

## روش خودسازگار در محاسبه نسبت $\frac{F_p^n}{F_p^p}$ با استفاده از تابع ساختار و

### نسبت هسته‌های ${}^3\text{H}$ و ${}^3\text{He}$

مجید مدرس و روح‌الله محمدی

دانشگاه تهران، دانشکده فیزیک

(دریافت مقاله: ۸۵/۷/۱۹؛ دریافت نسخه نهایی: ۸۶/۳/۱۲)

#### چکیده

ابتدا تابع ساختار هسته‌های  ${}^3\text{H}$  و  ${}^3\text{He}$  را با استفاده از فرمولبندی درهم روی هسته‌ای که در برگیرنده اثرات حرکت فرمی<sup>۲</sup> و انرژی بستگی هسته‌ای است را محاسبه می‌کنیم. در این محاسبات از نتایج به دست آمده برای تابع ساختار نوکلئونهای آزاد گروه تحقیقاتی GRV (Gluck, et al.) بهره می‌گیریم. در ادامه نسبت EMC برای هسته‌های  ${}^3\text{He}$  و  ${}^3\text{H}$  را به دست آورده و سعی می‌کنیم نسبت تابع ساختار نوترون به پروتون را که به صورت یک رابطه خودسازگار<sup>۴</sup> بر حسب تابع ساختار و نسبت EMC هسته‌های  ${}^3\text{H}$  و  ${}^3\text{He}$  قابل نوشتن است را مورد بازنگری قرار می‌دهیم که منجر به بهبود نتایج در حد مقادیر بزرگ مقیاس بیورکن (x) می‌شود.

واژه‌های کلیدی: تابع ساختار، حرکت فرمی، اثر EMC، فرمولبندی درهم روی، رابطه تکراری خودسازگار، مقیاس بیورکن

#### ۱. مقدمه

در چارچوب مدل استاندارد نوکلئونها از کوارکهای ظرفیت، دریای کوارک و گلوئونها تشکیل شده‌اند که در حد مقادیر کوچک متغیر بیورکن ( $x = \frac{Q^2}{2Mv}$ ) دریای کوارکها و گلوئونها نقش اساسی را در توجیه تابع ساختار نوکلئونها بر عهده دارند، در حالی که اطلاعات ما از تابع ساختار نوکلئونها در xهای بزرگ از توزیع کوارکهای ظرفیت بالا و پایین (u و d) حاصل می‌شود.

امروزه تابع ساختار پروتون از لحاظ تجربی و نظری کاملاً شناخته شده است در حالی که معمولاً از داده‌های مربوط به

پراکندگی غیر کشسان عمیق<sup>۵</sup> دوترون برای محاسبه تابع ساختار نوترون استفاده می‌شود [۱]. اما نتایج حاصل هنوز کاملاً دقیق نیستند که این عدم دقت به اثرات محیط هسته‌ای بر روی تابع ساختار نوکلئون مقید مربوط بوده و باعث می‌شود تابع ساختار نوکلئون مقید و آزاد با هم متفاوت باشند (این پدیده به اثر EMC معروف است [۲]). برای بررسی بیشتر تابع ساختار نوترون، محاسبه نسبت تابع ساختار نوترون به پروتون مفید است. در این مقاله سعی می‌کنیم این نسبت را در حد xهای بزرگ محاسبه کنیم. بررسی این نسبت در حد  $x \rightarrow 1$  علاوه بر این که اطلاعاتی در مورد تابع ساختار نوترون در این حد به دست می‌دهد می‌تواند اطلاعاتی در مورد شکست تقارن اسپین - رنگ در

۱. Convolution Model

۲. Fermi motion

۳. European Muon Collaboration

۴. Self-Consistent

۵. Deep inelastic scattering

## ۲. محاسبه تابع ساختار و نسبت EMC برای هسته‌های

### تریتم و هلیوم ۳

در این بخش تابع ساختار هسته‌های  ${}^3\text{H}$  و  ${}^3\text{He}$  را در تقریب تکانه محاسبه می‌کنیم. برای انجام این منظور از فرمولبندی درهم روی هسته‌ای استفاده می‌کنیم. مطابق با این فرمولبندی داریم [۱۲ و ۱۳]:

$$F_{\nu}^A(x) = \int_x^A dz F^A(z) F_{\nu}^N\left(\frac{x}{z}\right), \quad (1)$$

