

جذب تشدید و اتلاف امواج هیدرومغناطیسی در تاج خورشید

سعداله نصیری قیداری^۱ و لیلا یوسفی^۱

۱. گروه فیزیک دانشگاه زنجان

۲. مرکز تحصیلات تکمیلی در علوم پایه زنجان

پست الکترونیکی: nasiri@iasbs.ac.ir

(دریافت مقاله: ۸۳/۱۲/۳ ؛ دریافت نسخه نهایی: ۸۴/۵/۲۲)

چکیده

گرمایش تاج خورشید از حدود ۶۰ سال پیش مورد توجه منجمین و خورشیدشناسان بوده است. یکی از روشهای ارائه شده در این زمینه جذب تشدید امواج آلفن در حلقه‌های تاج است. بر این اساس یک لوله شار مغناطیسه با پروفیل چگالی غیریکنواخت که باعث پیوستگی سرعت آلفن در امتداد شعاع لوله می‌شود، در نظر گرفته شده است. حل این مسئله بدون در نظر گرفتن عوامل اتلاfi، منجر به یک معادله موج برای مؤلفه اختلالی میدان مغناطیسی در راستای محور لوله می‌شود. مؤلفه‌های دیگر میدان هم بر حسب این مؤلفه به دست می‌آیند. در غیاب نیروهای اتلافی معادلات فوق در محلی از لوله که فرکانس موج آلفن با یکی از ویژه فرکانسهای طبیعی لوله برابر می‌شود، تکین هستند. این معادلات به روش عددی حل شده‌اند. با اعمال اتلافهای وشکسانی و مقاومتی آهنگ اتلاف و چگالی انرژی به دست آمده‌اند. رفتار مؤلفه‌های میدان سرعت و میدان مغناطیسی نشان می‌دهند که قسمت عمده تغییرات این میدانها در یک لایه بسیار نازک در اطراف تکینگی که به لایه تشدید معروف است، اتفاق می‌افتد و آهنگ اتلاف هم در آنجا زیاد است. این نتایج با مشاهدات به دست آمده از سفینه TRACE در مورد شراره (BD ۲۰۰۰) سازگارند.

واژه‌های کلیدی: تاج خورشید، مغناطوهیدرودینامیک، جذب تشدید، امواج آلفن

۱. مقدمه

MHD را در یک پلاسمای غیریکنواخت از طریق حل معادلات ایده‌آل یعنی بدون اتلاف محاسبه کردند. یانسن (Ionson) [۳] برای اولین بار جذب تشدید امواج آلفن در نقاط غیرهمگن تاج را که در آن امواج به طور سطحی منتشر می‌شوند به عنوان مکانیزم گرمایش تاج معرفی کرد. بعد از یانسن، جذب تشدید امواج MHD و میرایی این امواج به طور گسترده بررسی شده است. هولوگ (Hollweg) [۴] نتایج یانسن را تایید کرد و نشان داد که شار انرژی حاصل می‌تواند از عهده گرمایش تاج برآید. ونتزل (Wentzel) [۵، ۶] انتشار و اتلاف امواج هیدرومغناطیسی را برای شرایط فیزیکی مختلف در هندسه استوانه‌ای و دکارتی و با سرعتهای آلفن گسسته در

از زمان کشف تاج خورشید و گرمایش غیر متعارف آن نظریه‌های مختلفی برای علت این گرمایش پیشنهاد شده‌اند. لکن هنوز نظریه جامعی که بتواند شواهد رصدی را توجیه کند و مقبولیت عام یابد ارائه نگردیده است. نظریه‌های اولیه بر اساس میرایی امواج اکوستیکی بنا شدند [۱]. از آنجایی که شار انرژی این امواج برای گرمایش تاج ناکافی است، این نظریه گسترش نیافت. در نظریه‌های بعدی امواج MHD را مسئول گرمایش تاج قلمداد کردند. به نظر می‌رسد میرایی وشکسانی و مقاومتی این امواج می‌تواند از عهده گرمایش تاج برآید. هاسجاوا (Hasejava) و چن (Chen) [۲] گرمایش امواج

