

بررسی اثر صحیح کوانتومی هال در سیستمهای دارای ناخالصی به روش تبدیل پیمانه‌ای در حضور نقطه‌های کوانتومی

سعیده رمضانی ثانی^۱، آرش فیروزنیا^۲، عبدالمصطفی مرتضی علی^۱ و محمدرضا سرکرده‌ای^۱

۱. گروه فیزیک- دانشگاه الزهراء- تهران
۲. گروه فیزیک- دانشگاه شهید بهشتی- تهران

(دریافت مقاله: ۸۳/۷/۲۷ ؛ دریافت نسخه نهایی: ۸۴/۴/۱)

چکیده

در این مقاله اثر صحیح کوانتومی هال با اعمال ناخالصی، به دو صورت تابع دلتای دیراک و تابع گوسی به روش تبدیل پیمانه‌ای بررسی شده است. در حضور این ناخالصیها، ترازهای لاندائو به دو دسته ترازهای گسترده و جایگزیده تبدیل شده و پله هال ایجاد می‌گردد. در ادامه یک ناخالصی به صورت نقطه کوانتومی به سیستم دارای ناخالصی، اضافه می‌شود و مشاهده می‌گردد که افزایش پهنای و ارتفاع نقطه کوانتومی در جهت از بین بردن پله عمل می‌کند و در نهایت اثر کوانتومی هال محو می‌شود. نتایج محاسبات عددی در این مقاله، بیان لافلین را در توجیه اثر کوانتومی هال تایید می‌کند.

واژه‌های کلیدی: سیستمهای مزوسکوپیک، اثر کوانتومی هال، تبدیل پیمانه‌ای، نقطه کوانتومی

۱. مقدمه

لافلین [۲] کوانتش صحیح رسانایی را به عنوان نتیجه‌ای از ناوردایی پیمانه‌ای نشان داد. او با یک حلقه فلزی آزمایشی ترتیب داد که در آن، یک میدان مغناطیسی عمود بر سطح لایه دو بعدی وجود داشت. علاوه بر آن یک شار اضافی نیز از درون حلقه عبور می‌کرد. او نشان داد که اگر شرایط زیر برقرار باشد، تغییر شار ϕ به اندازه کوانتوم شار ϕ_0 ، باعث انتقال یک الکترون در هر تراز لاندائو، از یک لبه به لبه دیگر می‌شود و این معادل با این خواهد بود که رسانایی این سیستم به صورت

$$\frac{ie^2}{h}$$

کوانتیده باشد. این شرایط عبارتند از:

۱. ناخالصیها به اندازه کافی کم باشند.

۲. پتانسیل شیمیایی بین دو تراز لاندائو در گاف انرژی باشد.

اثر کوانتومی هال اولین بار در سال ۱۹۸۰ توسط فون کلitzینگ^۱ و همکارانش ج، دوردا^۲، و م پپر^۳ [۱] کشف شد. آنها ضمن مطالعه روی نمونه ماسفت، به منظور مطالعه رفتار سطح بلورهای نیمرسانا در شرایط عادی، مشاهده کردند مقاومت هال در دمای پایین و میدان مغناطیسی بالا، به صورت پله‌ای رفتار می‌کند.

روش پیمانه‌ای بیان می‌کند، افزایش شار مغناطیسی ϕ به اندازه کوانتوم شار $\phi_0 = \frac{ch}{e}$ ، یک الکترون را از یک لبه به لبه دیگر سیستم می‌برد.

۱. Von Klitzing

۲. Dorda

۳. Pepper

که ρ عدد صحیح می‌باشد. بنابراین فاصله بین ترازهای مجاز برابر با $\Delta k = \frac{2\pi}{L_y}$ خواهد بود. با تعریف $X = l^y k$ رابطه (۲) به صورت زیر در می‌آید:

$$\psi_{nk} = \pi^{-\frac{1}{2}} L_y^{-\frac{1}{2}} \exp\left(i \frac{X}{l^y} y\right) \phi_n(x - l^y k) \quad (3)$$

انرژی این ویژه حالتها به شکل زیر است:

$$E_{nX} = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar \omega + eEX \quad (4)$$

اگر در یکای مغناطیسی کار کنیم و فرض نماییم $u = \frac{cE_x}{B}$ در آن صورت رابطه (۴) را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$E_{nX} = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar \omega + uX \quad (5)$$

باتوجه به رابطه $\Delta k = \frac{2\pi}{L_y}$ ، فاصله مقادارهای مجاز X به

شکل زیر است:

$$\Delta X = l^y \Delta k = \frac{2\pi l^y}{L_y}$$

$$X = \Delta X, 2\Delta X, \dots, N_s \Delta X$$

که $N_s = \frac{L_x L_y}{2\pi l^y}$ است.

با استفاده از روش آئوکی [۵]، باتغییر شار، تابع موج به شکل زیر تغییر خواهد کرد:

$$\psi \rightarrow \psi \exp\left(2\pi i \frac{\phi}{\phi_0}\right), \phi_0 = \frac{\hbar c}{e}$$

با این تغیر شار، معادله (۳) به شکل زیر در می‌آید:

$$\psi'_{nX} = \pi^{-\frac{1}{2}} L_y^{-\frac{1}{2}} \exp\left(\frac{i}{l^y} \left(Xy + 2\pi l^y \frac{\phi}{\phi_0}\right)\right) \phi_n(x - X)$$

با اعمال شرط دوره‌ای $\psi'(x, y) = \psi'(x, y + L_y)$ و با توجه به تعریف X و X' به صورت:

$$X = X(\phi = 0), X' = X(\phi)$$

خواهیم داشت:

$$X' = X + \frac{\phi}{\phi_0} \Delta X \quad (6)$$

با توجه به رابطه (۶)، می‌توان معادله (۵) را که ویژه مقادیر حالت بدون ناخالصی است، با تغیر شار به صورت زیر

۳. دما به اندازه‌ای کوچک باشد که $K_B T$ از انرژی سیکلوترونی ترازهای لاندائو، کوچکتر باشد به گونه‌ای که دما باعث گذار بین ترازهای نشود. این روش برای شکل هندسی دیگری مانند دیسک کاربینو توسط هالپرین [۳] انجام شد.

