

بررسی تجربی اثر غلظت سیال و انرژی دمشی در سیگنال عدسی نورگرمایی

محمود سلطان‌الكتابی

گروه فیزیک، دانشگاه اصفهان

(دریافت مقاله: ۷۸/۶/۲۲ دریافت نسخه نهایی: ۷۹/۳/۱)

چکیده

سیگنال عدسی نورگرمایی را با استفاده از بسامد دوم لیزر Nd:YAG برای انرژیهای دمشی $E = 10\text{ mJ}$ به طور تجربی به دست آورده‌ایم. سیال مورد استفاده گاز N_2 بوده که برای جذب بیشتر طول موج لیزر به آن درصدی از گاز NO_2 اضافه شده است. آزمایش را برای گاز NO_2 (رقیق از نظر اپتیکی، ۰.۵٪) و برای گاز NO_2 (غلیظ از نظر اپتیکی ۰.۲۵٪) انجام داده‌ایم. نتایج نشان می‌دهند که شکل سیگنال بستگی زیادی به غلظت محیط و همچنین به انرژی دمشی لیزر تابشی دارد.

واژه‌های کلیدی: عدسی نورگرمایی، طیف‌نمایی نورگرمایی، نورگرمایی

۱. مقدمه

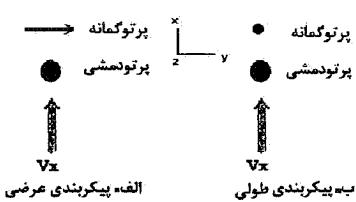
ب) طیف‌نمایی جابجایی فاز نورگرمایی^۲ (PTPS) [۸ و ۱۲]
پ) طیف‌نمایی انحراف نورگرمایی^۳ (PTDS) [۱۳ و ۱۵]
موضوع این مقاله در ارتباط با طیف‌نمایی عدسی نورگرمایی است. به خاطر تغییر نمار شکست محیط واگرایی پرتو لیزر دومی (گمانه) و همچنین واگرایی لیزر دمშی تغییر می‌کند. به عبارت دیگر پرتو لیزر می‌تواند در محیط همگرا یا واگرا شود. به سخنی دیگر با تابش لیزر دمშی نسبتاً قوی به محیط، یک عدسی گرمایی گذرا ایجاد می‌شود و واگرایی پرتو گمانه (همچنین پرتو دمშی) تحت تاثیر قرار می‌گیرد (شکل ۱). این تاثیر، اندکی بعد از تابش پرتو لیزر دمშی رخ می‌دهد و بعد از زمانی (با مقیاس زمانی پخش حرارتی حاصل از پرتو دمშی) به حالت اولیه بر می‌گردد. لیزر دمშی می‌تواند تپی یا پیوسته کار باشد که بدیهی است روش آشکارسازی مختلفی را می‌طلبد.

طیف‌نمایی نورگرمایی به علت کاربردهای متعدد آن جایگاه ویژه‌ای در علم طیف‌نمایی پیدا کرده است. پارامترهای گوناگون فیزیکی یک نمونه از جمله نوع، تغییر دما و سرعت نمونه را همزمان یا به طور مجزا می‌توان توسط این طیف‌نمایی اندازه‌گیری کرد [۱۹ و ۲۰].

اساس کار این طیف‌نمایی به شرح زیر است: پرتو لیزر دمშی با طول موج ویژه را به محیط مورد نظر می‌تاباند. محیط قسمتی از انرژی نور دمیده را جذب می‌کند. چنانچه آهنگ برخوردی در محیط نسبت به آهنگ فروافت تابشی به حد کافی زیاد باشد بیشتر انرژی به صورت انرژی چرخشی - انتقالی در زمان کوتاهی وارد محیط می‌شود. به عبارت دیگر محیط اندکی گرم می‌شود. درنتیجه نمار شکست محیط اندکی تغییر می‌کند. تغییر نمار شکست محیط را می‌توان به روش‌های گوناگون آشکار کرد که به طیف‌نماییهای گوناگونی معروف‌اند:

الف) طیف‌نمایی عدسی نورگرمایی^۱ (PTLS) [۸ و ۳]

1. Photothermal Lensing Spectroscopy
2. Photothermal Phase Shift Spectroscopy
3. Photothermal Deflection Spectroscopy



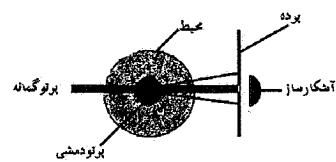
شکل ۲. پیکریندی پرتوهای گمانه - دمشی برای آزمایش عدسی نور گرمایی الف - پیکریندی عرضی، ب - پیکریندی طولی

ضریب پخش، ρ چگالی و C_p گرمای ویژه در فشار ثابت، V_x سرعت جریان سیال که در راستای X فرض می‌شود و $Q(r,t)$ گرمای حاصل توسط چشمہ دمشی است. جملات اول، دوم و سوم طرف راست رابطه (۱) به ترتیب اثر پخش حرارتی، جریان سیال و گرمای جذب شده از پرتو دمشی را نشان می‌دهند. اگر از لیزر تپی استفاده شود گرمای حاصل در واحد زمان بر واحد حجم که توسط پرتو لیزر با انرژی Q جذب سیال شده است برابر است با

$$Q(r,t) = \alpha I(r,t) = \begin{cases} \frac{\gamma \alpha E}{\pi a^2 t} \exp(-2r^2/a^2) & 0 \leq t \leq t_0 \\ 0 & t > t_0 \end{cases} \quad (2)$$

که α ضریب جذب سیال است و فرض شده است که محیط از نظر اپتیکی رقیق (جذب ضعیف) باشد. $(I(r,t))$ شدت پرتو لیزری با انرژی کل E در هر تپ است. نمایه فضایی لیزر دمشی را گاواوسی فرض می‌کنیم که شعاع کمره پرتو آن a می‌باشد. علاوه بر آن فرض می‌کنیم که تپ لیزری به سرعت در زمان $t=0$ روشن و در زمان $t=t_0$ خاموش شود. به عبارت دیگر فرض می‌شود که لیزر نمایه زمانی مستطیل شکل داشته باشد. اگر زمان صعود و نزول تپ نسبت به زمانهای پخش و همرفت خیلی کوچک باشند، فرض مستطیل شکل بودن نمایه زمانی لیزر فرض مناسبی خواهد بود. همچنین فرض می‌شود که پرتو دمشی در راستای Z متشر می‌شود. اگر محیط در راستای پرتدشمی همگن باشد رابطه (۱) را می‌توان با شرایط مرزی زیر در دو بعد حل کرد

$$\begin{aligned} T(x,y,t) \Big|_{t=0} &= 0, T'(x,y,t) \Big|_{t=0} = 0 \\ T(x,y,t) \Big|_{x=\pm\infty} &= 0, T(x,y,t) \Big|_{y=\pm\infty} = 0 \end{aligned} \quad (3)$$



شکل ۱. نمایشی از اثر عدسی نور گرمایی

دو نوع پیکریندی لیزرهای دمشی - گمانه‌ای در آشکارسازی عدسی نور گرمایی به کار گرفته می‌شود که به طیف‌نمایی عدسی نور گرمایی عرضی (شکل ۲.الف) و طیف‌نمایی عدسی نور گرمایی طولی (شکل ۲.ب) موسومند. در هر دو مورد فرض می‌شود که پرتو دمشی در راستای محور Z و سیال در راستای محور X با سرعت V_x جریان داشته باشند، همچنین پرتوگمانه در طیف‌نمایی عدسی نور گرمایی عرضی در جهت z و از آن طیف‌نمایی عدسی نور گرمایی طولی در راستای محور Z انتشار دارد.