[۱۱] معادلات MHD مستقل از زمان و خطی شده را در یک پلاسما با اتلاف مقاومتی و کاملاً تراکم‌پذیر حل کردند و نشان دادند که اتلاف در یک لایه نازک تشدید می‌شود با آهنگ گرمایش زیاد اتفاق می‌افتد. آفمن، داویلا، اشتاینلفسن [۱۲] اثرات اتلاف و شکسانی را بررسی کرده و نشان دادند که گرمایش و شکسانی و مقاومتی در یک لایه باریک در حوالی محل تکینگی ایده‌آل اتفاق می‌افتد و در آنجا گرادپانهای سرعت و میدان مغناطیسی شدیداً تغییر می‌کنند. آنها نشان دادند که اتلاف و شکسانی برشی به اندازه اتلاف مقاومتی اهمیت دارد. کرمی، نصیری و ثبوتی [۱۳] با در نظر گرفتن یک لوله شار با سرعت آلفن گسسته در سطح، انتشار امواج MHD را در حلقه‌های تاج بررسی کردند. آنها این کار را با روشی مشابه به روشی که در مورد انتشار سیگنالهای نوری در فیبرهای نوری به کار می‌رود، انجام دادند و با استفاده از یک رابطه پاشندگی، وجوه طبیعی لوله شار را محاسبه کردند. در این روش اتلاف مقاومتی و شکسانی به صورت یک اختلال در مسئله وارد می‌شود و از آنجا آهنگ گرمایش محاسبه می‌شود. آنها چگالی را به صورت یک تابع پله‌ای که در سطح لوله گسستگی دارد فرض کردند. در این مقاله با استفاده از روش کرمی، نصیری و ثبوتی و با وارد کردن یک پروفیل غیریکنواخت چگالی که منجر به پیوستگی در سرعت آلفن می‌شود، مسئله گرمایش تاج بررسی می‌شود. بدین ترتیب مسئله کاملاً تغییر می‌کند. معادلات تکین می‌شوند و از حل این معادلات دیده می‌شود که میدان مغناطیسی و سرعت در یک لایه بسیار نازک در اطراف تکینگی به طور قابل ملاحظه‌ای تغییر می‌کند. همچنین آهنگ اتلاف نیز در همین لایه شدیداً افزایش می‌یابد. این معادلات به طور عددی و بر مبنای روشی که برای حل معادلات تکین با شرایط مرزی به کار می‌رود، حل می‌شوند.

مقاله به پنج بخش تقسیم شده است. در بخش اول معادلات حاکم بر شار مغناطیده معرفی می‌شود. در بخش دوم نقاط تکینگی ایده‌آل محاسبه می‌شود. در بخش سوم با حل عددی معادلات MHD رفتار مولفه‌های میدان به دست می‌آید. در بخش چهارم با در نظر گرفتن اتلافهای مقاومتی و شکسانی

مرزها، مطالعه و بررسی کرد. او فرض کرد چگالی، فشار و میدان مغناطیسی یکنواخت، اما در دو طرف صفحه یا داخل و خارج لوله متفاوت باشند و نشان داد هنگامی که سرعت آلفن در مرزها تغییر می‌کند امواج سطحی هیدرومغناطیسی می‌توانند در طول مرزها منتشر شده و انرژی را با خود حمل و گرما ایجاد کنند. او محاسبه کرد که در تقریب پلاسماهای با بتای کوچک (β نسبت فشار حرارتی به فشار مغناطیسی است) این امواج، امواج آلفن برشی هستند و در تقریب لوله شار نازک، امواج حجمی می‌توانند با امواج سطحی جفت شوند، که منجر به اتلاف امواج سطحی و گرمایش در سطح می‌شود. ادوین (Edwin) و رابرت (Robert) [۷] رابطه پاشندگی را برای امواج مختلفی که در یک شار استوانه‌ای مغناطیده تحت شرایط تاجی و شیدسپهری منتشر می‌شوند، به دست آوردند. اشتاینلفسن (Steinolfson) [۸] اثر شکسانی و مقاومت الکتریکی را بر روی امواج سطحی با سرعت آلفن گسسته بررسی کرد. وی یک لایه متوازی السطوح شار در نظر گرفت و با فرض تراکم‌ناپذیری به این نتیجه رسید که سرعت واپاشی و شکسانی از لحاظ مقدار، تقریباً دو برابر سریعتر از سرعت واپاشی مقاومتی است. داویلا (Davila) [۹] اتلاف مقاومتی را در یک پلاسما با بتای کوچک و کاملاً تراکم‌پذیر با استفاده از تکنیک تبدیل فوریه و بسط مجانبی در نقطه تکینگی حل کرد. او فرض کرد که اتلاف فقط در یک لایه نازک در اطراف محلی که در آنجا معادلات بدون در نظر گرفتن اتلاف دارای تکینگی هستند، مهم باشد. وی جواب معادلات ایده‌آل در منطقه‌ای دور از تکینگی را به دست آورد. سپس این جواب را با یک جواب اتلافی برای منطقه درونی (نزدیک تکینگی) مربوط کرد و آهنگ گرمایش را برای یک حلقه منفرد به وسیله انتگرالگیری شار پوینتینگ روی سطح لایه اتلافی به دست آورد. گوسنز (Goossens) و هولوگ و ساکورای (Sakurai) [۱۰] با استفاده از یک روش تحلیلی از حل معادلات MHD ایده‌آل دو معادله دیفرانسیل برای جابه‌جایی و فشار استخراج کردند. به کمک بسط ضرایب معادلات دیفرانسیل در نزدیکی نقطه تکینگی معادلات را حل کردند. آفمن (Ofman)، داویلا، اشتاینلفسن

به طوری که، $k_z = \frac{l\pi}{L}$ ، $l = 1, 2, \dots$ و $m = 0, 1, 2, \dots$ شرط دوره‌ای بودن نوسانات را در جهات z و ϕ تامین می‌کنند. با توجه به فرضهای فوق معادله (۳) پس از ساده‌سازی به صورت زیر در می‌آید:

$$\frac{K^2}{r} \frac{d}{dr} \left(\frac{r}{K^2} \frac{d\delta B_z}{dr} \right) - \left(\frac{m^2}{r^2} - K^2 \right) \delta B_z = 0. \quad (7)$$

