

## بررسی آوادرخش تک‌حبابی متحرک

محمد علی عسگریان و سید ظفرالله کلانتری

دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، ۸۳۱۱۱-۸۴۱۵۶

(دریافت مقاله: ۸۷/۵/۲۶؛ پذیرش: ۸۷/۱۱/۱۰)

### چکیده

پدیده آوادرخش تک‌حبابی در سیال آب، بدون حرکت انتقالی حباب آوادرخشنده انجام می‌شود. اگر حباب در سیالی مانند مایعات آلی یا اسیدها ایجاد شود و توسط امواج صوتی در شرایط مناسب تحریک شود حباب علاوه بر تولید نور حرکت انتقالی نیز انجام می‌دهد که به آوادرخش متحرک معروف است. ویژگی این سیالات در ایجاد حرکت انتقالی در طی آوادرخش، چسبندگی آنها در مقایسه با آب است. در این مقاله ویژگیهای داخلی (شعاع، سرعت دیواره حباب و دمای گاز داخل حباب) و ویژگیهای انتقالی حباب (مسیر حرکت و سرعت حباب) مورد بررسی قرار گرفته و مقادیر آنها از طریق شبیه‌سازی عددی محاسبه شده است. در شبیه‌سازی حباب آوادرخشنده متحرک، افزون بر معادله رایلی-پلست که حرکت شعاعی دیواره حباب را توصیف می‌کند و معادله مربوط به دمای درون حباب، باید معادله حرکت انتقالی حباب را نیز به دست آورد و این معادلات جفت شده را حل کرد. یکی از نتایج مهم به دست آمده در این مقاله افزایش دمای بیشینه حباب با کاهش فاصله آن از مرکز بالون است. همین نتیجه برای شدت نور گسیل شده نیز قابل پیش‌بینی است. بدین وسیله راهی برای آزمایش بر روی حبابهای آوادرخشنده متحرک پیشنهاد کرده‌ایم.

واژه‌های کلیدی: آوادرخش تک‌حبابی، معادله رایلی-پلست، آوادرخش متحرک

### ۱. مقدمه

آوادرخش<sup>۱</sup> پدیده‌ای است که در طی آن امواج صوتی (آوا) انرژی را درون حبابی که در سیال به دام افتاده است متمرکز کرده و این تمرکز انرژی باعث گسیل نور (درخش) می‌شود. آوادرخش به دو شکل چندحبابی و تک‌حبابی انجام می‌شود. آوادرخش تک‌حبابی اولین بار در سال ۱۹۸۹ توسط فلیپ گایتان کشف شد [۱]. در شکل ۱ شمایی کلی از آوادرخش تک‌حبابی نشان داده شده است.

در این سازوکار حبابی با اندازه‌ای در حد میکرومتر در مرکز یک ظرف پر از مایع توسط امواج صوتی ایجاد شده توسط پیزوالکتریکها به دام افتاده و به صورت دوره‌ای در بسامدی در حدود چند کیلوهرتز تحریک می‌شود. در پاسخ به این تحریک،

دیواره حباب دچار نوسانی خواهد شد که بسامد آن برابر با بسامد تحریک است. روند این نوسان بدین صورت است که در ابتدا حباب تا حدود ده برابر اندازه نخستین انبساط یافته و اندکی پس از نیمه دوره تناوب با سرعت بسیار بالایی رمبش کرده و در پایان پس از انجام چند پس‌جهش، وارد دوره دیگری از نوسان می‌شود.

گسیل نور، درست در لحظاتی قبل از رمبش رخ می‌دهد و در طی آن یک پالس با پهنایی در حدود چندصد پیکوثانیه از ناحیه‌ای در اطراف مرکز حباب گسیل می‌شود. با تاریک کردن فضای اتاق، در حین انجام آزمایش نور پیوسته‌ای در محدوده‌ای کوچک در مکان حباب دیده می‌شود که علت پیوستگی آن، ناتوانی چشم در تشخیص فاصله بین دو رویداد گسیل نور است [۲].

پرکاربردترین مایعی که در این آزمایش استفاده می‌شود آب

۱. Sonoluminescence

تحریک  $f = 30 \text{ kHz}$ ، شعاع محیطی  $R_0 = 9 \mu\text{m}$  و دامنه تحریک  $P_a = 1/65 \text{ bar}$  است.