چون آزمایش برای پیکریندی عرضی و با دمث تپی برپا شده است، لذا زمینه نظری موضوع را در ارتباط با پیکریندی عرضی ارایه می‌دهیم و خواننده را جهت مطالعه نظری طیف‌نمایی عدسی نور گرمایی با پیکریندی طولی به مراجع [۵] و [۶] رجوع می‌دهیم.

۲. زمینه نظری عدسی نور گرمایی با پیکریندی عرضی چون شکل سیگنال عدسی نور گرمایی از نظر اپتیکی بستگی زیادی به غلظت محیط دارد لذا نظریه‌های متفاوتی برای محیط‌های رقیق و غلیظ ارایه می‌شود که در اینجا هر دو مورد را به طور جداگانه و به اختصار بررسی می‌کنیم. لازم به تذکر است که محیط را از نظر اپتیکی رقیق گویند که جذب پرتو نور در آن ضعیف باشد و چنانچه پرتو تضعیف شده قابل ملاحظه‌ای در محیط وجود داشته باشد، از نظر اپتیکی محیط را غلیظ نامند (جذب زیاد).

۳. محیط رقیق از نظر اپتیکی تابع توزیع دمای حاصل از جذب پرتو دمثی توسط محیط (سیال) از حل معادله دیفرانسیل زیر به دست می‌آید [۱۶]

$$\frac{\partial T(r,t)}{\partial t} = D \nabla^2 T(r,t) - V_x \frac{\partial T(r,t)}{\partial x} + \frac{1}{\rho C_p} Q(r,t) \quad (1)$$

که در آن $T(r,t)$ تغییر دما نسبت به دمای اطراف سیال، D

فاصله کانونی f_x' (یا f_y') می‌شود. هدف به دست آوردن این فواصل کانونی است. انتشار پرتو در محیط ناهمگن توسط معادله پرتو زیر داده می‌شود [۱۷]

$$\frac{d}{ds} \left(n \cdot \frac{d\delta}{ds} \right) = \nabla_T n(x, y, t) \quad (8)$$

که δ نمایشگر مسیر پرتو نوری، δ انحراف پرتو از مسیر اولیه و $\nabla_T n(x, y, t)$ گرادیان ضریب شکست عمود بر مسیر پرتو نوری است. در طرف چپ رابطه (۸) به جای $n(x, y, t)$ مقدار تغییر نایافته $n(x, y, t)$ را قرار داده‌ایم. بنابراین انحراف پرتو (گمانه) در راستای x چنین است

$$\frac{d}{ds} \left(n \cdot \frac{d\delta_x}{ds} \right) = \frac{\partial n}{\partial x} \quad (9)$$

یا

$$\Phi_x(x, y) = \frac{1}{n_0} \int \frac{\partial n}{\partial x} ds \quad (10)$$

که در آن $\Phi_x(x, y)$ زاویه انحراف می‌باشد. اگر ضریب شکست را نسبت به نقطه‌ای روی محور پرتو گمانه (x', y') بسط تیلوری بدھیم داریم

$$\begin{aligned} n(x, y) &= n(x', y') + (x - x') \left(\frac{\partial n}{\partial x} \right)_{x', y'} + (y - y') \left(\frac{\partial n}{\partial y} \right)_{x', y'} \\ &+ \frac{(x - x')^2}{2} \left(\frac{\partial^2 n}{\partial x^2} \right)_{x', y'} + \frac{(y - y')^2}{2} \left(\frac{\partial^2 n}{\partial y^2} \right)_{x', y'} \\ &+ (x - x')(y - y') \left(\frac{\partial^2 n}{\partial x \partial y} \right)_{x', y'} + \dots \end{aligned} \quad (11)$$

با قرار دادن رابطه (۱۱) در (۱۰) می‌توان نوشت

$$\begin{aligned} \Phi_x(x, y') &= \frac{1}{n_0} \int \left(\frac{\partial n}{\partial x} \right)_{x', y'} ds \\ &+ \frac{1}{n_0} \int (x - x') \left(\frac{\partial^2 n}{\partial x^2} \right)_{x', y'} ds \end{aligned} \quad (12)$$

که از جملات مراتب بالاتر صرف نظر کرده‌ایم. اگر $\Phi_x(x, y')$ را به صورت زیر بنویسیم

$$\Phi_x(x, y') = \Phi_x(x', y') + (x - x') \frac{\partial \Phi_x}{\partial x} \quad (13)$$

جواب معادله (۱) توسط رابطه زیر داده می‌شود

$$T(x, y, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} Q(\xi, \eta, \tau) G(x/\xi, y/\eta, t/\tau) d\xi d\eta d\tau \quad (4)$$

که در آن G تابع گرین است و در معادله دیفرانسیل زیر صدق می‌کند

$$-D \nabla_x^2 G + V_x \frac{\partial G}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial t} = \frac{1}{\rho C_p} \delta(x - \xi) \delta(y - \eta) \delta(t - \tau) \quad (5)$$

جواب این معادله چنین است [۱۴]

$$G = \frac{H_\tau(t)}{4\pi\rho C_p D(t-\tau)} \exp \left(- \left\{ x - \left[\xi + V_x(t-\tau) \right] \right\}^2 / \left[4D(t-\tau) \right] \right) \times \exp \left\{ -(y-\eta)^2 / [4D(t-\tau)] \right\} \quad (6)$$

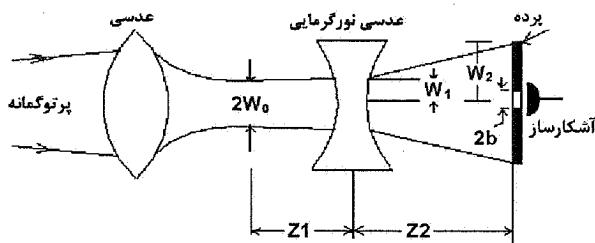
که $H_\tau(t)$ تابع پله‌ای واحد است. با جایگزین کردن (۶) در (۴) و با استفاده از رابطه (۲) داریم

$$\begin{aligned} T(x, y, t) &= \frac{\gamma \alpha E_0}{\pi t_0 \rho C_p} \int_0^{t_0} \frac{1}{[\lambda D(t-\tau) + a^2]} \\ &\exp \left[-2 \left\{ \left[x - V_x(t-\tau) \right]^2 + y^2 \right\} / [\lambda D(t-\tau) + a^2] \right] d\tau \end{aligned} \quad (7)$$

به طور کلی رابطه (۷) را باید به صورت عددی حساب کرد مگر در شرایط خاصی که تپ لیزری بازه زمانی باریکی داشته باشد که در ادامه توضیح بیشتری خواهیم داد.

