

## ابررسانایی در نانولوله‌های کربنی تک دیواره

### حشمت اله یآوری

گروه فیزیک، دانشگاه اصفهان، خیابان هزار جریب، اصفهان

#### چکیده

نخست با استفاده از روش تابع گرین نشان می‌دهیم که برهم کنش مؤثر بین دو الکترون به واسطه تبادل پلاسمون می‌تواند جاذب باشد که موجب ایجاد حالت ابررسانایی با دمای گذار بالا در نانو لوله‌های کربنی تک دیواره می‌گردد. دمای گذار به دست آمده با در نظر گرفتن این سازوکار با نتایج تجربی در توافق است. همچنین نشان خواهیم داد که با افزایش شعاع نانولوله بسامد پلاسمون کاهش می‌یابد که منجر به کاهش دمای گذار می‌گردد.

واژه‌های کلیدی: تابع گرین، نانولوله کربنی تک دیواره، تبادل پلاسمون، ابررسانایی

#### ۱. مقدمه

است [۵]. امکان ایجاد ابررسانایی با دمای گذار بالا در سیمهای نازک و مواد آلی شبه یک بعدی براساس سازوکار پلاسمون صوتی نا میرا حدود ۱۷ سال پیش از این پیش‌بینی شد [۶ و ۷]. همچنین پلاسمونهای صوتی در سیمهای کوانتومی استوانه‌ای در مراجع [۸ و ۹] مورد بررسی قرار گرفته‌اند.

پلاسمون صوتی، برانگیخته تشدید می‌شود بین دو نوع حامل بار مختلف است [۱۰]. کوچک بودن شعاع نانولوله‌های تک دیواره موجب می‌شود تا فاصله ترازهای انرژی عرضی تک ذره بیشتر شود. یک الکترون با انرژی مشخصه  $E_m$  دارای تکانه طولی  $hk_n = \sqrt{2m(E_F - E_n)}$  می‌باشد که در آن  $m$  جرم الکترون و  $E_F$  انرژی فرمی می‌باشند. یک آشفتگی طولی با بردار موج  $q$  تکانه‌ای به اندازه  $\hbar q$  به هر الکترون منتقل خواهد کرد. فقط الکترونهای با تکانه  $\hbar q$  در نزدیکی سطح فرمی مؤثر تک بعدی که دارای تکانه  $k_n$  با انرژی در محدوده

$\frac{\hbar^2 q}{m} \left( k_n - \frac{q}{2} \right)$  و  $\frac{\hbar^2 q}{m} \left( k_n + \frac{q}{2} \right)$  هستند، مجاز به گذار بین

نانولوله‌های کربنی به عنوان مواد کربنی نو ظهور که دارای خواص فیزیکی منحصر به فردی می‌باشند، نخستین بار توسط ای جی یاما در سال ۱۹۹۱ کشف شدند [۱]. امکان ایجاد ابررسانایی در این دستگاهها براساس نظریه BCS (فونون واسطه‌ای) مورد بررسی قرار گرفت [۲ و ۳]. مقدار نظری که در مرجع [۲] برای دمای گذار نانو لوله‌های کربنی تک دیواره  $SWCNT(5/5)$  با قطر ۷ آنگستروم با در نظر گرفتن سازوکار فونون واسطه‌ای پیش‌بینی شده حدود  $1/5 \times 10^{-4}$  کلوین بود. در حالی که مقدار تجربی دمای گذار به دست آمده برای این نانوله‌ها حدود ۱۵ کلوین است [۴]. بنابراین به نظر می‌رسد که سازوکار جدیدی مسئول ایجاد ابررسانای در این دستگاهها است.

سازوکار پلاسمون واسطه‌ای برای ایجاد ابررسانایی در ابررساناهای دمای بالا بیشتر مورد توجه محققین قرار گرفته

$$U(q) = \frac{2e^2}{l} K(\sqrt{2}rq) \quad (2)$$

که در آن  $l$  و  $r$  به ترتیب طول و شعاع نانولوله و  $K(x)$  تابع بسل نوع دوم می‌باشند.