## ۲. معادلات توصیف کننده دینامیک داخلی حباب

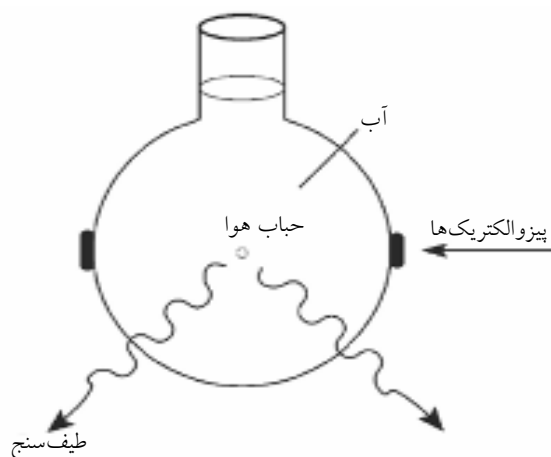
در اثر تحریک صوتی، شعاع حباب رفتار متناوبی را بروز خواهد داد. می توان دینامیک حاکم بر شعاع حباب را با استفاده از معادله رایلی-پلست توصیف کرد. با موازنه نیروهای وارد بر سطح حباب می توان این معادله را استخراج کرد [۳]:

$$\left(1 - \frac{\dot{R}}{c}\right) R \ddot{R} + \frac{3}{2} \dot{R}^2 \left(1 - \frac{\dot{R}}{3c}\right) = \left(1 + \frac{\dot{R}}{c}\right) \frac{1}{\rho} [p_g - P_0 - P(x, t)] + \frac{R}{\rho c} \dot{p}_g - 4\nu \frac{\dot{R}}{R} - \frac{2\sigma}{\rho R} \quad (1)$$

در این معادله  $\rho$  چگالی مایع،  $c$  سرعت صوت در مایع،  $\nu$  و شکسانی سینماتیک و  $\sigma$  تنش سطحی مایع است.  $R$  شعاع حباب،  $p_g$  فشار گاز درون حباب،  $P_0 = 1.013 \text{ bar}$  فشار محیط و  $P(t)$  فشار آکوستیکی تحریک کننده حباب است. در هر دوره تحریک رفتار شعاع حباب را می توان به سه دسته تقسیم کرد: (۱) انبساط حباب، (۲) رمبش حباب، (۳) پس جهشهای حباب. گسیل نور در بازه رمبش حباب، لحظه ای قبل از تراکم بیشینه حباب رخ می دهد. فرآیندهای پخشی در سطح حباب-مایع سبب می شوند که در نهایت تنها عناصر گاز آرگون [۴] و مولکولهای بخار مایع در برگیرنده حباب [۵]، درون حباب باقی بمانند و سایر گازها از آن طرد خواهند شد، بنا بر این فشار گاز درون حباب  $p_g$  از رابطه

$$p_g [R(t)] = \left(P_0 + \frac{2\sigma}{R_0}\right) \left(\frac{R_0^3 - h^3}{R^3(t) - h^3}\right)^\gamma + p_{\text{vap}} \quad (2)$$

به دست خواهد آمد که  $h = R_0 / 1.86$  شعاع مغز سخت وان دروالس برای گاز آرگون و  $\gamma$  نمای پلی تروپیک مؤثر و  $p_{\text{vap}}$  فشار بخار سیال در حالت اشباع است. بهترین مایع برای نشان دادن این پدیده آب است ولی به تازگی این آزمایش در مایعات دیگری همچون مایعات آلی [۶] و اسیدها [۷] نیز



شکل ۱. شمایی کلی از آزمایش آوادرخش تک حبابی.

است و بسته به نوع گازی که در آب حل می شود فضای درون حباب آوادرخشنده از آن گاز پر خواهد شد. در صورتی که یکی از گازهای نجیب مانند آرگون را در آب حل کنیم گاز درون حباب نیز آرگون خواهد بود. در این آزمایش به جای آب از مایعات دیگری همچون مایعات آلی و اسیدها نیز می توان استفاده کرد. آوادرخش تک حبابی متحرک در پی تلاشها در جهت استفاده از سیالی غیر از آب در آزمایش بر روی این پدیده مشاهده شد. ویژگی این سیالات بالاتر بودن چسبندگی آنها در مقایسه با آب است. خصوصیت جالب این مایعات، قابلیت حرکت حباب آوادرخشنده در مسیرهای بیضوی و دایروی است. در این مقاله تلاش شده است تا با معرفی نیروهای وارد بر حباب آوادرخشنده و به دست آوردن معادله حرکت حاکم بر آن، حرکت انتقالی حباب را همراه با ویژگیهای داخلی حباب مثل شعاع، فشار و دما شبیه سازی کنیم. این شبیه سازی توسط جفت کردن معادله حرکت انتقالی حباب با معادله رایلی-پلست [۳] و معادله مربوط به تغییرات دمایی درون حباب و حل آنها با استفاده از روش رانگ-کوتا انجام می شود. سیستمی که ما در این مقاله قصد داریم به آن بپردازیم یک حباب آوادرخشنده حاوی گاز آرگون است که در مرکز یک بالون پر از آن-متیل فرمامید قرار دارد. شرایطی که برای این حباب در نظر گرفته شده است به گونه ای است که آوادرخش پایداری داشته باشیم. این شرایط شامل بسامد