که در این رابطه  $F_{\nu}^N(x)$  تابع ساختار نوکلئون و  $F_{\nu}^A(x)$  تابع توزیع کوارکها درون هسته  $A$  است و  $x$  کسر تکانه حمل شده توسط کوارک از کل تکانه هسته است.  $F^A(z)$  نشان‌دهنده احتمال یافتن نوکلئونها درون هسته می‌باشد که در این مقاله از تابع توزیع معرفی شده توسط اکولینچو<sup>۵</sup> و همکارانش استفاده می‌کنیم [۱۲ و ۱۳]. که آنها در محاسبات خود از توابع موج نوسانگر هماهنگ هسته‌ای برای به دست آوردن توزیع تکانه نوکلئونها درون هسته استفاده کرده‌اند [۱۳].

$$F^A(z) = \sum_{nl} g_{nl} S_{nl}(z), \quad (2)$$

$$S_{nl}(z) = \frac{1}{2} \left[ \frac{M}{\hbar\omega} \right]^{\frac{1}{2}} \frac{n!}{\Gamma(n+l+\frac{3}{2})} \times \sum_{t_1}^n \sum_{t_2}^n \frac{(-1)^{t_1+t_2}}{(t_1!)(t_2!)} \binom{n+l+\frac{1}{2}}{n-t_1} \binom{n+l+\frac{1}{2}}{n-t_2} \times \Gamma\left(l+t_1+t_2+1, \frac{M_N}{\hbar\omega} \left(z-1-\frac{\varepsilon_{nl}}{M_N}\right)^2\right), \quad (3)$$

که  $z = \frac{PNQ}{M_{NV}}$  نشان‌دهنده کسر تکانه حمل شده توسط نوکلئون از کل تکانه هسته،  $M_N$  جرم نوکلئون،  $\hbar\omega$  پارامتر مدل نوسانگر ( $\hbar\omega = \frac{\hbar^2\alpha^2}{M}$ ) می‌باشد.  $\alpha^2$  به صورت  $\alpha^2 = \frac{2}{9} \frac{1}{\langle r^2 \rangle}$  با جذر میانگین مربع شعاع<sup>۶</sup> هسته‌هایی که در پراکندگی شرکت دارند مربوط می‌شود [۱۱ و ۱۳].  $\varepsilon_{nl}, g_{nl}$  به

نوکلئونها [۳] (از طریق محاسبه نسبت کوارکهای پایین به بالا  $(d/u)$ ) و همچنین اطلاعاتی نیز در مورد عدم قطعیت در سهم گلوئونها حاصل می‌شود. محاسبه نسبت  $\frac{F_{\nu}^n}{F_{\nu}^p}$  از طریق برآزش<sup>۱</sup> داده‌های استاندارد مربوط به پراکندگی عمیق دوترون و هیدروژن که در آن اثرات هسته‌ای هنوز قابل توجه است منجر به خطایی در حدود ۵۰٪ در نسبت  $\frac{d}{u}$  یا  $\frac{F_{\nu}^n}{F_{\nu}^p} = \frac{1+\frac{4}{\nu}\frac{d}{u}}{\frac{4}{\nu}+\frac{d}{u}}$  می‌شود [۴]. مقدار این نسبت در حد  $x \rightarrow 1$  از این طریق  $1/4$  می‌شود در حالی که نچتمن<sup>۲</sup> برای این نسبت محدوده  $1/4 < \frac{F_{\nu}^n}{F_{\nu}^p} < 4$  را برای کل ناحیه  $x$ ها به دست آورد. یک تجزیه و تحلیل کامل تر که به وسیله PQCD<sup>۳</sup> انجام شده مقدار  $3/7$  را برای این نسبت در حد  $x \rightarrow 1$  نتیجه می‌دهد [۵-۷] و حتی مقدار  $2/3$  در محاسبات حاصل از در نظر گرفتن تقارنهای  $SU(6)$  انتظار می‌رود [۵-۷]. اخیراً در آزمایشگاه جفرسون در صدد انجام پراکندگی الکترون از هدفهای  ${}^3\text{H}$  و  ${}^3\text{He}$  در انرژی بالا (در حدود ۱۱ GeV) هستند [۴]. هدف آنها اندازه‌گیری  $F_{\nu}^n$  با استفاده از نسبت توابع ساختار  ${}^3\text{H}$  و  ${}^3\text{He}$  می‌باشد. این موضوع باعث شده است که دانشمندان روشهای نظری مختلفی برای بررسی نسبت  $\frac{F_{\nu}^n}{F_{\nu}^p}$  بر حسب تابع ساختار و نسبت EMC هسته‌ها  ${}^3\text{H}$  و  ${}^3\text{He}$  پیشنهاد کنند [۸، ۴-۱۱] که منجر به یک رابطه تکراری<sup>۴</sup> خودسازگار برای محاسبه نسبت  $\frac{F_{\nu}^n}{F_{\nu}^p}$  می‌شود تا به نحوی بتوانند خطاهای حاصل از نتایج به دست آمده برای این نسبت از روی برآزش داده‌های دوترون و هیدروژن را تعدیل کنند. همه این موارد باعث ترغیب ما برای بررسی این نسبت در این مقاله شده است.