در تقریب RPA<sup>۱</sup> می‌توان نوشت [۱۱]

$$e_{RPA}(q, iw) = e - U(q) \Pi^{(1)}(q, iw) \quad (3)$$

که در آن

$$\Pi^{(1)}(q, iw_n) = \frac{2}{bl} \sum_{p, ip_n} \mathfrak{S}(p, ip_n) \mathfrak{S}(p+q, ip_n + iw_n) \quad (4)$$

که  $w_n = \frac{(2n+1)p}{b}$  بسامد ماتسوبارای فرمیونی می‌باشد و  $\mathfrak{S}$

تابع گرین دقیق دستگاه به صورت زیر داده می‌شود

$$\mathfrak{S}(p, ip_n) = \frac{1}{ip_n - e_p - \Sigma(p, ip_n)} \quad (5)$$

که  $\Sigma$  تابع خود انرژی دقیق دستگاه است.

بعد از انجام جمع روی بسامدهای ماتسوبارا خواهیم داشت

$$\Pi^{(1)}(q, iw_n) = -2 \int \frac{d^d \mathbf{k}}{(2p)^d} \frac{n_F(e_{p+q}) - n_F(e_k)}{iw - e_{q+k} + e_k - \Sigma(p, iw)} \quad (6)$$

که در آن  $d$  بعد دستگاه و  $e_k = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} - m$  انرژی جنبشی

نسبت به سطح فرمی و  $n_F(x) = \frac{1}{1 + e^{bx}}$  تابع توزیع فرمی دیراک می‌باشند.

در دمای صفر قسمتهای حقیقی و موهومی تابع دی الکتریک به صورت زیر نوشته می‌شوند

$$e_{RPA}(q, iw) = e_1(q, w) + i e_2(q, w) \quad (7)$$

$$e_1(q, w) = 1 + \frac{2K(\sqrt{2}rq)}{pq a_0} \sum \ln \left| \frac{s^2 - u_n^{+2}}{s^2 - u_n^{-2}} \right| \quad (8)$$

$$e_2(q, w) = \begin{cases} \frac{2K(\sqrt{2}rq)}{pq a_0} & u_n^- < s < u_n^+ \\ 0 & \text{آ} \end{cases} \quad (9)$$

که در آن  $a_0, s = \frac{w}{q}$  شعاع بسامد و  $\text{---}$

ترازی می‌باشند. در حد  $q \ll k_n - k_{n+1}$  اگر آشفستگی دارای بسامد  $w \approx \frac{\hbar q k_n}{m}$  باشد، تمام الکترونها با تکانه  $\hbar q$  در محدوده سطح فرمی تک بعدی برانگیخته تشدید می‌خواهند داشت. اگر  $c^{(0)}(q, w)$  قطبش پذیری دستگاه باشد، حالت تشدید از رابطه  $e(q, w) = 1 + 4pc^{(0)}(q, w)$  که در آن  $e(q, w)$  تابع دی الکتریک محیط است، به دست می‌آید. ارتعاش ذرات در ترازهای  $n$  و  $n+1$  در  $n$  امین مد ارتعاشی منجر به تشکیل پلاسمونهای صوتی نامیرا می‌گردد. هر چه فاصله ترازهای انرژی عرضی زیادتر باشد، الکترونها بیشتری در محدوده سطح فرمی تک بعدی در برانگیخته‌های تشدید شرکت خواهند کرد و بسامد پلاسمون صوتی بیشتر خواهد شد. بنابر این SWCNT ها به عنوان یک دستگاه تک بعدی، نماینده خوبی برای مشاهده پلاسمونهای صوتی نامیرا می‌باشند.

