مجلهٔ پژوهش فیزیک ایران، جلد ۸، شمارهٔ ۳، پاییز ۱۳۸۷

حالات مزونها و وابستگی آنها به اسپین و ایزواسپین

علی اکبر رجبی و نسرین صالحی

دانشکدهٔ فیزیک، دانشگاه صنعتی شاهرود

پست الکترونیکی: a.a.rajabi@shahroodut.ac.ir

(دریافت مقاله: ۸۶/۱۱/۲۹ ؛ دریافت نسخهٔ نهایی: ۸۷/۶/۲۷)

چکیده

مزون از یک کوارک و یک پادکوارک تشکیل شده است که تحت تأثیر ترکیبی از پتانسیلهای نوسانی نگهدارنده و رنگ حرکت می‌کنند. با توجه به اینکه کوارکها ذراتی با اسپین $\frac{1}{2}$ می‌باشند لذا پتانسیل برهم‌کنش اسپین ـ اسپین نیز وجود دارد. همچنین برای کوارکهای u و d ایزواسپین داریم. همچنین پتانسیلهای مربوط به اثر ایزواسپین ـ ایزواسپین و اثر اسپین ـ ایزواسپین را باید در نظر گرفت. با مقایسهٔ طیف مزونهای به‌دست آمده با مقدار محاسبه شده در این مدل می‌توان دریافت که کوارک – پادکوارک تشکیل دهندهٔ مزونها در کدام حالت یکتایی و یا سه‌تایی از نظر اسپین و ایزواسپین قرار دارند. با استفاده از این مدل چگونگی آرایش حالات اسپین و ایزواسپین مربوط به هر مزون به‌دست می‌آید.

واژه‌های کلیدی: مزون، طیف، کوارک، پتانسیل نگهدارنده، پتانسیل رنگ

۱. مقدمه

مزونها، بوزونهایی هستند که دارای اسپین صفر و یا یک می‌باشند و از کوارک و پادکوارک که فرمیونهایی با اسپین $\frac{1}{2}$ می‌باشند تشکیل شده‌اند. پتانسیل بین کوارک و پادکوارک در مزونها را می‌توان به روشهای مختلف در نظر گرفت، اما بهترین نوع آن پتانسیلی است که کلیهٔ خصوصیات مربوط به جفت کوارک و پادکوارک را در بر داشته باشد. برهم‌کنشی که مورد توجه ما است برهم‌کنش نوسانات بین این دو ذره و پتانسیل نگهدارنده می‌باشند. علاوه بر این، پتانسیل نیروی رنگ با تعویض گلوئونها بین کوارک و پادکوارک ایجاد می‌شود، به‌نحوی که هر کوارک خود را در تحت تأثیر نیرویی می‌یابد که از کوارک دیگر به آن وارد می‌شود. با توجه به توضیحات بالا پتانسیل مرکزی را به صورت زیر در نظر می‌گیریم که شواهد آزمایشگاهی نیز آن را تأیید می‌کند [۱و۲]:

$$U(x) = ax^2 + bx - \frac{c}{x}. \qquad (1)$$

در این رابطه $x=r_{12}$ می‌باشد و r_{12} فاصله بین کوارک و پادکوارک است.

پتانسیل کوتاه برد $-\frac{c}{x}$ مشابه پتانسیل جاذبهٔ کولنی بوده و از برهم‌کنش بین کوارک و پادکوارک در فواصل کوچک ناشی می‌شود و منشاء آن بار رنگ است. در واقع این جمله از جابه‌جایی گلوئون ناشی می‌شود. پتانسیل رنگ معمولاً به صورت زیر می‌باشد [۱]:

$$V_{color}(x) = -f\,\frac{\alpha_s}{x},$$

که در آن f عامل رنگ است و به نوع رنگ مربوط به کوارکهای برهم‌کنش وابسته است. به سادگی محاسبه می‌شود که برای