۱. Fitting

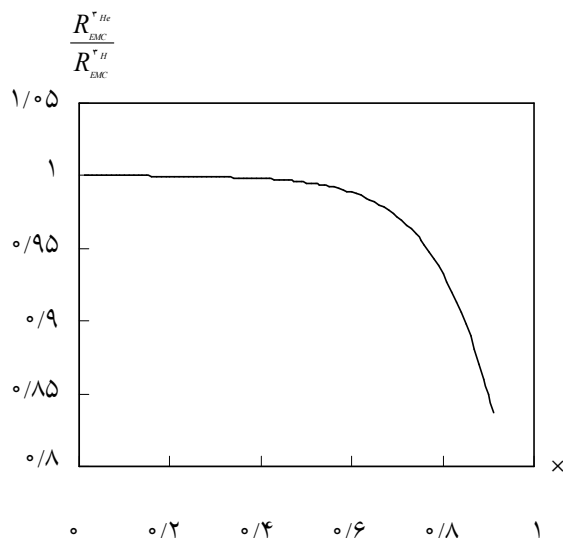
۲. Nachtmann

۳. Perturbative Quantum Chromo Dynamic

۴. Iteration

۵. S. V. Akulinichev

۶. Root mean square radii



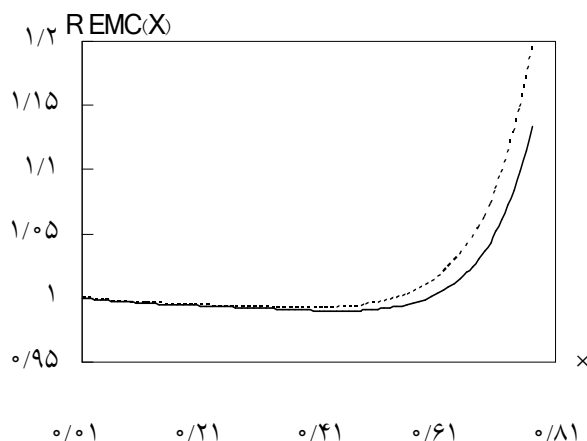
شکل ۲. نسبت EMC هسته  ${}^3\text{He}$  به نسبت EMC هسته  ${}^3\text{H}$ .

و در شکل ۲ نسبت  $\frac{R_{EMC}^{3He}}{R_{EMC}^{3H}}$  رسم شده است. همان طور که از شکلها پیداست برای هسته‌های  ${}^3\text{He}$  و  ${}^3\text{H}$  اثرات محیط هسته‌ای تا  $x \approx 0.6$  یکسان است ولی در ادامه به دلیل بزرگ بودن شعاع  ${}^3\text{He}$  از شعاع  ${}^3\text{H}$  اثرات اندازه هسته‌ای برای این هسته‌ها متفاوت می‌شود (در حد  $x$ های بزرگ اثر حرکت فرمی نقش اصلی را در محاسبه تابع ساختار و نسبت EMC هسته بر عهده دارد). به همین خاطر نسبت  $\frac{R_{EMC}^{3He}}{R_{EMC}^{3H}}$  برای  $x$ های بزرگتر از  $0.6$  شروع به کاهش می‌کند. حال که تابع ساختار و نسبت EMC هسته‌های  ${}^3\text{He}$  و  ${}^3\text{H}$  را محاسبه نمودیم به ارتباط بین نسبت تابع ساختار نوترون به پروتون با این کمیتها می‌پردازیم.

