مجلهٔ پژوهش فیزیک ایران، جلد ۸، شمارهٔ ۴، زمستان ۱۳۸۷

مطالعهٔ دینامیکی حالتهای چند کوارکی

علیرضا حق پیما و محسن سربیشه‌ای

گروه فیزیک، دانشکدهٔ علوم پایه، دانشگاه فردوسی مشهد

(دریافت مقاله: ۸۷/۶/۶ ؛ پذیرش: ۸۷/۱۰/۱)

چکیده

دو کوارکیها ممکن است نقش مهمی را در فیزیک هادرونی به خصوص در نزدیکی گذارهای فاز (نقاط کایرال و نقاط غیرمحبوس‌شدگی) بازی کنند. ما با استفاده از ایده‌های مربوط به دو کوارکی برداری در حد همبستگیهای دو کوارکی کایرال در ناحیهٔ نسبیتی و با اعمال نمودن برهم‌کنشهای فوق ریز بین کوارکها در دوکوارکیهای برداری، جرم حالت پنج کوارکی θ^+ را محاسبه می‌کنیم، همچنین با استفاده از روش تونل‌زنی به طور هم‌زمان پهنای واپاشی آن را به دست می‌آوریم. نتایج در توافق خوبی با حدود تجربی می‌باشند.

واژه‌های کلیدی: دوکوارکی، پنج کوارکی، فیزیک هادرونی، مدل کوارکی

۱. مقدمه

دینامیک کوانتومی‌رنگ (QCD) به‌عنوان نظریهٔ زیربنایی برهم‌کنشهای قوی شناخته شده است و دارای سه خاصیت بنیادی است که عبارتند از: آزادی مجانبی، محبوس‌شدگی رنگی، تقارن کایرال تقریبی و شکست خودبه‌خودی آن.

رفتار QCD در انرژیهای پایین غیر اختلالی و ساختار گروه رنگی $SU_c(3)$ آن غیر آبلی است. بنابراین QCD نظریهٔ پیمانه‌ای غیر آبلی کوارکها و گلوئونهای در حال برهم‌کنش با یکدیگر است که در آن گلوئونها میدانهای پیمانه‌ای نظریه‌اند. QCD در انرژیهای بالا تا مرتبه ۰/۰۱ آزموده شده است و به‌خاطر آزادی مجانبی، دقت زیاد محاسبات نظری آن را تا مرتبهٔ بالایی از درستی و در تطابق خوبی با حدود تجربی تأیید می‌کند. به‌دلیل بی‌اعتباری محاسبات QCD در انرژیهای پایین رهیافتهای مدلی متعددی در این ناحیه مورد استفاده قرار گرفته‌اند.

محاسبهٔ طیفهای هادرونی با استفاده از اصول بنیادی در QCD بسیار مشکل است [۱]. در چنین وضعیتی مدلهای مختلفی که یا بر مبنای QCD پایه‌گذاری شده‌اند و یا اینکه بعضی از خواص مهم QCD را در بر دارند برای توضیح طیف هادرونی و خواص آن ارائه شده‌اند. هرچند QCD علاوه بر باریونها و مزونهای مرسوم با ساختارهای کوارکی به‌ترتیب $3q$ و $q\bar{q}$، به خودی خود وجود حالتهای غیر مرسوم مانند گلوبالها (gg , ggg , ...)، مزونهای هیبریدی ($q\bar{q}$ g) و سایر حالتهای چند کوارکی ($qqqq, qqqq\bar{q}$) را نفی نمی‌کند [۲].

آیا چند کوارکیهای دیگر مانند $4q, 6q, 7q, ..., Nq$ وجود دارند؟ آیا حد بالایی برای N وجود دارد؟

مطالعهٔ این مطالب به درک ما از ناحیه انرژیهای پایین در QCD عمق زیادتری می‌بخشد. بنابراین ما به درک دینامیک زیربنایی این حالتها و شناخت مفاهیمی مانند جرم محبوس شده یا کوارک محبوس شده یا پهنای واپاشی هادرونی نیازمندیم.

یک سؤال اساسی وجود دارد: آیا QCD در ناحیه انرژیهـای پایین مـی‌توانـد نیروهـای دینـامیکی زیربنـایی بـین کوارکهـا و گلوئونهای حالتهای چنـد کـوارکی را توصـیف کنـد و جـرم و پهنای واپاشی آنها را به درستی به‌دست دهد؟

در نواحی مربوط به دماهای بالا، اعتقـاد بـر ایـن اسـت کـه ماده‌ای که دارای بـرهم‌کـنش قـوی اسـت بـه شـکل پلاسـمای کوارک – گلوئـونی وجـود دارد. در دماهـای پـایین جـایی کـه چگالی باریونی زیـاد اسـت، حالتهـای بـوزونی، دو کوارکیهـا و حتی خوشه‌های چند کوارکی ممکن است نقش مهمی را بـازی کنند. دراین ناحیه از انـرژی، دو کوارکیهـا تراکمـی بـوزونی[۱] را شکل می‌دهند و احتمال وجود حالتهای پنج کوارکی نیز وجـود دارد.

مدلهای چندی که بر مبنای دو کوارکیهای نرده‌ای یا بـرداری بنا شده‌اند و بسیاری ازخواص هادرونها را بـه خـوبی توصـیف می‌کنند وجود دارنـد. بعـضی از ایـن مـدلها بـرای پیـدا کـردن خواص پنج کوارکی اخیراً کشف شده θ^+ مـورد اسـتفاده قـرار گرفته‌اند [۳] اما تـاکنون بـه هـیچ نتیجـه معینـی بـرای محاسـبه هم‌زمان جرم و پهنای واپاشی این پنج کوارکی نرسیده‌اند.

پنج کوارکی θ^+ [۴] موجب تلاش نظری و تجربی وافـری به منظور درک ساختار آن و آنچه که QCD دربـارهٔ ایـن حالـت چند کوارکی بیان می‌کند شده است و این کـشف ممکـن اسـت یکی از مهمترین وقایع در فیزیک هادرونی باشد.

اگر وجود θ^+ تأیید شود و انتشار یابد [۵] افقـی جدیـد از هادرونهای چند کوارکی فراروی ما در حال گشوده شدن اسـت. ما باید به‌این سؤال که دینامیک زیربنایی‌ای کـه منجـر بـه جـرم پایین و پهنای کم و نحوه تولید منحصر به فرد این پنج کـوارکی شده است چیست ؟ پاسخ دهیم.

ما در این مقاله به طور هم‌زمان جرم و پهنـای واپاشـی ایـن حالت چند کوارکی جالب، پنج کوارکی θ^+، را محاسبه می‌کنیم و برای این منظور از رهیافـت دو کوارکیهـای بـرداری اسـتفاده می‌کنیم که ممکن است برای سایر حالتهـای چنـد کـوارکی نیـز قابل تعمیم باشد.

۱. Bose condensate

۲. رهیافت دوکوارکی

نظریه‌های میدان مؤثر [۶] (EFT) فقط مدلهای فیزیکی به شمار نمی‌روند، آنها بیان کننده اصولی بسیار کلی مانند تحلیلی بـودن، یکانی بودن و تجزیه پـذیری خوشـه‌ای[۲] نظریـه‌هـای میـدانهای کوانتومی و تقارنهای سیستم هستند. EFT روشی برای توصـیف مسائلی شامل نواحی انرژی چندگانه است و در وضعیتهایی کـه می‌خواهیم فیزیک را در انرژی پایین به شکل حـدی آن از یـک وضعیت کلی‌تر در انرژی بالا درک کنیم مناسب است. می‌توانیم تقریباً هر نظریه‌ای را به جز نظریه‌ای که سعی می‌کند همه چیـز را توصیف کنـد (TOE) نظریـه‌ای از نـوع نظریـهٔ میـدان مـؤثر بدانیم. به‌عنوان مثال نظریه اختلالی کایرال (χPT) رفتار QCD را در انرژیهای پایین، حداقل در بخـش مزونـی، در قالـب یـک نظریهٔ مؤثر توصیف می‌کند [۷،۸].

ما نیازمند رهیافتهـای غیـر وابـسته بـه مـدل در ناحیـه غیـر اختلالی QCD هستیم کـه یـا توسـط شـبیه سـازیهای شـبکه‌ای (LQCD) یا به‌وسیلهٔ نظریهٔ اختلالی کایرال [۹] فراهم مـی‌آینـد، نظریه‌ای که در واقع نظریهٔ میدان مؤثر مربوط به QCD است.