فرصت کافی برای مبادله شدن بین گاز درون حباب و مایع اطراف آن را دارد. حالت بی دررو زمانی رخ می‌دهد که سرعت دیواره به حدی زیاد است که گرما فرصت مبادله شدن را از دست می‌دهد. این شرایط در لحظه رمبش حباب رخ می‌دهد. در این لحظات، تحت تأثیر تراکم شدید محتویات درون حباب، دمای فضای درون حباب نیز به شدت افزایش می‌یابد.

تخمین حالت تک‌دما در بررسی آوادرخش متحرک توسط دیگران [۸] انجام شده که معادل با در نظر گرفتن  $\gamma = 1$  است و با توجه به توضیح فوق در لحظه رمبش نادرست است. به خصوص در این روش تغییرات دمای درون حباب که در عمل اتفاق می‌افتد قابل محاسبه نیست. در مقاله حاضر ما با استفاده از رابطه (۵) رفتار گرمایی گاز درون حباب را به طور پیوسته بین دو حالت تک‌دما و بی دررو در شبیه‌سازی در نظر گرفته و شرایط بررسی حباب را به واقعیت نزدیکتر کرده‌ایم. بدین ترتیب علاوه بر محاسبه دقیقتر متغیرهای داخلی و انتقالی حباب آوادرخشنده متحرک، دمای درونی حباب را به صورت تابعی از زمان محاسبه کرده‌ایم که نتایج قابل توجهی را نشان می‌دهد.

### ۳. معادلات حاکم بر دینامیک انتقالی حباب

اکنون برای به دست آوردن ویژگیهای انتقالی حباب از جمله مسیر و سرعت حباب باید نیروهای وارد بر حباب را شناسایی کرده و معادله حاکم بر حرکت آن را به دست آورد [۱۰]. این نیروها در زیر توضیح داده می‌شوند:

۱- نیروی گرانش

$$F_g = m_b g = \left(\frac{4\pi}{3}\right) R^3 \rho_g g, \quad (6)$$

که در آن چگالی گاز درون حباب است. این نیرو به دلیل جرم بسیار کم حباب در مقابل سایر نیروها قابل صرف نظر کردن است.

۲- نیروی شناوری<sup>۲</sup>

$$F_{buo} = -\left(\frac{4\pi}{3}\right) R^3 \rho g, \quad (7)$$

این نیرو همان نیروی ارشمیدس معروف است که جهت آن خلاف جهت گرانش است.

انجام شده است. ویژگی اصلی این مایعات چسبندگی بالای آنها نسبت به آب است که باعث می‌شود حباب در مرکز ظرف، ساکن نبوده و در مسیرهای بیضوی و دایروی حول یک نقطه تعادل بچرخد. در این صورت فشار محرک افزون بر زمان به مکان نیز وابسته خواهد بود. در اینجا ظرف مورد نظر ما یک بالون است که مبدلهای پیزوالکتریک در دو طرف آن قرار دارند و بهترین راه برای توصیف وابستگی فضایی فشار درون ظرف استفاده از توابع بسل کروی است:

$$P(x, t) = -P_a \sin \omega t j_0 \left( \pi |x| / R_{fl} \right). \quad (3)$$

در این معادله  $P_a$  دامنه و  $\omega$  بسامد زاویه‌ای میدان فشار تحریک‌کننده حباب و  $|x| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$  مکان حباب نسبت به مرکز بالون و  $R_{fl}$  شعاع بالون است [۸]. با بررسی عوامل ترمودینامیکی و پخش گرمایی حاکم بر گاز درون این حباب می‌توان نشان داد که تغییرات دمای درون حباب با استفاده از

$$\dot{T} = -\left[ \gamma \left( R, \dot{R}, T \right) - 1 \right] \frac{\gamma R^2 \dot{R}}{R^2 - h^2} T - \chi_g \frac{T - T_\infty}{R^2}, \quad (4)$$

به دست می‌آید [۹]، که  $T$  دمای درون حباب،  $T_\infty$  دمای مایع اطراف حباب و  $\chi_g$  ضریب پخش گرمایی گاز درون حباب است که با استفاده از نظریه انسکگ، وابستگی آن به  $T$  و  $R$  قابل محاسبه است [۹]. برای سادگی چنین فرض می‌شود که فشار و دمای درون حباب یکنواخت است.