۳. محاسبه نسبت  $\frac{F_V^n}{F_V^p}$  بر حسب توابع ساختار و نسبت

EMC هسته‌های  ${}^3\text{He}$  و  ${}^3\text{H}$

برای به دست آوردن رابطه‌ای برای نسبت  $\frac{F_V^n}{F_V^p}$  بر حسب توابع ساختار و نسبت EMC هسته‌های  ${}^3\text{He}$  و  ${}^3\text{H}$  ابتدا کمیت  $R^{3He/3H}$  را محاسبه می‌کنیم [۸، ۹ و ۱۱]:



شکل ۱. نسبت EMC هسته‌های  ${}^3\text{He}$  و  ${}^3\text{H}$  (خط چین).

ترتیب نشان دهنده تعداد نوکلئونها در تراز  $nl$  و انرژی این تراز هستند. با استفاده از روابط ۱ تا ۳ برای هسته‌های  ${}^3\text{He}$  و  ${}^3\text{H}$  داریم [۱۲ و ۱۳]:

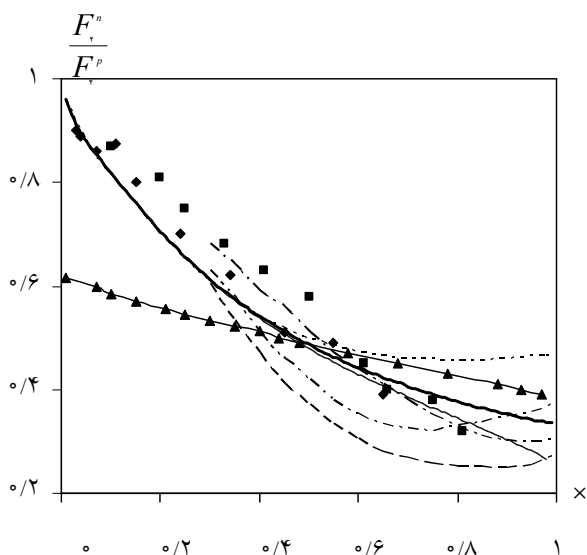
$$F_V^{3He}(x) = \int_x^\infty dz F^{3He}(z) \left( \sqrt{2} F_{GRV}^p\left(\frac{x}{z}\right) + F_{GRV}^n\left(\frac{x}{z}\right) \right), \quad (4)$$

$$F_V^{3H}(x) = \int_x^\infty dz F^{3H}(z) \left( \sqrt{2} F_{GRV}^n\left(\frac{x}{z}\right) + F_{GRV}^p\left(\frac{x}{z}\right) \right), \quad (5)$$

که  $F_{GRV}^n F_{GRV}^p$  نشان دهنده تابع ساختار پروتون (نوترون) آزاد می‌باشد. شایان ذکر است که در اینجا از نتایج گروه GRV برای برآزش داده‌های تجربی حاصل از پراکندگی عمیق دوترون و هیدروژن استفاده می‌کنیم [۱]. همچنین  $\varepsilon_{nl}^{3He} = 5\text{MeV}$  و  $\varepsilon_{nl}^{3H} = 2\text{MeV}$  در نظر گرفته می‌شوند و مقادیر  $\langle r^2 \rangle$  به ترتیب برای هسته‌های  ${}^3\text{He}$  و  ${}^3\text{H}$  به ترتیب برابر  $1/95$  و  $1/70$  فرمی می‌باشند [۱۰ و ۱۱]. در ادامه نسبت EMC برای این هسته‌ها را به صورت نسبت تابع ساختار هسته‌ای بر واحد نوکلئون (تابع ساختار نوکلئون مقید) به تابع ساختار نوکلئون آزاد محاسبه می‌کنیم (رابطه ۶ و ۷). در شکل ۱ نسبت EMC هسته‌های  ${}^3\text{He}$  و  ${}^3\text{H}$  یعنی:

$$R_{EMC}^{3He}(x) = \frac{F_V^{3He}(x)}{\sqrt{2} F_{GRV}^p(x) + F_{GRV}^n(x)}, \quad (6)$$

$$R_{EMC}^{3H}(x) = \frac{F_V^{3H}(x)}{F_{GRV}^p(x) + \sqrt{2} F_{GRV}^n(x)}, \quad (7)$$