که در آن

$$K^2 = \frac{\omega^2}{v_A^2} - k_z^2 \quad (8)$$

به دلیل حذف اثرات گرانش تابعیت چگالی در حالت تعادل به صورت دلخواه خواهد بود. لذا چگالی به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود [۱۲]

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho = \rho_r + (1 - \rho_r) \exp(-r^2) \\ \rho = \rho_e \end{array} \right. \quad \rho_r = 0.1 \quad r < 1 \\ \rho = \rho_e \quad r > 1 \quad (9)$$

که در آن ρ_r نسبت چگالی بیرون (ρ_e)، به ماکزیمم چگالی درون لوله است. K^2 در محلی که فرکانس موج آلفن با یکی از ویژه فرکانسهای طبیعی لوله برابر شود، صفر شده و معادله (۷) تکین می‌شود. این فرکانس، فرکانس سرتاسری ω_g نامیده می‌شود.

۳. به دست آوردن نقاط تکینگی

کرمی، نصیری و ثبوتی [۱۳] وجوه طبیعی یک لوله شار را با همین ویژگی ولی با سرعت آلفن گسسته در سطح جانبی لوله به دست آورده‌اند. آنها چگالی را به صورت یک تابع پله‌ای فرض کرده‌اند که مقدار آن به ترتیب ρ_i, ρ_e برای بیرون و درون لوله می‌باشد. با استفاده از این ویژه فرکانسها محل نقاط تکینگی ایده‌آل یعنی نقاطی که معادله (۸) را در غیاب اتلاف صفر می‌کنند، به دست می‌آید. برای این کار معادله (۷) را در شکل بی‌بعد به صورت زیر می‌نویسیم

$$\frac{d^2 \delta B_z}{dx^2} + \frac{1}{x} \frac{d\delta B_z}{dx} - \frac{d\rho}{dx} \left(\frac{\omega^2 v_A^2}{\omega^2 - k_z^2 v_A^2} \right) \frac{d\delta B_z}{dx} - \left(\frac{m^2}{x^2} - k_z^2 - \frac{\omega^2}{v_A^2} \right) \delta B_z = 0. \quad (10)$$

آهنگ اتلاف در لوله بررسی می‌شود. در بخش پنجم نتایج مورد بحث قرار می‌گیرد.

۲. معادلات اصلی

معادلات MHD خطی شده برای یک پلاسما در شرایط تاجی یعنی در غیاب فشار حرارتی و گرانش عبارتند از:

$$\frac{\partial \delta \mathbf{v}}{\partial t} = \frac{1}{4\pi\rho} \{ (\nabla \times \delta \mathbf{B}) \times \mathbf{B} + (\nabla \times \mathbf{B}) \times \delta \mathbf{B} \} + \frac{\eta}{\rho} \nabla^2 \delta \mathbf{v} \quad (1)$$

$$\frac{\partial \delta \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\delta \mathbf{v} \times \mathbf{B}) + \frac{c^2}{4\pi\sigma} \nabla^2 \delta \mathbf{B} \quad (2)$$

که در آن $\delta \mathbf{B}$ و $\delta \mathbf{v}$ اختلالات اوپلری سرعت و میدان مغناطیسی و ρ, σ, η, c به ترتیب چگالی جرمی، ضریب رسانش الکتریکی، ضریب وشکسانی و سرعت نور هستند. در تقریب اتلاف وشکسانی و مقاومتی ضعیف می‌توان عبارتهای اتلافی $(\frac{c^2}{4\pi\sigma} \nabla^2 \delta \mathbf{B}, \frac{\eta}{\rho} \nabla^2 \delta \mathbf{v})$ را به صورت اختلال در نظر گرفت [۱۳]. لذا در تقریب اختلال مرتبه صفر با جایگذاری عبارت $\frac{\partial \delta \mathbf{v}}{\partial t}$ از معادله (۱) در معادله‌ای که از مشتق زمانی معادله (۲) نتیجه می‌شود، معادلات زیر به دست می‌آیند:

$$[\nabla_{\perp}^2 - (k_z^2 - \frac{\omega^2}{v_A^2})] (\mathbf{B} \delta B_z) - \nabla_{\perp} \ln [\mathbf{B} (k_z^2 - \frac{\omega^2}{v_A^2})] \cdot \nabla_{\perp} (\mathbf{B} \delta B_z) = 0. \quad (3)$$

$$\mathbf{B} \delta \mathbf{B}_{\perp} = - \frac{ik_z}{(k_z^2 - \frac{\omega^2}{v_A^2})} \nabla_{\perp} (\mathbf{B} \delta B_z) \quad (4)$$

$$\rho \delta v_z = \frac{1}{4\pi} \frac{k_z v_A^2}{(k_z^2 v_A^2 - \omega^2)} \nabla_{\perp} \ln \mathbf{B} \cdot \nabla_{\perp} (\mathbf{B} \delta B_z) \quad (5)$$

$$\rho \delta v_{\perp} = \frac{i}{4\pi} \frac{\omega}{(k_z^2 v_A^2 - \omega^2)} \nabla_{\perp} (\mathbf{B} \delta B_z) \quad (6)$$