نکته باقیمانده تعیین رفتار گرمایی گاز درون حباب یا به عبارت دیگر تعیین مقدار نمای پلی تروپیک ( $\gamma$ ) است. با استفاده از عدد پکلت<sup>۱</sup>،  $Pe = \left| \dot{R} \right| R / \chi_g$ ، می‌توان  $\gamma$  را از عبارت

$$\gamma(Pe) = 1 + (\Gamma - 1) \exp(-5/\Gamma / (Pe)^{1/2}), \quad (5)$$

تعیین کرد که در آن،  $\Gamma$  نسبت گرماهای ویژه گاز درون حباب است. از شکل این رابطه کاملاً مشخص است که اگر  $Pe \rightarrow 0$  حالت تک‌دما ( $\gamma = 1$ ) و اگر  $Pe \rightarrow \infty$  حالت بی دررو ( $\gamma = \Gamma = 5/3$ ) را خواهیم داشت. با استفاده از این رابطه، رفتار حباب در طول یک دوره تناوب تحریک بین حالت‌های تک‌دما و بی دررو، متغیر خواهد بود. حالت تک‌دما زمانی رخ می‌دهد که سرعت دیواره حباب کم بوده و گرما

۲. Buoyancy force

۱. Péclet number

۳- نیروی ژرکنس<sup>۱</sup>

$$F_{Bj} = -\left(\frac{4\pi}{3}\right) R^3 \nabla P(x, t), \quad (8)$$

جهت این نیرو مخالف جهت شیب فشاری است و سعی می کند حباب را به نقاط دارای فشار کمتر بفرستد. این نیرو سبب می شود که حباب در شکم فشاری به دام بیفتد.

۴- نیروی جرم اضافه شده<sup>۲</sup>

منشأ این نیرو، شتاب نسبی بین حباب و سیال است و جهت آن در جهت خلاف شتاب حباب است و دلیل ایجاد آن جرم سیالی است که همراه با حباب جابه جا می شود. در واقع اگر جسمی در یک سیال بنخواهد متوقف شود، سیال آن را به جلو هل می دهد. مقدار این نیرو از رابطه زیر به دست می آید [۱۰]:

$$F_{a-m} = \left(\frac{2\pi}{3}\right) \rho d \left( R(t)^3 U(t) \right) / dt. \quad (9)$$

U سرعت سیال اطراف حباب نسبت به حباب است و از رابطه  $U = u - v$  به دست می آید که در آن u سرعت سیال نسبت به آزمایشگاه و v سرعت حباب در چارچوب آزمایشگاه است. این نیرو در حقیقت نسبت به ناظر حباب محاسبه شده است.

۵- نیروی مقاوم<sup>۳</sup>

منشأ این نیرو و شکسانی سیال اطراف حباب است. جهت این نیرو در خلاف جهت حرکت حباب است و اندازه آن به سرعت حباب نسبت به سیال، و شکسانی سیال (v)، شعاع حباب (R) و چگالی سیال (ρ) بستگی دارد. ضریب تناسب بسته به اندازه سرعت حباب متفاوت خواهد بود. در مکانیک سیالات این معیار با استفاده از عدد رینولدز<sup>۴</sup> سنجیده می شود [۱۰]. دو نوع عدد رینولدز انتقالی  $Re_t$  و شعاعی Re به صورت زیر تعریف می شود:

$$Re_t = \frac{R|U|}{\nu},$$

$$Re_r = \frac{R|\dot{R}|}{\nu},$$

و مقدار نیروی مقاوم بر حسب مقدار اعداد رینولدز به صورت زیر به دست می آید.

$$F_d = \begin{cases} \frac{1}{2} \rho v R(t) U(t) & Re_r \ll 1 \text{ و } Re_t \ll 1 \\ \frac{1}{2} \rho v R(t) U(t) & Re_r \gg 1 \text{ یا } Re_t \gg 1 \end{cases}. \quad (10)$$

۶- نیروی تاریخچه ای<sup>۵</sup>

منشأ این نیرو دنباله ای است که در پشت سر جسم متحرک درون سیال ایجاد می شود و باعث می شود که حرکت گذشته جسم درون سیال در حرکت کنونی آن مؤثر باشد. این نیرو مانند نیروی مقاوم وابستگی شدیدی به اعداد رینولدز دارد. در حالتی که اعداد رینولدز شعاعی و انتقالی هر دو دارای مقادیر کوچکی باشند مقدار آن از رابطه زیر به دست می آید [۱۰]:

$$F_h = \begin{cases} \left[ \Lambda \rho v \int_0^t \exp\left[9v \int_t^\tau R(t')^{-2} dt'\right] \times \right. \\ \left. \operatorname{erfc}\left[\sqrt{9v \int_t^\tau R(t')^{-2} dt'}\right] \times \right. \\ \left. \frac{d[R(\tau)U(\tau)]}{d\tau} d\tau \right] & Re_t \ll 1 \text{ و } Re_r \ll 1 \\ 0 & Re_t \gg 1 \text{ یا } Re_r \gg 1 \end{cases} \quad (11)$$

که در آن  $\operatorname{erfc}$  معرف تابع خطای متمم<sup>۶</sup> است. در حالتی که یکی از اعداد رینولدز دارای مقدار بزرگی باشد این نیرو حذف خواهد شد.

