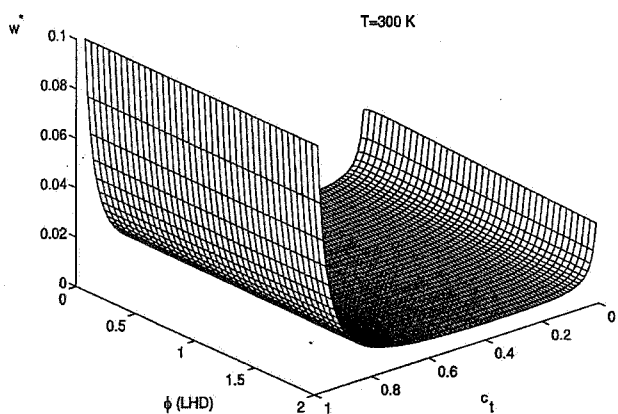




شکل ۵. نمودار تغییرات ضریب چسبندگی کل با استفاده از فرمول (۱۴) به صورت تابعی از غلظت تریتیوم ( $c_t$ ) و چگالی ( $\phi$ )، برای چرخه حاوی حالت شبه پایدار، در دمای ۳۰۰ K.



شکل ۶. نمودار تغییرات پارامتر آهنگ چرخه ( $\lambda_c$ ) به صورت تابعی از غلظت تریتیوم ( $c_t$ ) و چگالی ( $\phi$ )، برای چرخه حاوی حالت شبه پایدار، در دمای ۳۰۰ K.



شکل ۷. نمودار تغییرات ضریب چسبندگی کل با استفاده از فرمول (۲۰) به صورت تابعی از غلظت تریتیوم ( $c_t$ ) و چگالی ( $\phi$ )، برای چرخه حاوی حالت شبه پایدار، در دمای ۳۰۰ K.

$$+ \frac{1}{\lambda_{dt\mu} c_d} (\lambda_{tt\mu} c_t \omega_t) \quad (21)$$

و این همان رابطه (۱۴) است. شایان ذکر است که معادله (۲۰) معادله اصلی ضریب چسبندگی کل است و بدون هیچ گونه تقریبی به دست آمده است. به همین دلیل این معادله برای تمام مقادیر  $c_t$  و  $c_d$  جواب درستی می‌دهد و هر گونه تقریبی که بخواهیم اعمال کنیم باید روی آن معادله انجام شود.

نمودار شکل‌های ۵ و ۶ بار دیگر با استفاده از رابطه (۲۰) رسم شده‌اند. نتایج حاصله در شکل‌های ۷ و ۸ نشان می‌دهد که اولاً  $w^*$  در غلظت‌های زیاد تریتیوم افزایش کمتر و آهسته‌تری دارد، ثانیاً مقدار  $\lambda_c$  در چگالی‌ها و غلظت‌های بالای تریتیوم نه تنها افزایش ناگهانی ندارد، بلکه مطابق انتظار، کاهش پیدا می‌کند. به عبارت دیگر فرمول جونز (معادله ۲۱) برای ضریب چسبندگی کل فقط تحت شرایطی که  $c_t$  یا  $c_d$  نزدیک به مقدار صفر یا یک نباشند صادق است و در غلظت‌های حدی دوتریوم و تریتیوم نزدیک به یک یا صفر باید از رابطه (۲۰) استفاده کرد.

همچنین اگر از غلظت‌های دوتریوم و تریتیوم در شرایط حدی نزدیک به صفر یا یک استفاده نشود رابطه (۲۰) می‌تواند به صورت زیر نوشته شود.

$$w^* = P_{d1s}^* \frac{c_d \lambda_{dd\mu} \omega / \omega \lambda}{c_d \lambda_{dd\mu} + c_t \lambda_{dt}} \omega_d + P_{t1s}^* \omega_s + P_{t1s}^* \frac{c_t \lambda_{tt\mu} \omega_t}{c_d \lambda_{dt\mu}} + P_{t2s}^* (4/48 \times 10^{-3}) \omega_s^* \quad (22)$$