شکل ۳. نتایج محاسبه نسبت تابع ساختار نوترون به پروتون با استفاده از رابطه تکراری خود سازگار داده شده در رابطه ۱۰ (خط چین کوتاه  $n=2$  و خط پر رنگ  $n=5$ ) با نتایج به دست آمده توسط سالمه و همکارانش [۸ و ۹] (خط-نقطه) که در آن از تابع ساختار نوکلئونی به دست آمده در مرجع [۲] استفاده شده، (خط دو نقطه) که در آن از تابع ساختار نوکلئونی به دست آمده در مرجع [۷] استفاده شده، (خط چین بلند) نتایج حاصل از رابطه تکراری خود سازگار برای  $n=20$  که در آن از توابع ساختار نوکلئونی مرجع [۷] استفاده شده است، نتایج مرجع [۱۰] (خط-مربع)، نتایج گروه GRV (خط کم‌رنگ) و همچنین نتایج تجربی EMC (مربع) و SLAC (لوزی) مقایسه شده است.

حال در رابطه فوق  $b$  باید طوری تعیین شود که  $r^0(x)$  غیر منطقی نباشد. سالمه و همکارانش  $b=0.5$  را در نظر گرفتند و بدین ترتیب  $r^0(x)$  در حد  $x \rightarrow 1$  برابر  $\frac{3}{4}$  می‌شود. با توجه به

این که نسبت  $\frac{F_{\gamma}^n}{F_{\gamma}^p}$  می‌تواند در محدوده  $1/4$  تا  $4$  قرار گیرد،

می‌توان نتیجه گرفت که رابطه (۱۲) یک تقریب منطقی می‌باشد.

محاسبه نسبت  $\frac{F_{\gamma}^n}{F_{\gamma}^p}$  حاصل از در نظر گرفتن  $r^0(x)$  به صورت

رابطه (۱۲) برای  $n=2$  و  $n=5$  در شکل ۳ نشان داده شده است. همچنین در شکل ۳ نتایج تجربی نسبت تابع ساختار نوترون به پروتون، که از طریق تجزیه و تحلیل تابع ساختار دوترون و هیدروژن محاسبه می‌شود، نشان داده شده است. همان طور که

$$R^{\gamma He/\gamma H}(x) = \frac{R_{EMC}^{\gamma He}}{R_{EMC}^{\gamma H}} = E(x) \left[ \frac{\gamma r(x) + 1}{\gamma + r(x)} \right] \quad (8)$$

در این رابطه  $E(x) = \frac{F_{\gamma}^{\gamma He}(x)}{F_{\gamma}^{\gamma H}(x)}$  و  $r(x) = \frac{F_{\gamma}^n(x)}{F_{\gamma}^p(x)}$  می‌باشند.

$E(x)$  به  $r(x)$  وابسته نیست (در ادامه بیشتر در مورد آن بحث می‌کنیم). در تقریب تکانه همان طوری که رابطه (۸) نشان

می‌دهد  $R^{\gamma He/\gamma H}$  به  $r(x)$  وابسته می‌باشد. بدین ترتیب می‌توان

$r(x)$  را بر حسب  $R^{\gamma He/\gamma H}$  و  $E(x)$  به صورت زیر به دست

آورد [۸، ۱۰ و ۱۳]:

$$r(x) = \frac{F_{\gamma}^n(x)}{F_{\gamma}^p(x)} = \frac{E(x) \gamma R^{He/H}[x, r(x)]}{R^{He/H}[x, r(x)] \gamma E(x)} \quad (9)$$

در تقریب تکانه، رابطه (۹) یک رابطه خودسازگار است که یک آزادی عمل در تعیین نسبت  $r(x)$  ایجاد می‌کند و می‌توان نشان داد در تقریب تکانه رابطه (۹) را می‌توان به صورت رابطه بازگشتی زیر نوشت [۴، ۸ و ۹]:

$$r^n(x) = \frac{F_{\gamma}^n(x)}{F_{\gamma}^p(x)} = \frac{E(x) \gamma R^{He/H}[x, r^{n-1}(x)]}{R^{He/H}[x, r^{n-1}(x)] \gamma E(x)} \quad (10)$$

برای شروع کار از یک تقریب مرتبه صفر منطقی،  $r^0(x)$

استفاده می‌شود. از طرفی  $E(x)$  باید از داده‌های تجربی

جایگزین شود تا بتوان از وابستگی آن به  $r(x)$  صرف نظر کرد

ولی به علت فقدان داده‌های تجربی برای تابع ساختار تریتم

این کمیت را به وسیله تقریبهای نظری بازسازی می‌کنیم که در

اینجا از روابط (۳-۱) برای محاسبه این نسبت کمک

می‌گیریم. مسئله آخر تعیین  $r^0(x)$  می‌باشد همان طور که سالمه

و همکارانش پیشنهاد می‌کنند  $r^0(x)$  را به صورت زیر در نظر

می‌گیریم [۸ و ۹]:

$$\begin{cases} r^0(x) = r(x) + \delta r^0(x), \\ \delta r^0(x) = r(x)(bx^2) \end{cases} \quad (11)$$