در نهایت نیروی کل وارد بر حباب بدین صورت است:

$$\mathbf{F}(t) = \mathbf{F}_g + \mathbf{F}_{buo} + \mathbf{F}_{Bj} + \mathbf{F}_{a-m} + \mathbf{F}_d + \mathbf{F}_h = m_b \dot{\mathbf{v}}. \quad (12)$$

با توجه به ناچیز بودن  $m_b$  جرم حباب، سمت راست این معادله صفر است. بعد از کمی محاسبه و تعریف کمیت H به صورت  $H(t) \equiv 9v \int_{-\infty}^t R(t')^{-2} dt'$ ، معادله حرکت به صورت زیر به دست می آید:

$$R^3 \ddot{\mathbf{v}} = \begin{cases} \left[ \frac{d}{dt} \left[ \left( \frac{1}{2} \rho v R + \frac{2}{3} R^3 \dot{R} \right) (u-v) + \frac{2}{3} R^3 \dot{u} - \frac{2}{3} R^3 g \right] \right. \\ \left. - \frac{2}{3} R^3 \dot{R} \dot{v} - \alpha H R^3 \dot{v} + \alpha \dot{H} \times \right. \\ \left. \left[ \left( \frac{1}{2} \rho v R + \frac{2}{3} R^3 \dot{R} \right) (u-v) + \frac{2}{3} R^3 \dot{u} - \frac{2}{3} R^3 g \right] \right] & Re_t \ll 1 \text{ و } Re_r \ll 1 \\ \left[ \frac{d}{dt} \left[ \left( \frac{1}{2} \rho v R + \frac{2}{3} R^3 \dot{R} \right) (u-v) + \frac{2}{3} R^3 \dot{u} - \frac{2}{3} R^3 g \right] \right] & Re_t \gg 1 \text{ یا } Re_r \gg 1 \\ - \frac{2}{3} R^3 \dot{R} \dot{v} & \end{cases} \quad (13)$$

۱. Bjerknes force  
 ۲. Added mass force  
 ۳. Drag force  
 ۴. Reynolds number

۵. History force  
 ۶. Complementary error function

حباب در مسیری بیضوی حول نقطه تعادلی که بر روی محور  $z$  کمی بالاتر از مرکز بالون قرار دارد حرکت می‌کند.

اکنون اگر در راستای تلاش برای درک علت حرکت بیضوی حباب اثر نیروی تاریخچه‌ای را حذف کرده و دوباره معادلات را حل کنیم شکل ۴ برای مسیر حرکت حباب به دست خواهد آمد. همان گونه که در شکل ۴ مشاهده می‌شود با صرف نظر کردن از نیروی تاریخچه‌ای از بین نیروهای وارد بر حباب، حباب دیگر حرکت دوره‌ای حول نقطه تعادل را از خود بروز نداده و به سمت مرکز بالون حرکت کرده و پس از گذشت مدتی در آنجا ساکن خواهد شد.

فاصله حباب از مرکز بالون در دو حالت بود و نبود نیروی تاریخچه‌ای در شکل ۵ با یکدیگر مقایسه شده است. در حالت وجود نیروی تاریخچه‌ای، فاصله حباب از مرکز بالون حول یک نقطه تعادل نوسان می‌کند در حالی که با حذف نیروی تاریخچه‌ای بدون هیچ گونه نوسانی به صفر میل می‌کند.

با توجه به اینکه عامل اصلی در به وجود آمدن نیروی تاریخچه‌ای (رابطه ۱۱) وشکسانی مایع است مشاهده می‌شود که عامل مهم در حرکت دوره‌ای حباب آوا درخشنده در این سیال، وشکسانی بیشتر آن نسبت به آب است. حباب آوا درخشنده در آب، در مرکز بالون ساکن می‌ماند.

۲) در یک دوره تناوب بیشترین میزان جابه‌جایی حباب در لحظه رمبش رخ می‌دهد. شکل ۶ چنین وضعیتی را آشکارا نشان می‌دهد. علت چنین پدیده‌ای را می‌توان ناشی از وابستگی شدید نیروها به شعاع حباب دانست. این نکته را می‌توان از وابستگی سرعت حباب به شعاع آن که در شکل ۷ نشان داده شده است، دریافت. مشاهده می‌گردد که در لحظه رمبش که شعاع حباب به کمترین مقدار خود می‌رسد، سرعت حباب به شدت افزایش می‌یابد.