در این مقاله از روش پیمانه‌ای در سیستمهای دارای ناخالصی، برای بررسی اثر کوانتومی هال استفاده شده است [۴ و ۵]. دو نوع ناخالصی به صورت تابع دلتای دیراک و تابع گوسی به سیستم اضافه می‌شود و پاسخ زیرترازهای لاندائو به تغیر شار، در حضور این ناخالصیها بررسی می‌شود. آنگاه وجود پله هال در حضور این ناخالصیها مشاهده می‌شود. در انتها اثر کوانتومی هال را با اعمال یک نقطه کوانتومی بررسی می‌کنیم.

۲. پاسخ زیرترازهای لاندائو به تغیر شار

یک سیستم، در حضور میدان مغناطیسی خارجی و میدان الکتریکی در جهت محور X دارای هامیلتونی به شکل زیر می‌باشد:

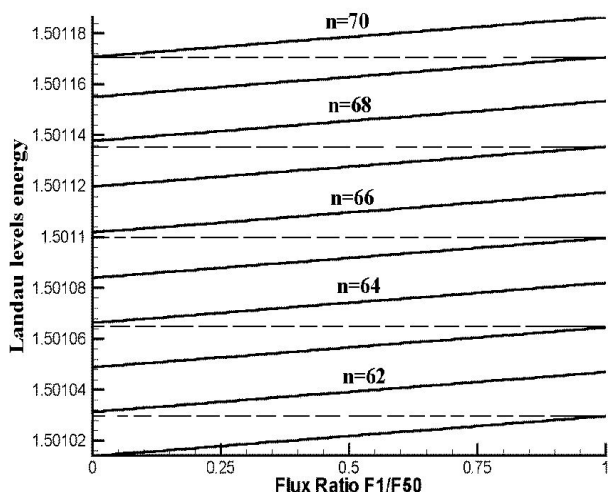
$$H = \frac{1}{2m} \left[\vec{p} + \frac{e\vec{A}}{c} \right]^2 + eEx \quad (1)$$

در صورت استفاده از پیمانه لاندائو به صورت $A_x = 0$ و $A_y = -Bx$ برای معادله (۱) می‌توان جوابها را به صورت زیر نوشت:

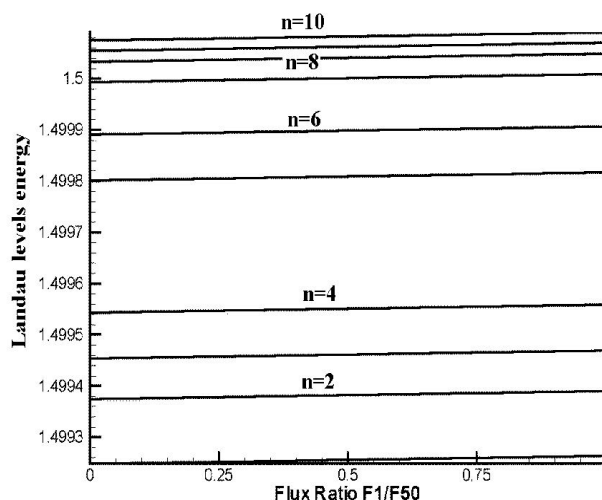
$$\psi_{nk} = \pi^{-\frac{1}{2}} L_y^{-\frac{1}{2}} \exp(iky) \phi_n(x - l^y k) \quad (2)$$

که ϕ_n ، n امین تابع نوسانگر هارمونیک است، و طول مغناطیسی به صورت $l = \left(\frac{\hbar c}{eB}\right)^{\frac{1}{2}}$ تعریف می‌شود. با توجه به شرط دوره‌ای $\psi(x, y) = \psi(x, y + L_y)$ مقادارهای مجاز k عبارتند از:

$$k = \frac{2\pi\rho}{L_y}$$



شکل ۲. پاسخ زیرترازهای ۶۰ تا ۷۰ سطوح لاندائو به تغییر شار در حضور ناخالصی با $V=0.002$.



شکل ۳. پاسخ زیرترازهای ۱ تا ۱۰ سطوح لاندائو به تغییر شار در حضور ناخالصی با $V=0.002$.