که در آن v_A سرعت آلفن و \perp جهت عمود بر لوله است. شعاع لوله شار واحد و طول آن L فرض می‌شود. در حالت تعادل میدان مغناطیسی در داخل و خارج لوله یکنواخت و در راستای محور لوله انتخاب می‌شود. وابستگی به زمان و ϕ برای هر یک از مؤلفه‌های میدانهای سرعت و مغناطیسی به صورت $e^{i(k_z z - \omega t + m\phi)}$ در نظر گرفته می‌شود

جدول ۱. مقادیر ω_{nml} و r_s^{nml} برای وجوه کینکی ($m=1$) و لوله‌ای به شعاع $1.0^3 km$ ، طول $1.0^5 km$ ، $\rho_i = 2 \times 10^{-14} grcm^{-3}$ ، $B = 10.0 G$ ، $\frac{\rho_e}{\rho_i} = 0.1$ و $\omega_A = 2 rads^{-1}$ را نشان می‌دهد. ω_{nml} و x_s^{nml} به ترتیب در واحد سرعت آلفن درونی و شعاع لوله هستند.

	ω_{nml}			x_s^{nml}		
۱	۰/۰۴۳۴	-	-	۰/۹۳۱۴	-	-
۴۰	۱/۴۸۲۹	-	-	۰/۷۸۲۹	-	-
۴۱	۱/۵۱۵۴	۴/۰۴۷۳	-	۰/۷۷۹۲	۱/۵۹۹۹	-
۷۴	۲/۵۶۴۶	۴/۷۳۷۷	-	۰/۶۸۵۴	۱/۱۶۷۱	-
۷۵	۲/۵۹۵۷	۴/۷۵۸۹	۷/۴۰۸۴	۰/۶۸۳۰	۱/۱۶۲۲	۱/۶۰۶۵
۱۰۰	۳/۳۶۹۵	۵/۳۰۷۹	۷/۸۶۵۲	۰/۶۲۹۴	۱/۰۶۳۶	۱/۲۸۷۳
	n=۱	n=۲	n=۳	n=۱	n=۲	n=۳

روش شوتینگ [۱۴] است استفاده می‌شود. برای به کار بردن

این روش باید معادله (۱۰) به شکل زیر نوشته شود:

$$y'(t) = \frac{M(t)}{(t-a)} \cdot y(t) + g(t, y(t)) \quad t \in (a, b] \quad (12)$$

که در آن $M(t)$ یک ماتریس $n \times n$ است و n مرتبه معادله را مشخص می‌کند. همچنین معادله فقط یک تکنیکی از نوع اول و در $t=a$ دارد. تابع g تابع با تغییرات بسیار آرام است. b حد راست بازه‌ای است که معادله دیفرانسیل باید در آن حل شود و در مسئله ما شعاع لوله خواهد بود. علت باز بودن حد چپ بازه به این دلیل است که هیچ‌وقت روی نقطه تکین قرار نخواهیم گرفت و حتی الامکان به آن نزدیک خواهیم شد. بدین منظور تغییر متغیر زیر را بر روی معادله (۱۰) به کار می‌بریم. میدان مغناطیسی واحد فرض شده است.

$$x \rightarrow X, \quad X = v_A = (\rho)^{-\frac{1}{2}} \quad (13)$$

در این صورت داریم:

$$\rho = \rho_r + (1 - \rho_r) \exp(-(x^2)) \Rightarrow x = \left[\ln \left(\frac{\rho_r - 1}{\rho_r - 1/X^2} \right) \right]^{1/2}$$

$$\frac{d\rho}{dx} = \frac{1}{2} \left[\ln \left(\frac{\rho_r - 1}{\rho_r - 1/X^2} \right) \right]^{1/2} (\rho_r - 1/X^2), \quad (14-الف)$$

$$\frac{d}{dx} = \frac{1}{2} \left[\ln \left(\frac{\rho_r - 1}{\rho_r - 1/X^2} \right) \right]^{1/2} X (1 - \rho_r X^2) \frac{d}{dX}, \quad (14-ب)$$

که در آن

$$v_A^2 = \frac{v_A^2}{v_{A0}^2} = \frac{\rho_0}{\rho} = \frac{1}{\rho}$$

$$x = r, \quad \omega = \frac{\omega}{\omega_A},$$

و ρ_0 ، v_{A0} سرعت آلفن و چگالی در مرکز لوله و ω_A فرکانس آلفن است. بدین ترتیب محل تکنیکی (x_s) از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$x_s = \left[\ln \frac{1 - \rho_r}{\left(\frac{k_z^2}{\omega_g^2} - \rho_r \right)} \right]^{1/2} \quad (11)$$

نتایج این محاسبات برای وجوه کینکی ($m=1$) در جدول ۱ آورده شده است. ویژه فرکانسها با سه عدد موجی n در جهت شعاع l در جهت محور و m در جهت سمتی لوله مشخص می‌شوند [۱۳]. محل نقاط تکنیکی با افزایش n زیاد و با افزایش l کم می‌شود.