۱.۱.۲. فاصله کانونی عدسی گرمایی

در این بخش رابطه‌ای برای فاصله کانونی عدسی گرمایی به دست می‌آوریم. محیطی به طول L که ضریب شکست آن نسبت به x و y تغییر می‌کند را در نظر می‌گیریم. با توجه به اینکه ضریب شکست نسبت به x ، y غیریکنواخت، $\frac{\partial n}{\partial y} \neq 0$ ، $\frac{\partial n}{\partial x} \neq 0$ (بوده و چنانچه $\frac{\partial n}{\partial y} / \frac{\partial n}{\partial x}$ (یا y) نیز نسبت به x (یا y) تغییر کند آن وقت زاویه انحراف Φ_x (یا Φ_y) نیز نسبت به x (یا y) تغییر می‌کند که منجر به همگرایی (یا واگرایی) پرتو گمانه با



شکل ۳. یک روش آشکارسازی عدسی نورگرمایی. عدسی گرمایی توسط انرژی لیزر دمشی حاصل می‌شود که به فاصله Z_1 جلو کمینه لکه پرتوگمانه قرار دارد. این عدسی گرمایی توسط اندازه‌گیری در تغییر شدت پرتوگمانه‌ای که از پرده روزنہ‌دار می‌گذرد مشاهده می‌شود.

۲.۱.۲ آشکارسازی عدسی گرمایی (محیط رقیق)
پیکربندی نوعی آشکارسازی عدسی نورگرمایی در شکل (۳) نشان داده شده است. فرض بر آن است که پرتوگمانه دارای نمایه گاووسی باشد عدسی گرمایی به فاصله Z_1 در جلو لکه پرتوگمانه قرار دارد. پرده روزنہ‌دار کوچکی به فاصله Z_2 در مقابل عدسی گرمایی بوده و شعاع کمره‌پرتو لیزر گمانه $W(0)$ می‌باشد. شدت پرتوگمانه که از روزنہ‌ای به شعاع b می‌گذرد، توسط آشکارساز سنجیده می‌شود.

در ابتدا فرض می‌شود که عدسی گرمایی نسبت به محور پرتوگمانه تقارن استوانه‌ای داشته باشد. W_1 و W_2 را به ترتیب شعاع پرتوگمانه روی عدسی گرمایی و روی پرده در نظر می‌گیریم. موقعی که عدسی گرمایی فعال می‌شود W_2 تغییر می‌کند که منجر به تغییر شدت پرتوگمانه روی پرده می‌شود. هدف به دست آوردن رابطه‌ای برای سیگنال $S(t)$ بر حسب فاصله کانونی عدسی گرمایی $f(t)$ است که $S(t) = f(t)$ بر اساس رابطه زیر تعریف می‌شود

$$S(t) = \frac{P_{det}(t) - P_{det}(0)}{P_{det}(0)} \quad (21)$$

که t مربوط به زمان آشکار شده در زمان $t=0$ می‌باشد. قبل از تشکیل عدسی گرمایی است. به طور کلی برای لیزر دمشی تپی $t > t_0$ می‌باشد. فرض می‌شود لیزر گمانه نمایه گاووسی داشته و توزیع شدت آن در پرده با رابطه زیر داده شود

$$I(r) = \frac{P}{\pi W_r^2} \exp \left(-\frac{r^2}{W_r^2} \right) \quad (22)$$

که در آن P توان پرتوگمانه است و داریم

با مقایسه (۱۲) و (۱۳) داریم

$$\Phi_x(x',y') = \frac{1}{n_0} \int \left(\frac{\partial n}{\partial x} \right)_{x',y'} ds \quad (14)$$

$$(x-x') \frac{\partial \Phi_x}{\partial x} = \frac{1}{n_0} \int (x-x') \left(\frac{\partial^2 n}{\partial x^2} \right)_{x',y'} ds \quad (15)$$

رابطه (۱۴) انحراف پرتوگمانه را نشان می‌دهد که مورد بحث ما نیست و از آن صرف نظر می‌کنیم. با کمی محاسبات نسبتاً ساده و استفاده از اشکال هندسی و رابطه (۱۵) می‌توان ثابت کرد که [۵]

$$\frac{1}{f_x} = - \left(\frac{\partial^2 n}{\partial x^2} \right)_{x',y'} L \quad (16)$$

که در آن L طول محیط (سیال) است. در طیف‌نامایی نور گرمایی، در اثر تغییر دما ضریب شکست تغییر می‌کند. بنابراین می‌توان نوشت

$$n(x,y,t) = n_0 + \frac{\partial n}{\partial T} \Big|_{T_A} T(x,y,t) \quad (17)$$

که T_A دمای اطراف سیال است. بنابراین می‌توان نوشت

$$\frac{1}{f_x} = - \frac{\partial n}{\partial T} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right)_{x',y'} L \quad (18)$$

چنانچه $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$ در مسیر پرتوگمانه ثابت نباشد، آنوقت رابطه کلی زیر را خواهیم داشت

$$\frac{1}{f_x} = - \frac{\partial n}{\partial T} \int_{path} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right)_{x',y'} ds \quad (19)$$

روابط مشابهی برای f_y می‌توان به دست آورد. مشخص است که به طور کلی عدسی گرمایی می‌تواند آستیگمات نیز باشد. بویژه در طیف‌نامایی عدسی نورگرمایی عرضی، عدسی گرمایی استوانه‌ای ممکن است تشکیل شود. یادآوری می‌شود که x, y, z مختصات مرکز پرتوگمانه می‌باشد. برای عدسی نور گرمایی عرضی داریم

$$\begin{cases} \frac{1}{f_x} = - \frac{\partial n}{\partial T} \int \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right)_{y=y_0} dy \\ \frac{1}{f_z} = 0 \end{cases} \quad (20)$$