بنابراین مناسب به‌نظر مـی‌رسـد کـه لاگرانـژی QCD را در ناحیهٔ انرژیهای پایین با یک لاگرانژی مؤثر که بر حسب درجات آزادی مؤثر، به‌عنوان مثال پایونهـا، کائونهـا و غیـره فرمولبنـدی شده است عوض کنیم. به‌عنوان مثـال در بـرهم‌کنـشهای طعـم-اسپین و رنگ- اسپین دراین ناحیه بـه‌ترتیـب مبادلـهٔ بوزونهـای گلدستون و گلوئونها روی می‌دهد و بین این بوزون‌ها، میدانهای میانی[۳]، و کوارکها برهم‌کنـشهای قـوی وجـود دارد. تعـداد ایـن بوزونها یا $q\bar{q}$ها برابر با N_c و بی‌نهایت اسـت و مـا در ناحیـه N_cهای بزرگ QCD هستیم. بنـابراین در حـد N_c هـای بـزرگ باریونها در نظریهٔ اختلالی کایرال، با تعداد بـسیار و نامحـدودی عملگر، ظاهر می‌شوند ولی می‌توان نتایج را به‌طور منظم نـسبت به اندازهٔ حرکت خطی ذرات برهم‌کنش کننده p بـسط داد و در انرژیهای پایین تعداد اندکی از عملگرها را نگه داشـت. در یـک مدل نوعی، باریونها با کوارکهای ظرفیتشان به شکل فرمیونهـای نسبیتی $\psi(x)$ که در یـک میـدان خـارجی (پتانـسیل اسـتاتیک،

۲.Cluster decomposition
۳.Mean field

($V_{eff}(r)$) در حال حرکت هستند معرفی می‌شوند [۱۰].

تقارن کایرال الزام می‌کند که هسته کوارک ظرفیت در نوع ($SU_f(3)$) طعم از این مدل توسط ابری از بوزونهای گلدستون $\Phi_i(x)(\pi,k,\eta)$ احاطه شود، همچنین این هسته توسط افت و خیزهای کوانتومی از میدانهای گلوئونی $A_\mu^a(x)$ نیز احاطه می‌شود.

حال اگر میدانهای گلدستونی را نیز به شکل افت و خیزهای کوچکی حول هسته کوارک ظرفیت در نظر بگیریم می‌توانیم لاگرانژی مؤثر خطی شده را به شکل زیر در نظر بگیریم.

$$
\begin{aligned}
L_{eff}(x) &= \overline{\psi(x)}\left[i\partial\!\!\!/ - V_{eff}(r)\right]\psi(x) \\
&+\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{8}\left[\partial_\mu \Phi_i(x)\right]^2 - \frac{1}{4}F_{\mu\upsilon}^{a}F^{a\mu\upsilon} \\
&-\bar{\psi}(x)\left\{V(r)\, i\gamma^5 \frac{\Phi(x)}{F} + g_s\gamma^\mu A_\mu^a(x)\frac{\lambda^a}{2}\right\}\psi(x) \\
&+L_{\chi^{SB}}(x),
\end{aligned}
\tag{1}
$$

که در آن $F = 88\text{MeV}$ [۱۱] ثابت واپاشی پایون در حد کایرال، g_s ثابت کوپلاژ کوارک – گلوئون، $A_\mu^a(x)$ مؤلفهٔ کوانتومی میدان گلوئونی و $F_{\mu\upsilon}^a$ تانسور میدان مربوطه است و λ^a ،$a = 1,\ldots,8$ ماتریسهای گلمان[1] می‌باشند. هم‌چنین $V(r)$ پتانسیل، برهم‌کنشی مزون – فرمیون است و $\hat{\Phi} = \sum_{i=1}^{8}\Phi_i\lambda_i = \sum_p \Phi_P\lambda_P$ ماتریسهای هشت‌گانه مزونهای شبه نرده‌ای‌اند که در آنها $P = \pi^{\pm}, \pi^{\circ} K^{\pm}, K^{\circ}, \bar{K}^{\circ}, \eta$ می‌باشد. ارتباط بین مجموعه‌های $\{\Phi_P, \lambda_P\}$ و $\{\Phi_i, \lambda_i\}$ در مرجع[۱۱] توضیح داده شده است.

جملهٔ $L_{\chi^{SB}}(x)$ شامل جملات جرمی برای مزونها و کوارکها است که به صراحت تقارن کایرال را می‌شکنند.

$$
L_{\chi^{SB}}(x) = -\bar{\psi}(x)M\psi(x) - \frac{B}{2}Tr\left[\hat{\Phi}^2(x)M\right], \tag{2}
$$

در اینجا $M = diag\{m_u, m_d, m_s\}$ ماتریس جرم جاری کوارکها است و $B = -\langle 0|\bar{u}u|0\rangle / F^2$ ثابت تراکم کوارکها[2]

است.

نظریهٔ اختلال توسط بسط نسبت به $\hat{\Phi}(x)/F \approx 1/\sqrt{N_c}$ فرمولبندی شده و تمام محاسبات تا مرتبهٔ حلقهٔ اول و تقریب $(1/F^2, \hat{m}, m_S)$ انجام شده است که در آن $\hat{m} = m_u = m_d$ در حد تقارن ایزواسپین و N_c تعداد رنگها است.

شکل صریح تابع موج کوارکی در حالت پایه به شکل زیر است.

$$
u_\circ(\vec{r}) = \begin{pmatrix} g(r) \\ -if(r)\,\vec{\sigma}.\hat{r} \end{pmatrix} Y_\circ^\circ(\hat{r})\,\chi_s\chi_f\chi_c. \tag{3}
$$

و برای حالت پایهٔ پادکوارک داریم

$$
u_\circ(\vec{r}) = \begin{pmatrix} -l(r)\,\vec{\sigma}.\hat{r} \\ iik(r) \end{pmatrix} Y_\circ^\circ(\hat{r})\,\chi_s\chi_f\chi_c. \tag{4}
$$

که در آن $Y_\circ^\circ(\hat{r})$، χ_s، χ_f و χ_c به‌ترتیب توابع موج مداری، اسپینی، طعمی و رنگی و $f(r)$، $g(r)$، $k(r)$ و $l(r)$ توابع شعاعی‌اند که می‌توان آنها را با استفاده از شکل پتانسیل مؤثر تعیین کرد.

با استفاده از قضیهٔ ویک[3] شامل عملگرهای مناسب برای کوارکها، مزونها و گلوئونها می‌توان تأثیرات مربوط به ابر مزونی و تصحیحات گلوئونی را روی میدانهای باریونی در لاگرانژی برهم‌کنشی وارد کرد. با استفاده از معادلهٔ زیر می‌توان انتقال انرژی باریون را که در آن کوارکهای ظرفیت پنج کوارکی با مزونهای شبه نرده‌ای و میدانهای کوانتومی‌گلوئونی برهم‌کنش می‌کنند محاسبه کرد.

$$
\Delta m_B = {}^{B}\langle\Phi\ . \tag{5}
$$

$$
\Big|\sum_{n=1}^{2}\frac{i^n}{n!}\int i\delta(t_1)d^4x_1\ldots d^4x_n T\left[L_I(x_1)\ldots L_I(x_n)\right]\Big|\Phi_\circ\rangle_c^B,
$$

که در آن C به معنی ″ فقط نمودارهای متصل ″ است.

بر اساس این معادلات سهم مربوط به برهم‌کنش تبادل پایونی طعم – اسپین (FS) بین دو کوارک یا یک کوارک و یک پادکوارک در انتقال انرژی باریون متناسب است با

$$
\langle B|\sum_{i<j}^{4}\sum_{a=1}\lambda_i^{(a)}\lambda_j^{(a)}\vec{\sigma}_i.\vec{\sigma}_j\,|B\rangle, \tag{6}
$$

$$
\langle B|\sum_{i=1}^{3}\sum_{a=1}^{3}\lambda_i^{(a)}\lambda_5^{(a)}\vec{\sigma}_i.\vec{\sigma}_5\,|B\rangle, \tag{7}
$$

[1] Gell-Mann

[2] Quark condensate constant

[3] Wicks theorm

کـه در آن $\lambda_i^{(a)}$ و $\vec{\sigma}_i$ بـه‌ترتیـب ماتریـسهای طعـم و اسـپین هستند. همچنین سهم مربـوط بـه بـرهم‌کـنش تبـادل گلوئـونی رنگ– اسپین (CS) بـین دو کـواراک در انتقـال انـرژی بـاریون متناسب است با

$$\langle B\left|\sum_{i<j}^{4} \vec{\lambda}_i^c \vec{\lambda}_j^c \vec{\sigma}_i.\vec{\sigma}_j\right|B\rangle, \qquad (۸)$$

که در آن $\vec{\lambda}_i^c$ و $\vec{\sigma}_i$ به‌ترتیب ماتریسهای رنگ و اسپین هستند.

مدل پیشنهادی ما برای محاسبهٔ جرم پـنج کـوارکی θ^+ بـر مبنای نظریهٔ کوارکی اختلالی کایرال که شامل تقارنهای صریحی روی ترکیب کوارکهـای موجـود در پـنج کـوارکی اسـت ارائـه می‌شود که در آن برهم‌کنشهای فوق ریز طعـم– اسـپین و رنـگ اسپین (CS و FS) در زیر سیستمهای چهار کوارک از ایـن پـنج کوارکی در نظر گرفته شده‌اند. به‌علاوه شکل خاصی از پتانـسیل محبوس‌شدگی را به‌کار می‌بریم. پارامترهای مدل، به‌عنوان مثـال پارامترهای پتانسیل محبوس‌شدگی و برهم‌کنـشهای فـوق ریـز، به‌طوری در نظر گرفته شده‌اند که تطابق خـوبی را بـا جـرم بـار یونی به‌دست دهند.

در هنگام کار بـا یـک نظریـهٔ اختلالـی کـایرال نـوعی اگـر خوشه‌بندی[1] نظریهٔ گروه[۱۲] را به همراه برهم‌کنشهای فوق ریز بین کوارکها در نظر بگیریم در واقع یک نظریهٔ اختلالـی کـایرال همبـسته یـا یـک مـدل کـوارکی اختلالـی کـایرال همبـسته[2] (CP χ QM)[۱۳] خواهیم داشت.