زیرا علاوه بر  $c_t \lambda_{tt\mu} < c_d \lambda_{dd\mu}$  داریم  $\lambda_{ts} < \lambda_{ds}$  حال رابطه (۲۲) می‌تواند با رابطه جونز (۲۱) که بدون در نظر گرفتن حالت مولکول شبه پایدار در همین شرایط به دست آمده است، مورد مقایسه قرار گیرد. برای این منظور لازم است کمیت‌های  $P_{d1s}$ ،  $P_{t1s}$ ،  $P_{t2s}$  که به ترتیب کسر جمعیت‌های رسیده به حالت‌های  $\mu(1s)$ ،  $\mu(2s)$  و  $\mu(1s)$  هستند، به ازای غلظت‌های مختلف تریتیوم از رابطه مشابه (۱۰) محاسبه شوند و با مقادیر مشابه در حالت چرخه شامل مولکول شبه پایدار ( $P_{d1s}^*$ ،  $P_{t1s}^*$  و  $P_{t2s}^*$ ) مقایسه شوند. شکل ۹ نشان می‌دهد که:

حال می توان با استفاده از این نتایج، رابطه (۲۲) را مورد بررسی قرار داد.

اولاً از جمله آخر در این رابطه می توان نسبت به جملات دیگر صرف نظر کرد. زیرا  $P_{t2s}^*$  کوچکتر از  $P_{d1s}^*$  و  $P_{t1s}^*$  است و  $\omega_s^*$  که ضریب چسبندگی موثر بعد از همجوشی در مولکول است،  $d\mu^*$  است، کوچکتر از دیگر ضرایب چسبندگی  $\omega_t$  و  $\omega_d$  است [۱۶]. پس اگر  $P_{t2s}^* \omega_s^*$  در یک ضریب  $4/48 \times 10^{-3}$  ضرب شود نسبت به جملات دیگر، کمتر از مرتبه یک هزارم است که می توان از آن صرف نظر کرد. از طرفی  $P_{t1s}^*$  و  $P_{d1s}^*$  تقریب بسیار خوبی برابر هستند و در محدوده غلظتهای تریتیوم بالاتر از  $0/1 > c_t$  می توان آن را برابر با یک در نظر گرفت.

به این ترتیب رابطه (۲۲) را به صورت زیر می توان تقریب زد:

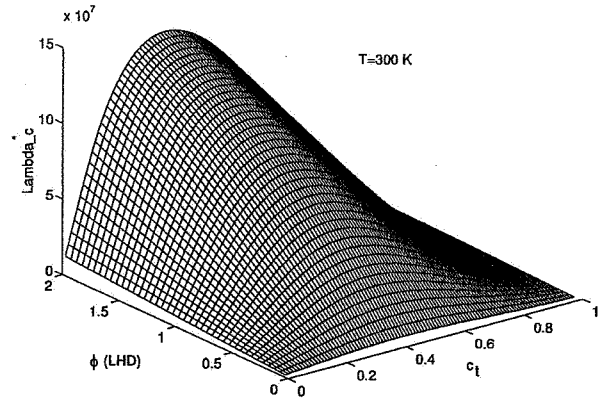
$$w^* = \omega_s + \frac{P_{d1s}^*}{\lambda_{dt}c_t + \lambda_{dd\mu}c_d} \left( \frac{0/58\lambda_{dd\mu}c_d\omega_d}{\lambda_{dt}c_t + \lambda_{dd\mu}c_d} \right) + \frac{\lambda_{tt\mu}c_t\omega_t}{c_d\lambda_{dt\mu}} \quad (23)$$

که از نظر شکل با رابطه جونز (۲۱) یکی است. پس تنها اثری که در نظر گرفتن مولکول شبه پایدار روی ضریب چسبندگی کل در شرایط ذکر شده روی  $c_t$  و  $c_d$  دارد، تغییر در مقدار  $P_{d1s}$  است که بزرگتر شده و باعث افزایش ضریب چسبندگی کل می گردد.