۳) نکته‌ای که برای اولین بار در این مقاله به دست آمده است وابستگی دمای بیشینه حباب به فاصله آن از مرکز بالون است. همان گونه که در شکل ۸ نشان داده شده است، رفتار دمای بیشینه، رفتاری نوسانی بوده و با توجه به رابطه مستقیم

روابط به دست آمده در دو حد در نظر گرفته شده برای اعداد رینولدز تنه‌ها در جمله با یکدیگر متفاوت هستند. با تعریف دو کلیه  $\Theta_r = (1 + (Re_r(t) / Re_{r,crit})^2)^{-1}$  و  $\Theta_t = (1 + (Re_t(t) / Re_{t,crit})^2)^{-1}$  که در آنها از اعداد رینولدز بحرانی  $Re_{t,crit} \approx 0.5$  و  $Re_{r,crit} \approx 7.0$  استفاده شده است می‌توان معادله حرکت واحدی را برای هر دو حد تعریف کرد. این کلیدها به گونه‌ای تعریف شده‌اند که ضرب آنها در حد  $\langle\langle Re_t \rangle\rangle$  و  $\langle\langle Re_r \rangle\rangle$  به عدد یک و در حد  $\langle\langle Re_t \rangle\rangle$  یا  $\langle\langle Re_r \rangle\rangle$  به عدد صفر میل می‌کند. در نتیجه معادله حرکت واحد با استفاده از این کلیدها به صورت زیر به دست می‌آید:

$$R^2 \ddot{v} = \frac{d}{dt} \left[ \left( \gamma R + \nu R + \nu R^2 \dot{R} \right) (u-v) + \nu R^2 \dot{u} - \nu R^2 g - R^2 \dot{v} \right] - \nu R^2 \dot{v} + \Theta_r \Theta_t \alpha \dot{H} \left[ \left( \epsilon \nu R + \nu R^2 \dot{R} \right) (u-v) + \nu R^2 \dot{u} - \nu R^2 g - R^2 \dot{v} \right] \quad (14)$$

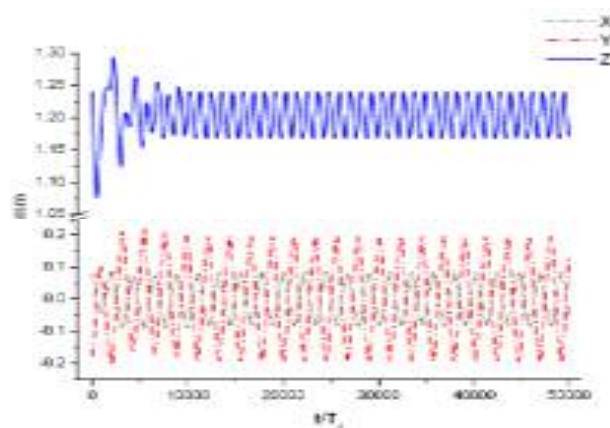
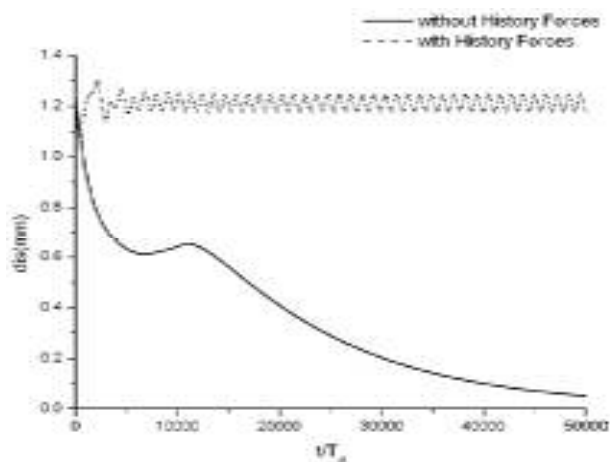
با استفاده از این دو کلیه گذار بین حالت‌های حدی به طور خودکار در طی حل عددی معادلات رخ خواهد داد.