این موضوع که چنـد کوارکیهـا نمـی‌تواننـد ذرات سـادهٔ N کوارکی در حالت پایه باشند به خوبی مشخص شده است و این بدان دلیل است کـه در آن حالـت فـرو مـی‌پاشـند و بـا پهنـای عریضی به باریونها و مزونها واپاشی می‌کنند. حال هنگامی‌کـه از مدلهای کوارکی اختلالی کـایرال کـه دارای تقارنهـای صـریحی روی ترکیب کوارکهای موجود در مدل هستند صحبت می‌کـنیم برهم‌کنشهای فوق ریز، طعم– اسپین و رنگ– اسپین، می‌باید در داخل زیرمجموعه‌های N کوارکی در نظر گرفته شوند. به عنوان مثال در دو کوارکیهای برداری که ما در مدل پیشنهادی اسـتفاده می‌کنیم، در سه کوارکیها و غیـره، همچنـین از نـوعی خـاص از پتانسیل محبوس‌شدگی نیز باید استفاده شود.

۲. ۱. حالتهای پنج کوارکی

ما حالتهای پنج کوارکی را در قالب مدل کوارکی اختلالی کایرال همبسته مطالعه می‌کنیم و در ایـن مقالـه پیـشنهاد مـی‌کـنیم کـه باریون θ^+ از دو دو کـوارکی بـرداری (ud) و یـک پـادکوارک $(\bar{s})$ ترکیب شده باشد. در این مدل تابع مـوج فـضایی ایـن دو کوارکیها دارای اندازهٔ حرکت زاویه‌ای $l=۰$ و در حالـت مـوج s، (s-wave) است.

تقارن طعمی هر کدام از دو کوارکیها به شکل $[۲]^{f}$ است که منجر به تقارن طعمی $[۲۲]\frac{f}{۶}$ برای $q^۴$ می‌شود بـه‌عـلاوه تقـارن اسپینی هر کدام از دو کوارکیها $[۲]^{s}$ است کـه منجـر بـه تقـارن اسپینی $[۳۱]^{s}$ برای $q^۴$ در این مدل می‌شود.

تقارن رنگی و مداری هر دو دو کوارکیها به‌ترتیـب $[۱۱]^{c}$ و $[۲]^{o}$ است که منجر به تقارنهای به‌ترتیب $[۲۱۱]^{c}$ و $[۴]^{o}$ برای $q^۴$ در مدل می‌شوند.

در نتیجهٔ این ملاحظات مـا بـرای ترکیـب $q^۴$ از کوراکهـای تقارنهای $[۲۱۱]^{oc}$، $[۳۱]^{fs}$ و $[۱۱۱۱]^{ocfs}$ را خواهیم داشت کـه منجر به یک تابع موج کاملاً پادمتقارن برای $q^۴$ منطبق بـر اصـل طرد پائولی می‌گردد.

برای تقـارن طعـم – اسـپین $q^۴$ نمـایش $[۳۱]^{fs}$ را در نظـر گرفته‌ایم که منجر بـه تقـارن $[۴۲۱۱۱]_{۱۱۳۴}$ بـرای ترکیـب $q^۴\bar{q}$، پنج کوارکی θ^+، مـی‌شـود. دربـارهٔ تقارنهـای تـابع مـوج پـنج کوارکی در این مدل، لطفاً به پیوست ۱ و مرجع [۱۴] نگاه کنید.

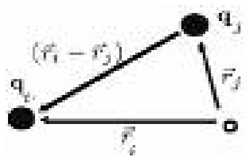
در واقع در مدل کوارکی چیزی وجود ندارد که مانع ساخت چندگانه‌هایی که در آنهـا دو کوارکیهـای بـرداری وجـود دارنـد باشد. به‌طور خلاصه اسپین، طعم، رنگ و پاریتهٔ پنج کوارکی در این مدل به شکل زیر است [۱۵].

$$\left|\{QQ\}^{l=۰,۳_c,\bar{۶}_f}\ \bar{q}^{\,j=\frac{۱}{۲},\bar{۳}_c,\bar{۳}_f}\right\rangle^{J^{\Pi}=(\frac{۱}{۲}^-\oplus\frac{۳}{۲}^-),۱_c,(۸_f\oplus\overline{۱۰}_f)} \qquad (۹)$$

---

۱. Clustering

۲. Correlated perturbative chiral quark model



شکل ۱. ساختار دوکوارکی در فضای مختصات.

که در آن Q دو کوارکی برداری (ud) است.

مدل کوارکهای تشکیل‌دهنده از دینامیک کوانتومی رنگ حاصل نشده است، بنابراین مفید است که از رهیافت هامیلتونی مؤثر استفاده کنیم. در این حالت با استفاده از ایدهٔ دو کوارکیهای برداری و در نظر گرفتن برهم‌کنشهای فوق ریز فقط بین کوارکهای موجود در دو کوارکیها، شکل ۱، هامیلتونی زیر را برای پنج کوارکی معرفی می‌کنیم.

$$H(q^۴\bar{q})=T(q^۴\bar{q})+V^{HF}(q^۴\bar{q}), \qquad (۱۰)$$

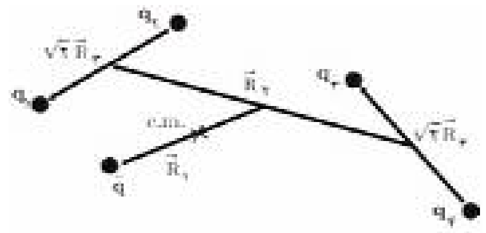
$$V^{HF}(q_iq_j)=a\lambda_i^F\lambda_j^F\,\vec{\sigma}_i.\vec{\sigma}_j+b\lambda_i^C\lambda_j^C\,\vec{\sigma}_i.\vec{\sigma}_j. \qquad (۱۱)$$

که در آن T انرژی جنبشی و V^{HF} برهم‌کنش فوق ریز[۱۶]، معادلات (۸-۶)، می‌باشند. a و b ثابتهای برهم‌کنش هستند که $a\approx ۳۰\mathrm{MeV}$ و $b\approx ۱۸/۷۵\mathrm{MeV}$ است. [۱۷]

ما از برهم‌کنش محبوس‌شدگی صرف نظر کرده‌ایم و V^{HF} را به‌عنوان یک برهم‌کنش غیرتماسی در نظر گرفته‌ایم. به‌علاوه فرض کرده‌ایم که سهم انرژی جنبشی در هامیلتونی H به خاطر جرم بیشتر دو کوارکیهای برداری در مقایسه با جرم پادکوارک شگفت فقط بین دو دوکوارکی برداری وجود داشته باشد و لذا برهم‌کنش فوق ریز نیز به خاطر فاصلهٔ بیشتر بین پادکوارک شگفت با دو کوارکیها در مقایسه با فاصله بین کوارکها در یک دو کوارکی فقط بین کوارکها در دو کوارکیهای برداری باشد. این فرضها در مدلهای دیگری نیز به‌کار رفته‌اند [۱۲].

حال در مرجع در حال سکون $q^۴\bar{q}$ متغیرهای داخلی را به شکل زیر معرفی می‌کنیم، شکل ۲.

$$\vec{r}_۱=-\frac{\mu}{۴m}\vec{R}_۱+\frac{۱}{۲}\vec{R}_۲+\frac{۱}{\sqrt{۲}}\vec{R}_۳,$$
$$\vec{r}_۲=-\frac{\mu}{۴m}\vec{R}_۱+\frac{۱}{۲}\vec{R}_۲-\frac{۱}{\sqrt{۲}}\vec{R}_۳\ , \qquad (۱۲)$$
$$\vec{r}_۳=-\frac{\mu}{۴m}\vec{R}_۱-\frac{۱}{۲}\vec{R}_۲+\frac{۱}{\sqrt{۲}}\vec{R}_۴,$$



شکل ۲. مرجع در حال سکون $q^۴\bar{q}$.

$$\vec{r}_۴=-\frac{\mu}{۴m}\vec{R}_۱-\frac{۱}{۲}\vec{R}_۲-\frac{۱}{\sqrt{۲}}\vec{R}_۴,$$
$$\vec{r}_{\bar{q}}=\frac{\mu}{m_{\bar{q}}}\vec{R}_۱ \quad , \quad \mu=\frac{m_{\bar{q}}۴m}{۴m+m_{\bar{q}}},$$

که در آن $\vec{R}_۱,...,\vec{R}_۴$ در شکل ۲ مشخص شده‌اند، $m=m_u\approx m_d$ و μ جرم کاهش یافته سیستم $q^۴-\bar{q}$ است. بنابراین برای انرژی جنبشی داریم

$$T(q^۴\bar{q})\approx\frac{\vec{\nabla}^۲_{R_۲}}{۲m} \qquad (۱۳)$$

و برای برهم‌کنش فوق ریز بین کوارکها در هر دو کوارکی برداری داریم

$$\Delta E^{HF}=\left\langle Q[۱۱]^c,[۲]^f[۲]^s\left|V^{HF}\right|[۲]^s[۲]^f,[۱۱]^cQ\right\rangle. \qquad (۱۴)$$

برای جرم پنج کوارکی θ^+ داریم:

$$M_{\theta^+}=۲(m_u+m_d+\Delta E^{HF})+m_{\bar{s}}+T(q^۴\bar{q})\ , \qquad (۱۵)$$

که در آن $M_{ud}=m_u+m_d+\Delta E^{HF}$، جرم دو کوارکیهای برداری ما است.

