

حالت RVB بهینه در شبکه مربعی: حالت پایه و برانگیخته

زهرا نوربخش، فرهاد شهبازی و سیداکبر جعفری

دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی اصفهان

(دریافت مقاله: ۸۶/۱۲/۱۵؛ دریافت نسخه نهایی: ۸۷/۹/۲۶)

چکیده

ما در این مقاله ضمن معرفی فاز یا حالت یگانه $(s=0)$ RVB، تابع موج وردشی RVB را به عنوان حالت پایه مدل هایزنبرگ با $s = \frac{1}{4}$ و برهم کنش پادفرومغناطیس روی شبکه مربعی بررسی می‌کنیم. با معرفی پارامترهای وردشی مناسب، به طور عددی و با استفاده از روش مونت کارلوی وردشی انرژی حالت پایه، همبستگی اسپینی و طیف برانگیختگیهای سه گانه $(s=1)$ در فاز RVB را به دست آورده و نشان می‌دهیم انرژی حالت پایه RVB در شبکه مربعی ۳۵٪ از انرژی نظم نیل در این شبکه کمتر است که نشانه وجود افت و خیزهای کوانتومی ناشی از اصل عدم قطعیت هایزنبرگ است. نتایج ما از تابع موج RVB در توافق خوبی با نتایج سایر روشهاست.

واژه‌های کلیدی: نظریه تشدید پیوند ظرفیتی (RVB)، مدل هایزنبرگ، برهم کنش پادفرومغناطیس، روش مونت کارلو وردشی، شبکه مربعی

۱. مقدمه

از جمله مسائل بغرنج فیزیک ماده چگال یافتن حالت پایه بر هم کنش پادفرومغناطیس با اسپین $s = \frac{1}{4}$ در شبکه‌های دو بعدی با هامیلتونی هایزنبرگ به صورت زیر است.

$$H = J \sum_{\langle i,j \rangle} S_i \cdot S_j \quad (1)$$

در این هامیلتونی معمولاً برهم کنش نزدیکترین همسایه‌ها را در نظر می‌گیرند و برای همسایه‌های دورتر $J = 0$ فرض می‌شود.

در سیستمهای اسپینی، اهمیت افت و خیزهای کوانتومی ناشی از اصل عدم قطعیت هایزنبرگ با کاهش بعد و اندازه اسپین زیاد می‌شود، به طوری که در یک بعد حل دقیق هامیلتونی هایزنبرگ نشان می‌دهد افت و خیزهای کوانتومی مانع رسیدن سیستم به نظم است [۱]. سیستمهای سه بعدی با اسپین بزرگتر از $\frac{1}{4}$ نیز به صورت آزمایشگاهی و نظری شناخته شده‌اند و حالت پایه این سیستمها به نظم نیل نزدیک است. در

این مقاله ما تابع موج وردشی $s = \frac{1}{4}$ RVB را به عنوان حالت پایه هامیلتونی هایزنبرگ در شبکه‌های دوبعدی با اسپین $\frac{1}{4}$ معرفی می‌کنیم.

از لحاظ تاریخی تولد و موارد استفاده از RVB را باید در شیمی جستجو کرد. پاؤلینگ در سال ۱۹۳۳ حالت مایع گونه RVB را به جای گاز الکترونی در فلزات در نظر گرفت [۲] و فاز الکترونی جدیدی معرفی کرد که توانست عایق بودن بعضی از فلزات (فلز مات) را توجیه کند. در فلز مات برهم کنش شدید دافع کولنی باعث نارسا شدن سیستمی با تعداد فرد الکترون می‌شود و قابل توصیف با مدل هایزنبرگ با برهم کنش پادفرومغناطیس است. این ارتباط موجب شد اندرسون در سال ۱۹۷۳ از RVB برای توصیف حالت پایه برهم کنش پادفرومغناطیس هایزنبرگ با $s = \frac{1}{4}$ استفاده کند [۳]

احتمال $h(i_1, j_1)$ را نشان می‌دهد.

برای رعایت قاعده علامت تابع موج، اسپینها را از یک زیرشبکه به زیرشبکه دوم در نظر می‌گیریم. همچنین شبکه را غیر ناکام فرض کردیم. منظورمان از نبود ناکامی^۲ در نظر نگرفتن پیوند بین اسپینهای یک زیرشبکه است.

در رابطه (۲) h کمیتی مثبت و تابع فاصله است؛ زمانی که کاهش h با فاصله شدید است سیستم در فاز بی نظم قرار دارد و زمانی که h مستقل از فاصله است یا تغییرات h با فاصله کند است در سیستم نظم نیل برقرار است. بنابراین توابع موج زیادی با وزن برابر وجود دارد و حالت پایه تشدید بین همه این حالتهاست. این مسئله موجب می‌شود تابع موج RVB به عنوان یک تابع موج وردشی مطرح باشد که پارامترهای وردشی مناسب را نیز باید برای آن تعریف و بهینه کرد. در اینجا چگونگی تغییرات تابع h با فاصله را به عنوان پارامتر وردشی تابع موج برای بهینه کردن انرژی در نظر می‌گیریم.