حالت هشت‌تایی رنگ $f=-\frac{1}{6}$ و برای حالت یکتایی رنگ $f=\frac{4}{3}$ می‌باشد. مقدار ضریب جفت‌شدگی قوی (α_s) بسیار کوچک بوده [۱و۲] و پتانسیل ax^2+bx هم نقش پتانسیل نگهدارنده و هم نوسانات یک کوارک را نسبت به کوارک دیگر در فاصله x نشان می‌دهد، در واقع این عبارت یک پتانسیل مقید کننده است. با توجه به جمله bx، جداکردن کوارکها از هادرونها امکان پذیر نبوده و منجر به تولید جفتهای کوارک و پادکوارک جدید می‌شود (و به این دلیل است که هرگز کوارک آزاد در طبیعت یافت نمی‌شود). می‌توان چنین تصور کرد که خطوط نیروی میدان رنگ به وسیله واکنش گلوئون - گلوئون کشیده شده و این خطوط تشکیل باندهای نواری مثل ریسمان را می‌دهند. کشیدگی این ریسمانها مرتبط با انرژی پتانسیل ax^2+bx می‌باشد، بنحوی که این انرژی با افزایش فاصله افزایش یافته و سرانجام به حدی می‌رسد که برای تولید جفت $q\bar{q}$ مناسب بوده و در این صورت دو ریسمان کوچکتر از ریسمان دراز اولی خواهیم داشت. پتانسیلهای (۱) رفتار بین دو جسم را به صورت مرکزی مشخص می‌کند. در مطالعه و بررسی مورد نظر با مزونهای سنگین سروکار داریم، لذا کار را با معادله شرودینگر شروع می‌کنیم و تابع موج سیستم مزونی را به‌دست آورده و سپس پتانسیلهای ایزواسپین ـ اسپین و ایزواسپین ـ ایزواسپین را به صورت اختلالی وارد مسئله نموده و سهم مربوط به طیف هر مزون را محاسبه می‌کنیم. در واقع شکافتگی جرمی در چند لایه‌های هادرونی ممکن است وابسته به عوامل مختلفی باشد، لذا شکافتگی فوق ریز مورد بحث ما می‌تواند تأثیر زیادی داشته باشد. بنابراین نخست می‌توان پتانسیلهای برهم‌کنش اسپین - اسپین و ایزواسپین - ایزواسپین [۳ و ۴] را به صورت زیر به‌کار برد:

$$H^{(x)}_{S_1,S_2}=A_S\left(\frac{1}{\sqrt{\pi\sigma_S}}\right)^3 e^{-\frac{x^2}{\sigma_S^2}}\left(\vec{S}_1.\vec{S}_2\right), \qquad (۲)$$

$$H^{(x)}_{T_1,T_2}=A_T\left(\frac{1}{\sqrt{\pi\sigma_T}}\right)^3 e^{-\frac{x^2}{\sigma_T^2}}\left(\vec{T}_1.\vec{T}_2\right).$$

از ترکیب پتانسیلهای برهم‌کنش اسپین - اسپین و ایزواسپین - ایزواسپین می‌توان پتانسیل جدیدی که پتانسیل برهم‌کنش اسپین - ایزواسپین می‌باشد را به‌دست آورد. بنابراین با توجه به رابطهٔ (۲) پتانسیل اسپین - ایزواسپین را می‌توان به صورت زیر در نظر گرفت:

$$H^{(x)}_{S,T}=A_{ST}\left(\frac{1}{\sqrt{\pi\sigma_{ST}}}\right)^3 e^{-\frac{x^2}{\sigma_{ST}^2}}\left(\vec{S}_1.\vec{S}_2\right)\left(\vec{T}_1.\vec{T}_2\right) \qquad (۳)$$

که در آن $\sigma_{ST}=2/3\,fm^2$ و $A_{ST}=106/2\,fm^2$ است [۵، ۶، و۷].

پتانسیل اختلال مسئله مجموع پتانسیلهای برهم‌کنش (۲ و ۳) می‌باشد. ابتدا معادله شرودینگر را برای پتانسیل (۱) حل نموده و سپس پتانسیل اختلالی را در نظر گرفته و طیف مزونها را به‌دست می‌آوریم و با مقایسهٔ جرم به‌دست آمده برای هر مزون می‌توان تشخیص داد که کوارکهای تشکیل دهندهٔ هر مزون در حالت یکتایی و یا سه‌تایی قرار دارند و با این روش می‌توان تابع حالت هر مزون را به‌دست آورد.

با توجه به پتانسیل برهم‌کنش (۱) و پتانسیل برهم‌کنش فوق ریز (۲) می‌توان پتانسیل برهم‌کنش مربوط به یک مزون متشکل از یک کوارک - پادکوارک را به صورت زیر در نظر گرفت [۵]:

$$H_{\text{int}}(x)=H_0+H_1=U(x)+H^{(x)}_{S_1,S_2}+H^{(x)}_{T_1,T_2}+H^{(x)}_{S,T} \qquad (۴)$$

که در آن $U(x)$ پتانسیل (۱) است.