که در آن $T(x,y)$ از رابطه (۷) به دست می‌آید و پس از انتگرال‌گیری خواهیم داشت

$$S_T(x,t) = \frac{\alpha E_{z_1}}{\sqrt{2\pi\rho C_p t}} \left(\frac{\partial n}{\partial T} \right) \int_0^t \frac{1}{[a^2 + \Delta D(t-\tau)]^{\frac{3}{2}}} \times \left\{ 1 - \frac{4[x - V_x(t-\tau)]^2}{[a^2 + \Delta D(t-\tau)]^2} \right\} \times \exp \left\{ \frac{-2[x - V_x(t-\tau)]^2}{[a^2 + \Delta D(t-\tau)]^2} \right\} d\tau \quad (30)$$

این انتگرال می‌بایستی به صورت عددی محاسبه شود ولی چنانچه لیزر پی کوتاه زمان (در مقایسه با ثابت زمانی پخش گرمایی) انتخاب شود می‌توان آن را به صورت رابطه زیر نوشت:

$$S_T(x,t) = \frac{\alpha E_{z_1}}{\sqrt{2\pi\rho C_p}} \left(\frac{\partial n}{\partial T} \right) \frac{1}{(a^2 + \Delta D t)^{\frac{3}{2}}} \times \left\{ 1 - \frac{4(x - V_x t)^2}{(a^2 + \Delta D t)^2} \right\} \times \exp \left[\frac{-2(x - V_x t)^2}{(a^2 + \Delta D t)} \right] \quad (31)$$

حال محاسبات مشابهی برای محیطی که از نظر اپتیکی غلیظ است، انجام می‌دهیم.

۲.۲. محیط غلیظ از نظر اپتیکی

در این حالت سیال پرتوهای لیزر دمشی را به مقدار زیادی جذب می‌کند به طوری که انتشار پرتو دمشی در سیال با تضعیف همراه باشد. برای استخراج رابطه توزیع دما محاسبات را همانند بخش ۱.۲ دنبال خواهیم کرد. شدت پرتو دمشی در حین حرکت در سیال به دلیل جذب زیاد سیال، کاهش می‌یابد. این خود یکی از دلایلی است که رابطه دما برای دو محیط غلیظ و رقیق متفاوت است. در نتیجه دما در راستای انتشار پرتو دمشی یکنواخت نخواهد بود و پخش گرمایی علاوه بر جهت عمودی در جهت انتشار پرتو دمشی نیز رخ خواهد داد.

رابطه تابع توزیع دما را از رابطه (۱) می‌توان به دست آورد با این تفاوت که جمله مربوط به چشممه گرمایی $Q(z,t)$ به خاطر جذب در راستای انتشار به صورت زیر خواهد بود.

$$P_{det} = \int_0^b I(r) \pi r dr \cong P \frac{\pi b^2}{\pi W_2} \quad (23)$$

بنابراین

$$S(t) = \frac{W_2(z) - W_2(t)}{W_2(z)} \quad (24)$$

در مخرج رابطه فوق به علت تغییر ناچیزی که شعاع پرتو گمانه دارد، (۰) $W_2(t)$ را به جای $W_2(t)$ ، قرار داده‌ایم. $W_2(t)$ را می‌توان از قانون ماتریسهای پرتو [۱۸] به دست آورد که بعد از قرار دادن در رابطه (۲۴) خواهیم داشت [۵]

$$S(t) = \frac{2z_2}{f(t) [z_2^2 + (z_1 + z_2)^2]} \times \left[z_1^2 + z_2^2 + z_1 z_2 - \frac{z_2}{2f(t)} (z_1^2 + z_2^2) \right] \quad (25)$$

حال در رابطه فوق از تقریب‌های زیر که در عمل نیز برقرارند بهره می‌گیریم

$$z_2 \gg z_1, z_2 \gg z_0, f(t) \gg z_1, z_0$$

و خواهیم داشت

$$S(t) = \frac{2z_1}{f(t)} \quad (26)$$

می‌توان نشان داد که رابطه فوق بر حسب فواصل کانونی $f_x(t)$ و $f_y(t)$ (حالت آستیگمات) به صورت زیر است [۵]

$$S(t) = \frac{z_1}{f_x(t)} + \frac{z_1}{f_y(t)} \quad (27)$$

این رابطه با توجه به پیکربندی عرضی به صورت زیر تبدیل می‌شود.

$$S_T(t) = \frac{z_1}{f_x(t)} \quad (28)$$

که در آن $S_T(t)$ سیگنال مربوط به پیکربندی عرضی می‌باشد. بنابراین با قرار دادن $f_x(t)$ از رابطه (۲۰) در رابطه (۲۸) داریم

$$S_T(t) = \frac{z_1}{f_x(t)} = -z_1 \left(\frac{\partial n}{\partial T} \right) \int \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right) dy \quad (29)$$

$$\exp(\alpha^2 D t - \alpha z) \operatorname{erfc} \left[\frac{(2\alpha D t - z)}{\sqrt{4 D t}} \right] \quad (35)$$

برای $t > t$

مقایسه روابط (۷) و (۳۴) نشان می‌دهد که این دو رابطه، برای محیط با غلظتهای اپتیکی رقیق و غلیظ، در عبارت زیر اختلاف دارند

$$\frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp \left[\alpha^2 D(t-\tau) - \alpha z \right] \operatorname{erfc} \left\{ \frac{[2\alpha D(t-\tau) - z]}{\sqrt{4 D(t-\tau)}} \right\} \quad (36)$$

این اختلاف ناشی از تضعیف انتشار پرتو دمشی در راستای انتشار محور z و همچنین پخش گرمایی در همین راستا می‌باشد.

در رابطه‌های (۳۴) و (۳۵) از یک عامل مهم که روی پرتو دمشی مؤثر است صرف‌نظر شده است. گرمایی که پرتو دمشی ایجاد می‌کند باعث می‌شود تا ضریب شکست محیط تغییر کند و این به‌نوبه خود باعث تغییر شاعع پرتو دمشی تابعی از z و t است. بستگی شاعع پرتو دمشی به z باعث می‌شود که دمای محیط از این طریق نیز تغییر کند بنابراین محاسبه تابع توزیع دما پیچیده‌تر می‌شود.