به دلیل آنکه بسامد این پلاسمونها خیلی بیشتر از بسامد فونونی است و نامیرای لاندائو نیز می‌باشند، واسطه خوبی برای ایجاد برهم کنش جاذب بین الکترونها می‌باشند.

در این مقاله با استفاده از پاسخ خطی دستگاه به یک اغتشاش خارجی و روش تابع گرین نشان داده خواهد شد که وجود پلاسمونهای صوتی نامیرا موجب ایجاد حالت ابررسانایی در SWCNT ها می‌شوند. همچنین نشان می‌دهم که با افزایش شعاع نانولوله فاصله بین ترازهای انرژی کاهش می‌یابد که منجر به کاهش دمای گذار می‌شود.

## ۲. فرمول بندی مسئله

تابع دی الکتریک در بسامد معین از رابطه زیر به دست می‌آید [۱۱]

$$\frac{1}{e(q, iw)} = 1 - \frac{U(q)}{V} \int_0^b dt e^{iwt} \langle T_t r(q, t) r(q, 0) \rangle \quad (1)$$

که در آن  $T_t$  عملگر نظم زمان موهومی،  $r(q) = \sum_{p,s} c_{p+q,s}^+ c_{p,s}$  و  $c$  عملگرهای خلق و نابودی الکترونی می‌باشند و پتانسیل کولنی استتار شده به صورت رابطه زیر است

۱. Random Phase Approximation

بسامد پلاسمون  $w_p = 3/9 \times 10^{15}$  هرتز به دست خواهد آمد که از بسامد فونونی خیلی بیشتر است.

حال به مسئله ایجاد ابرسانایی که نتیجه تبادل پلاسمونهای نا میرا بین الکترونها است، می‌پردازیم.

هامیلتونی دستگاه به صورت زیر نوشته می‌شود

$$H = H_1 + H_2 + H_3 \quad (10)$$

که در آن  $H_1 = \sum_{k,s} E_k c_{k,s}^+ c_{k,s}$  انرژی جنبشی الکترونها و

$$H_2 = -\frac{1}{2} \sum_{\substack{q,k_1 \\ k_2,s}} V_p c_{k_1+q,s_1}^+ c_{k_2-q,s_2}^+ c_{k_2,s_2} c_{k_1,s_1} \quad (11)$$

برهم کنش جاذبه الکترونی در اثر تبادل پلاسمون با پتانسیل به شکل زیر است

$$V_p = \begin{cases} \text{const} & -w_p \leq w \leq w_p \\ 0 & \text{آدا } \dot{U} \quad \dot{\Psi} \quad a \end{cases} \quad (12)$$

و

$$H_2 = \frac{1}{2} \sum_{\substack{q,k_1 \\ k_2,s}} V_c(q) c_{k_1+q,s_1}^+ c_{k_2-q,s_2}^+ c_{k_2,s_2} c_{k_1,s_1} \quad (13)$$

$$V_c(q) = \begin{cases} \frac{4pe^2 K(\sqrt{2}rq)}{e(q,0)} & \text{if } E_{k_1}, E_{k_2} < E_F \\ 0 & \text{آدا } \dot{U} \quad \dot{\Psi} \quad a \end{cases} \quad (14)$$

$e(q,0)$  تابع دی الکترون استاتیک است.

با استفاده از رابطه مک میلان برای دمای گذار به حالت

ابرسانایی [۱۲]

$$T_c = \frac{\langle w \rangle}{1/20} \exp \left\{ \frac{-1/04(1+I)}{1 - m^*(1+0/62I)} \right\} \quad (15)$$

که برای ابرساناهای با جفت شدگی قوی معتبر است و در آن

$$m^* = \frac{m}{1 + m \ln \left( \frac{E_F}{\hbar w_p} \right)}, \quad I = N(0)V$$

در سطح فرمی است، می‌توان دمای گذار دستگاه را به دست

آورد.