۲. حل تحلیلی معادلهٔ شعاعی شرودینگر با پتانسیل برهم‌کنش (۱)

برای حل معادلهٔ شعاعی شرودینگر با پتانسیل غیر اختلالی $U(x)$ در معادلهٔ (۱) روشی را معرفی می‌کنیم که به راحتی می‌توان برای سیستمهای دوتایی به کار برد، خصوصاً سیستمهایی دوتایی همانند مزونها که از یک کوارک q و یک پادکوارک $\bar{q}$ تشکیل شده‌اند. بنابراین معادلهٔ شرودینگر چنین سیستمی برابر می‌شود با حرکت یک ذره نسبت به ذرهٔ دیگر و عبارت است از:

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu}\frac{1}{x^2}\frac{\partial}{\partial x}\left(x^2\frac{\partial\psi_{v,l}(x)}{\partial x}\right)+\left(U(x)-E_{v,l}+\frac{l(l+1)\hbar^2}{2\mu x^2}\right)\psi_{v,l}(x)=0, \qquad (۵)$$

که در آن $\mu=\frac{m_q m_{\bar{q}}}{(m_q+m_{\bar{q}})}$ جرم کاهش یافته مربوط به کوارک و پادکوارک، ν شماره گره (صفر روی محور) [۵] و l عدد کوانتوم مداری حرکت یک ذره نسبت به ذره دیگر می‌باشد. اگر $\psi(x)=\frac{1}{x}\phi(x)$ انتخاب کنیم در این صورت معادلهٔ (۵) به صورت زیر خلاصه می‌شود:

$$\varphi''(x)+\frac{2\mu}{\hbar^2}\left[E-U(x)-\frac{l(l+1)}{2\mu x^2}\hbar^2\right]\varphi(x)=0. \qquad (۶)$$

از معادلهٔ (۶) می‌توان $\varphi(x)$ را به‌دست آورد. با فرض $\hbar=c=1$ و با پیشنهاد $\varphi(x)=f(x)\exp[g(x)]$ می‌توان محاسبات مربوط به تعیین تابع $\varphi(x)$ را دنبال نمود. در اینجا توابع $f(x)$ و $g(x)$ را می‌توان به صورت زیر معرفی کرد:

$$\begin{cases} f_\nu(x)=\prod_{c=1}^{\nu}(x-\alpha_i^\nu) & \nu=1,2,\ldots \\ f_0(x)=1 & \nu=0 \end{cases} \qquad (۷)$$

که در آن تابع $f_\nu(x)$ مشابه چند جمله‌ای‌های هرمیت می‌باشد و ضریب α_i^ν برحسب ضرایب پتانسیل به‌دست می‌آید.

اما چند جمله‌ای $g(x)$ با توجه به نوع پتانسیل برهم‌کنش بین کوارک و پادکوارک معین می‌شود که در این مسئله خاص با توجه به پتانسیل (۱) آن را به صورت زیر تعیین می‌کنیم:

$$g(x)=-\frac{1}{2}\alpha x^2+\beta x+\delta\ln x. \qquad (۸)$$

با توجه به $\varphi(x)$ پیشنهادی، نتیجه می‌شود که:

$$\varphi''(x)=\left[g''(x)+g'^2(x)+\frac{f''(x)+2g'(x)f'(x)}{f(x)}\right]\varphi(x) \qquad (۹)$$

ضرایب شدت پتانسیل برهم‌کنش از رابطهٔ (۶) برابرند با $b_1=2\mu b$، $a_1=2\mu a$، $c_1=2\mu c$ و $\varepsilon=2\mu E_{\nu,l}$.

حال برای حالت $v=0$ [۵] مسئله را حل می‌کنیم. با استفاده از توابع $f_0(x)$، $g(x)$ و پتانسیل $U(x)$، به صورت زیر خلاصه شده داریم:

$$\frac{l(l+1)}{x^2}+\varepsilon\frac{c_1}{x}+b_1x+a_1x=a^2x^2-2\alpha\beta x-\alpha(1+2\delta)+\beta^2+\frac{2\beta\delta}{x}+\frac{\delta(\delta-1)}{x^2}. \qquad (۱۰)$$

با استفاده از معادلهٔ (۱۰)، با یک محاسبهٔ ساده و با توجه به اینکه توانهای x یعنی x^n $(n=\ldots.-1,0,1,\ldots.)$ مستقل خطی هستند، می‌توان ضرایب توانهای مختلف x را با هم مساوی قرار داد. در این صورت رابطه‌ای بین ضرایب پتانسیل a_1, b_1 و c_1 به‌دست آمده و علاوه بر این می‌توان رابطه بین ضرایب پتانسیل، انرژی و جرم کوارکها را به‌دست آورد [۸، ۹ و ۱۰].