برای عناصر ماتریسی داریم:

$$\left\langle Q[۱۱]^c\left|\lambda_i^c\lambda_j^c\right|[۱۱]^cQ\right\rangle=\frac{۸}{۳},$$

$$\left\langle Q[۲]^s\left|\vec{\sigma}_i^s\vec{\sigma}_j^s\right|[۲]^sQ\right\rangle=\frac{۱}{۴},\left\langle Q[۲]^F\left|\lambda_i^F\lambda_j^F\right|[۲]^FQ\right\rangle=\frac{۴}{۳} \qquad (۱۶)$$

با وارد کردن آنها در معادلهٔ (۱۴) خواهیم داشت $\Delta E^{HF}=-۱۴۰\mathrm{MeV}$.

با فرض اینکه $m_u\cong m_d\cong ۳۳۰\mathrm{MeV}$ و $m_{\bar{s}}\cong ۴۵۰\mathrm{MeV}$ باشد [۱۸]. برای جرم دو کوارکی برداری داریم $M_{ud}\cong ۵۲۰\mathrm{MeV}$ که ۲۰۰MeV از جرم دو کوارکی

نرده‌ای زیادتر است. [۱۹]. حال اگر برای انرژی جنبشی بین دو دوکوارکی برداری مقدار $T = ۵۰\text{MeV}$ را در نظر بگیریم می‌توانیم جرم تجربی پنج کوارکی θ^+ را از فرمول جرم زیر بازسازی کنیم [۲۰].

$$M_{\theta^+} = ۲M_{ud} + m_{\bar{s}} + T \cong ۱۵۴۰\text{MeV}. \quad (۱۷)$$

همچنین با استفاده از تابع موج

$$\psi_{\theta^+} = N\left[Y_{۰۰}\left(\hat{R}_۲\right)e^{-\alpha^۲\frac{R_۲^۲}{۲}}\right]\left[Y_{۰۰}\left(\hat{R}_۳\right)e^{-\beta^۲\frac{R_۳^۲}{۲}}\right] \times\left[Y_{۰۰}\left(\hat{R}_۴\right)e^{-\beta^۲\frac{R_۴^۲}{۲}}\right]\left[Y_{۰۰}\left(\hat{R}_۱\right)e^{-\gamma^۲\frac{R_۱^۲}{۲}}\right]. \quad (۱۸)$$

برای پنج کوارکی و استفاده از انرژی جنبشی $\langle T\rangle_\psi \cong \frac{۳a^۲}{۴m} \cong ۵۰\text{MeV}$ به مقدار $a \cong ۱۴۸\text{MeV}$ و سپس به مقدار

$$r_۰ = \langle R_۲\rangle = \sqrt{\frac{۵}{۲a^۲}} \cong ۰/۰۱۱\text{MeV}^{-۱} \quad (۱۹)$$

برای فاصلهٔ نسبی بین دو دوکوارکی برداری می‌رسیم. در این مدل ما انرژی جنبشی، بین دو کوارکیها و پادکوارک شگفت در نظر نگرفته‌ایم، در این‌چنین ساختاری دو کوارکیها به یکدیگر نزدیکند و تونل‌زنی یکی از کوارکها بین دو، دو کوارکی امکان‌پذیر است. تونل‌زنی یکی از کوارکها بین پادکوارک شگفت و یکی از دو کوارکیها به خاطر فاصلهٔ بیشتر بین آنها نسبت به فاصلهٔ بین دو، دو کوارکی روی نمی‌دهد لذا تونل‌زنی یکی از کوارکهای دوکوارکیها بین دو، دو کوارکی فرایند غالب است.

ما فرض می‌کنیم که در فرایند واپاشی $\theta^+ \to K^+N$ یکی از کوارکهای (d) از یکی از دو کوارکیهای (ud) به طرف دو کوارکی دیگر تونل می‌زند تا یک نوکلئون (udd) و یک کوارک (u) که توسط پادکوارک شگفت نابود شده است شکل بگیرد (شکل ۳).

پهنای واپاشی عبارت است از

$$\Gamma = \lim_{\upsilon\to ۰}\sigma\left(\psi_{ud} + \psi_{ud} + \bar{s} \to K^+ + N\right)\upsilon\left|\psi\left(۰\right)\right|^۲, \quad (۲۰)$$

که در آن $\psi(۰)$ و ψ_{ud} توابع موج به‌ترتیب حالت 1s ترکیب

شکل۳. فرایند واپاشی $\theta^+ \to K^+N$.

کوارک- دو کوارکی و ترکیب دو کوارکی برداری موجود در پنج کوارکی‌اند و υ سرعت پادکوارک شگفت در مرجع در حال سکون دو کوارکی هدف است.

سطح مقطع دیفرانسیلی واپاشی به شکل زیر است.

$$d\sigma = \frac{\left(۲\pi\right)^۴\left|M\right|^۲}{۴\sqrt{\left(p_۱.p_۲\right)^۲ - m_s^۲M_{ud}^۲}}۴e^{-۲s_۰}d\varphi\left(p_۱ + p_۲; k_۱, k_۲\right), \quad (۲۱)$$

که در آن $e^{-۲s_۰}$ احتمال تونل‌زنی است و فضای فاز $d\varphi$ به شکل زیر است:

$$d\varphi\left(p_۱ + p_۲; k_۱, k_۲\right) = \delta^۴\left(p_۱ + p_۲ - k_۱ - k_۲\right)\frac{d^۳k_۱}{\left(۲\pi\right)^۳۲E_۳}\frac{d^۳k_۲}{\left(۲\pi\right)^۳۲E_۴}. \quad (۲۲)$$

که در آن $p_۲$ ، $p_۱$ و $k_۲$ ، $k_۱$ به‌ترتیب اندازه حرکتهای پادکوارک شگفت، دو کوارکی اولیه و کائون نهایی و کوارک (d) هستند. همچنین $E_۳$ و $E_۴$ انرژیهای ذرات در حالت نهایی‌اند.

در این رهیافت گلوئون‌ها به‌طور صریح در نظر گرفته نشده‌اند و ما با توصیف کوارک گلوئونی QCD و در نظر گرفتن افت و خیزهای کوانتومی میدان گلوئونی و سپس جمع کردن روی تمام این افت و خیزها کار را شروع نکرده‌ایم. همچنین از میدان گلدستون به‌عنوان افت و خیزهای کوچک در اطراف هستهٔ کوارک ظرفیت صرف نظر کرده‌ایم.

این تصحیحات QCD کوچکند، بنابراین برای دامنهٔ واپاشی θ^+ داریم.

$$M = \frac{g_Ag}{\sqrt{۲}f_K}\bar{\upsilon}_S\left(p_۱\right)\not{k}_۱\gamma_۵\frac{۱}{\not{k}_۱ - \not{p}_۱ - m_u}\gamma_۵\upsilon_d\left(k_۲\right). \quad (۲۳)$$

که در آن $\upsilon_{s,d}$ به‌ترتیب توابع موج $\bar{s}$ و d می‌باشند. حال با انتگرال‌گیری روی $d\varphi$ و در نظر گرفتن $\upsilon \to ۰$ داریم

$$\Gamma_{\theta^+} \cong ۵/۰ e^{-۲S_\circ} \frac{g^۲ g_A^۲}{۸\pi f_K^۲} \left|\psi(\circ)\right|^۲ , \qquad (۲۴)$$

که در آن f_K ثابت واپاشی کائون و $f_K \cong ۱۱۵\text{MeV}$ است. [۲۱] $\psi(\circ)$ می‌تواند به شکل زیر نوشته شود. پیوست ۲ را مشاهده کنید.

$$\psi(\circ) = \frac{۲}{a_\circ^{\frac{۳}{۲}}} \frac{۱}{\sqrt{۴\pi}} , \qquad (۲۵)$$

که در آن $a_\circ$ شعاع بوهر حالت مقید کوارک – دوکوارکی است.

برای دامنهٔ تونل‌زنی داریم:

$$e^{-S_\circ} = \left\langle \eta \middle| T e^{i\int d^۴x L_{\text{int}}} \middle| d, \psi_{ud} \right\rangle \approx e^{-\Delta E r_\circ} , \qquad (۲۶)$$

که در آن از تقریب WKB استفاده کرده‌ایم، همچنین انرژی بستگی دو دو کوارکی $\Delta E = \left(m_u + m_d - M_{ud}\right)$ است و $r_\circ$ فاصلهٔ متوسط بین دو کوارکی برداری است. با استفاده از مدل کوارکی مقادیر $g \cong ۳/۰۳$ و $g_A \cong ۰/۸۷$ به‌دست می‌آید[۲۱] و در این مدل مقادیر $\Delta E = ۱۴۰\text{MeV}$ و $a_\circ \cong ۰/۰۰۷\text{MeV}^{-۱}$ محاسبه می‌شوند. پیوست ۲ را مشاهده کنید.