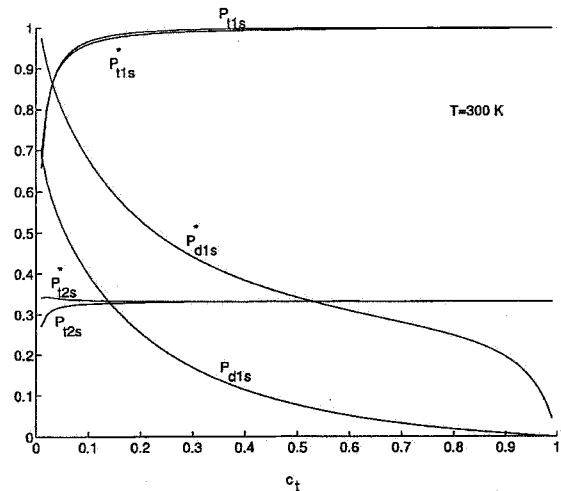
۵. اثر حالت شبه پایدار روی آهنگ چرخه  $(\lambda_c)$  و بهره چرخش میون  $(\chi)$

علاوه بر پارامتر  $q_{1s}$ ، که با نتایج تجربی در توافق نیست و در قسمت قبل با در نظر گرفتن حالت شبه پایدار توصیف شد، پارامترهای  $\lambda_c$  و  $\chi$  نیز با نتایج تجربی تطابق ندارند [۳ و ۱۳]. در ادامه این مقاله تاثیر حالت شبه پایدار را در مقادیر آهنگ چرخه و بهره چرخش میون بررسی کرده ایم.

با استفاده از حل معادلات سینماتیکی چرخه حاوی حالت شبه پایدار و ضریب چسبندگی کل، مقدار  $\lambda_c$ ، برای نمونه در شرایط  $300\text{ K}$  و چگالی  $\phi = 1/2$  که نتایج تجربی برای آن در دسترس بوده است [۳]، به صورت تابعی از  $c_t$  به دست آمده است. نتایج در نمودار شکل ۱۰ با نتایج به دست آمده از چرخه فاقد حالت شبه پایدار و نقاط تجربی مقایسه شده است. مشاهده می گردد، علاوه بر این که مقدار  $\lambda_c$  با در نظر گرفتن حالت شبه پایدار کاهش پیدا می کند، مقدار آن به نتایج تجربی نزدیکتر می شود.

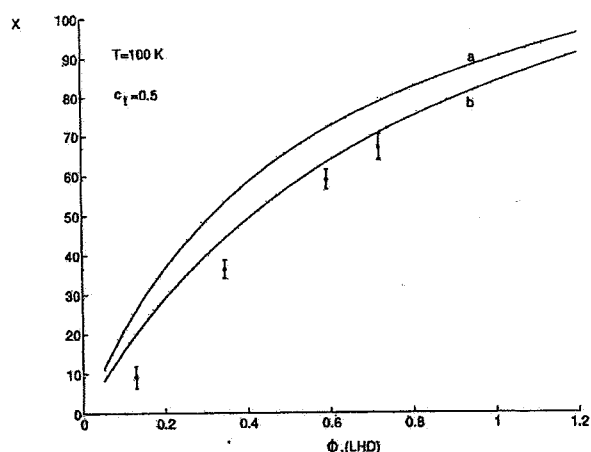


شکل ۸. نمودار تغییرات پارامتر آهنگ چرخه  $(\lambda_c)$  به صورت تابعی از غلظت تریتیوم  $(c_t)$  و چگالی  $(\phi)$ ، برای چرخه حاوی حالت شبه پایدار، براساس رابطه (۲۰) در دمای  $300\text{ K}$ .