۱.۲.۲ فاصله کانونی عدسی گرمایی (محیط غلیظ)
می‌توان نشان داد که فاصله کانونی عدسی نور گرمایی در راستای x و برای حالت عرضی مشابه رابطه (۲۰) است [۸]

$$\frac{1}{f_{xT}(x,z,t)} = -\frac{\partial n}{\partial T} \int_{\text{path}} \left[\frac{\partial^2 T(x,y,z,t)}{\partial x^2} \right]_{x,z} dy \quad (37)$$

رابطه مشابهی می‌توان برای f_{zT}^{-1} نوشت. شایان ذکر است که برای محیط رقیق جمله f_{zT}^{-1} را برابر صفر در نظر گرفته بودیم زیرا که برای چنین محیطی گرادیان گرمایی در راستای Z وجود ندارد. با استفاده از رابطه (۳۴) و (۳۷) رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$Q(r,t) = \alpha I(r,t) = \frac{\alpha E_0}{\pi a^2 t} \exp \left[\frac{-2(x^2 + y^2)}{a^2} \right] \exp(-\alpha z) \quad (32)$$

$0 \leq t \leq t$

که α ضریب جذب و پرتو دمشی در راستای محور z انتشار دارد. فرض می‌شود سیال جاذب از $z=0$ تا مقدار زیاد و مثبت z وسعت داشته باشد. به فرض آنکه شرایط مرزی زیر برقرار باشد

$$\begin{aligned} T(x,y,z,t) \Big|_{t=0} &= 0 \\ T(x,y,z,t) \Big|_{x=\pm\infty} &= 0 \\ T(x,y,z,t) \Big|_{y=\pm\infty} &= 0 \\ T(x,y,z,t) \Big|_{z=\pm\infty} &= 0 \\ T'(x,y,z,t) \Big|_{t=0} &= 0 \end{aligned} \quad (33)$$

و با محاسباتی نظری بخش ۱.۲ می‌توان رابطه زیر را برای تابع توزیع دما به‌دست آورد [۸]:

$$\begin{aligned} T(x,y,z,t) &= \frac{\alpha E_0}{\pi t \rho C_p} \int_0^t \frac{1}{[a^2 + \lambda D(t-\tau)]} \\ &\quad \exp \left\{ \frac{-2 \left\{ [x - V_x(t-\tau)]^2 + y^2 \right\}}{[a^2 + \lambda D(t-\tau)]} \right\} \times \\ &\quad \exp \left[\alpha^2 D(t-\tau) - \alpha z \right] \operatorname{erfc} \left\{ \frac{[2\alpha D(t-\tau) - z]}{\sqrt{4 D(t-\tau)}} \right\} dt \end{aligned} \quad (34)$$

برای $t > t$

که در آن تابع خطای مکمل است. متاسفانه انتگرال فوق به‌صورت تحلیلی قابل محاسبه نیست و می‌بایستی به‌صورت عددی محاسبه شود. ولی چنانچه گستره زمانی تپ لیزر دمشی باریک باشد می‌توان نشان داد که رابطه زیر به‌دست می‌آید.

$$\begin{aligned} T(x,y,z,t) &= \frac{\alpha E_0}{\pi \rho C_p} \frac{1}{[a^2 + \lambda D t]} \times \\ &\quad \exp \left\{ \frac{-2 \left\{ [(x - V_x t)^2 + y^2] \right\}}{(a^2 + \lambda D t)} \right\} \times \end{aligned}$$

حالت پیکربندی عرضی است (که در بالا داده شده است) و y_1 و y_2 به ترتیب فاصله هم کانون پرتو گمانه، فاصله بین کمره پرتو گمانه و عدسی نورگرمایی و فاصله بین عدسی نورگرمایی و پرده می باشد [۸]. بدین ترتیب سیگنال عدسی نورگرمایی از نظر اپتیکی غلیظ را می توان با استفاده از روابط (۳۹) و (۴۰) و (۴۱) بدست آورد.

۳. آزمایش

آزمایش را براساس پیکربندی عرضی برپا کردیم که در شکل (۴) نشان داد شده است. پرتو گمانه را از لیزر Uniphase Model 1103 P He-Ne $mW/8$ و طول موج 6328 nm آنگستروم است گرفتایم. آشکارساز فوتونی از نوع آشکارساز فوتونی سیلیکنی (Advanced Photonic Inc.) بود. نمونه در محفظه شیشه‌ای $1\text{ cm} \times 1\text{ cm}$ بود به طوری که سیال از یک طرف وارد و از طرف دیگر آن خارج می شد. سیال مورد استفاده گاز N_2 بود که به این گاز درصد مشخصی گاز NO_2 جهت جذب بیشتر افزوده شده بود. سرعت گاز توسط سرعت سنج اندازه گیری می شد. از برگه روزنده دار کوچکی که در مقابل آشکارساز نصب شده بود استفاده شد تا بتوان به راحتی تغییر در شدت پرتو گمانه را مشاهده کرد. خروجی آشکارساز به تقویت‌کننده و از آنجا به نوسان نمای رقمی (LeCroy Model 9310) وصل شده بود. سیگنال تکی و یا سیگنال متوسط گیری شده حاصل از چندین تپ لیزردمشی به راحتی روی صفحه نوسان نما قابل رویت بود. لیزردمشی بسامد دوم خروجی لیزر $Nd:YAG$ DCR-3G (Quanta-Ray DCR-3G) بود. پهنای زمانی پرتو لیزردمشی حدود ns و طول موج آن 532 nm و دارای نمایه فضایی گاووسی روی نمونه مورد مطالعه بود. شروع تپ لیزری دمشی به نوسان نما توسط یک رشته سیم از لیزر به آن خبر داده می شد. سیگنال مشاهده شده روی صفحه نوسان نما را روی دیسکت رایانه‌ای ذخیره و سپس جهت تجزیه و تحلیل داده‌ها و رسم منحنیها به رایانه داده می شد.

پرتو گمانه توسط یک عدسی همگرا با فاصله کانونی 30 cm روی نمونه (عدسی گرمایی) متتمرکز می شد. فاصله کمینه پرتو گمانه تا عدسی گرمایی $z_1 = 15\text{ cm}$ و فاصله عدسی گرمایی تا دستگاه آشکارسازی حدود 1 m بود. اندازه لکه پرتوهای گمانه و دمشی در ناحیه مورد مطالعه توسط روش لبه چاقو [۱۹] بدست آمد. کمره پرتو گمانه در ناحیه نمونه

$$\frac{1}{f_{xT}(x,z,t)} = \frac{4\alpha E_0}{\sqrt{2\pi\rho C_p t}} \left(\frac{\partial n}{\partial T} \right) \int_0^t \frac{dt}{\left(a_x^*(z) + \lambda D(t-\tau) \right)^{\frac{1}{2}}} \\ \times \left\{ 1 - \frac{4 \left[x - V_x(t-\tau) \right]^2}{a_x^*(z) + \lambda D(t-\tau)} \right\} \times \exp \left\{ \frac{\left[-2(x - V_x(t-\tau)) \right]^2}{\left[a_x^*(z) + \lambda D(t-\tau) \right]} \right\} \\ \times \exp \left[\alpha^* D(t-\tau) - \alpha z \right] \times \operatorname{erfc} \left\{ \frac{\left[2\alpha D(t-\tau) - z \right]}{\left[\alpha^* D(t-\tau) \right]^{\frac{1}{2}}} \right\} \quad (38)$$