با جایگذاری مقادیر فوق در معادلهٔ (۲۴) برای پهنای واپاشی خواهیم داشت:

$$\Gamma_{\theta^+} \cong ۱/۳۰\text{MeV}$$

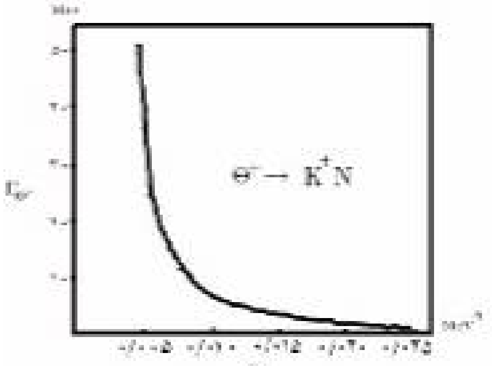
که به‌طور غیر معمولی باریک و قابل مقایسه با حد تجربی [۲۲، ۲۳]

$$\Gamma_{\theta^+} \cong ۱ \text{ MeV} , \qquad (۲۷)$$

می‌باشد.

ما پهنای واپاشی پنج کوارکی θ^+ را به ازای یک مجموعه از جرمها $۱۵۰۰\text{MeV} \langle M_{\theta^+} \langle ۱۷۰۰\text{MeV}$ محاسبه کرده و حدود آن را به‌دست آورده‌ایم. $\Gamma\left(\theta^+ \to K^+ n\right) \cong ۰/۰۰۰۳ \sim ۵۳/۶۷۰\text{MeV}$. به جدول شمارهٔ ۱ و شکل شمارهٔ ۴ نگاه کنید.

با استفاده از رهیافت دو کوارکی برداری جرم و پهنای واپاشی حالت پنج کوارکی باریونی θ^+ را به‌طور هم‌زمان محاسبه



شکل۴. پهنای محاسبهٔ شدهٔ پنج کوارکی θ^+ برای واپاشی $\theta^+ \to K^+ N$ برحسب فاصلهٔ بین دو کوارکیهای برداری $r_\circ$ نشان داده شده است.

جدول۱. پهنای واپاشی پنج کوارکی θ^+ به ازای یک مجموعه از جرمها، $r_\circ$ فاصلهٔ بین دو دوکوارکی برداری (ud) است.

M_{Θ^+} MeV	T MeV	$r_\circ$ MeV^{-1}	Γ_{Θ^+} MeV
۱۵۰۰	۱۰	۰/۰۲۳	۰/۰۰۰۳
۱۵۱۰	۲۰	۰/۰۱۶	۰/۰۷۰۰
۱۵۲۰	۳۰	۰/۰۱۳	۰/۲۸۰۰
۱۵۳۰	۴۰	۰/۰۱۲	۰/۹۴۰۰
۱۵۴۰	۵۰	۰/۰۱۱	۱/۳۰۰۰
۱۵۵۰	۶۰	۰/۰۰۹	۲/۸۷۰۰
۱۵۶۰	۷۰	۰/۰۰۸	۵/۱۲۰۰
۱۵۷۰	۸۰	۰/۰۰۸	۶/۱۲۰۰
۱۵۸۰	۹۰	۰/۰۰۷	۱۲/۵۹۰
۱۵۹۰	۱۰۰	۰/۰۰۷	۱۳/۵۴۰
۱۶۰۰	۱۱۰	۰/۰۰۷	۱۳/۵۴۰
۱۶۱۰	۱۲۰	۰/۰۰۶	۱۹/۷۴۰
۱۶۲۰	۱۳۰	۰/۰۰۶	۱۹/۷۴۰
۱۶۳۰	۱۴۰	۰/۰۰۶	۲۰/۶۸۰
۱۶۴۰	۱۵۰	۰/۰۰۶	۲۰/۶۹۰
۱۶۵۰	۱۶۰	۰/۰۰۵	۵۳/۶۷۰
۱۶۶۰	۱۷۰	۰/۰۰۵	۵۳/۶۷۰
۱۶۷۰	۱۸۰	۰/۰۰۵	۵۳/۶۷۰
۱۶۸۰	۱۹۰	۰/۰۰۵	۵۳/۶۷۰
۱۶۹۰	۲۰۰	۰/۰۰۵	۵۳/۶۷۰
۱۷۰۰	۲۱۰	۰/۰۰۵	۵۳/۶۷۰

کرده‌ایم. مدلهای زیادی که در آنها از دو کوارکیهای نرده‌ای استفاده شده است و به خوبی خواص پنج کوارکی را توصیف می‌کنند وجود دارند [۱۲] اما هیچ کدام از آنها جرم و پهنای آن را به‌طور هم‌زمان محاسبه نکرده‌اند. دو کوارکی نرده‌ای دارای جرم کمتری از دو کوارکی برداری است و در مقابل تونل‌زنی یکی از کوارکها از یک دو کوارکی به طرف دو کوارکی دیگر از دو کوارکی برداری پایدارتر است. لذا فرایند تونل‌زنی، پهنا را در مدل ما در مقایسه با مدلهایی که در آنها دو کوارکیهای نرده‌ای وجود دارند کاهش می‌دهد و آن را به حد تجربی

نزدیک می‌کند.

ما معتقدیم که پهنای باریک باریون پنج کوارکی غیر عادی θ^+ به‌طور طبیعی در تصویر دو کوارکی بردای – دو کوارکی برداری – پاد کوارک مدل ما توضیح داده شده است. در تصویر دو کوارکی نرده ای – دو کوارکی نرده‌ای- پادکوارک برای ارتفاع سد پتانسیل بین دو دو کوارکی داریم [۱۲]

$$\Delta E = \left(m_u + m_d - M_{ud}\right) \cong 340\,\mathrm{MeV} \qquad (28)$$

که در آن $M_{ud} \cong 320\,\mathrm{MeV}$ و $m_u \cong m_d \cong 330\,\mathrm{MeV}$ جرم دو دو کوارکی نرده‌ای است [۱۹]. حال در رهیافت دو کوارکی نرده‌ای [۱۲] برای پنج کوارکی باید اندازه حرکت زاویه‌ای بین دو کوارکی را در تطابق با تقارن کلی مدار- رنگ- طعم- اسپین (OCFS) ساختار $q^4\bar{q}$ کوارکها، $l=1$ در نظر بگیریم تا بتوانیم جرم تجربی را بازسازی کنیم. بنابراین داریم

$$M_{\theta^+} = 2M_{ud} + m_{\bar{S}} + T \cong 1540\,\mathrm{MeV}\,, \qquad (29)$$

که در آن $m_{\bar{S}} \cong 450\,\mathrm{MeV}$ و $T = \frac{2}{M_{ud} r_\circ^2} \cong 450\,\mathrm{MeV}$ انرژی دورانی دو کوارکیها است و منجر به تخمین زیر برای فاصله متوسط بین دو، دو کوارکی نرده‌ای می‌شود.

$$r_\circ \cong 0/003\,\mathrm{MeV}^{-1}, \qquad (30)$$

بنابراین دامنه تونل‌زنی برابر با $e^{-\Delta E r_\circ} = 0/30$ است، در حالی‌که در مدل ما دامنه تونل‌زنی $e^{-\Delta E r_\circ} = 0/22$ می‌باشد که در آن $\Delta E \cong 140\,\mathrm{MeV}$ و $r_\circ \cong 0/011\,\mathrm{MeV}^{-1}$ هستند و دامنه مزبور کمتر از قبلی است، لذا در اینجا با استفاده از دو کوارکیهای برداری به جای دو کوارکیهای نرده‌ای پهنای کمتری برای واپاشی پنج کوارکی حاصل می‌شود که در توافق با حدود تجربی است. در واقع در حین تشکیل پنج کوارکی و قبل از گروه‌بندی مجدد دو کوارکیها از ساختار برداری به ساختار نرده‌ای در آن، پنج کوارکی به نوکلئون و کائون در طی فرایند تونل‌زنی با پهنای باریکی واپاشی می‌کند. در حین تشکیل باریونهای سه کوارکی و مزونها به‌عنوان هادرونهای معمولی زمان کافی برای گروه‌بندی تمام دو کوارکیهای برداری موجود در سیستم به شکل دو کوارکیهای پایدارتر نرده‌ای وجود دارد و مثلاً هادرون به چند کوارکیهایی که در آنها تعداد کوارکها کمتر از دو یا سه کوارک باشد واپاشی نمی‌کند. لذا در حالت نهایی ممکن است به جای دو کوارکیهای برداری، در هادرون دو کوارکیهای نرده‌ای داشته باشیم.

میزان زمان دینامیکی لازم برای گروه‌بندی مجدد رنگها، طعمها، اسپینها و موقعیتهای فضایی کوارکها در یک دو کوارکی برداری به سوی تشکیل دو کوارکی نرده‌ای توسط برهم‌کنشهای قوی بین کوارکها تعیین می‌شود. فرمول‌بندی دینامیک مولکولی رنگ [۲۴] (CMD) ساختار مناسبی برای مطالعه فرایندهای گروه‌بندی مجدد به‌نظر می‌رسد که در آن دینامیک وابسته به زمان سیستم‌های چند کوارکی توسط هامیلتونی مرسوم در مدلهای کوارکهای تشکیل‌دهنده توصیف می‌شود [۲۵].