بازنویسی کرد:

$$E_{nX} = \left(n + \frac{1}{2} \right) + u \left(X + \frac{\phi}{\phi_0} \Delta X \right) \quad (V)$$

بنابراین در حالت بدون ناخالصی، ماتریس هامیلتونی قطری H ، را خواهیم داشت که عناصر روی قطر آن از معادله (V) به دست می‌آید. حال اگر به سیستم پتانسیل ناخالصی H' را اضافه کنیم در این صورت ماتریس هامیلتونی کل به شکل $H = H_0 + H'$ ، از حالت قطری در می‌آید و برای به دست آوردن ویژه مقادیر کافی است تا ماتریس هامیلتونی H را نیز قطری نماییم. قطری سازی به روش عددی با استفاده از زبان برنامه نویسی فرترن ۹۰ انجام شده است (subrotin evahf) [۷]. برای این کار $n=1$ است و برای این مقدار n ، مقدار $\frac{\phi}{\phi_0}$ را از صفر تا یک با فاصله برابر^۱ تغییر می‌دهیم. همچنین فرض می‌کنیم شرایط زیر برقرار باشد:

$$L_x = L_y = \left(\frac{2\pi N_s}{l} \right)^{\frac{1}{2}} l = 40.1l$$

تعداد زیرترازها $N_s = 256$ می‌باشد و میدان الکتریکی را طوری انتخاب می‌کنیم که $u = 10^{-4}$ باشد [۶]. با توجه به اینکه در

$$\phi(x) = \sqrt{2} x e^{-\frac{x^2}{2}}$$

اولین زیرتراز کار می‌کنیم و در این زیرتراز

۱. در این مثال فاصله صفر تا یک را به ۵۰ قسمت تقسیم کرده‌ایم.

است و با بهنجار کردن ψ رابطه (۳) به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\psi = \sqrt{2\pi} e^{-\frac{1}{2} L_y^2} \exp(iXy) (x-X) e^{-\frac{(x-X)^2}{2}}$$

دو نوع ناخالصی H' ، یکبار به صورت تابع دلتای دیراک و یکبار به صورت تابع گوسی به سیستم اعمال می‌کنیم و نتایج را به صورت جداگانه بررسی خواهیم کرد.

۳. چگونگی پاسخ زیرترازهای لاندائو به تغییر شار با اعمال پتانسیل ناخالصی به شکل تابع دلتای دیراک

همان طور که قبلاً گفته شد، در حالت بدون ناخالصی، عناصر روی قطر ماتریس قطری H را می‌توان به شکل زیر نشان داد:

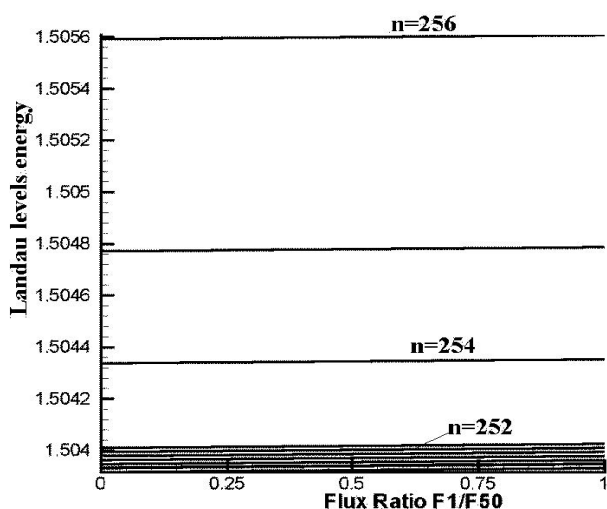
$$E_{ii} = \left(i + \frac{1}{2} \right) + 10^{-4} \left(i \Delta X + \frac{\phi}{\phi_0} \Delta X \right)$$

$$i = 1, 2, 3, \dots, 256$$

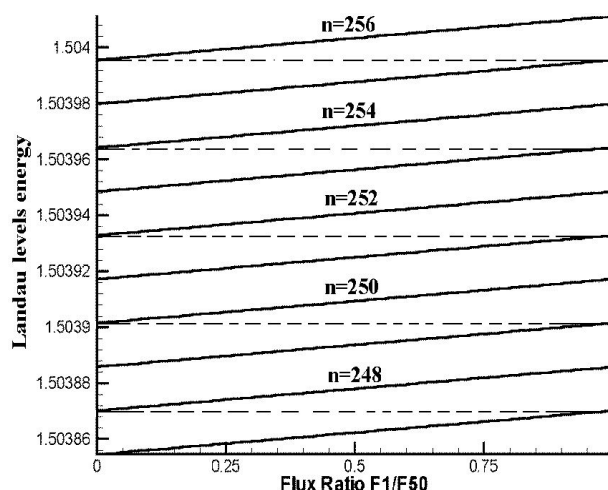
حال به سیستم N ناخالصی با پتانسیلهایی به صورت زیر اعمال می‌کنیم: (در این بررسی $N=100$ انتخاب شده است)

$$V(\vec{r}) = V \sum_{i,j} \delta(x-x_i) \delta(y-y_j) (-1)^{i+j}$$

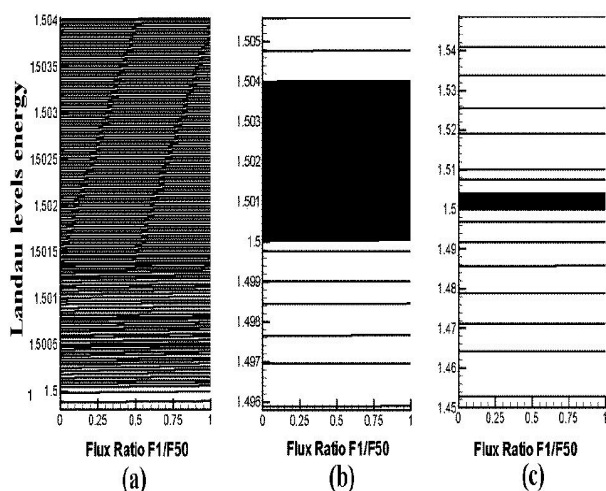
که این پتانسیلها یک در میان به صورت جاذبه و دافعه می‌باشند. ناخالصیها در مکانهای مشخصی قرار گرفته‌اند و به صورت کاتوره‌ای انتخاب نشده‌اند. عناصر ماتریس ناخالصی را، که یک



شکل ۴. پاسخ زیرترازهای ۲۴۶ تا ۲۵۶ سطوح لاندائو به تغییر شار در حضور ناخالصی با $V=0.02$.