۴. حل معادلات به روش عددی

برای تعیین رفتار مؤلفه δB_z و بقیه مؤلفه‌های میدانهای سرعت و مغناطیسی، بایستی معادله (۱۰) حل شود. این معادله یک معادله دیفرانسیل تکین مرتبه دوم با شرایط مرزی است. برای حل این معادله از یک روش عددی که در واقع اصلاح یافته

$$\delta B_r = i \frac{\sqrt{2} k_z [\ln(\frac{\rho_r - 1}{\rho_r - 1/X^2})] (\rho_r - 1/X^2) X}{K^2}, \quad (18)$$

$$\delta B_\phi = - \frac{m k_z}{K^2 [\ln(\frac{\rho_r - 1}{\rho_r - 1/X^2})]^{3/2}} \delta B_z, \quad (19)$$

$$\delta v_r = i \frac{-\omega [\ln(\frac{\rho_r - 1}{\rho_r - 1/X^2})] X (\rho_r - 1/X^2)}{\sqrt{2} K^2 \pi} \frac{d\delta B_z}{dX}, \quad (20)$$

$$\delta v_\phi = \frac{m \omega}{\sqrt{2} \pi [\ln(\frac{\rho_r - 1}{\rho_r - 1/X^2})]^{3/2} K^2} \delta B_z, \quad (21)$$

$$\delta v_z = 0, \quad (22)$$

که در آن

$$K^2 = \frac{\omega^2}{X^2} - k_z^2. \quad (23)$$

با حل عددی معادله (۱۵)، مؤلفه δB_z به دست می‌آید و سپس با استفاده از معادلات (۱۶) تا (۲۰) بقیه مؤلفه‌های میدانهای سرعت و مغناطیسی هم محاسبه می‌شوند. نتایج حاصل از حل عددی معادله (۱۰) به ازای $(\omega_{1,1,1} = 3/3695)$ در شکل ۱ آمده در محل تکنیکی ایده‌ال $(x_s^{1,1,1} = 0/6234)$ است. دیده می‌شود که به جز در اطراف نقطه تکین یا لایه تشدید تغییرات δB_z آرام است. شکل ۲ تغییرات مؤلفه ϕ میدان مغناطیسی را نشان می‌دهد. در شکل ۳ مؤلفه‌های میدان سرعت و میدان مغناطیسی با هم نشان داده شده است. با توجه به شکل، کاملاً دیده می‌شود که تغییرات در یک لایه نازک روی می‌دهد. به همین دلیل، وجود عوامل اتلافی در این مقیاس کوچک اهمیت پیدا می‌کند و اتلاف در این لایه به طور قابل توجهی گرما ایجاد می‌کند. شکل‌های ۲ و ۴ در مقیاس تغییرات کمیتهای مورد نظر در حل عددی رسم شده‌اند. در حالی که رفتار آنها در حوالی نقطه تکنیکی در مقیاس کوچک مثل شکل ۳ می‌باشد.

۵. بررسی اتلافهای وشکسانی و مقاومتی

اتلافهای وشکسانی و مقاومتی کوچک در پلازما سبب می‌شوند که میدان مغناطیسی و میدان سرعت به صورت نمایی

$$\frac{d^2}{dx^2} = \sqrt{2} [\ln(\frac{\rho_r - 1}{\rho_r - 1/X^2})]^{3/2} X (\rho_r - 1/X^2) \quad (14-ج)$$

$$\frac{d}{dX} (\sqrt{2} + \sqrt{2} [\ln(\frac{\rho_r - 1}{\rho_r - 1/X^2})] (\rho_r - 1/X^2)) \frac{d}{dX} +$$

$$(\sqrt{2} [\ln(\frac{\rho_r - 1}{\rho_r - 1/X^2})]^{3/2} X (\rho_r - 1/X^2)) \frac{d^2}{dX^2}$$

در نتیجه معادله (۱۰) به شکل زیر در می‌آید:

$$\frac{d^2 \delta B_z}{dX^2} + P(X) \frac{d\delta B_z}{dX} + Q(X) \delta B_z = 0 \quad (15)$$

که در آن

$$P(X) = \frac{1}{X (\rho_r - 1/X^2)} \left[\frac{4}{\sqrt{2} [\ln(\frac{\rho_r - 1}{\rho_r - 1/X^2})]} + \right.$$

$$\left. \frac{2\omega^2}{k_z^2} (\rho_r - 1/X^2) \right] - \frac{2\omega^2}{k_z^2} \frac{1}{X(X - \frac{\omega}{k_z})(X + \frac{\omega}{k_z})},$$

$$Q(X) = - \frac{k_z^2 + \frac{m^2}{x^2} - \frac{\omega^2}{X^2}}{(\sqrt{2} [\ln(\frac{\rho_r - 1}{\rho_r - 1/X^2})]^{3/2} X (\rho_r - 1/X^2))^2}.$$

محل تکنیکی را با X_s نشان می‌دهیم که $X_s = \frac{\omega}{k_z}$ با

توجه به معادله (۱۲) می‌توان معادله (۱۵) را در بازه $[X_s, 1/5234]$ حل کرد. در این صورت برای یافتن رفتار δB_z در طرف چپ نقطه تکین، می‌توانیم بار دیگر تغییر متغیر زیر را به کار ببریم. البته با توجه به اینکه معادله (۴-۱۴) نسبت به این تغییر متغیر زوج است.

$$X := -X \quad (16)$$

بنابراین به دست می‌آوریم:

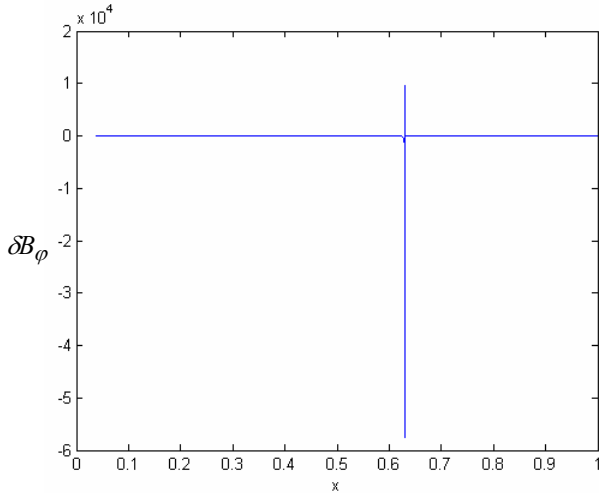
$$\frac{d^2 \delta B_z}{dX^2} - P(-X) \frac{d\delta B_z}{dX} + Q(-X) \delta B_z = 0 \quad (17)$$

که در آن

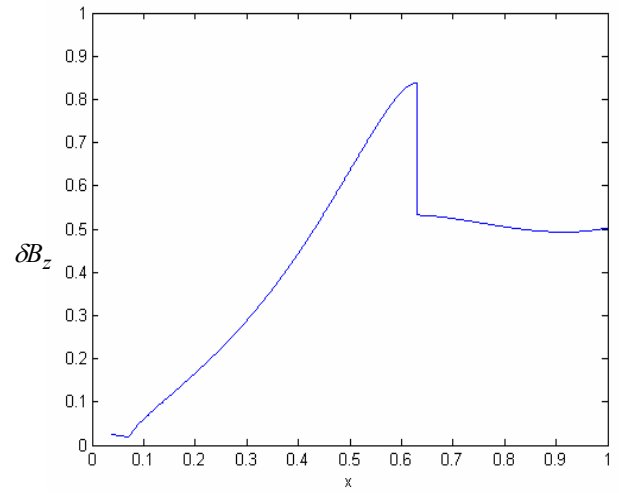
$$P(-X) = P(X)$$

$$Q(-X) = Q(X)$$

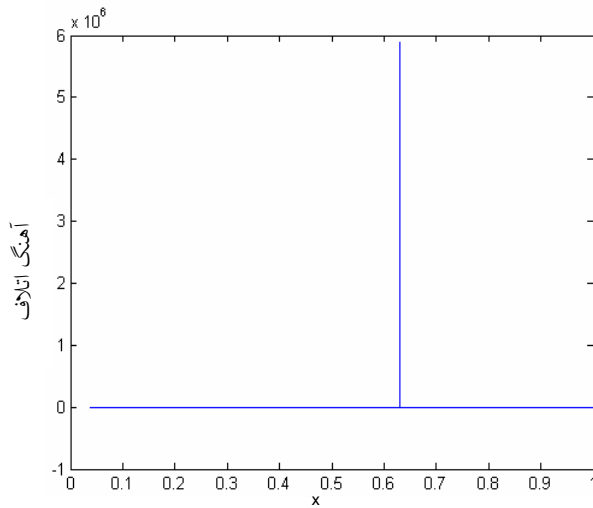
در این حالت می‌توان معادله (۱۷) را در بازه $[-X_{\text{sing}}, 1]$ حل کرد. با توجه به معادلات (۴) و (۵) و (۶) با اعمال تغییر متغیر ذکر شده به معادلات زیر می‌رسیم:



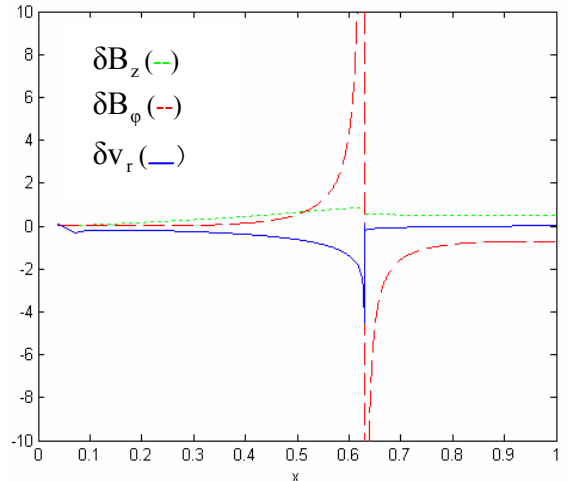
شکل ۲. رفتار مولفه φ میدان مغناطیسی (δB_φ) بر حسب فاصله شعاعی x در فرکانس سرتاسری $\omega_{s,1,1,0} = 3/3695$ و $x_{s,1,1,0} = 0.63$.



شکل ۱. رفتار مولفه z میدان مغناطیسی (δB_z) بر حسب فاصله شعاعی x در فرکانس سرتاسری $\omega_{s,1,1,0} = 3/3695$ و $x_{s,1,1,0} = 0.63$.



شکل ۴. آهنگ اتلاف بر حسب فاصله شعاعی x با $\omega_{s,1,1,0} = 3/3695$ و $x_{s,1,1,0} = 0.63$.