پهنای واپاشی پنج کوارکی به‌عنوان یک حالت هادرونی که $110\,\mathrm{MeV}$ بالای NK^+ جای گرفته است به‌طوری غیر عادی کوچک است، این کوچکی به حدی است که اغلب آزمایشها تنها حد بالایی را برای پهنا نشان می‌دهند که مقدار آن $(\Gamma < 10\,\mathrm{MeV})$ و یا از پراکندگی اخیر NK^+، $(\Gamma < 1\,\mathrm{MeV})$ است، [۲۳]. در حالی که پهنای هادرونهای تحریک شده مرسوم که از طریق موج $s\,(s-wave)$ و یا موج $p\,(p-wave)$ واپاشی می‌کنند همواره حدود $100\,\mathrm{MeV}$ یا زیادتر است[۲۶]، لذا پهنای باریک پنج کوارکی θ^+ یک معما است.

از آنجا که قاعدهٔ انتخاب شناخته شده‌ای وجود ندارد که پهنا را به‌طور طبیعی کوچک کند، پهنای کوچک باید منشأ دینامیکی داشته باشد. اخیراً تلاشهای زیادی برای توضیح پهنای کوچک پنج کوارکی θ^+ انجام شده است [۲۷].

شاید کارامدترین روش واپاشی برای پنج کوارکی θ^+ گروه‌بندی مجدد پنج کوارک موجود در آن به سمت تشکیل یک باریون سه کوارکی و یک مزون باشد که این فرایند در تطابق با مدلهای واپاشی هادرونهای مرسوم است [۲۸]. کارل سون[۱] و همکارانش تابع موجی را برای پنج کوارکی ارائه دادند که در بخش طعم – اسپین متقارن کامل و در بخش رنگ- مدار پاد متقارن است [۲۹]. آنها با استفاده از این تابع موج احتمال

۱. Carlson

همپوشانی بین تابع موج پنج کوارکی و تابع موج سیستم کائون – هسته را $\frac{۵}{۴۹}$ به‌دست آورند، به اعتقاد آنان احتمال همپوشانی کوچک بین توابع موج موجب پهنای کوچک پنج کوارکی θ^+ شده است.

۳. نتایج

ما در قالب یک مدل کوارکی اختلالی کایرال همبسته (CPχQM) و با استفاده از یک نظریهٔ میدان مؤثر پیشنهاد کردیم که باریون پنج کوارکی θ^+ حالتی مقید از دو دوکوارکی برداری و یک پادکوارک باشد، در این مدل تابع موج فضایی این دو کوارکیها دارای اندازهٔ حرکت زاویه‌ای $\ell = ۰$ و در حالت موج s (s-wave) در نظر گرفته شده است.

ما بعد از بنای تقارن کل اسپین– طعم– رنگ– مداری (OCFS) ترکیب $q^۴\bar{q}$ مربوط به پنج کوارکی θ^+، با استفاده از ایده‌های دوکوارکی در حد کایرال همبستگیهای دوکوارکی در ناحیه نسبیتی و اعمال برهم‌کنشهای فوق ریز بین کوارکها در دو کوارکیها، هامیلتونی مرسوم مدل کوارکی را معرفی کردیم و با در نظر گرفتن جواب آن به جرم پنج کوارکی θ^+ دست یافتیم. همچنین با استفاده از مدل تونل‌زنی برای پهنای واپاشی پنج کوارکی θ^+ مقداری به‌دست آوردیم که در توافق خوبی با حدود تجربی است.

$$\Gamma_{\theta^+} \approx ۱/۳۰\,\text{MeV}, \qquad (۳۱)$$

هر چند در آزمایش سال ۲۰۰۵ در آزمایشگاه JLab [۳۰]، هیچ پنج کوارکی در ناحیه جرمی $۱۴۸۰\text{MeV} < m_{\theta^+} < ۱۷۰۰\text{MeV}$ پیدا نشده است اما مقالهٔ ما پیش بینی می‌کند که به ازای جرم $m_{\theta^+} > ۱۷۰۰\text{MeV}$ پهنای آن $\Gamma_{\theta^+} > ۵۳\text{MeV}$ است و لذا امکان وجود حالتهایی پنج کوارکی که بسیار پهنتر از آن باشند که بتوان در آزمایشها آنها را آشکار کرد وجود دارد.

به‌علاوه هم اکنون در آزمایشگاه DIANA [۳۱] شواهدی قوی مبنی بر وجود پنج کوارکی θ^+ با پهنایی بسیار باریک در برهم‌کنش $K^+n \to K^\circ p$ پیدا شده است. جرم تشدید pK^0 برابر با $m = ۱۵۳۷ \pm ۲\text{MeV}$ و حد بالای پهنای آن $\Gamma = ۰/۳۶ \pm ۰/۱۱\text{MeV}$ گزارش شده است که در توافق خوبی با حد پهنای محاسبه شده است. نتایج ضمنی آزمایشگاه JLab نیز با استفاده از تفاسیر مربوط به محاسبات سطح مقطع برهم‌کنش تولید پنج کوارکی θ^+ قابل انتظار بوده است [۳۳،۳۲].

نتایج نظری ما درباره جرم و پهنای واپاشی پنج کوارکی θ^+ در توافق با بسیاری از حدود تجربی این کمیتها است و ممکن است بتوان رهیافت دو کوارکی برداری را برای محاسبهٔ هم‌زمان جرم و پهنای سایر حالتهای چند کوارکی، با بیش از سه کوارک، نیز به‌کار برد که در مقالهٔ دیگری به آن خواهیم پرداخت.

سپاسگزاری

این پژوهش با حمایت مالی دانشگاه آزاد اسلامی– واحد مشهد به انجام رسیده است که به خاطر آن تشکر و قدردانی می‌نمایم.

پیوست ۱

تابع موج پنج کوارکی θ^+ شامل جملاتی مربوط به درجات آزادی رنگ، طعم و اسپین است و باید همانند تمام حالتهای فیزیکی یگانه رنگ بوده و تحت جایگشت چهار کوارک، براساس اصل پائولی، پادمتقارن باشد.

به‌منظور طبقه‌بندی کوارکها و پادکوارکها در گروههای تقارنی طعم $SU_f(۳)$ و اسپین $SU_s(۲)$، نمادگذاریهای زیر را معرفی می‌کنیم.

$$\begin{array}{lccccccc}
 & SU_{sf}(۶) & \supset & SU_f(۳) & \otimes & SU_s(۲) \\
\text{کوارک :}۳ & [۱] & \supset & [۱] & \otimes & [۱] \\
 & \square & \supset & \square & \otimes & \square \\
\text{پادکوارک :}\bar{۳} & [۱۱۱۱۱] & \supset & [۱۱] & \otimes & [۱] \\
 & \begin{array}{c}\square\\\square\\\square\\\square\\\square\end{array} & \supset & \begin{array}{c}\square\\\square\end{array} & \otimes & \square
\end{array}$$

بنابراین با ضرب خارجی نمایشهای کوارکی و پادکوارکی داریم برای $SU_f(۳)\ q^۴$

$$(۳\otimes ۳\otimes ۳) = (۶\oplus \bar{۳})\otimes(۶\oplus \bar{۳}) =$$
$$(۶\otimes ۶)\oplus(۶\otimes \bar{۳})\oplus(\bar{۳}\otimes ۶)\oplus(\bar{۳}\otimes \bar{۳})$$
$$= (۱۵_۱\oplus ۱۵_۲\oplus \bar{۶})\oplus(۱۵_۲\oplus ۳)\oplus(۱۵_۱\oplus ۳) \qquad (۱)$$
$$\oplus(\bar{۶}\oplus ۳)\,.$$

برای $SU_f\ (۳)\ q^۴\bar{q}$

$$[۳\otimes ۳\otimes ۳\otimes ۳]\otimes \bar{۳} =$$
$$([۱۵_۱\oplus ۱۵_۲\oplus \bar{۶}]\oplus[۱۵_۲\oplus ۳]\oplus[۱۵_۱\oplus ۳]\oplus[\bar{۶}\oplus ۳])\otimes \bar{۳}$$
$$= ۲(۱۵_۱\otimes \bar{۳})\oplus ۲(۱۵_۲\otimes \bar{۳})\oplus ۲(\bar{۶}\otimes \bar{۳})\oplus ۳(۳\otimes \bar{۳}) \qquad (۲)$$
$$= ۲(۳۵\oplus ۱۰)\oplus ۲(۲۷\oplus ۱۰\oplus ۸)\oplus ۲(\overline{۱۰}\oplus ۸)\oplus ۳(۸\oplus ۱)\,.$$

برای $SU_{fs}\ (۶)\ q^۴$

$$[[۱]_۶\otimes[۱]_۶\otimes[۱]_۶]\otimes[۱]_۶ = ([۳]\oplus ۲[۲۱]_{۷۰}\oplus[۱۱۱]_{۲۰})\otimes[۱]_۶$$
$$= ([۳]_{۵۶}\otimes[۱]_۶)\oplus ۲([۲۱]_{۷۰}\otimes[۱]_۶)\oplus([۱۱۱]_۲\otimes[۱]_۶)$$
$$= ([۴]_{۱۲۶}\oplus[۳۱]_{۲۱۰})\oplus ۲([۳۱]_{۲۱۰}\oplus[۲۲]_{۱۰۵}\oplus[۲۱۱]_{۱۰۵}) \qquad (۳)$$
$$\oplus([۲۱۱]_{۱۰۵}\oplus[۱۱۱۱]_{۱۵})$$
$$= [۴]_{۱۲۶}\oplus ۳[۳۱]_{۲۱۰}\oplus ۲[۲۲]_{۱۰۵}\oplus ۳[۲۱۱]_{۱۰۵}\oplus[۱۱۱۱]_{۱۵}\,.$$