مقدار ویژهٔ انرژی را می‌توان برای حالت $v=0$ و اندازهٔ حرکت l به صورت زیر به‌دست آورد:

$$E_{0l}=\sqrt{\frac{a}{2\mu}}(2l+3)-\frac{b^2}{4a}=(l+\frac{3}{2})\omega-\frac{mc^2}{2(l+1)}. \qquad (۱۱)$$

تابع موج غیرمختل شده برای حالت $v=0$ برابر می‌شود با:

$$\psi_{0l}(x)=N_0x^{l+1}\exp\left(-\frac{\mu\omega x^2}{2}-\frac{b}{\omega}x\right), \qquad (۱۲)$$

ثانیاً برای حالت $v=1$ تابع $f(x)$ برابر می‌شود با $f(x)=(x-\alpha_1^1)$. تابع $g(x)$ در معادلهٔ (۸) تعریف شده است. اکنون انرژی برای اولین حالت برانگیختگی $v=1$ و اندازهٔ حرکت زاویه‌ای l برابر می‌شود با:

$$E_{1l}=\sqrt{\frac{a}{2m}}(2l+5)-\frac{b^2}{4a}=\left(l+\frac{5}{2}\right)\omega-\frac{b^2}{2m}, \qquad (۱۳)$$

و تابع ویژهٔ غیرمختل شده اولین حالت برانگیختگی برابر است با:

$$\psi_{1l}(x)=N_1\left[x-\frac{(l+1)\omega}{mc\omega-b(l+1)}\right]\exp\left(-\frac{m\omega x^2}{2}-\frac{b}{\omega}x\right). \qquad (۱۴)$$

می‌توان توابع ویژهٔ مربوط به حالات بالاتر را با همین روش به‌دست آورد. حالات مربوط به $\nu=2,3,\ldots$ نیز به راحتی به‌دست می‌آیند. بدین ترتیب معادلهٔ شرودینگر به صورت دقیق و تحلیلی حل شده و مقادیر ویژه $E_{\nu l}$ و توابع ویژهٔ $\varphi_{\nu l}$ برای حالت غیراختلالی به‌دست می‌آید. اکنون با انتخاب پتانسیلهای غیرنگهدارندهٔ (۴) به عنوان پتانسیلهای اختلالی می‌توان چگونگی حالات موجود مزونها را به‌دست آورد، که در کدام حالت پایدار یکتایی و یا سه‌تایی هستند. تابع موج اختلالی به خاطر برهم‌کنش اختلالی (۴) به دست می‌آید که در تقریب مرتبهٔ اول برابر می‌شود با:

$$\psi_\gamma=\psi'_\gamma+\sum_{\gamma'\neq\gamma}\frac{\langle\psi^0_{\gamma'}|H_{in}|\psi^0_{\gamma'}\rangle\psi'^0_{\gamma'}}{E^0_\gamma-E^0_{\gamma'}}. \qquad (۱۵)$$

با خلاصه کردن نتیجهٔ بالا می‌توان ترازهای انرژی اختلالی E_γ را به‌دست آورد که تصحیح مرتبهٔ اول انرژی برابر می‌شود با $<H_{in}>=\int \psi_\gamma H_{in}\psi_\gamma d^3x$. با استفاده از روش بالا می‌توان ترازهای تصحیحی بالاتر انرژی را نیز به‌دست آورد. در این صورت طیف مزون برابر می‌شود با مجموع جرم کوارک و پادکوارک به علاوه انرژی برهم‌کنش بین آنها و انرژی اختلالی برهم‌کنش داخلی $<H_{in}>$، که در رابطهٔ زیر وارد می‌شود [۱۱،۱۲،۱۳و۱۴].

$$M_{qq} = m_q + m_{\bar{q}} + E_{vl} + <H_{in}> \qquad (۱۶)$$

$$= m_q + m_{\bar{q}} + \sqrt{\frac{q(m_q+m_{\bar{q}})}{3m_q m_{\bar{q}}}}(2l+3) - \frac{b^2}{4a} + <H_{in}> \qquad (۱۷)$$

رابطهٔ (۱۷) نشان می‌دهد که جرم کوارک و پادکوارک به ضرایب پتانسیل b و a بستگی دارند.