باشند.  $u_n^\pm = [2(E_F - E_n)/m]^{1/2} \pm \frac{\hbar q}{2m}$

ویژه مقادیر الکترون در نانولوله  $E_n(k_z) = \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m} + E_n$

استوانه‌ای است که در جهت محور z ها آزاد است و در جهت

عمود بر این محور دارای انرژی گسسته  $E_n = \frac{\hbar^2 n^2}{2m r^2}$  که در

آن n عدد صحیح است، می‌باشد.

از رابطه (۸) مشاهده می‌شود که اگر  $u_n^\pm \rightarrow s$  آنگاه

$e_1 \rightarrow \pm \infty$ ، بنابراین نقطه‌ای وجود دارد که در آن  $e_1 = 0$ .

همچنین با توجه به رابطه (۸) وقتی s بین  $u_n^+$  و  $u_n^-$  قرار گیرد،

$e_2 \neq 0$  و مدها میرا می‌شوند ولی اگر s بین  $u_{n+1}^+$  و  $u_n^-$  قرار

گیرد، آنگاه  $e_2 = 0$  و میرایی وجود ندارد. با افزایش q، محدوده

میرایی وسیعتر می‌شود و تمام پلاسمونهای صوتی میرا می‌شوند

و لذا مقدار بیشینه‌ای برای q به صورت

$$q_{\max} = \frac{m(u_n - u_{n+1})}{\hbar}$$

مدهای نامیرا به صورت  $\hbar q/m \ll u_n - u_{n+1}$  داده می‌شود و به

این معنی است که دو و یا تعداد بیشتری از ترازهای انرژی

عرضی زیر تراز انرژی فرمی با فاصله نسبتاً زیاد از هم وجود

دارند که هر کدام از این ترازها تعداد زیادی از الکترونها با  $k_z$

مختلف را در بر دارند که منجر به ماهیت دسته جمعی مدها

خواهد شد.

با جایگذاری شعاع نانولوله آرمچر SWCNT(۳/۳)

یعنی  $r = 2/1A$  در رابطه مربوط به انرژی مقادیر زیر به دست

می‌آیند.

$E_3 = 7/72eV$ ،  $E_2 = 3/43eV$ ،  $E_1 = 0/858eV$ ،  $E_0 = 0$

یک دستگاه یک بعدی اگر  $n_1$  چگالی الکترونها بر واحد طول

باشد انرژی فرمی از رابطه  $E_F = \frac{p^2 \hbar^2}{8m} n_1$  به دست می‌آید. اگر

تعداد N الکترون وجود داشته باشند، آنگاه  $n_1 = \frac{N}{a}$  که برای

SWCNT(۳/۳)،  $a = 2/52A$  است. اگر دو الکترون در نظر

بگیریم آنگاه  $E_F = 5/88eV_1$  خواهد بود و به این معنی است

که سه تراز انرژی زیر تراز انرژی فرمی وجود دارند. با صفر

قرار دادن مقدار تابع دی الکترون و استفاده از نمودار پاشندگی،

دارند. با استفاده از این پارامترها و رابطه مربوط به  $e(q, w)$  و رابطه پاشندگی، برای این نانولوله به دست می‌آوریم  $w_p = 1/5 \times 10^{15} \text{ Hz}$  و  $m^* = 0/036$  و  $I = 0/148$  و  $T_c = 9\text{K}$  در نتیجه با استفاده از رابطه (۱۵) به دست می‌آوریم  $T_c = 136\text{K}$  (۳ و ۳) یعنی SWCNT در مقایسه با دمای گذار به دست آمده برای نانولوله مقدار ثابت  $V_0$  و در خارج این فاصله صفر باشد. اگر  $\Delta \ll V_0$  آنگاه  $V_0 l^2 = \frac{p^2 \hbar^2}{4m}$ . همچنین انرژی تبادل به صورت  $\Delta p v_F \approx \hbar w_p$  به دست می‌آید که در آن تغییرات تکانه الکترونی است.