شکل ۳. پاسخ زیرترازهای ۲۴۶ تا ۲۵۶ سطوح لاندائو به تغییر شار در حضور ناخالصی با $V=0.02$.



شکل ۵. (a) پاسخ ۲۵۶ زیرترازهای سطوح لاندائو در حضور ناخالصی با $V=0.02$ ، (b) پاسخ ۲۵۶ زیرترازهای سطوح لاندائو در حضور ناخالصی با $V=0.02$ ، (c) پاسخ ۲۵۶ زیرترازهای سطوح لاندائو در حضور ناخالصی با $V=0.02$.

شکل ۵ نمودارهای ۲۵۶ تراز لاندائو را بر حسب تغییر شار به ازای مقادیر مختلف V نشان می‌دهد. نمودار (a) زیرترازهای لاندائو در $V=0.02$ می‌باشد. در این نمودار مشاهده می‌شود تمام زیرترازها، حالت‌های گسترده هستند و به تغییر شار پاسخ داده‌اند. نمودار (b) زیرترازها را در $V=0.02$ نشان می‌دهد و می‌بینیم، همان طور که دامنه ناخالصی افزایش می‌یابد تعداد

ماتریس غیر قطری است با ماتریس قطری H . جمع می‌کنیم و سپس ماتریس حاصل را قطری می‌کنیم و نتایج را با توجه به نمودارهای به دست آمده به ازای مقادیر $V=0.02$ و $V=0.02$ مورد بررسی قرار می‌دهیم.

نمودارهای ۱ و ۲ ترازهای مختلف لاندائو را بر حسب تغییر شار به ازای $V=0.02$ نشان می‌دهند. همان طور که در این شکل‌ها می‌بینیم اکثر ترازها، حالت‌های گسترده هستند که به تغییر شار پاسخ می‌دهند و خاصیت پریودیک بودن، یعنی خاصیت $E_{nl}^{\phi+\Delta\phi} = E_{nl+1}^{\phi}$ را دارند. این خاصیت با خط‌های نقطه چین در نمودارها نمایش داده شده است. به این ترتیب که انتهای یک تراز، ابتدای تراز بعدی است.

شکل ۲ ترازهای بین ۶۰ تا ۷۰ را نشان می‌دهد. با توجه به این شکل مشاهده می‌شود که ترازهای مرکزی به تغییر شار پاسخ بهتری می‌دهند. در شکل‌های ۳ و ۴ ترازهای ۲۴۶ تا ۲۵۶ سطوح لاندائو بر حسب نسبت شار، به ازای مقادیر $V=0.02$ و $V=0.02$ رسم شده است. همان طور که در شکل ۳ مشاهده می‌کنیم، ترازها به تغییر شار پاسخ داده‌اند، در صورتی که در شکل ۴ ترازها نسبت به تغییر شار بدون پاسخند. این موضوع، افزایش ترازهای جایگزیده را نسبت به افزایش دامنه ناخالصی نشان می‌دهد.

نمودار رسانایی هال بر حسب نسبت پرشدگی به حالت پله‌ای نزدیک‌تر می‌شود.

در نمودار (c) حالت $V=0/2$ در نظر گرفته شده است. همان طور که در سمت چپ این نمودار دیده می‌شود، ترازهای گسترده نسبت به حالت قبلی باز هم محدودتر شده‌اند به طوری که در نسبت پرشدگی ۵۰ در صد تقریباً شیب تمام ترازهای گسترده با یکدیگر جمع شده‌اند.

در آخر این طور می‌توان نتیجه‌گیری کرد که هر چه میزان ناخالصی بیشتر شود، توزیع و تراکم ترازهای گسترده در نواحی میانی بیشتر شده و نمودار رسانایی هال بر حسب نسبت پرشدگی به حالت پله‌ای نزدیک می‌شود.

۴. چگونگی پاسخ زیر ترازهای لاندائوبه تغییر شار با اعمال ناخالصی گوسی شکل

همان طور که در قسمت قبل اشاره شد، اعمال ناخالصی به سیستم، باعث ایجاد پله هال می‌گردد. در این قسمت پتانسیل ناخالصی را به شکل تابع گوسی به سیستم اضافه می‌کنیم و مجدداً عناصر این ماتریس ناخالصی را به دست می‌آوریم و مانند حالت قبل این ماتریس را به ماتریس قطری H اضافه کرده و در آخر ماتریس هامیلتونی کل را قطری می‌نماییم.

شرایط مسئله مانند حالت قبل است. یعنی $n=1$ و تعداد زیر ترازها برابر ۲۵۶ می‌باشد. ضمناً مکان ناخالصیها نیز به شکل کاتوره‌ای انتخاب شده‌اند. تابع ناخالصی گوسی را به صورت زیر انتخاب می‌کنیم:

$$H'(i,j) = \sum_{k=1}^{\infty} V(-1)^k \exp\left(-\frac{\alpha(X - Xim(k))^2}{2}\right) \exp\left(-\frac{\alpha(Y - Yim(k))^2}{2}\right)$$