۳. محاسبهٔ برهم‌کنشهای اختلالی

۱. ۳. اثر انرژی اختلالی ناشی از اثر پتانسیل اسپین - اسپین

چون کوارکها فرمیونهایی با اسپین $\frac{1}{2}$ هستند، برای بررسی دقیق برهم‌کنشها باید اثر اسپین کوارکها را در نظر گرفت. اگر فرض کنیم که S_1 و S_2 به ترتیب اسپین کوارک و اسپین پادکوارک باشند در این صورت اثر اختلال پتانسیل اسپین - اسپین را با توجه به رابطه (۲) می‌توان در نظر گرفت [۱۵، ۱۶ و۱۷]. اسپین کل برای مزونها را باید به صورت حالتهای یکتایه ($S=0$) و سه‌تایه ($S=1$) در نظر بگیریم. در این حالت پتانسیل فوق را به صورت اختلال در نظر می‌گیریم. برای حالت پایه ($l=0$) تغییر انرژی با توجه به نظریهٔ اختلال مستقل از زمان برای مرتبهٔ اول به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\delta^{(1)} = \frac{\langle\psi|H|\psi\rangle}{\langle\psi|\psi\rangle}, \qquad (۱۸)$$

آنگاه داریم:

$$\delta_S^{(1)} = \langle\psi|H_S|\psi\rangle = \frac{A_S\left(\vec{S}_1.\vec{S}_2\right)\int_0^\infty x^2 e^{-\frac{x^2}{\sigma_S^2}-2\beta x^2+2\gamma x}dx}{\left(\sqrt{\pi\sigma_S}\right)^3\int_0^\infty x^2 e^{-2\beta x^2+2\gamma x}dx}, \qquad (۱۹)$$

که در آن $\gamma=-\frac{b}{\omega}$ است.

حل تحلیلی انتگرال فوق جوابی به صورت زیر به دست می‌دهد:

$$\delta_S^{(1)} = \frac{A_S\left(\vec{S}_1.\vec{S}_2\right)}{\left(\sqrt{\pi\sigma_S}\right)}\times \left[\frac{\frac{\gamma}{8\left(\beta+\frac{1}{2\lambda}\right)^2}+\frac{\beta+\frac{1}{2\lambda}+\gamma^2}{4\left(\beta+\frac{1}{2\lambda}\right)^2}\sqrt{\frac{3\pi}{8\left(\beta+\frac{1}{2\lambda}\right)}}\exp\left[\frac{\gamma^2}{2\left(\beta+\frac{1}{2\lambda}\right)}\right]}{\frac{\gamma}{8\beta^2}+\frac{\beta+\gamma^2}{4\beta^2}\sqrt{\frac{3\pi}{8\beta}}\exp\left(\frac{\gamma^2}{2\beta}\right)}\right] \qquad (۲۰)$$

که در آن $\lambda=\sigma_S^2$ بوده و $\vec{S}_1\cdot\vec{S}_2$ به ازای $S=0$ برابر با $-\frac{3}{4}$ و به ازای $S=1$ برابر $\frac{1}{4}$ می‌باشد.

۲. ۳. اثر پتانسیل اختلالی ناشی از اثر برهم‌کنش ایزواسپین - ایزواسپین

ایزواسپین کوارک و پادکوارک را به ترتیب T_1 و T_2 در نظر می‌گیریم. هنگامی که کوارک و پادکوارک در فاصله x از هم قرار دارند پتانسیل برهم‌کنش ناشی از ایزواسپین به صورت رابطه (۲) است. در اینجا باید دقت کرد چون تنها کوارکهای u و d دارای ایزواسپین غیرصفر هستند مزونهای مورد استفاده باید دارای کوارکهای فوق و یا پادکوارکهای متناظر با آنها باشند تا اختلال ناشی از این جمله پتانسیلی را محاسبه نمود. حال اگر تغییر انرژی ناشی از سهم ایزواسپین - ایزواسپین در حالت پایه ($l=0$)، $\delta_T^{(1)}$ باشد داریم:

$$\delta_T^{(1)} = \langle\psi|H_T|\psi\rangle = \frac{A_T\left(\vec{T}_1.\vec{T}_2\right)\int_0^\infty x^2 e^{-\frac{x^2}{\sigma_T^2}} e^{-2\beta x^2+2\gamma x}dx}{\left(\sqrt{\pi\sigma_T}\right)^3\int_0^\infty x^2 e^{-2\beta x^2+2\gamma x}dx} \qquad (۲۱)$$