شکل ۳. رفتار مؤلفه‌های میدان سرعت و میدان مغناطیسی ($\delta B_z, \delta B_\varphi, \delta v_r$) با $\omega_{s,1,1,0} = 3/3695$ و $x_{s,1,1,0} = 0.63$.

با زمان واهلش تغییر کنند یعنی

$$\delta \mathbf{B}^{dissipative} = \delta \mathbf{B}(\mathbf{r})e^{-(i\omega+\alpha)t}, \quad (22)$$

$$\delta \mathbf{v}^{dissipative} = \delta \mathbf{v}(\mathbf{r})e^{-(i\omega+\alpha)t}$$

که در آن $\delta \mathbf{B}(\mathbf{r})$ و $\delta \mathbf{v}(\mathbf{r})$ جوابهای معادلات بدون اتلاف هستند. در این صورت کمیت α یعنی آهنگ اتلاف، جایگذاری معادله (۱۰) در معادلات (۱) و (۲) و حذف کردن جملات غیراتلافی از طرفین به صورت زیر در می‌آید:

(۲۳)

$$\alpha = \frac{A}{2} \left[\frac{\omega^2}{K^2} - \frac{\frac{\eta}{\rho}}{(\frac{\eta}{\rho} + \frac{c^2}{4\pi\sigma}) [\ln(\frac{\rho_r - 1}{\rho_r - 1/X^2})]^{1/2} k_z} \frac{d \ln \rho}{d \ln r} \frac{d \delta B_z}{dr} \right]$$

$$\delta B_z = \frac{1}{[\ln(\frac{\rho_r - 1}{\rho_r - 1/X^2})]^{1/2} k_z} \frac{d \ln \rho}{d \ln r} \frac{d \delta B_z}{dr}$$

$$A = \frac{1}{S} + \frac{1}{R} \quad (24)$$

که در آن S و R به ترتیب اعداد لاندکویست و رینولدز هستند.

می‌رویم. در شکل ۵ آهنگ اتلاف را در لایه تشدید مشاهده می‌کنیم. از آنجا که $\delta \mathbf{j} = (c/4\pi)\nabla \times \delta \mathbf{B}$ چگالی جریان تولید شده توسط $\delta \mathbf{B}$ می‌باشد، برای میدان میرای داده شده توسط معادله (۱۰)، آهنگ گرمایش مقاومتی و وشکسانی به ترتیب به صورت زیر خواهد بود:

$$\frac{d\delta Q_{ohmic}}{dt} = \frac{1}{2\sigma} \int e^{-2\alpha t} |\delta \mathbf{j}(r)|^2 d^3x \quad (26)$$

$$\frac{d\delta Q_{visc}}{dt} = \frac{\eta}{2} \int e^{-2\alpha t} |\delta \mathbf{v} \cdot \nabla^2 \delta \mathbf{v}| d^3x \quad (27)$$

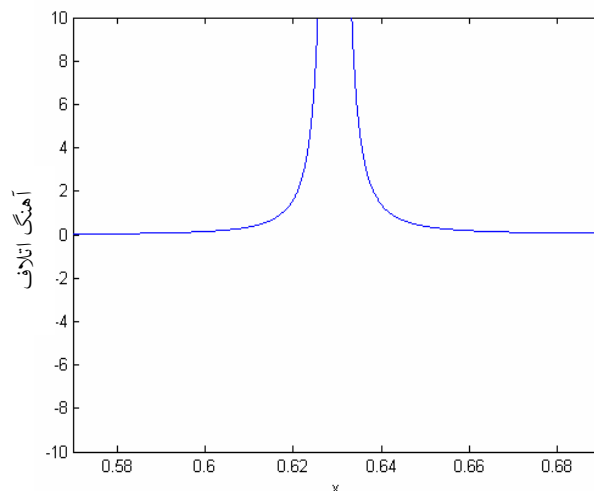
گرمای کل δQ را با انتگرالگیری از $\frac{d(\delta Q_{ohmic} + \delta Q_{visc})}{dt}$ به دست می‌آوریم. این گرما با انرژی کل (جنبشی و مغناطیسی) اولیه محصور شده در موج برابر خواهد بود. از این رو داریم:

$$\delta Q = \int \left(\frac{1}{2\sigma} |\delta \mathbf{j}(r)|^2 + \frac{\eta}{2} |\delta \mathbf{v} \cdot \nabla^2 \delta \mathbf{v}| \right) d^3x \int_0^\infty e^{-2\alpha t} dt, \quad (13)$$

انرژی فوق در لایه تشدید پس از چند نوسان کاملاً به گرما تبدیل می‌شود و موجب گرمایش لوله می‌شود. به عنوان مثال برای $\omega_{1,1,1} = 3/2695$ در مقیاس فرکانس زاویه‌ای آلفن پریود نوسانات در حدود ۵ دقیقه می‌باشد و مقدار به دست آمده برای α زمان میرایی را در حدود ۱۵ دقیقه می‌دهد. یعنی پس از حدود ۳ نوسان موج ایجاد شده میرا شده و به گرما تبدیل می‌شود. این نتایج با آنچه که سفینه TRACE مشاهده کرده است سازگار است [۱۵].