به دست آوردن رابطه صریحی برای $f_{zT}(x,z,t)$ به دلیل بستگی $T(x,y,z,t)$ به z مشکل است. می توان نشان داد که، بجز در نواحی $z=0$ که می توان رابطه (۳۶) را به طور تقریب با $\exp(-\alpha z)$ جایگزین کرد، اثر پخش گرمایی در راستای z قابل اغماض است. در این صورت داریم:

$$\frac{1}{f_{zT}(x,z,t)} = \frac{2\alpha^* E_0}{\sqrt{2\pi\rho C_p t}} \left(\frac{\partial n}{\partial T} \right) \int_0^t \frac{dt}{\left(a_x^*(z) + \lambda D(t-\tau) \right)^{\frac{1}{2}}} \\ \times \exp \left\{ \frac{-2 \left[(x - V_x(t-\tau)) \right]^2}{\left[a_x^*(z) + \lambda D(t-\tau) \right]} \right\} \times \exp(-\alpha z) \quad (39)$$

۲.۲.۲ آشکارسازی عدسی نورگرمایی (محیط غلیظ) برای عدسی نورگرمایی با پیکربندی عرضی، پرتو لیزر گمانه در راستای y انتشار دارد و عدسی نورگرمایی در جهت‌های x و z تشکیل می شود. بنابراین معادله (۲۴) به صورت زیر در می آید

$$S_T(t) = \frac{W_{xz}^2(0) - W_{xz}(t) W_{xz}(t)}{W_{xz}^2(0)} \quad (40)$$

می توان نشان داد که

$$W_{xz}(t) = W \cdot \left\{ \left[1 - \frac{y_2}{f_{xT}(t)} \right]^2 + \frac{1}{y^*} \left[y_1 + y_2 - \frac{y_1 y_2}{f_{xT}(t)} \right]^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (41)$$

رابطه مشابهی نیز می توان برای $W_{xz}(t)$ نوشت. در رابطه فوق $f_{xT}(t)$ فاصله کانونی عدسی نورگرمایی در راستای x و برای

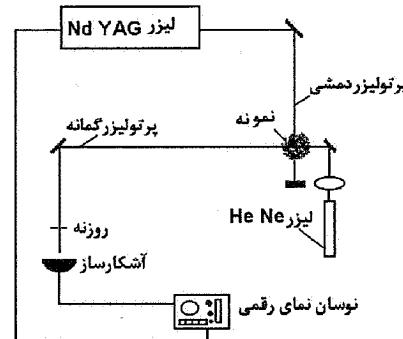
[۶] را (شکل ۵) به دست آوردیم. سپس انرژی لیزر دمشی را افزایش داده و تا انرژی 10 mJ تغییری در شکل ظاهری سیگنال مشاهده نشد. فقط سیگنال واضحتر از قبل به دست آمد. شکل ۶ یکی از این نتایج تجربی است. در این شکل $\frac{x}{a} = 3$ و سرعت گاز $1/65\text{ m/s}$ است. از طرف دیگر به کمک رابطه (۳۱) می‌توان سیگنال نظری متناظر را به دست آورد.

شکل ۷ یکی از این سیگنال‌های نظری را نشان می‌دهد که از مرجع [۵] استخراج شده است. مقایسه شکل‌های ۵ و ۷ نشان می‌دهد که سیگنال عدسی نور گرمایی برحسب زمان از دو بخش همگرا و واگرا تشکیل شده است. به عبارت دیگر سیگنال عدسی نور گرمایی در مرکز واگرا و در بالا همگراست. همچنین بال سمت راست پهتر از بال سمت چپ است. انتظار چنین شکلی را برای سیگنال عدسی نور گرمایی داریم، زیرا نمایه پرتو دمشی را گاووسی انتخاب کردیم و مطالعات نظری بخش $\frac{\partial^2 n}{\partial x^2}$ نشان می‌دهد که سیگنال عدسی نور گرمایی متناسب با $\frac{\partial^2 n}{\partial x^2}$ است که این عدسی گرمایی واگرایی (در مرکز) و همگرایی (در بالا) را به دنبال دارد. به عبارت دیگر نایکنواخت بودن ضریب شکست باعث می‌شود که پرتو گمانه همگرا و واگرا شود. از طرف دیگر پهن شدن بال سمت راست نسبت به بال سمت چپ به دلیل ثابت زمانی ضریب پخش محیط است که در واقع مدتی طول می‌کشد تا حرارت در محیط منتشر شود.

انجام این آزمایش و سازگاری آن با کار تجربی دیگران و همچنین سازگاری آن با سیگنال نظری تاییدی بر این کار تجربی بود و بدین ترتیب اطمینان حاصل شد که برپایی آزمایش بر روند معقولی استوار است.

۲.۴. سیگنال برای سیال غلیظ

آزمایش را برای محیطی با غلظت بیشتر تکرار کردیم. غلظت سیال را ۵ برابر ($25\%/\text{گاز NO}_2$) افزایش دادیم. شکل ۸ سیگنال عدسی نور گرمایی را برای لیزر دمشی با انرژی 7 mJ نشان می‌دهد. مقایسه شکل‌های ۶ و ۸ نشان می‌دهد که با افزایش غلظت سیال شکل سیگنال تغییر کرده است. عدسی گرمایی در این حالت یک عدسی واگرایی و اثر چندانی از همگرایی عدسی گرمایی ملاحظه نمی‌شود. به عبارت دیگر اثر غلظت محیط در ساختار همگرایی عدسی گرمایی در اینجا کاملاً ملاحظه می‌شود. شکل ۹ سیگنال عدسی نور گرمایی را برای انرژی دمشی 10 mJ و همان غلظت NO_2 ای $25\%/\text{گاز}$ نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود با افزایش انرژی لیزر



شکل ۴. نحوه آزمایش عدسی نور گرمایی در پیکربندی عرضی.

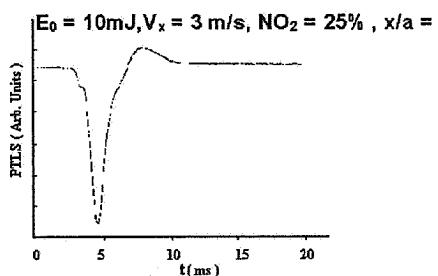
$0/3\text{ mm}$ و از آن پرتو دمشی حدود $0/5\text{ mm}$ بود. وزنه را طوری تنظیم کردیم تا در مرکز پرتو گمانه قرار گیرد. (۱) که در بخش‌های ۲.۱.۲ و ۲.۲.۲ آمده است در منحنيهای تجربی متناظر با $\frac{\Delta V}{V}$ است که ΔV تغییر در خروجی آشکارساز نسبت به خروجی dc آن بدون سیگنال و V خروجی dc بدون سیگنال است. سیگنال عدسی نور گرمایی (PTLS) تجربی، که همان $\frac{\Delta V}{V}$ است، را بر حسب زمان $\frac{X}{a}$ های گوناگون و سرعتهای مختلف V_x ، رسم کردۀ ایم. موقعیت مرکز پرتو لیزر گمانه نسبت به مرکز پرتو لیزر دمشی و a شاعع پرتو دمشی می‌باشد. سرعت داده شده در شکل‌ها سرعت گاز در مرکز سلول است که از سرعتی که سرعت سنج نشان می‌دهد و سطح مقطع سلول به دست آمده است.