با حل انتگرال فوق داریم:

$$\delta_T^{(1)} = \frac{A_T\left(\vec{T}_1.\vec{T}_2\right)}{\left(\sqrt{\pi\sigma_T}\right)}\times \left[\frac{\frac{\gamma}{8\left(\beta+\frac{1}{2\eta}\right)^2}+\frac{\beta+\frac{1}{2\eta}+\gamma^2}{4\left(\beta+\frac{1}{2\eta}\right)^2}\sqrt{\frac{3\pi}{8\left(\beta+\frac{1}{2\eta}\right)}}\exp\left[\frac{\gamma^2}{2\left(\beta+\frac{1}{2\eta}\right)}\right]}{\frac{\gamma}{8\beta^2}+\frac{\beta+\gamma^2}{4\beta^2}\sqrt{\frac{3\pi}{8\beta}}\exp\left(\frac{\gamma^2}{2\beta}\right)}\right] \quad (۲۲)$$

که در آن $\eta=\sigma_T^2$ بوده و $\vec{T}_1\cdot\vec{T}_2$ به ازای $T=0$ برابر با $-\frac{3}{4}$ و به ازای $T=1$ برابر $\frac{1}{4}$ می‌باشد.

۳. ۳. پتانسیل اختلالی ناشی از اثر برهم‌کنش اسپین - ایزواسپین

پتانسیل اسپین - ایزواسپین به صورت رابطهٔ (۳) در نظرگرفته می‌شود. سهم تغییر انرژی ناشی از اثر اسپین - ایزواسپین را در حالت پایه ($l=0$)، با $\delta_{ST}^{(1)}$ نشان می‌دهیم و مقدار آن عبارت است از:

$$\delta_{ST}^{(1)} = \langle\psi|H_{ST}|\psi\rangle = \frac{A_{ST}\left(\vec{S}_1.\vec{S}_2\right)\left(\vec{T}_1.\vec{T}_2\right)\int_0^\infty x^2 e^{-\frac{x^2}{\sigma_{ST}^2}-2\beta x^2+2\gamma x}dx}{\left(\sqrt{\pi\sigma_{ST}}\right)^3\int_0^\infty x^2 e^{-2\beta x^2+2\gamma x}dx}. \quad (۲۳)$$

با حل دقیق و تحلیلی انتگرال فوق داریم:

$$\delta_{ST}^{(1)} = \frac{A_{ST}\left(\vec{S}_1.\vec{S}_2\right)\left(\vec{T}_1.\vec{T}_2\right)}{\left(\sqrt{\pi\sigma_{ST}}\right)}\times \left[\frac{\frac{\gamma}{8\left(\beta+\frac{1}{2\nu}\right)^2}+\frac{\beta+\frac{1}{2\nu}+\gamma^2}{4\left(\beta+\frac{1}{2\nu}\right)^2}\sqrt{\frac{3\pi}{8\left(\beta+\frac{1}{2\nu}\right)}}\exp\left[\frac{\gamma^2}{2\left(\beta+\frac{1}{2\nu}\right)}\right]}{\frac{\gamma}{8\beta^2}+\frac{\beta+\gamma^2}{4\beta^2}\sqrt{\frac{3\pi}{8\beta}}\exp\left(\frac{\gamma^2}{2\beta}\right)}\right] \quad (۲۴)$$

در عبارت بالا $\nu=\sigma_{ST}^2$ بوده و $(\vec{S}_1\cdot\vec{S}_1)(\vec{T}_1\cdot\vec{T}_2)$ به ازای $S=0$ و $T=0$ مساوی $\frac{9}{19}$ و به ازای $S=0$ و $T=1$ برابر $\frac{1}{16}$ می‌باشد.