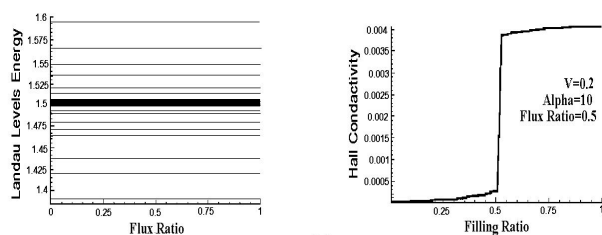
که $Xim(k)$ و $Yim(k)$ مکان ناخالصی هستند و $\alpha = \frac{1}{d^2}$ پهنای تابع گوسی می‌باشد. به روش حل عددی عناصر ماتریس ناخالصی محاسبه می‌شود و با ماتریس قطری اولیه جمع می‌گردد و نهایتاً ماتریس کل را قطری می‌کنیم و نتایج حالت قبل را بررسی می‌کنیم. این نتایج در شکل ۷ نشان داده

ترازهای گسترده کاهش می‌یابند و بر تعداد ترازهای جایگزیده افزوده می‌شود. ترازهای گسترده، به صورت نوار سیاه رنگ در مرکز نشان داده شده‌اند و ترازهای جایگزیده که نسبت به تغییر شار بدون پاسخ می‌باشند، در ابتدا و انتهای نمودار دیده می‌شوند. نمودار (c) زیرترازهای لاندائو در $V=0/2$ را نشان می‌دهد. در این نمودار نیز ویژگی قبل دیده می‌شود. یعنی با افزایش ناخالصی نسبت به حالت قبل، ترازهای جایگزیده که حامل جریان نیستند افزایش می‌یابد و نوار سیاه رنگ مرکزی کوچکتر می‌شود.

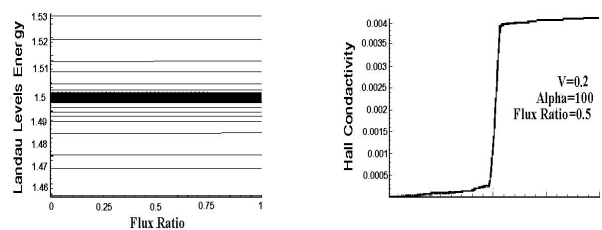
در مرحله بعد می‌خواهیم نمودار رسانایی هال بر حسب نسبت پرشدگی را رسم کنیم، تا بتوان پله‌های هال را در یک شار معین مشاهده کرد. از آنجایی که رسانایی هال متناسب با $\frac{dE}{d\phi}$ است، بنابراین باید در یک نسبت پرشدگی معین تمام زیرترازهای زیر گاف انرژی با یکدیگر جمع شوند. نتایج این محاسبات به ازای چند مقدار مختلف V و در نسبت شار $\frac{\phi}{\phi_0} = \frac{26}{51}$ در شکلهای سمت راست ۶ نشان داده شده است. نمودارهای سمت چپ نیز همان نمودارهای شکل ۵ می‌باشند که در اینجا برای مقایسه بهتر آورده شده‌اند.

نمودار (a) رسانایی هال بر حسب نسبت پرشدگی، را به ازای $V=0/0.2$ نشان می‌دهد. همان طور که در سمت چپ این نمودار دیده می‌شود، تمامی ترازهای گسترده در کل نمودار پخش شده‌اند. بنابراین در نسبتهای پرشدگی معین، تقریباً شیب تعداد مساوی از ترازها با یکدیگر جمع می‌شوند، در نتیجه پله‌های هال در این نمودار به وضوح مشخص نمی‌شوند.

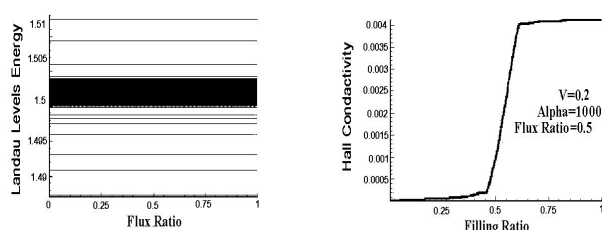
در نمودار (b) مقدار ناخالصی را به $V=0/0.2$ افزایش می‌دهیم. از نمودار سمت چپ مشخص است که در این حالت، توزیع ترازهای گسترده در قسمت مرکزی بیشتر شده و ترازهای جایگزیده در ابتدا و انتهای نمودار قرار دارند. بنابراین در ابتدا و انتهای نمودار شیب ترازها صفر است و چون بیشتر ترازهای گسترده در قسمت مرکزی قرار دارند به همین جهت در نسبتهای پرشدگی میانی، تعداد بیشتری از شیب ترازها با یکدیگر جمع شده و یک جهش دیده می‌شود و به این ترتیب



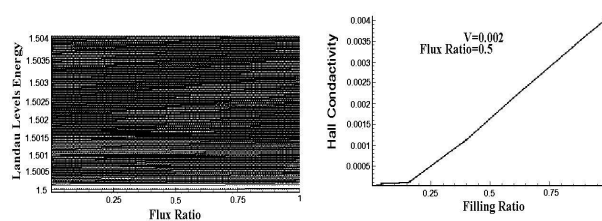
(a)



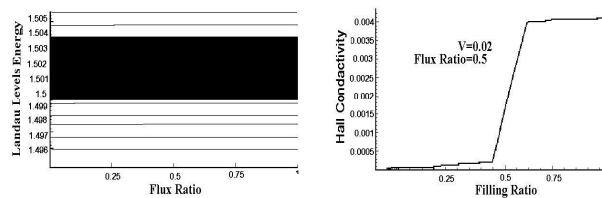
(b)



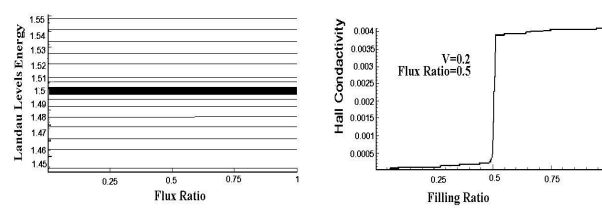
(c)



(a)



(b)



(c)

شکل ۶. پاسخ زیر ترازهای لاندائو به تغییر شار در حضور ناخالصی گوسی شکل و نمایش پله هال.