#### ۴. نتیجه‌گیری

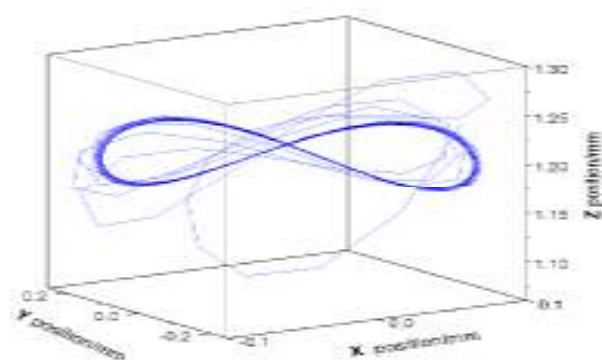
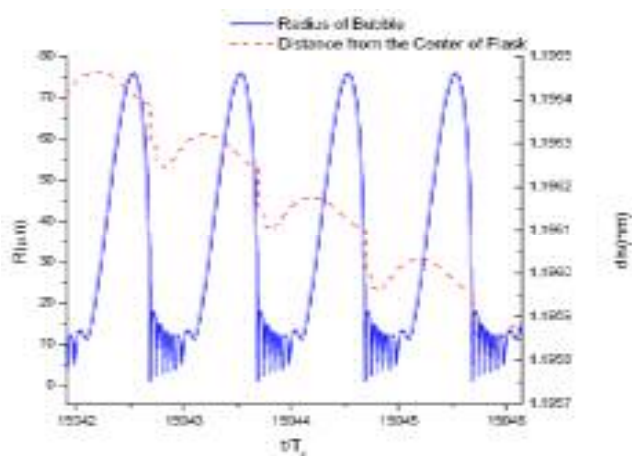
با جفت کردن معادلات (۱)، (۴) و (۱۴)، در مجموع ۱۲ معادله مرتبه اول داریم که با استفاده از روش رانگ-کوتا حل شده‌اند و می‌توان ویژگی‌های مورد نیاز مانند شعاع، دما، مکان و سرعت حباب را به صورت تابعی از زمان به دست آورد. نتایج به دست آمده از حل این معادلات را می‌توان به سه دسته تقسیم کرد:

۱) با حل این معادلات جفت‌شده، مکان حباب در راستاهای مختلف را می‌توان به صورت تابعی از زمان به دست آورد. همان گونه که در شکل ۲ نشان داده شده است حباب در راستاهای  $x$  و  $y$  حول مرکز بالون و در راستای  $z$  حول نقطه‌ای بر روی محور  $z$  واقع در بالای مرکز بالون حرکتی نوسانی از خود بروز می‌دهد.

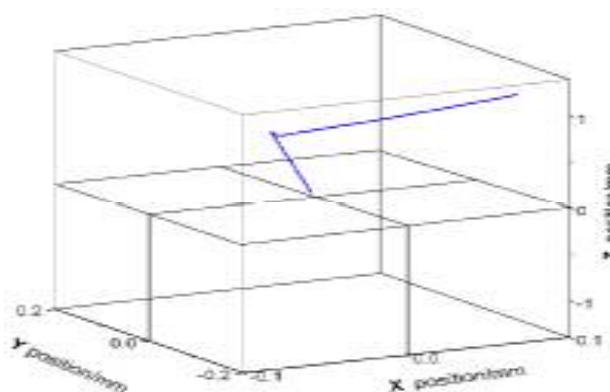
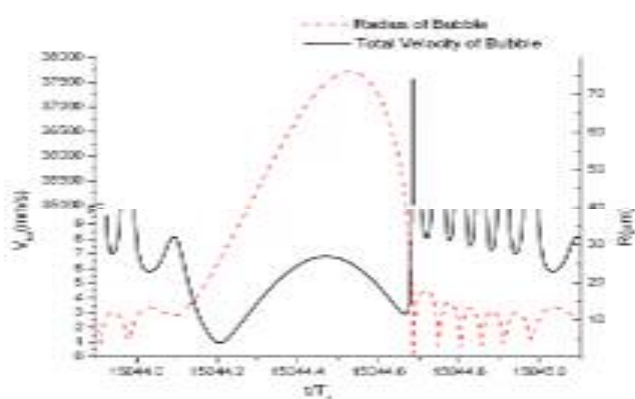
همان گونه که در شکل ۳ نشان داده شده است با استفاده از داده‌های به دست آمده در شکل ۲ می‌توان مسیر حباب را ترسیم کرد. نتیجه به دست آمده منطبق بر تجربه بوده [۶] و



شکل ۲. مکان حباب SBSL متحرک در ان- متیل فرمامید در سه راستای فضا. شکل ۵. مقایسه فاصله حباب از مرکز بالون در دو حالت بود و نبود نیروی تاریخچه‌ای.



شکل ۳. مسیر سه بعدی حباب SBSL متحرک در ان- متیل فرمامید. شکل ۶. مقایسه شعاع حباب و فاصله آن از مرکز بالون. شعاع با خط ممتد و فاصله از مرکز بالون با خط منقطع نشان داده شده است.