۴. ۳. اثرات پتانسیل برهم‌کنش به عنوان اختلال در جابه‌جایی انرژی مزون در اولین حالت برانگیخته

جرم مزونها را می‌توان برای اولین حالت برانگیخته ($l=1$) نیز محاسبه نمود. در این حالت با توجه به روابط (۱۳) و (۱۴) تابع موج و انرژی به صورت زیر نتیجه می‌شود:

$$\psi(x) = a\exp(-\beta x^2+\gamma x), \quad (۲۵)$$

$$\varepsilon = \frac{1}{2\alpha}\left(10\beta-\gamma^2\right). \quad (۲۶)$$

با توجه به اینکه انرژی مزونها برای اولین حالت برانگیخته در نظر گرفته شده‌اند و با در نظر گرفتن $a=1\text{fm}^{-1}$ می‌توان مقادیر b,c و نیز مقادیر β,γ را برای مزونهای متفاوت محاسبه نموده و از آنجا سهم پتانسیلهای اسپین - اسپین و ایزواسپین - ایزواسپین و اسپین - ایزواسپین را در جابه‌جایی انرژی به صورت اختلالی به‌دست آورد و در محاسبهٔ جرم مزونها اعمال کرد. در اینجا جوابهایی که برای اختلال به‌دست می‌آید با حالت پایه کمی متفاوت خواهد بود.

بنا به رابطهٔ هم‌ارزی جرم و انرژی و با در نظر گرفتن مقادیر محاسبه شده برای جملات پتانسیلهای اختلالی، جرم مزون را می‌توان به صورت زیر در نظر گرفت [۱۰، ۱۸ و ۱۹]:

$$\mathrm{M}_{q\bar{q}} = \mathrm{m}_q + \mathrm{m}_{\bar{q}} + \varepsilon + \delta_s + \delta_T + \delta_{sT}, \quad (۲۷)$$

که در آن m_q جرم کوارک، $\mathrm{m}_{\bar{q}}$ جرم پادکوارک و ε انرژی مزون مورد نظر می‌باشد.

اکنون با قراردادن اعداد به‌دست آمده برای مزونها با توجه به شرایط مسئله در رابطهٔ فوق می‌توان به نتایج جالبی برای جرم یک سری از مزونها در حالت پایه و اولین حالت برانگیخته‌شان رسید که نتایج به‌دست آمده در جداول زیر ارائه شده است. البته جوابهای مورد نظر آنهایی هستند که در رابطهٔ (۲۷) قرار دارد و جواب تئوری به جواب تجربی نزدیک می‌باشد.

۴. نتیجه‌گیری

با توجه به جدولهای ۱ و ۲ مشاهده می‌شود کوارکهای

جدول ۱. جرمهای محاسبه شده برای مزونها در حالت پایه.

مزونها	δ_S (MeV)		δ_T (MeV)		δ_{ST} (MeV)			مقادیر تجربی برای جرم مزونها (MeV)	مقادیر نظری برای جرم مزونها (MeV)
	$S=۰$	$S=۱$	$T=۰$	$T=۱$	$S=۰$ $T=۰$	$S=۱$ $T=۰$	$S=۱$ $T=۱$		
$\pi^{\pm}$	۴۰/۲۵	.....	−۱۵/۳۴	.....	.....	۰	۰	۱۳۹/۵۶	۱۱۹/۱۴
π°	.....	۱۳/۵۵	−۱۵/۴	.....	.....	۱۴/۳۵	.....	۱۳۴/۹۶	۱۱۳/۸۳
ω	.....	۴/۷۲	−۹/۸۵	.....	.....	۷/۲۸	.....	۷۸۳	۷۸۲/۱۵
ψ	.....	۱۱/۵۹	.....	.....	.....	.....	.....	۳۰۹۷	۳۱۱۱/۵۹
ϕ	.....	۶/۳۳	.....	.....	.....	.....	.....	۱۰۲۰	۱۰۲۶/۳۶
k^{+}	.....	۹/۰۴	.....	.....	.....	.....	.....	۴۹۳	۴۵۶/۸۸
$k^{\bullet}$	.....	۱۳/۱۶	.....	.....	.....	.....	.....	۴۹۷/۷۲	۴۵۴/۵۱
$D_s^{\pm}$	−۸/۸۹	.....	.....	.....	.....	.....	.....	۱۹۷۱	۱۹۵۹/۴۱
$B_c^{\pm}$	−۵/۳	.....	.....	.....	.....	.....	.....	۵۳۶۹/۶	۵۳۶۰/۷۸
D^{+}	.....	۷/۷۹	.....	.....	.....	.....	.....	۱۸۶۹	۱۸۴۵/۶۱
γ	−۲/۰۲	.....	.....	.....	.....	.....	.....	۹۴۶۰	۹۴۵۵

جدول ۲. جرمهای محاسبه شده برای مزونها در اولین حالت برانگیخته.