۶. بحث و نتیجه‌گیری

در یک لوله استوانه‌ای مغناطیده در شرایط تاج خورشیدی با پروفیل چگالی غیر یکنواخت معادلات حاکم بر میدانهای مغناطیسی و سرعت تکین هستند. تغییرات میدانها در داخل لایه تشدید زیاد و در خارج از این لایه ناچیز هستند. از این رو عمده گرمایش در داخل لوله و در لایه تشدید صورت می‌گیرد. برای اتلافهای مقاومتی و وشکسانی، آهنگ اتلاف و همچنین چگالی انرژی اتلاfi محاسبه شده‌اند. آهنگ اتلاف در مرز لایه تشدید شروع به افزایش می‌کند و در همسایگی بسیار نزدیک به نقطه تکین شدیداً زیاد می‌شود. این کمیت در حوالی نقطه تکین تقریباً از مرتبه یک است و با توجه به زمان یک نوسان که در



شکل ۵. آهنگ اتلاف بر حسب فاصله شعاعی x با $\omega_{1,1,1} = 3/2695$ و $x_s^{1,1,1} = 0.63$ در لایه تشدید.

با در نظر گرفتن پروفیل چگالی معادله (۹) و اعمال تغییر متغیر ذکر شده مقدار α از رابطه زیر را به دست می‌آید:

$$\alpha = \frac{A}{2} \left[\frac{2K^2\pi}{K^2\delta B_z} \frac{d\delta B_z}{dX} + \frac{\omega^2}{K^2} \left(\frac{1}{2} \left[\ln \left(\frac{\rho_r - 1}{\rho_r - 1/X^2} \right) \right]^{1/2} - \frac{1}{16} \left[\ln \left(\frac{\rho_r - 1}{\rho_r - 1/X^2} \right) \right]^{3/2} \left(\rho_r - \frac{1}{X^2} \right) - \frac{3}{32} \omega^4 \left[\ln \left(\frac{\rho_r - 1}{\rho_r - 1/X^2} \right) \right]^{3/2} \left(\rho_r - \frac{1}{X^2} \right)^2 \right. \right. \\ \left. \left. \frac{4\omega^2 \left[\ln \left(\frac{\rho_r - 1}{\rho_r - 1/X^2} \right) \right]^{1/2} X \left(\rho_r - \frac{1}{X^2} \right)}{K^2} + \frac{\omega^2}{K^2} \right] \right]. \quad (25)$$

شکل ۴ آهنگ اتلاف را در فرکانس سرتاسری و برای $A = 10^{-4}$ [۱۲] نشان می‌دهد. آهنگ اتلاف در نزدیکی محل تشدید افزایش می‌یابد و به معنی گرمایش زیاد در اثر جذب تشدید در این بخش از لوله است. لازم به ذکر است که چون لایه اتلاف بسیار نازک است بزرگ بودن مقدار α در این لایه خدشه‌ای به فرض اولیه ما که عوامل اتلاف را کوچک و به صورت یک اختلال در نظر گرفته‌ایم، وارد نمی‌کند. زیرا خارج از لایه تشدید این فرض کاملاً درست است و در داخل لایه نیز در روش شویتینگ اصلاح یافته تا حوالی این نقطه جلو

نشود این زمان در حدود چند هزار برابر پریود نوسانات به دست می‌آید که با مشاهدات تفاوت فاحش دارد.

حدود ۵ دقیقه است می‌توان گفت گرمای ایجاد شده در داخل لوله پس از حدود ۳ نوسان به گرما تبدیل می‌شود. این نتایج با آنچه که توسط سفینه TRACE مشاهده شده است سازگار است. در حالی که اگر مکانیزم جذب تشدید در نظر گرفته

مراجع

1. W Grossman and J Tataronis, *Z. Phys.*, **261** (1973) 217.
2. L Chen and A Hasegava, *Phys. Fluid*, **17** (1974) 1399.
3. J A Ionson, *APJ*, **226** (1978) 650.
4. J V Hollweg, *APJ*, **277** (1984) 392.
5. D G Wentzel, *APJ*, **227** (1979a) 319.
6. D G Wentzel, *A&A*, **76** (1979b) 20.
7. P M Edwin and B Roberts, *Sol. Phys.*, **88** (1983) 179.
8. R S Steinolfson, E R Priest, S. poedts, L. Nocera and M. Goossens, *APJ*, **304** (1986) 562
9. J M Davila, *APJ*, **317** (1987) 514.
10. R Erdelyi, M Goossens and M Ruderman, *Sol. Phys.*, **123** (1995) 161.
11. L Ofman, J M Davila and R S Steinolfson, *APJ*, **421** (1994) 360.
12. L Ofman, J M Davila and R S Steinolfson, *APJ*, **444** (1995) 471.
13. K Karami, S Nasiri and Y Sobouti, *A and A*, **396** (2002) 992.
14. O Koch, E Weinmuller, The Convergence of Shooting Methods for Singular Boundry Value Problems, Anum Preprint No. 09/01, Inst. for Appl. Math. and Numer. Anal., Vienna Univ. of Technology, Wien **289** (1995) 305.
15. V M Nakariakov, L Ofman, E E Deluca, B Roberts and J M Davila, *Science*, **285** (1999) 862.