۴. نتایج

بر اساس نظریه‌های ارایه شده در بخش‌های ۱.۲، محیط رقیق از نظر اپتیکی، و ۲.۲، محیط غلیظ از نظر اپتیکی، دو دسته نتایج تجربی را برای هر مورد مقایسه می‌کنیم. هدف اصلی از این بررسی مقایسه شکل سیگنال‌های است و نه مقایسه بزرگی آنها، به عبارت دیگر هدف مقایسه کیفی نتایج است.

۱.۴. سیگنال برای سیال واقعی از نظر اپتیکی

همان‌طور که گفته شد سیال مورد استفاده در این آزمایش گاز N_2 بود که به آن درصدی گاز NO_2 جهت جذب پرتو مربوط به بسامد دوم لیزر دمشی Nd:YAG، اضافه کردیم. میزان گاز NO_2 حدود 5% ، معادل 1025 mJ شروع کردیم و شکل آزمایش را با انرژی لیزر دمشی حدود 10 mJ شروع کردیم و شکل سیگنالی مشابه به سیگنال تجربی به دست آمده توسط دیگران

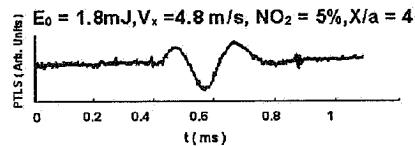


شکل ۹. سیگنال تجربی عدسی نور گرمایی در پیکریندی عرضی و دمش تپی - محیط غلیظ با انرژی دمشی 10 mJ .

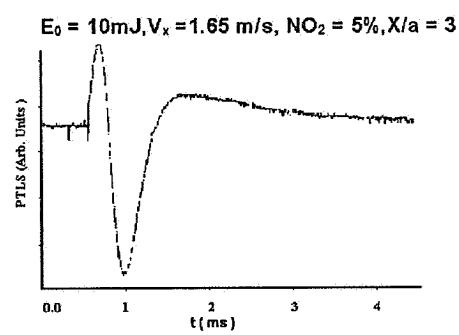
دمشی همگرایی عدسی گرمایی تغییر کرده است. می بینیم که عدسی گرمایی از یک ستیغ بزرگ واگرا و یک ستیغ کوچکتر همگرا تشکیل شده است و ستیغهای خیلی کوچکتری نیز در شکل ظاهر شده است. انرژی لیزر دمشی را باز هم بیشتر انتخاب کردیم. شکل ۱۰ سیگنال عدسی نور گرمایی را برای انرژی دمشی 15 mJ و همان غلظت NO_2 ای 25% نشان می دهد. در این شکل نقاط بارز D,C,B,A مشاهده می شود. فروفتیگهای C,B,A و Aگرایی عدسی نور گرمایی و ستیغ D همگرای آن را نشان می دهند. مقایسه شکلهای ۸، ۹ و ۱۰ که همگی برای غلظت یکسان NO_2 ای 25% می باشد، نشان دهنده تاثیر انرژی لیزر دمشی در شکل عدسی نور گرمایی است.

در بخش ۲.۲ گفته شد که بعد از تقریبها یی چگونه می توان سیگنال عدسی نور گرمایی، $S_T(t)$ ، را در این حالت به دست آورد ولی شکل آن ارایه نشد. دلیل آن این است که انتگرالهای مربوط را بایستی به صورت عددی حساب کرد که این در مورد، محیطهای غلیظ، به آسانی امکان پذیر نیست و شاید به همین دلیل باشد که گوپتا و همکارانش نیز در مقالات نظری خود شکل سیگنال مربوط به عدسی نور گرمایی را ارایه نکرده اند. شایان ذکر است که نظریه ارایه شده آنها برای محیطهای غلیظ در مورد طیف‌نمایی فاز نور گرمایی با تجربه، لاقل از نظر شکل سیگنال، سازگاری خوبی دارد [۱۲].

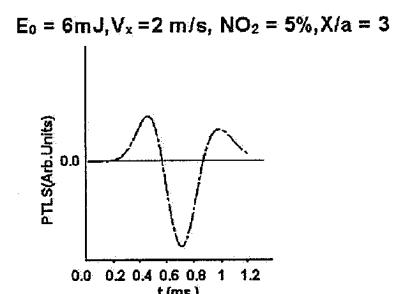
با افزایش غلظت محیط میزان جذب نور لیزر همچی افزایش می یابد. این افزایش به نوبه خود افزایش تغییر نمار شکست را به همراه دارد و به دنبال آن همان طور که در بخشهای ۱.۲ و ۲.۲ گفته شد تاثیری در شکل عدسی نور گرمایی خواهد داشت. عدسی گرمایی تاثیر متقابلی روی لیزر دمشی و همچنین بر روی پرتو لیزر گمانه خواهد داشت. این بویژه در شعاع پرتو لیزر دمشی اثر خواهد گذاشت. یعنی شعاع پرتو لیزر دمشی برحسب



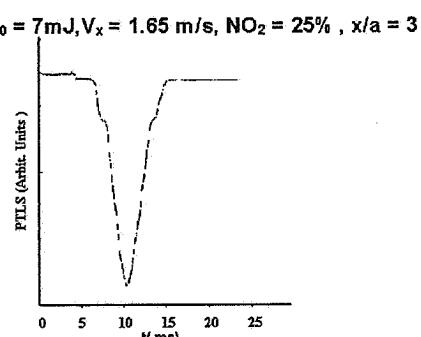
شکل ۵. سیگنال تجربی عدسی نور گرمایی در پیکریندی عرضی و دمش تپی (محیط رقین) با انرژی دمشی 1.8 mJ (برگرفته از مرجع [۶]).



شکل ۶. سیگنال تجربی عدسی نور گرمایی در پیکریندی عرضی و دمش تپی (محیط رقین) با انرژی دمشی 10 mJ .



شکل ۷. سیگنال نظری عدسی نور گرمایی در پیکریندی عرضی و دمش تپی (محیط رقین) با انرژی دمشی 6 mJ . (برگرفته از مرجع [۵]).



شکل ۸. سیگنال تجربی عدسی نور گرمایی در پیکریندی عرضی و دمش تپی - محیط غلیظ با انرژی دمشی 7 mJ .