ترازهای جایگزیده کمتر می‌شود و با توجه به این کاهش ناخالصی، مشاهده می‌شود که شیب پله هال نیز کاهش یافته که این موضوع در سمت راست نمودار نشان داده شده است.

در شکل ۷. (c) مقدار α برابر ۱۰۰۰ انتخاب شده است. در این حالت نیز با افزایش α تعداد ترازهای گسترده زیاد می‌شود و همچنین شیب پله هال نیز کاهش می‌یابد. این روند افزایش ترازهای گسترده، با افزایش α همچنان ادامه دارد تا جایی که در حد $\alpha > 5000$ تمام ترازها گسترده می‌شوند و عملاً وجود ناخالصی از بین می‌رود. بنابراین می‌بینیم که با اعمال پتانسیل ناخالصی به صورت گوسی شکل، به ازای α های خاصی می‌توان اثر ناخالصی را، که نتیجه آن ایجاد پله است مشاهده کرد.

۵. اعمال پتانسیل ناخالصی به صورت نقطه کوانتومی

گوسی شکل به سیستم دارای ناخالصی

در بخش قبل رفتار ناخالصی و تاثیر آن بر روی یک سیستم دو

شکل ۶. (a) رسانایی هال بر حسب نسبت پرشدگی به ازای رسانایی هال بر حسب نسبت پرشدگی به ازای $V=0.002$ ، (b) رسانایی هال بر حسب نسبت پرشدگی به ازای $V=0.02$ ، (c) رسانایی هال بر حسب نسبت پرشدگی به ازای $V=0.2$.

شده است. در شکل ۷ پاسخ ترازهای لاندائو به تغییر شار، به ازای $V=0.2$ و مقادیر مختلف α رسم شده است. در شکل ۷. (a) $\alpha=10$ انتخاب شده است. در این حالت در سمت چپ این نمودار ترازهای گسترده به صورت نوار سیاه رنگ، در قسمت مرکز و ترازهای جایگزیده در ابتدا و انتهای مشخص شده‌اند. و در سمت راست نمودار رسانایی هال بر حسب نسبت پرشدگی رسم شده و شکل پله هال به دست آمده است. مشاهده می‌کنیم که این نتایج با اعمال ناخالصی دیراک نیز به دست آمده بود.

شکل ۷. (b) به ازای $\alpha=100$ رسم شده است. در این حالت مشاهده می‌شود که ترازهای گسترده افزایش یافته و از تعداد ترازهای جایگزیده کاسته شده است، زیرا همان طور که α زیاد می‌شود پهنای تابع گوسی کاهش می‌یابد، به عبارتی می‌توان گفت که مقدار ناخالصی کم می‌شود، در نتیجه تعداد

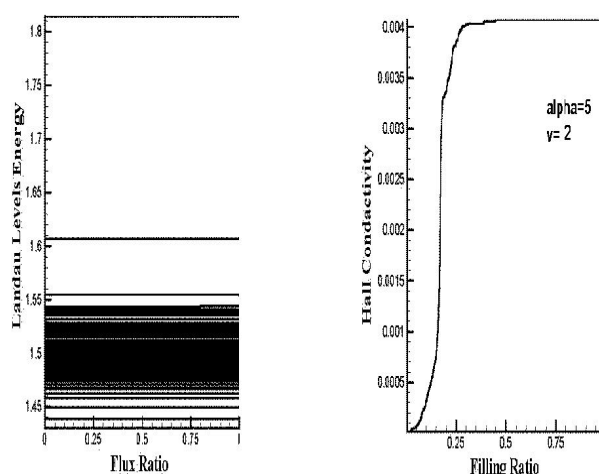
$$H_{\gamma} = H + H_{\gamma}$$

که در آن $H = H_{\gamma} + H'$ و H_{γ} ماتریس اختلال ناشی از وجود کوانتوم دات می باشد. در این مرحله نیز مانند حالت قبل بایستی ماتریس H_{γ} را قطری کرد تا ویژه مقادیر یا سطوح انرژی آن را به دست آوریم و رفتار آنها را با تغییر شار مشاهده نماییم. به نظر می رسد که تنها پارامترهای تاثیرگذار بر روی سیستم، پهنا و ارتفاع تابع نقطه کوانتومی باشد. به همین منظور با تغییر دادن این دو پارامتر نتایج زیر را به دست خواهیم آورد. ابتدا پهنای تابع گوسی نقطه کوانتومی را ثابت می گیریم و ارتفاع آن را تغییر می دهیم. در ضمن نقطه کوانتومی را به شکل تابع گوسی دافعه در نظر گرفته ایم. شکل ۸ به ازای $V = 2$ و $\alpha = 5$ رسم شده است. همان طور که در سمت چپ نمودار مشخص است، وجود نقطه کوانتومی باعث شده که تقارن سیستم از بین برود و ترازهای جایگزیده از مبدا دورتر شود. به همین علت شکل پله هال، که در سمت راست نمودار نشان داده شده است به سمت چپ منتقل می شود. علت آن نیز به صورت زیر نیز توجیه می شود. برای به دست آوردن پله هال، فاصله بین آخرین تراز و اولین تراز را به ۲۰۰ قسمت مساوی تبدیل می کردیم و در هر قسمت شیب ترازهای انرژی را با هم جمع می کردیم. با توجه به شکل زیر ترازها، مشاهده می شود که بیشتر ترازها در ناحیه نسبت پر شدگی ۲۵ درصد قرار دارند، به همین جهت شکل پله در این ناحیه به وجود می آید.