با توجه به این که از توابع ساختار گروه GRV برای تابع

ساختار نوترون و پروتون آزاد استفاده کردیم بنابراین  $r^0(x)$  به

صورت زیر در می‌آید [۸ و ۹]:

$$r^0(x) = \frac{F_{\gamma}^n_{GRV}}{F_{\gamma}^p_{GRV}} (1 + bx^2) \quad (12)$$

GRV (Gluck, et al) بهره گرفتیم. در ادامه نسبت EMC برای هسته‌های  ${}^3\text{H}$  و  ${}^3\text{He}$  را به دست آورده نسبت تابع ساختار نوترون به پروتون را که به صورت یک رابطه خود سازگار بر حسب تابع ساختار و نسبت EMC هسته‌های  ${}^3\text{H}$  و  ${}^3\text{He}$  قابل نوشتن است را مورد بازنگری قرار دادیم. نتایج به دست آمده را با نتایج سایر مقالات دیگر مقایسه نمودیم که در شکل ۳ آورده شده است. همان طور که این شکل نشان می‌دهد نتایج محاسبات ما رضایت‌بخش است و منجر به بهبود مقادیر نسبت

$$\frac{F_2^n}{F_2^p} \text{ در حد } x \text{ های بزرگ شده است.}$$

از شکل ۳ پیدا است با استفاده از رابطه (۱۰) نسبت  $\frac{F_2^n}{F_2^p}$  برای  $x$  های بزرگ (نزدیک به یک) از مقدار  $1/4$  نتایج تجربی به سمت  $1/3$  میل می‌کند که با توجه به توضیحات داده شده در ابتدای فصل می‌تواند رضایت‌بخش باشد.

#### ۴. نتیجه‌گیری

در خاتمه به طور خلاصه در این مقاله ابتدا تابع ساختار هسته‌های  ${}^3\text{H}$  و  ${}^3\text{He}$  را با استفاده از فرمولبندی درهم روی هسته‌ای که در برگیرنده اثرات حرکت فرمی و انرژی بستگی هسته‌ای می‌باشد را محاسبه کردیم. در این محاسبات از نتایج به دست آمده برای تابع ساختار نوکلئونهای آزاد گروه تحقیقاتی

#### مراجع

1. M Gluck, E Reya and Avocet, *Z Phys. C* **48** (1990) 471; **67** (1995) 433.
2. J J Aubert et al., *Phys Lett. B* **105** (1983) 403; J J Aubert et al., *Nucl. Phys. B* **293** (1987) 740.
3. J G H de Groot et al., *Phys. Lett. B* **82** (1979) 456.
4. I R Afnan, A W Thomas, F Bissey, J Gomez, A T Katramatou, W Meinitchouk and G G Petratos, *Phys. Lett. B* **493** (2000) 36.
5. G B West, *Phys. Lett. B* **37** (1971) 509.
6. J Kuti and V F Weisskopf, *Phys. Rev. D* **4** (1971) 3418.
7. S J Brodsky, M Burkardt and I Schmidt, *Nucl. Phys. B* **441** (1995) 197; G R Farrar and D R Jackson, *Phys. Rev. Lett.* **35** (1975) 1416.
8. E Pace, G Salme, A Kievsky and S Scopetta, *Phys. Rev. C* **64** (2001) 055203.
9. E Pace, G Salme, A Kievsky and S Scopetta, *Nucl. Phys. A* **437** (1985) 509.
10. M Modarres and F Zolfagharpour, *Nucl. Phys. A* **765** (2006) 112-125.
11. M Modarres, M M Yazdanpanh and F Zolfagharpour, *Eur. Phys. A* **28** (2006) 205.
12. S V Akulinichev, S A Kulagin and G M Vagradoy, *Phys Lett. B* **158** (1985) 485.
13. S V Akulinichev, S Shlomo, S A Kulagin and G M Vagradoy, *Phys. Rev. Lett.* **55** (1985) 2239.