آمیزه‌ای از سیگنال عدسی نور گرمایی و سیگنال انحراف نور گرمایی باشد. جدا کردن این دو سیگنال در عمل بیوژه برای پیکربندی عرضی مشکل است و می‌بایستی سیگنال نظری را اصلاح کرد بدین معنی که نظریه بایستی آمیزه‌ای از سیگنال عدسی نور گرمایی و سیگنال انحراف نور گرمایی باشد که نیاز به نظریه پیچیده‌تر از آنچه ارایه شد داریم. به طور کلی می‌توان نتیجه گرفت که سیگنال عدسی نور گرمایی برای محیط غلیظ به طور قابل ملاحظه‌ای با سیگنال مشابه برای محیط رقیق فرق دارد.

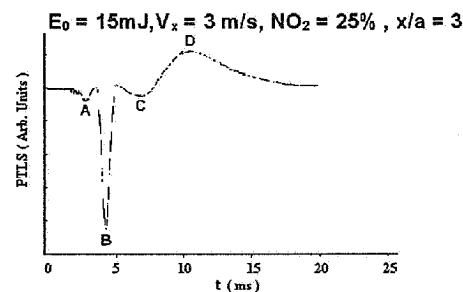
تأثیر انرژی در شکل سیگنال عدسی نور گرمایی بیوژه در شکلهای ۹ و ۱۰، که دارای شرایط یکسان هستند، به خوبی دیده می‌شود، در اثر افزایش انرژی می‌تواند پدیده‌های غیرخطی در محیط رخ دهد که در محاسبات منظور نشده است. به نظر می‌آید که لازم است پدیده غیرخطی ضرب جذب نیز در نظریه منظور شود. نتیجه کلی اینکه، نیاز به نظریه جامعی برای سیگنال عدسی نور گرمایی برای محیط‌های غلیظ از نظر اپتیکی داریم به طوری که اثر انرژی‌های زیاد (پدیده‌های غیرخطی) را نیز دربرگیرد.

سپاسگزاری

از دانشگاه اصفهان به خاطر فراهم آوردن تسهیلات سفر جهت انجام این آزمایش و از همکاری گروه فیزیک دانشگاه آرکانزاس آمریکا تشکر و قدردانی می‌شود. از پروفسور گوپتا که تسهیلات آزمایشگاهی و وسایل گرانبهای آنرا در اختیار اینجانب قرار دادند و به ویژه از راهنمایی‌های ارزشمند ایشان صمیمانه سپاسگزاری می‌نمایم. از خانمها، فرخ کهلانی و سوسن صالحیک که در تایپ این مقاله مرا یاری کردند تشکر و قدردانی می‌شود.

New York, (1992).

3. J P Gordon, R C Leite, R S Moore, S P S Ports, and J R Whinnery, *J. Appl. Phys.* **36**, 3 (1965).
4. H L Fang and R L Swofford. "The Thermal Lens in Absorption Spectroscopy", in Ultra sensitive Laser Spectroscopy, D. S. Kliger, ed. (Academic, New York, 1983).
5. R Vyas and R Gupta, *Appl. Opt.* **27**, 4701 (1988).



شکل ۱۰. سیگنال تجربی عدسی نور گرمایی در پیکربندی عرضی و دمشی تپی - محیط غلیظ با انرژی دمشی ۱۵ mJ نقاط A و B و واگرایی عدسی نور گرمایی و نقطه D همگرایی آن را نشان می‌دهد.

مسافت (فاصله) تغییر می‌کند. به عبارت دیگر شعاع پرتو لیزر دمشی a ، تابعی از t, z است یعنی داریم $a(t) = a(z, t)$. [در نظریه ارایه شده در بخش‌های ۱.۲ و ۲.۲ فرض بر این بوده است که شعاع پرتو لیزر دمشی ثابت باشد]. در نتیجه شدت پرتو نور لیزر دمشی در محیط این بار به خاطر تغییر شعاع آن بر حسب فاصله ثابت نبوده و شکل پیچیده‌تر از آنچه در رابطه (۳۲) ارایه شده است خواهد داشت. بنابراین گرمایی ایجاد شده در محیط غلیظ تو سط لیزر دمشی به هیچ‌وجه یکنواخت نبوده و بر حسب فاصله به شکل پیچیده‌تر از آنچه رابطه (۳۲) نشان می‌دهد تغییر می‌کند.

حتی اگر بتوان براساس روابط ارایه شده در بخش ۲.۲ منحنی سیگنال عدسی نور گرمایی محیط غلیظ را بر حسب زمان به دست آورد نبایستی انتظار سازگاری آن را با متناظر تجربی به دست آمده داشته باشیم. زیرا در نظریه موجود از تقریب‌هایی استفاده شده است که در مورد محیط غلیظ چندان صدق نمی‌کند. از جمله این تقریبها ثابت فرض کردن شعاع پرتو لیزر دمشی بر حسب فاصله است که براساس بحث فوق عملاً ثابت نیست. نکته دیگر اینکه سیگنال به دست آمده ممکن است

مراجع

1. Proceeding of the Ninth International Conference on Photoacoustic and Photothermal phenomena, progress in natural science, supplement to Vol. 6, Taylor and Frances, Washington DC, (1996).
2. Progresses in Photothermal and photoacoustic Science and Technology, Vol. 1 and other volumes in this series, A Mandelis ed. Elsevier,

- Fournier, *Appl. Opt.* **20**, 1333 (1981).
14. A Rose, R Vyas, and R Gupta, *Appl. Opt.* **25**, 4626 (1986).
15. R Vyas, B Monson, Y-X Nie, and R Gupta, *Appl. Opt.* **27**, 3914 (1988).
16. R Gupta, J. A. Sell, ed. Academic Press, New York, (1988).
17. A K Ghatak and K Thyagarajan, *Contemporary Optics*, Plenum, New York, (1978).
18. See for example, P. W. Milonni and J. H. Eberly, *Lasers*, John Wiley & Sons, (1988).
19. J M Khosrofian and B A Garetz, *Appl. Opt.* **22**, 3406 (1983).
6. Q He, R Vyas, and R Gupta, *Appl. Opt.* **36**, 27, 7046 (1997).
7. M Soltanolkotabi and M H Zandi, *J. Sci IR Iran* Vol 8, No. 4, 281 (1997).
8. Q He, R Vyas, and R Gupta, *Appl. Opt.* **36**, No 9, 1841 (1997).
9. J Stone, *Appl. Opt.* **12**, 1828 (1973).
10. C C Davis, *Appl. Phys. Lett.* **36**, 515 (1980).
11. C C Davis and S J Petuchowski, *Appl. Opt.* **20**, 2539 (1981).
12. M Soltanolkotabi and R Gupta, *Appl. Opt.* **37**, No. 30, 7137 (1998).
13. W B Jackson, N M Amer, A C Boccara and D