برای $SU_{fs}\ (۶)\ q^۴\bar{q}$

$$[۱]_۶\otimes[۱]_۶\otimes[۱]_۶\otimes[۱]_۶\otimes[۱۱۱۱۱]_۶ =$$
$$[۵۱۱۱۱]_{۷۰۰}\oplus ۴[۴۱۱۱۱۱]_{۵۶}\oplus ۳[۴۲۱۱۱]_{۱۱۳۴}$$
$$\oplus ۸[۳۲۱۱۱۱]_{۷۰}\oplus ۲[۳۳۱۱۱]_{۵۶۰}\oplus ۳[۳۲۲۱۱]_{۵۴۰} \qquad (۴)$$
$$\oplus ۴[۲۲۲۱۱۱]_{۲۰}\oplus[۲۲۲۲۱]_{۷۰}\,.$$

برای $SU_f\ (۳)\ q^۴\bar{q}$

$$[۱]_۳\otimes[۱]_۳\otimes[۱]_۳\otimes[۱]_۳\otimes[۱۱]_۳ =$$
$$[۵۱]_{۳۵}\oplus ۳[۴۲]_{۲۷}\oplus ۲[۳۳]_{\overline{۱۰}}$$
$$\oplus ۴[۴۱۱]_{۱۰}\oplus ۸[۳۲۱]_۸\oplus ۳[۲۲۲]_۱\,. \qquad (۵)$$

و برای $SU_s\ (۲)\ q^۴\bar{q}$

$$[۱]_۲\otimes[۱]_۲\otimes[۱]_۲\otimes[۱]_۲\otimes[۱]_۲ = [۵]_۶\oplus ۴[۴۱]_۴\oplus ۵[۳۲]_۲\,. \qquad (۶)$$

بخش طعم- اسپین باید با بخش رنگی و مداری به‌طوری ترکیب شود که تابع موج کلی پنج کوارکی در حالت یگانه رنگ، $[۲۲۲]_۱$، باشد و چهار کوارک از اصل طردپائولی پیروی کنند، مثلاً تحت جایگشت هر کدام از چهار کوارک پاد متقارن باشد. حال به خاطر تابع موج رنگی پادکوارک که پاد سه گانه $[۱۱]_۳$ است تابع موج رنگی ساختار چهار کوارکی باید سه گانه $[۲۱۱]_۳$ باشد. لذا تابع موج کل $q^۴$ پاد متقارن خواهد بود بنابراین بخش مدار- اسپین- طعمی باید در حالت $[۳۱]$ باشد که از بخش رنگی با جا به جایی سطرها و ستونها با یکدیگر حاصل آمده است، حال اگر فرض کنیم که چهار کوارک در حالت اندازه حرکت زاویه‌ای $l = ۱$، موج p, $(p-wave)$ باشند چندین نمایش مجاز از گروه تقارنی $SU_{fs}\ (۶)$ وجود دارند که عبارتند از

$$[۴],[۳۱],[۲۲],[۲۱۱]\,.$$

بنابراین تابع موج کلی مدار- رنگ- طعم-اسپین $q^۴$ به شکل $[۱۱۱۱]_{ocfs}$ خواهد بود.

حال ساختار تقارنی خاص مدل پیشنهادی‌مان را در این مدل کوارکهای تشکیل دهنده اعمال می‌کنیم و تمام چندگانه‌های پنج کوارکی را که در آنها دو کوارکیهای برداری وجود دارند می‌یابیم. ما می‌توانیم در حالتی کلی تر دو طرح برای مدلمان که در آنها اندازه حرکت زاویه‌ای بین دو کوارکیهای برداری موجود در پنج کوارکی θ^+ به‌ترتیب $l = ۰$ و $l = 1$ برای طرح اول و طرح دوم باشند در نظر بگیریم. هرچند فقط طرح اول در مقاله بررسی شده است و طرح دوم به‌علت اندازهٔ حرکت زاویه‌ای زیادتر که منجر به جرم بیشتری نسبت به مقدار تجربی برای پنج کوارکی می‌شود کنار گذاشته شده است. تقارن مدار- رنگ- طعم- اسپینی کوارکها در مدل ما به شکل زیر هستند.

تقارن طعمی $[۲]^f$ هر دو کوارکی برداری منجر به تقارن طعمی $[۲۲]_{\bar{۶}}$ برای $q^۴$ می‌شود. تقارن اسپینی $[۲]^s$ هر دو کوارکی برداری منجر به تقارن‌های اسپینی $[۲۲]^s$ و $[۳۱]^s$ به‌ترتیب برای طرحهای اول و دوم مدل می‌شوند.

تقارن رنگی هر دو کوارکی به شکل $[۱۱]^c$ است و برای طرح اول از مدل فرض می‌کنیم این تقارن برای یکی از دو کوارکیها به شکل $[۲]^c$ باشد تا منجر به تقارن رنگی $[۲۱۱]^c$ برای $q^۴$ گردند.

تقارن مداری هر دو کوارکی به شکل $[۲]^o$ است و برای طرح اول از مدل فرض می‌کنیم این تقارن برای یکی از دو

کوارکیها به شکل $[۱۱]^{o}$ باشد تا منجر به تقارنهای مداری $[۳۱]^{o}$ و $[۴]^{o}$ برای $q^{۴}$ به‌ترتیب برای طرحهای اول و دوم مدل شوند.

بر مبنای این ملاحظات برای ترکیب $q^{۴}$ تقارنهای $\left([۱۱۱۱]^{oc},[۴]^{fs}\right)$ و $\left([۲۱]^{oc},[۳۱]^{fs}\right)$ به‌ترتیب در طرحهای اول و دوم مدل وجود دارند. لذا تقارن $[۱۱۱۱]^{ocfs}$ برای $q^{۴}$ که تابع موجی پاد متقارن کامل، مطابق اصل طرد پائولی است در هر دو طرح از مدل یکسان خواهد بود.

بخش تقارنی طعمی $q^{۴}$ از فرمول تجزیهٔ (۲) برای $q^{۴}\bar{q}$ حاصل می‌شود که در آن دو $\bar{۶}_{f}$ داریم. دومی‌در مدل جفی[1] و ویلچک[2][۱۲] و اولی در مدل ما به خاطر برداری بودن دو کوارکیها به‌کار رفته است.

در مدل ما دو کوارکیها در حالتهای تقارنی طعمی ۶_{f} و رنگی $\bar{۳}_{c}$ هستند و برهم‌کنشهای فوق ریز (رنگ- اسپین و طعم- اسپین) منجر به جرمی‌برای دو کوارکی برداری که بزرگتر از جرم دو کوارکی نرده‌ای است می‌شود. به‌عنوان مثال، دو کوارکی نرده‌ای در مدل جفی و ویلچک به‌کار رفته است و آنها به خاطر جرم کمتر این دو کوارکی نسبت به دو کوارکی برداری اندازهٔ حرکت زاویه‌ای $l=۱$ را بین دو دوکوارکی نرده‌ای در نظر گرفته‌اند تا به جرم تجربی دست یابند در حالی‌که در طرح اول از مدل ما $l=۰$ است و جرم زیادتر در دو کوارکیهای برداری، ما را به جرم تجربی می‌رساند.

ما تقارنهای طعم- اسپین $[۴]^{fs}_{۱۲۶}$ و $[۳۱]^{fs}_{۲۱۰}$ را برای $q^{۴}$ به‌ترتیب در طرح اول و طرح دوم از مدل در نظر گرفتیم که منجر به تقارنهای طعم- اسپین $[۵۱۱۱۱]_{۷۰۰}$ و $[۴۲۱۱۱]_{۱۱۳۴}$ برای $q^{۴}\bar{q}$ می‌شوند. حال درحالت اندازه حرکت زاویه‌ای $l=۱$ برای $q^{۴}$، نمایشهای مجاز چندی برای $q^{۴}\bar{q}$ در گروه تقارنی SU_{fs} (۶) حاصل شده‌اند.

اگر ساختار تقارنی طعمی $q^{۴}$ را در نظر بگیریم،

در معادلهٔ (۱)، می‌توانیم مشاهده کنیم که چندگانه‌های $۱۵_{۱}$ و $۱۵_{۲}$ وجود دارند که از ضربهای نرمال $۶\otimes۶$ حاصل شده‌اند و منجر به دو ۴۵ گانه برای ساختار طعمی $q^{۴}\bar{q}$، معادله (۲)، که در آنها هشت گانه، ده گانه، بیست و هفت گانه و سی و پنج گانه موجودند می‌شوند. ساختارهای طعمی‌این چندگانه‌ها در گروه تقارنی SU_{f} (۳) عبارتند از:

$$[۳۲۱]_{۸},[۴۱۱]_{۱۰},[۴۲]_{۲۷},[۵۱]_{۳۵},$$

و ساختارهای طعم- اسپین این چندگانه‌ها در گروه تقارنی SU_{fs} (۶) به شکل زیر می‌باشند

$$[۳۳۱۱۱]_{۵۶۰},[۳۲۱۱۱۱]_{۷۰},[۴۱۱۱۱]_{۵۶},[۵۱۱۱۱]_{۷۰۰}.$$

در هر حال مشاهده تجربی سایر حالتهای پنج کوارکی در این چنین چندگانه‌های با مرتبهٔ بالایی که در آنها دو کوارکیهای برداری وجود دارند ما را در درک ساختار باریونهای پنج کوارکی به‌خصوص در کارایی مدل پیشنهادی دوکوارکی برداری- دو کوارکی برداری- پادکوارکی برای توصیف نظری آنها کمک می‌کند.