شکل ۹. مقایسه مقادیر کسر جمعیت رسیده به حالت های  $d\mu(1s)$  و  $\mu(2s)$  در دو حالت بدون در نظر گرفتن مولکول شبه پایدار  $(P_{t1s}^*, P_{d1s}^*, P_{t2s}^*, P_{d2s}^*)$  و با در نظر گرفتن مولکول شبه پایدار  $(P_{t1s}, P_{d1s}, P_{t2s}, P_{d2s})$  به ازای چگالی  $\phi = 1$ .

- ۱- مقدار  $P_{t1s}$  و  $P_{t1s}^*$  بسیار نزدیک به یکدیگر به دست می آیند.
- ۲- مقدار  $P_{t1s}$  و  $P_{d1s}^*$  در حقیقت به ازای  $0/1 > c_t$  به یک می رسند.
- ۳- مقدار  $P_{d1s}^*$  از مقدار  $P_{d1s}$  بزرگتر به دست می آید که به دلیل مسیر برگشتی جمعیت به حالت  $d\mu(1s)$  از طریق مولکول شبه پایدار است.
- ۴- مقدار  $P_{t2s}^*$  که با در نظر گرفتن حالت مولکول شبه پایدار در رابطه کلی ضریب چسبندگی ظاهر می شود کمتر از دیگر کسر جمعیتهاست.



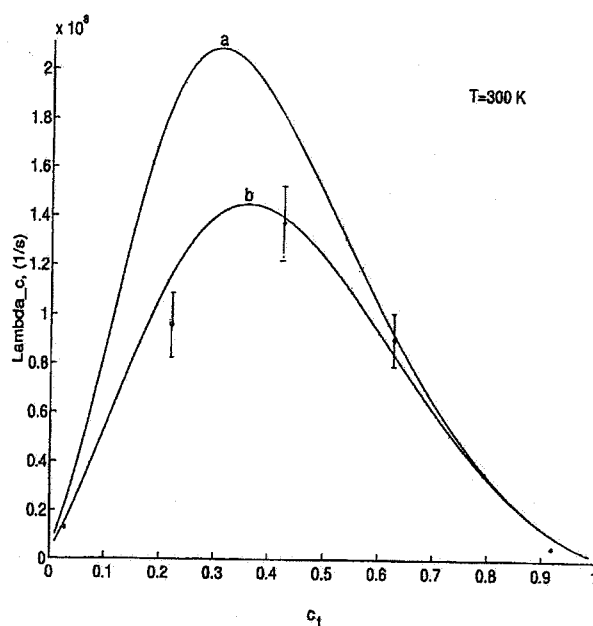
شکل ۱۱. نمودار مقایسه بین مقادیر به دست آمده برای بهره چرخش میون ( $X$ ) از چرخه حاوی حالت شبه پایدار (b) و چرخه فاقد آن (a) و مقایسه با نتایج تجربی مرجع [۱۳] در چگالیهای مختلف، در دمای ۱۰۰ K و غلظت تریتیوم  $c_1 = 0.5$ .

بنابراین سه پارامتر مهم که می‌توانند نقش اساسی در بهره همجوشی داشته باشند چگالی محیط، دما و غلظت نسبی تریتیوم و دوتریوم است که برای رسیدن به بهره انرژی بیشینه باید مقدار این سه پارامتر به طور بهینه تعیین گردد.

محاسبات ما که بعضی از نتایج آن در شکل‌های ۷ و ۸ ارایه شده است نشان می‌دهد که افزایش چگالی علاوه بر کاهش ضریب چسبندگی کل موجب افزایش آهنگ تشکیل اتمی و مولکولی شده و در نهایت آهنگ چرخه و بهره چرخش میون را افزایش می‌دهد. پس این پارامتر در حد امکانات تکنولوژیکی هر اندازه بیشتر باشد بهره انرژی بیشتری را به دست خواهد داد.