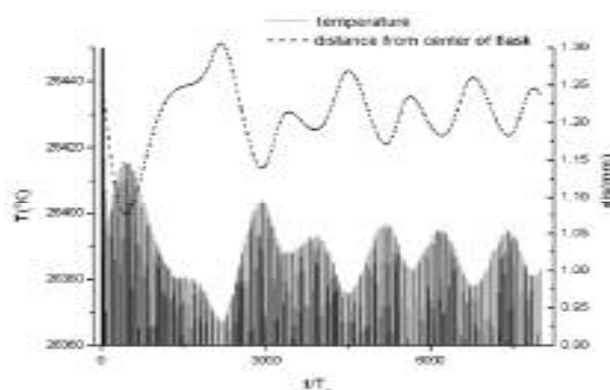


شکل ۴. مسیر سه بعدی حباب SBSL متحرک در ان- متیل فرمامید هنگامی که از اثرات نیروی تاریخچه‌ای صرف نظر می‌شود. شکل ۷. مقایسه شعاع حباب و سرعت انتقالی آن. سرعت انتقالی با خط ممتد و شعاع با خط منقطع نشان داده شده است. در کسر بزرگی از دوره، اندازه سرعت کمتر از  $10 \text{ mm/s}$  است.

متحرک پیشنهاد می‌شود به طوری که با اندازه‌گیری شدت نور گسیل شده از حباب می‌توان وضعیت حرکتی حباب را اندازه‌گیری کرد.

این رفتار حباب را این گونه می‌توان توضیح داد که با نزدیک شدن حباب به مرکز بالون که شکم فشاری موج ایستاده در آنجا قرار دارد، شدت تغییرات فشار تحریکی زیاد خواهد شد و به دنبال آن شدت رمبش حباب نیز افزایش می‌یابد. با افزایش شدت رمبش، دمای بیشینه گاز درون حباب نیز افزایش می‌یابد.

لازم به ذکر است که برای مشاهده اثر نیروهای حاکم بر دینامیک انتقالی حباب نیاز به گذشت زمان است، به طوری که در زمان یک دوره از نوسان حباب ( $T_d$ ) که در حدود چند ده میکروثانیه است، اثر قابل ملاحظه‌ای روی شعاع، مکان و دمای حباب، در مقایسه با حباب ساکن ندارد. محاسبات ما نشان می‌دهد که زمانهایی از مرتبه چند هزار برابر  $T_d$  نیاز است تا اثر حرکت حباب آشکار شود که در حد چند صدم ثانیه خواهد بود (شکل‌های ۲، ۵، ۶ و ۸).



شکل ۸. مقایسه بین دو کمیت فاصله از مرکز حباب و دمای بیشینه و گاز درون حباب در ۸۰۰۰ دوره از نوسان شعاعی حباب. دما با خط ممتد و فاصله با خط منقطع نشان داده شده است. همان گونه که مشخص است، رفتار دمای بیشینه کاملاً برعکس فاصله حباب از مرکز بالون است.

بین دما و نور گسیل شده، چنین نتیجه‌گیری‌ای برای نور گسیل شده از حباب نیز درست خواهد بود. بدین معنا که با نزدیک شدن حباب به مرکز بالون، دما و شدت نور گسیل شده افزایش و با دور شدن حباب از مرکز بالون، دما و شدت نور کاهش می‌یابد. بدین وسیله راهی برای آزمایش حبابهای آوادرخش

## مراجع

1. D F Gaitan, *An experimental investigation of acoustic cavitation in gaseous liquids*, The University of Mississippi (1990).
2. D F Gaitan, L A Crum, C C Church and R A Roy, *J. Acoust. Soc. Am.* **91** (1992) 3166–3183.
3. M P Brenner, S Hilgenfeldt and D Lohse, *Reviews of Modern Physics* **74** (2002) 425-484.
4. T J Matula and L A Crum, *Phys. Rev. Lett.* **80** (1998) 865–868.
5. R Toegel, B Gompf, R Pecha and D Lohse, *Phys. Rev. Lett.* **85** (2000) 3165–3168.
6. Y T Didenko, W B McNamara III and K S Suslick, *Nature* **407** (2000) 877–879.
7. S D Hopkins, S J Putterman, B A Kappus, K S Suslik and C G Camara, *Phys. Rev. Lett.* **95** (2005) 244301.
8. R Toegel, S Luther, and D Lohse, *Phys. Rev. Lett.* **96** (2006) 114301.
9. S Hilgenfeldt, S Grossmann and D Lohse, *Phys. Fluids* **11** (1999) 1318–1330.
10. J Magnaudet, and D Legendre, *Phys. Fluids* **10** (1998) 550–554.