برای یک دستگاه یک بعدی  $N(0) = \frac{1}{\sqrt{2\hbar^2 p^2}} \frac{1}{E_F}$  می‌باشد. برای تعیین دمای گذار لازم است که پتانسیل برهم‌کنشی استتار شده بین الکترونی مشخص شود. فرض می‌کنیم که این پتانسیل در فاصله  $l$  یعنی فاصله برهم‌کنش موثر جاذب دو الکترون مقدار ثابت  $V_0$  و در خارج این فاصله صفر باشد. اگر  $\Delta \ll V_0$  آنگاه  $V_0 l^2 = \frac{p^2 \hbar^2}{4m}$ . همچنین انرژی تبادل به صورت  $\Delta p v_F \approx \hbar w_p$  به دست می‌آید که در آن تغییرات تکانه الکترونی است.

### ۳. نتیجه‌گیری

سازوکار جدیدی که همان ایجاد برهم‌کنش جاذب الکترون-الکترون به واسطه پلاسمون است مورد بررسی قرار گرفت. این سازوکار در نانولوله‌های کربنی تک دیواره منجر به ایجاد حالت ابررسانایی با دمای گذار بالا در مقایسه با سازوکار معمول فونونی می‌شود. کوچک بودن شعاع نانولوله منجر به افزایش فاصله بین ترازهای انرژی شده که این نیز باعث افزایش بسامد پلاسمون و در نتیجه افزایش دمای گذار می‌شود.

برای SWCNT (۳ و ۳) با توجه به روابط فوق داریم  $I = 0/17$  و  $m^* = 0/036$ . با قرار دادن این مقادیر در رابطه (۱۵) مقدار  $T_c = 136\text{K}$  به دست می‌آید که تقریباً با نتیجه تجربی در توافق است [۴].

برای SWCNT (۵ و ۵) با شعاع  $3/39\text{A}$ ، فاصله بین ترازهای انرژی در مقایسه با فاصله ترازها در SWCNT (۳ و ۳) کمتر است. ترازهای انرژی در این نانولوله به صورت  $E_0 = 0$ ،  $E_1 = 0/329\text{eV}$ ،  $E_2 = 1/32\text{eV}$ ،  $E_3 = 2/96\text{eV}$  و  $E_4 = 5/26\text{eV}$  می‌باشند. با توجه به  $E_F = 2/61\text{eV}$ ،  $k_F = 0/831 \times 10^{10} \text{ m}^{-1}$  مقدار انرژی فرمی به دست می‌آید. لذا سه تا از ترازهای انرژی زیر تراز فرمی قرار

### مراجع

1. S Iijima, *Natur* **354** (1991) 56.
2. Y Huang, M Okada, K Tanaka, T Yamabe, *Phys. Rev. B* **53** (1996) 5129.
3. L X Benedict, V H Crespi, S G Louie, M L Cohen, *Phys. Rev. B* **52** (1995) 14935.
4. Z K Tang, L Y Zhang, N Wang, X X Zhang, G H Wen, G D Li, J N Wang, C T Chan, P Sheng, *Science*, **292** (2001) 2462.
5. A V Semenov, *Physica B* **284** (2000) 439.
6. Y C Lee, B S Mendoza, *Phys. Rev. B* **39** (1989) 4776.
7. Z M Sheng, Y G Gong, W P Zhang, *J Hangzhou Univ.* **18** (1991) 402.
8. M F Lin and D S Chuu, K W K Shung, *Phys. Rev. B* **56** (1997) 1430.
9. M F Lin, F L Shyu, *Physica B* **292** (2000) 117.
10. J Ruvalds, *Adv. Phys.* **30** (1981) 677.
11. G D Mahan, *Many-Particle Physics*, Second ed, Plenum Press, NY (1990).
12. W L McMillan, *Phys. Rev.* **167** (1968) 331.