برای تعیین شرایط بهینه دما و غلظت نسبی ایزوتوپهای هیدروژن، آهنگ چرخه ( $\lambda_c$ ) و بهره چرخش میون ( $X$ ) را براساس چرخه کاملتر که شامل مولکول شبه پایدار است در دماهای مختلف به صورت تابعی از غلظت تریتیوم محاسبه و در شکل‌های ۱۲ و ۱۳ رسم کرده‌ایم. مشاهده می‌گردد که افزایش دما به خصوص از دماهای ۴۰۰ K تا ۶۰۰ K باعث افزایش بهره همجوشی می‌شود که دلیل آن را می‌توان به صورت زیر توضیح داد.

در دماهای ۲۰۰ K و ۳۰۰ K، گرچه شاهد کاهش تولید مولکول شبه پایدار هستیم [۷]، اما افزایش تولید مولکولهای  $dd\mu$  و  $dt\mu$  نیز وجود دارد [۱۷] در حالی که افزایش چشمگیری در تولید مولکول  $dt\mu$  رخ نمی‌دهد [۴] و در نتیجه تعداد همجوشیها در این دماها نزدیک به منحنی ۱۰۰ K باقی



شکل ۱۰. نمودار مقایسه‌ای بین نتایج به دست آمده از چرخه حاوی حالت شبه پایدار (b) و چرخه فاقد آن (a) برای پارامتر آهنگ چرخه ( $\lambda_c$ ) و مقایسه با نتایج تجربی مرجع [۳] در دمای ۳۰۰ K و چگالی  $\phi = 1/2$ .

همچنین پارامتر بهره چرخش میون ( $X$ ) نیز برای چرخه‌های حاوی حالت شبه پایدار و فاقد آن در نمودار شکل ۱۱ مقایسه شده است. این شکل نیز برای دمای ۱۰۰ K که نتایج تجربی در آن در دسترس بوده است [۱۳] رسم شده است. نمودار شکل ۱۱ نشان می‌دهد که مقدار  $X$  با در نظر گرفتن حالت شبه پایدار کاهش می‌یابد و به نتایج تجربی نزدیکتر می‌شود.

### ۶. تعیین شرایط بهینه همجوشی کاتالیزور میونی

در قسمتهای قبل نشان دادیم که در نظر گرفتن مولکول شبه پایدار می‌تواند در مقادیر چسبندگی کل و بهره چرخش میون اثر داشته باشد که به صورت افزایش چسبندگی کل و کاهش در مقادیر  $\lambda_c$  و  $X$  به دست آمد. باید توجه داشت که آهنگ تشکیل مولکول شبه پایدار نسبت به دما متغیر است [۷]. همچنین آهنگ بعضی از فرایندهای درگیر در همجوشی کاتالیزور میونی (شکل ۱) از جمله تشکیل مولکول  $dd\mu$  و  $dt\mu$  نیز به دما وابسته هستند [۴ و ۱۷]. پارامتر دیگری که در آهنگ واکنشهای درگیر در همجوشی نقش موثری دارد چگالی محیط است [۱]. از طرفی غلظتهای تریتیوم و دوتریوم نیز در مقدار بهره چرخش میون و آهنگ چرخه موثر است که در معادلات سینماتیکی (۵) مشخص است.

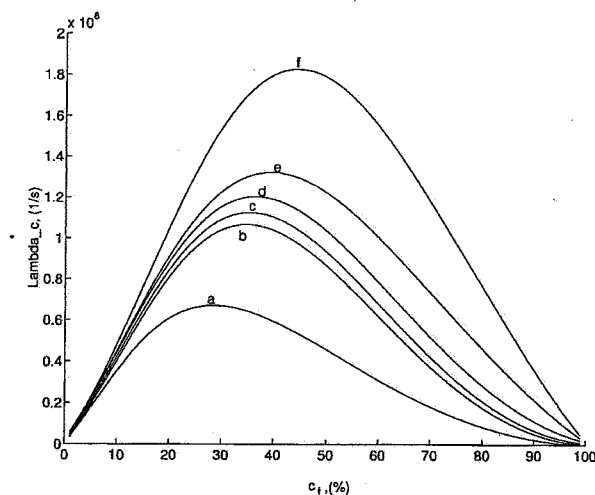
تولید و همجوشی کم و چسبندگی زیاد دارند کاهش می‌یابد. همچنین با کاهش تولید مولکولهای شبه پایدار در دماهای بالا، اثر منفی این مولکول بر بهره همجوشی کاهش می‌یابد. مشاهده می‌گردد که در دماهای مختلف شرایط بهینه روی  $c_1$  برای رسیدن به بیشینه مقدار  $\lambda_c$  یا  $\chi$  فرق می‌کند. با افزایش دما به ازای دمای کارکرد مورد نظر می‌توان از روی نمودار،  $c_1$  بهینه را به دست آورد. با افزایش دما مقدار بهینه  $c_1$  افزایش می‌یابد.