مزونها	δ_S (MeV)		δ_T (MeV)		δ_{ST} (MeV)			مقادیر تجربی برای جرم مزونها (MeV)	مقادیر نظری برای جرم مزونها (MeV)
	$S=۰$	$S=۱$	$T=۰$	$T=۱$	$S=۰$ $T=۰$	$S=۱$ $T=۰$	$S=۱$ $T=۱$		
$a_{۰}$	.....	۰/۱۲	.....	۱/۲۴	−۴/۰۲	.....	.....	۹۸۰	۹۸۰/۹۲
$b_{۱}$	−۰/۲۴	.....	.....	۱/۱۱	.....	۱/۰۸	.....	۱۲۳۵	۱۲۳۶/۹۵
$a_{۱}$	−۰/۲۳	۰/۰۷۸	.....	۱/۱۰۵	.....	۱/۰۷	.....	۱۲۶۰	۱۲۶۱/۹۴
$k_{۰}^{*}$	.....	۰/۰۸۵	.....	.....	.....	.....	.....	۱۴۳۰	۱۴۳۰/۰۸
$D_{s۱}$	.....	۰/۲۸	.....	.....	.....	.....	.....	۲۵۳۶	۲۵۳۵/۱۵
$D_{۲}^{*}$	.....	۰/۰۹۸	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....

تشکیل دهنده مزونها هر یک در کدام حالت یکتایی و سه‌تایی اسپین ـ اسپین و ایزواسپین ـ ایزواسپین وجود دارند. مثلاً در جدول ۱ در خصوص مزون $\pi^{\pm}$ مشاهده می‌شود که بر هم‌کنش اسپین ـ اسپین در حالت یکتایی و برهم‌کنش ایزواسپین ـ ایزواسپین در حالت یکتایی و برهم‌کنش اسپین ـ ایزواسپین در حالت سه‌تایی می‌باشند و برای دیگر مزون‌ها می‌توان با مراجعه به جداول فوق حالات مربوط به هر مزون را به‌دست آورد.

مراجع

1. N Isgure and G Karel, *Phys. Rev*. D **18** (1978); *Phys. Rev*. D, **19** (1978) 2653.
2. S Gunnar, Bali et al., *Phys. Rev*. D **62** (2000) 054503.
3. L Ya Golzman and D O Riska, *Phys. Rep*. C **268** (1996) 263.
4. L Ya Golzman, A Papp, W Plessas, K Varga and R F Wagenbrunn, *Phys. Rev*. C **57** (1998) 3406.
5. M M Giannini, E Santopinto and A Vassalo, *Progress in Particle and Nuclear Phys* **50** (2003) 263 - 270.
6. M Fabre, de la Ripelle, *Nuclear Physics* A **497** (1989) 595c - 602c.
7. M M Giannini, E Santopinto and A Vassalo, *Nuclear Phys* A **699** (2002) 308 - 311.
8. A A Rajabi, Iranian Journal of Physics Research, **5**, No.2 (2005) 37-4.
9. A A Rajabi, *Indian Journal of Pure and Applied Physics*, **44** (2006) 367 - 374.
10. A A Rajabi, *Few body system*, Springer Verlag Vien **37** (2005) 197 - 213.
11. M Bohm, *Z. Phys.* C **3** (1980) 321 - 8.
12. I M Barbour and Ponting D K, *Z Phys.* C **4** (1980) 119- 29.
13. A M Badalayan, *Phys. Lett.* (1988) 267 - 70.
14. F Iachello, *Proceedings of the 1st international Conference on perperintes in hadronic Physics*, ICTP 12 - 16 May (1997), edited by S. Boffi, C Ciofi degle Atti and M M Giannini (World Scientific, Singapore, (1998) 363.
15. P Geiger and N Isgur, *Phys. Rev*. D **41** (1990) 1595; **44** (1991) 799; *Phys. Rev. Lett.*, **67** (1991) 1066; *Phys. Rev*. D **47** (1993) 5050; **55** (1997) 299.
16. A A Rajabi, *Indian Journal of Pure and Applied Physics*, **41** (2003) 89 - 94.
17. S Gunnar, Bali, *Phys. Rep* **343** (2001).
18. E Eichten *et al., Phys. Rev*. D **17** (1997) 3090-117; *Phys. Rev*. D **21** (1980) 203 - 32.
19. A A Rajabi, *Few body systems*, Springer Verlag, Vien, **40** (2006) 21 - 33.