پیوست ۲

$\psi(۰)$ تابع موج حالت پایه کوارک- دو کوارکی موجود در پنج کوارکی است. این تابع موج جوابی برای معادلهٔ موج شرودینگر سیستم مزبور است، (شکل ۱).

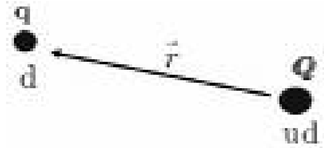
$$H\psi_{n,l,m}=E_{n}\psi_{n,l,m},$$

$$H\left(q^{۲}q\right)=T\left(q^{۲}q\right)+V\left(q^{۲}q\right),T\left(q^{۲}q\right)\cong\frac{\vec{\nabla}_{r}^{۲}}{۲\bar{m}}, \qquad (۱)$$

که در آن از رهیافت مکانیک کوانتومی برای توصیف ساختار سه کوارکی استفاده کرده‌ایم. T و V به ترتیب انرژی جنبشی و پتانسیل برهم‌کنش کولنی، E انرژی بستگی و $\bar{m}$ جرم کاهش یافته سیستم است. یک تابع موج به ازای هر انرژی معین توسط مجموعه ای از سه عدد کوانتومی n,l,m معرفی می‌شود که بعد از حل ریاضی معادله شرودینگر مقادیری معین برای این اعداد کوانتومی به شکل زیر حاصل می‌شود

۱.R. jaffe

۲.F. Wilczek



شکل ۱. حالت مقید کوارک- دوکوارک.

$$n = 1,2,3,...$$

$$l = n-1, n-2, n-3, ..., 0$$

$$m = -l, -l+1, -l+2, ..., 0, ..., l-2, l-1, l$$

$\psi_{1,0,0}$ جوابی به ازای پایین‌ترین انرژی برای کوارک پایین (d) می‌باشد.

$$\psi_{1,0,0} = \frac{1}{\sqrt{\pi a_0^3}} e^{-r/a_0} \quad (1S) . \qquad (2)$$

مشاهده می‌شود که بین توصیف مکانیک کوانتومی سیستم کوارک- دو کوارکی در اینجا و توصیف بوهر از اتم هیدروژن تشابه وجود دارد. بر اساس توصیف بوهر، شعاع بوهر، شعاع متوسط مدار حرکت یک الکترون حول هسته اتم هیدروژن در حالت پایه (پایینترین سطح انرژی، ۱s) است.

بنابراین a_0 در مدل ما شعاع بوهر حالت مقید سیستم کوارک- دو کوارکی است، با فرض غیر نسبیتی بودن سیستم با استفاده از تجزیه و تحلیل ابعادی داریم

$$a_0 \cong \left(2\bar{m}B\right) \ ,$$

که در آن $\bar{m} \cong 200\text{MeV}$ جرم کاهش یافته و $B = 50\text{MeV}$ انرژی بستگی حالت مقید کوارک- دو کوارکی است. بعد از محاسبهٔ مقدار آن داریم

$$a_0 \cong 0/007\text{MeV}^{-1} .$$

مراجع

1. A Cabo Montes de Oca, et al., *Eur. Phys*. J. C **47** (2006) 355; hep-ph/0008003 v4 22 May (2002).
2. S Eidelman, et al., *Phys. Lett*. B **592** (2004)1.
3. O Jahn, et al., *PoS LAT*, 069 (2005); hep-lat/0509102 v1 23 Sep (2005); M Oka*, J Mod. Phys*. A **21** (2006) 807; hep-ph/0509060 v1 7 Sep (2005); V *Kolck*, et al., nucl-th/0203055, 10 Aug (2001). D. Philips nucl-th/0203040. A R Haghpayma, hep-ph/0606214 v1 20 Jun (2006); hep-ph/0606270 v1 26 Jun (2006); R. Bijker, et al., hep-ph/010281; F1 Staxicu, et al., *Phys. Lett*. B **575**(2003) 242; C E Carlson, et al., *Phys. Lett*. B **573** (2003) 101; *Phys. Lett*. B **579** (2004) 52; J J Dudek, hep-ph/0403235 v1 22 Mar (2004); C Semang, et al., hep-ph/0408225 v2 21 Feb (2005); M Karliner and H J Lipkin, hep-ph/0307243.
4. T Nakano, et al., *Phys. Rev. Lett*. **91** 012002 (2003).
5. M Danilov, R Mizuk., hep-ex/0704.3531 v2 24 Jul (2007); A. S. B. Tariq, hep-lat/0711. 0566 vl 5 Nov (2007); T Doi, hep-ph/0704. 0959 vl 6 Apr (2007); K Hicks, hep-ph/0703004 v3 14 Mar (2007); hep-ph/0608129 v1 11 Aug (2006).
6. C P Burgess hep-th/0701053 v2 18 Jan (2007); N Bra mbilla, hep-ph /0012026.
7. V Bernard, et al., hep-ph/ 0611231.
8. A Ali Khan, hep-lat/0507031 v3 24 Oct (2005).
9. B Kubis, hep-ph/0703274; S Scherer, hep-ph/0210398; A Pich, hep-ph/9308351 v1 (1993). S Scherer and M R Schindler hep-ph/0505265, S. Scherer: *Adv. Nucl. Phys.* **27** (2003) 277, A V Manohar, hep-ph/9606222; H Leutwyler, hep-ph/9406283; hep-ph/0008124; G Ecker, hep-ph/0011026.
10. V E Lyubovitskij, et al., *Phys. Rev*. D **63**, (2001) 054026; hep-ph 0009341; *Phys. Rev*. C **64** (2001) 065203; hep-ph/0105043.
11. T Inoue, et al., hep-ph/0311275 v2 9 Feb (2004); J Gasser, et al., *Nucl.Phys*. B **307** (1988) 779.
12. R Jaffe, F Wilczek, *Phys. Rev*. Lett **91** (2003) 232003.
13. S Takeuchi, hep-ph/0411016 , H.Mineo,et al., nucl-th/0201082 v1 30 Jun (2002); K Nagata, A Hosaka arXiv 0802.2366 v1 17 Feb (2008); T De Grand, et al. arXivO712.254 v13 Dec (2007).
14. A R Haghpayma, hep-ph/0606162 v1 14 Jun (2006).
15. A R Haghpeima arXiv.0708.0763 v1 6 Aug 2007 and hep-ph/0606162 v114 Jun (2006).
16. A R Haghpeima, hep-ph/0606270 v1 26 Jun (2006).
17. V Dmitrasinovic, hep-ph/0402190 v2 26 May (2004).
18. E M Hemley and G Krein, *Phys. Rev. Lett*. **62** (1989) 2586; R Gupta, *Nuclear Physics* B **83-88** (2000) 295-298.
19. R L Jaffe, *Phys. Rept*. **409** (2005)1-45; hep-ph/0409065; Constantia Alexandrou, et al., hep-lat/0509113 v1 23 Sep (2005).
20. V V Barmin, et al., *Phys. Atom. Nucl*, **70** (2007); hep-ex/ 0603017 v2 21 Apr(2006).
21. L S Celenza, et al., *Phys. Rev*. C **60** (1999) 065209
22. L Hannelius and D O Riska, hep-ph/0001325 v1 31 Jan (2000); and hep-ph/9908393 v1 24 Aug (1999).
23. V D Burkert, *Int. J. Mod. Phys*. A **21** (2006) 1764; hep-ph/0510309 v2 7 Nov (2005); A. G. Oganesian,hep-ph/0608031 v1 3 Aug (2006).
24. V V Barmin, et al., [DIANACollaboration], hep-ex/0603017 v2 21 Apr (2006).
25. T Maruyama and T Hatsuda, *Phys. Rev.* C **61** (2000) 062201.

26. M Oka and K Yazaki, in quarks and nuclei, ed. W Weise,World Scientific, Singapore (1984) 489.
27. Particle Data Group, *Phys. Rev*. D **66** 010001 (2002).
28. M Karliner and H J Lipkin, hep - ph / 0410072, F Buccella and P Sorba, hep-ph/0401083. A hang, et al., hep-ph/0403210.
29. C E Carison, et al., hep -ph / 0312325.
30. CLAS collaboration, B Mckinnon, et al., *Phys. Rev. Lett*. **96** (2006) 212001; hep-ex/0603028 v1 14 Mar (2006); R De Vita, et al., [CLAS Collaboration], *Phys. Rev*. D **74** (2006); 032001 hep-ex/0606062v1 27 Jun (2006), S Niccolai, et al., [CLAS Collaboration], *Phys. Rev. Lett*. **97** (2006) 032001.
31. V V Barmin, et al., [DIANA Collaboration], hep-ex/0603017 v2 21 Apr (2006).
32. D Diakonov, hep-ph/0610166 v1 13 Oct (2006).
33. V Guzey,hep-ph/0608129 v1 11 Aug (2006).