### ۷. نتیجه

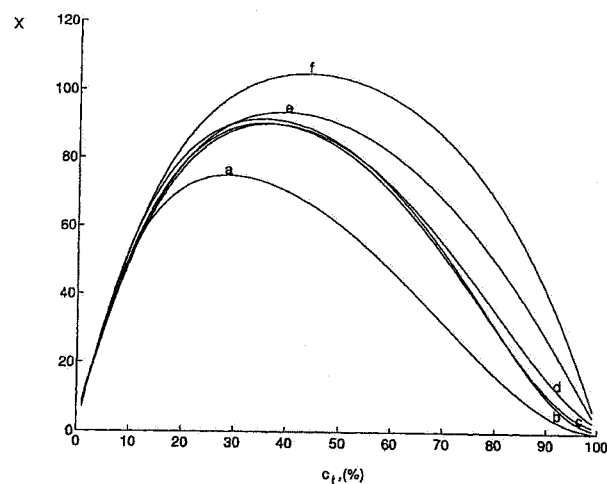
در این مقاله ابتدا معادلات سینماتیکی حاکم بر چرخه همجوشی کاتالیزور میونی با فرض وجود حالت شبه پایدار ارائه شد. این معادلات یک دستگاه معادلات دیفرانسیل جفت شده خطی هستند که به روش ماتریسی حل شده‌اند [۹]. مزیت این روش بر روشهای عددی حل معادلات دیفرانسیل، مثل روش اجزا محدود، در این است که شکل کلی جواب به طور تحلیلی مشخص است و کافی است با محاسبات ماتریسی، ضرایب ثابتی را که در جواب وجود دارند، محاسبه کرد. تمام متغیرهای موجود در چرخه، مثل جمعیت‌های اتمی و مولکولی میوند، به صورت تابعی از زمان به دست آمده‌اند. سپس روشی برای تعیین پارامترهای مختلف موثر در بهره همجوشی، مثل  $q_{1s}$ ،  $P_{1s}$ ،  $\lambda_c$  و  $w$  ارائه شده است. این پارامترها با استفاده از جوابهای به دست آمده از سینماتیک چرخه به طور مستقیم محاسبه شده‌اند.

در این تحقیق نشان دادیم که روابط موجود برای  $q_{1s}$  و  $P_{1s}$  در کارهای دیگران [۲، ۳ و ۵] برای چرخه فاقد حالت شبه پایدار نوشته شده‌اند. لذا از این روابط نمی‌توان برای محاسبه براساس چرخه حاوی حالت شبه پایدار استفاده کرد. از جمله نشان دادیم که مفهوم پارامتر  $q_{1s}$  در چرخه حاوی حالت شبه پایدار دیگر معتبر نیست و باید از پارامتر  $P_{1s}$  به جای آن در روابط استفاده کرد. وجود حالت شبه پایدار، همان طور که انتظار داریم، مقدار  $P_{1s}$  را افزایش داده است (شکل ۴). زیرا توسط مسیر جانبی حالت شبه پایدار یک جمعیت برگشتی به حالت پایه دوتریوم ایجاد می‌شود.