در شکل ۹ ارتفاع تابع برابر $V = 10$ انتخاب شده است. بنابراین با افزایش دامنه ناخالصی تعداد ترازهای گسترده کاهش می یابد، که در سمت چپ نمودار این مسئله به وضوح دیده می شود و همین امر باعث شده که باز هم شکل پله هال به سمت چپ، جابه جایی بیشتری پیدا کند. البته در این مرحله فرض می شود که الکترونها به تراز بعدی پراکنده نمی شوند.

در مرحله بعد تاثیر پهنای تابع را بر روی سیستم بررسی می کنیم.

شکل ۱۰ به ازای $V = 10$ و $\alpha = 0.1$ رسم شده است. با مشاهده ترازهای انرژی در سمت چپ نمودار و مقایسه آن با شکل ۹، می بینیم که بر تعداد ترازهای جایگزیده بالای نوار سیاه

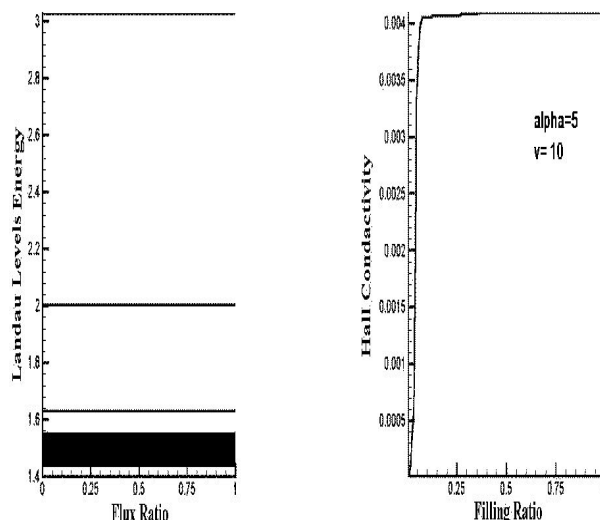
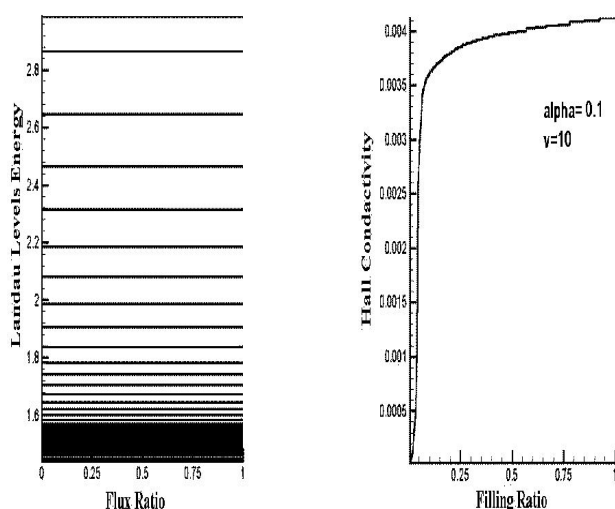


شکل ۸. نمایش سطوح لاندائو بر حسب تغییر شار در حضور کوانتوم دات و نمایش پله هال با $V = 2$ و $\alpha = 5$.

بعدی را بررسی کردیم و مشاهده کردیم، ایجاد ناخالصی بر روی سیستم باعث ایجاد ترازهای جایگزیده می شود، در حالی که در نبود ناخالصی همه ترازها گسترده می باشند. همچنین دیدیم در حالتی که ناخالصی به سیستم اعمال می گردد، ترازهای گسترده در مرکز، و ترازهای جایگزیده در ابتدا و انتهای نمودار قرار می گیرند و وجود ناخالصی و ترازهای جایگزیده، باعث ایجاد پله هال می شود. این کار را برای دو نوع پتانسیل ناخالصی، یکی به صورت تابع دلتای دیراک و دیگری به صورت تابع گوسی انجام دادیم و نتایج را بررسی نمودیم. در این بخش تاثیر یک نقطه کوانتومی را بر روی اثر هال بررسی می کنیم. به این منظور علاوه بر این که N ناخالصی گوسی شکل به سیستم وارد کرده ایم تا اثر کوانتومی هال ظاهر شود، با اعمال یک نقطه کوانتومی گوسی شکل که از نظر پهنا و ارتفاع بزرگتر از N ناخالصی می باشد، یک اختلال نیز به صورت زیر به سیستم وارد می کنیم:

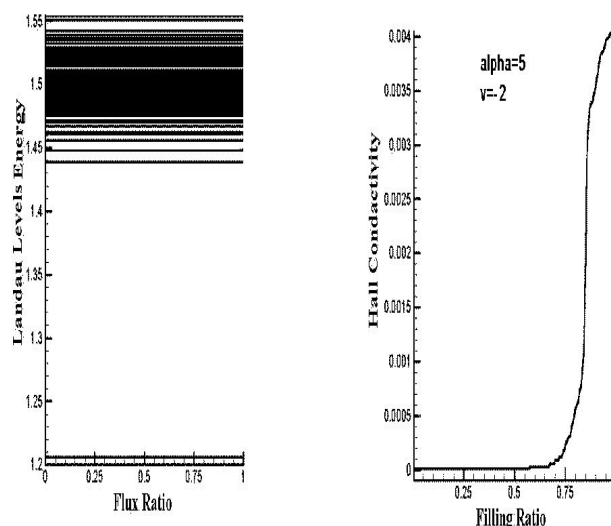
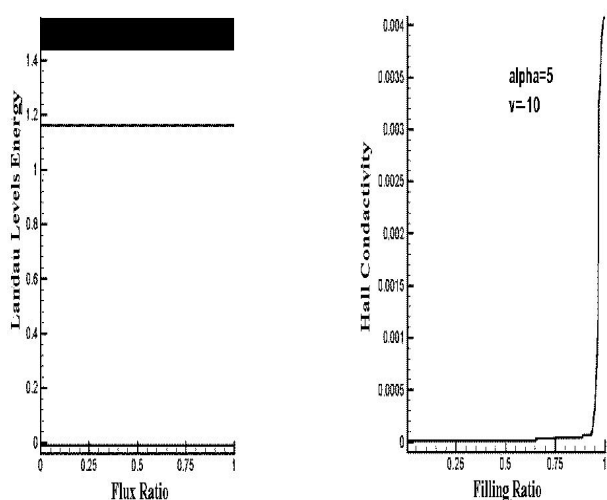
$$H_{\gamma} = V \exp\left(-\frac{\alpha(x-x_1)^2}{2}\right) \exp\left(-\frac{\alpha(y-y_1)^2}{2}\right)$$

که x_1 و y_1 مکان نقطه کوانتومی هستند. بنابراین بایستی عناصر ماتریس اختلال را همچون مراحل قبل به دست آوریم. بعد از به دست آوردن عناصر ماتریس اختلال، ماتریس هامیلتونی کل را می توان به شکل زیر نوشت:



شکل ۹. نمایش سطوح لاندائو برحسب تغییر شار در حضور کوانتوم دات و نمایش پله هال با $V = 10$ و $\alpha = 5$.

شکل ۱۰. نمایش سطوح لاندائو برحسب تغییر شار در حضور کوانتوم دات و نمایش پله هال با $V = 10$ و $\alpha = 0.1$.



شکل ۱۱. نمایش سطوح لاندائو برحسب تغییر شار در حضور کوانتوم دات و نمایش پله هال با $V = -2$ و $\alpha = 5$.

شکل ۱۲. نمایش سطوح لاندائو برحسب تغییر شار در حضور کوانتوم دات و نمایش پله هال با $V = -10$ و $\alpha = 5$.

سمت چپ، مشاهده می‌شود که درست عکس حالت دافعه پیش می‌آید. یعنی ترازهای گسترده به سمت بالای نمودار جابه‌جا می‌شوند و یکسری ترازهای جایگزیده در پایین نمودار مشاهده می‌شود. بنابراین چون اکثر ترازها، تقریباً در نسبت پرشدگی ۷۵ درصد قرار دارند در نتیجه، شکل پله هال همان طور که در سمت راست نمودار نشان داده شده است، در این ناحیه ایجاد می‌شود. در شکل ۱۲ ارتفاع تابع را به مقدار

رنگ افزوده شده است. در نتیجه افزایش ترازهای جایگزیده، شیب خط افقی در نمودار پله بیشتر می‌شود. زیرا در یک نسبت پرشدگی معین تعداد ترازهای جایگزیده بیشتری با هم جمع می‌شوند.

نتایج قبل را می‌توان با اعمال نقطه کوانتومی جاذبه نیز مشاهده نمود. شکل ۱۱ اثر نقطه کوانتومی جاذبه‌ای با $\alpha = 5$ و $V = -2$ را نشان می‌دهد. در این حالت با توجه به نمودار

بر سیستمی که اثر هال در آن دیده می شود، باعث از بین رفتن پله هال می گردد و هر چقدر دامنه ناخالصی نقطه کوانتومی افزایش یابد، اثر کوانتومی سریعتر از بین می رود. این رفتار در سیستمهای همسانگرد دیده می شود و پاسخ ترازهای لانداو نسبت به ناخالصیهای ناهمگن و یا ناهمسانگرد نیاز به پژوهش بیشتری دارد.

$V = -10$ افزایش می دهیم. افزایش دامنه ناخالصی باعث کاهش ترازهای گسترده می شود و ترازهای باقیمانده نیز، همان طور که در سمت چپ نمودار دیده می شود نسبت به حالت قبل، جابه جایی بیشتری به سمت بالا داشته اند و اکثر ترازها در نسبت پرشدگی نزدیک یک قرار دارند. در نتیجه، پله هال در این ناحیه ایجاد می شود.

۶. نتیجه گیری

به طور کلی مشاهده می شود، اعمال ناخالصی باعث ایجاد پله هال می شود. این رفتار با اعمال دو نوع ناخالصی به شکل تابع دیراک و گوسی نشان داده شده است. اعمال یک نقطه کوانتومی

مراجع

6. R E Prange, *Phys. Rev. B* **23** (1981) 4802-4805.
۷. برنامه نویسی در فرترن ۹۰ ترجمه دکتر محمود مشعل چاپ سوم ۱۳۸۲.

1. K Von Klitzing, G Dorda and M Pepper, *Phys. Rev. B* **33** (1980) 4.
2. R B Laughlin, *Phys. Rev. B* **23** (1981) 10.
3. B I Halperin, *Phys. Rev. B* **25** (1982) 4.
4. G F Giuliani, J J Quinn and S C Ying, *Phys. Rev. B* **28** (1983) 2969.
5. H Aoki, *Phys. Rev.* (1982) 1227.