همچنین استفاده از روابط قبلی برای  $w$  [۱۳] باعث بزرگ شدن مقدار پارامترهای  $w$  و  $\lambda_c$  در شرایط  $c_1 \approx 1$  می‌شود که دور از انتظار است. لذا ضریب چسبندگی کل به طور اساسی مورد بررسی قرار گرفت و اثر حالت مولکول شبه پایدار در آن نیز در نظر گرفته شد. نشان دادیم که با استفاده از رابطه اساسی ضریب



شکل ۱۲. مقایسه مقادیر آهنگ چرخه با در نظر گرفتن مولکول شبه پایدار ( $\lambda_c^*$ ) در دماهای مختلف  $a: 30\text{ K}$ ،  $b: 100\text{ K}$ ،  $c: 200\text{ K}$ ،  $d: 300\text{ K}$ ،  $e: 400\text{ K}$  و  $f: 600\text{ K}$  در مقادیر مختلف غلظت تریتیوم به ازای چگالی  $\phi = 1$



شکل ۱۳. مقایسه مقادیر ضریب چرخش میون با در نظر گرفتن مولکول شبه پایدار ( $\chi$ ) در دماهای مختلف  $a: 30\text{ K}$ ،  $b: 100\text{ K}$ ،  $c: 200\text{ K}$ ،  $d: 300\text{ K}$ ،  $e: 400\text{ K}$  و  $f: 600\text{ K}$  در مقادیر مختلف غلظت تریتیوم به ازای چگالی  $\phi = 1$

می‌ماند. اما در دماهای  $400\text{ K}$  و  $600\text{ K}$  با شروع کاهش تولید مولکولهای  $dd\mu$  و ادامه کاهش تولید مولکول شبه پایدار، تولید مولکول  $dt\mu$  افزایش قابل توجهی یافته و در نتیجه شاهد افزایش تعداد همجوشی هستیم.

پس با افزایش دما نقش مولکول  $dt\mu$ ، که بیشترین آهنگ تولید و همجوشی و کمترین چسبندگی را دارد در چرخه همجوشی افزایش یافته و نقش مولکولهای  $dd\mu$  و  $tt\mu$  که آهنگ

به ۹ است؛ پس بیشتر جمعیت حالت  $dt\mu^*$  به حالت  $d\mu(1s)$  منتقل می‌شود. به این ترتیب علاوه بر ایجاد جمعیت اضافه در این حالت، باعث انتقال میون‌ها از چرخه سریعتر و موثرتر تریتیوم به چرخه کندتر و چسبنده‌تر دوتریوم می‌شود. این امر ضمن افزایش ضریب چسبندگی کل، باعث کاهش مقادیر  $\lambda_e$  و  $\chi$  خواهد شد.

نشان دادیم که نتایج به دست آمده برای  $\lambda_e$  و  $\chi$  از چرخه حاوی حالت شبه پایدار به نتایج تجربی نزدیکتر است. لذا چرخه حاوی حالت شبه پایدار چرخه کاملتری برای  $\mu CF$  سوخت D/T است.

در آخر شرایط بهینه برای رسیدن به بیشترین بهره انرژی را با فرض وجود حالت شبه پایدار مورد بررسی قرار داده، به دست آوردیم که در حد امکانات تکنولوژیکی هر اندازه چگالی محیط افزایش یابد بهره چرخش میون و در نتیجه بهره انرژی افزایش می‌یابد. همچنین نشان دادیم که افزایش دما بخصوص از  $400\text{ K}$  به بالا از طریق افزایش آهنگ تشکیل مولکول  $d\mu$  و کاهش حالت شبه پایدار که نقش منفی در آهنگ چرخه دارد باعث افزایش بهره می‌گردد.

مقدار بهینه  $\epsilon_t$  نیز با افزایش دما افزایش می‌یابد و به ازای دمای کارکرد مورد نظر می‌توان از روی نمودار ۱۲ و ۱۳  $\epsilon_t$  بهینه را به دست آورد.

چسبندگی (معادله ۲۰)، این ناسازگاریها در مقدار پارامترهای  $w$  و  $\lambda_e$  مشاهده نمی‌شود.

ما باید نشان می‌دادیم که با فرض مولکول شبه پایدار، از چه رابطه‌ای برای ضریب چسبندگی کل باید استفاده کرد و آیا هنوز رابطه جونز (معادله ۲۱) معتبر است؟ پس با استفاده از رابطه اساسی ضریب چسبندگی کل (۲۰) این ضریب در حالت دور از شرایط حدی  $C_H$  و  $C_L$  بسیار کوچک و یا نزدیک به یک نباشند و با فرض وجود حالت شبه پایدار به دست آمد (معادله ۲۲). این رابطه با رابطه ارایه شده توسط آقای جونز (معادله ۲۱) قابل مقایسه است. با استفاده از نتایج شکل ۹ نشان دادیم که در حالتی که مولکول شبه پایدار را در نظر بگیریم هنوز می‌توان از رابطه (۲۱) استفاده کرد. البته با توجه به این نکته که غلظت تریتیوم باید بزرگتر از ۱۰٪ باشد. در غیر این صورت باید از رابطه (۲۰) استفاده کرد (البته هنوز می‌توان از جمله آخر صرف نظر کرد).

در ادامه مقدار آهنگ چرخه و بهره چرخش میون را برای دو چرخه حاوی حالت شبه پایدار و فاقد آن، با استفاده از روابط تصحیح شده، مقایسه کردیم. نشان دادیم که مقدار این پارامترها با در نظر گرفتن حالت شبه پایدار مولکول  $d\mu$  کاهش می‌یابد. دلیل فیزیکی آن را می‌توان به صورت زیر توضیح داد:

با توجه به این که نسبت بین واکنشهای (۲-۲) و (۲-۱)،

#### مراجع

1. P Froelich, *Advances in Phys.*, **41**, No. 5 (1992) 405-508.
2. P Ackerbauer, et al., *Hyp. Int.*, **82** (1993) 357.
3. J Wallenius and P Froelich, *Phys. Lett. A*, **206** (1995) 73-80.
4. S E Jones and A N Anderson, et al., *Phys. Rev. Lett.*, **56**, No. 6 (1986) 588.
5. W Czaplinski, et al., *Phys. Rev. A*, **50** (1994) 525.
6. A N Anderson, "Investigation of  $q_{1s}$ ", AIP conference Proceedings, Muon Catalyzed Fusion, **181**, pp. 57, 1989.
7. J Wallenius and P Froelich, *Phys. Rev. A*, **54**, No. 2 (1996) 1171.
8. Y Kino and M Kamimura, *Hyp. Int.*, **101/102** (1996) 191-196.
9. S Z Kalantari, "Efficiency of The Muon Catalyzed Fusion in Triple H/D/T Mixtures", *Hyperfine Interactions*, **128**, NO. 4(2000), 481-493.
10. L I Menshikov and L I Ponomarev, *JETP Lett.*, **39** (1984) 663.
11. L I Ponomarev and C Petitjean, *Fusion Tech.*, **20** (1991) 1022.
12. M Kamimura and E Hiama, and Y Kino, *Hyp. Int.*, **118/119** (1999).
13. S E Jones. "Survey of experimental results in Muon-Catalyzed fusion", AIP Conference Proceedings, Muon Catalyzed Fusion, **181**, pp. 2, 1989.
14. L I Men'shikov and L I Ponomarev, *JETP Lett.* **41** (1985) 623.
15. Y Kino and M Kamimura, *Hyp. Int.*, **101/102** (1996) 191.
16. P Froelich and A Flores-Riveros, *Phys. Rev. Lett.* **70** (1993) 1595.
17. J Zmeskal and P Kammel, *Phys. Rev. A*, **42** (1990) 1165.

D-T Fusion", AIP Conference Proceedings, Muon Catalyzed Fusion, **181**, pp. 105, 1989.

18. S Eliezer, Z Henis, *Fusion Tech.* **26** (1994) 46.  
19. B Muller and J Rafelski, "Possible Influence of Vacuum Polarization on  $Q_{1s}$  In Muon catalyzed