شکل ۱ حلقه‌های ایجاد شده از برهم نهی دو پیکربندی یگانه و هم وزن c_1 و c_2 را نشان می‌دهد. حاصل برهم نهی $\langle c_1 | c_2 \rangle$ برابر با $2^{N(c_1, c_2)}$ که $N(c_1, c_2)$ تعداد حلقه‌های ساخته شده از برهم نهی c_1, c_2 را نشان می‌دهد.

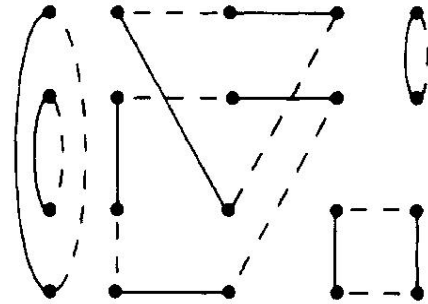
همبستگی اسپینی در فاز RVB قانون ساده‌ای دارد: اگر اسپینهای i و j متعلق به یک حلقه باشند $\frac{\langle c_1 | S_i \cdot S_j | c_2 \rangle}{\langle c_1 | c_2 \rangle} = \pm \frac{3}{4}$ است، علامت + مربوط به حالتی است که هر دو اسپین از یک زیر شبکه هستند و علامت منفی مربوط به حالتی که اسپینها از زیر شبکه‌های مختلف هستند و اگر اسپینهای i و j متعلق به یک حلقه نباشند $\langle c_1 | S_i \cdot S_j | c_2 \rangle = 0$ است.

۳. محاسبه مونت کارلو

انرژی حالت پایه برابر با

$$E_0 = \frac{\langle \Psi | H | \Psi \rangle}{\langle \Psi | \Psi \rangle} = \sum_{c_1, c_2} \frac{w(c_1)w(c_2) \langle c_1 | c_2 \rangle}{\langle \Psi | \Psi \rangle} \times \frac{\langle c_1 | H | c_2 \rangle}{\langle c_1 | c_2 \rangle}$$

$$= \sum_{c_1, c_2} P(c_1, c_2) \times E(c_1, c_2) \quad (3)$$



شکل ۱. برهم نهی دو پیکربندی $\langle c_1 |$ (نقطه چین) و $|c_2 \rangle$ (خطوط ممتد). $|c_1 \rangle$ و $|c_2 \rangle$ دو پیکربندی یگانه اسپینی با وزن برابر هستند. همان‌طور که در شکل می‌بینیم از این برهم نهی ۶ حلقه ایجاد شده است. روشن است الکترون‌هایی که روی یک حلقه حرکت می‌کنند خاصیت رسانایی ندارند و فاز RVB در حالت پایه عایق است.

وی نشان داد حالت پایه شبکه مثلثی RVB است؛ همچنین نظریه RVB از موفقترین نظریات در توجیه ابررسانایی دمای بالا است که در سال ۱۹۸۷ توسط اندرسون بیان شد [۴] و از آن زمان به بعد تعمیمها و تغییرات بسیاری به آن وارد شد [۵].

لیانگ داکوت و اندرسون در مقاله‌ای تابع موج بلندبرد RVB را پیشنهاد کردند [۶] و نشان دادند تابع موج بلند برد RVB نسبت به تابع موج کوتاه برد آن توصیف بهتری از حالت پایه نشان می‌دهد. در اینجا ما ضمن مرور اجمالی این مقاله که از معتبرترین مقاله‌ها در زمینه RVB است، حالت برانگیخته را برای تابع موج RVB در شبکه مربعی بررسی می‌کنیم.

۲. تابع موج RVB

تنها شرطی که برای تابع موج RVB داریم، جفت شدگی اسپینها به صورت یگانه^۱ یا پادمقارن در آن است. حالت‌های زیادی وجود دارد که این شرط را فراهم می‌کند و تابع موج نهایی جمع روی تمام پیکربندیها است. تابع موج RVB را به صورت زیر تعریف می‌کنیم.

$$|\Psi_{RVB}\rangle = \sum_{j \in B} \prod_{i \in A} h(i_1, j_1) \dots h(i_n, j_n) |i_1, j_1\rangle \dots |i_n, j_n\rangle \quad (2)$$

وجود پیوند یگانه بین اسپینهای i و j با $|i, j\rangle = |\uparrow_i \downarrow_j\rangle - |\downarrow_i \uparrow_j\rangle$

یک دور شبکه را جاروب کرده باشد یعنی احتمال افت و خیز برای تمام اسپینهای شبکه برابر است. در ضمن برای اینکه زودتر به تعادل برسیم، پیکربندی اولیه را به صورت دایمر یا دوتایی در نظر می‌گیریم.

با توجه به اینکه در انرژی همبستگی نزدیکترین همسایه‌ها مهم است، رفتار کوتاه برد h در تعیین انرژی مهم است. ما بهینه انرژی را تحت دو پارامتر $a_1 = \frac{h(\psi)}{h(\chi)}$ و $a_2 = \frac{h(\delta)}{h(\psi)}$ برای تابع

موج بلند برد به صورت $h(l) = h(\delta) \left(\frac{\delta}{l}\right)^p$ و تابع موج کوتاه برد به صورت $h(l) = h(\delta) a^{(l=\delta)}$ تعیین کردیم؛ که a و p نیز پارامترهای آزاد جهت بهینه کردن انرژی هستند و l فاصله منتهن^۱ بین دو اسپین را نشان می‌دهد که به صورت $l = |x_i - x_j| + |y_i - y_j|$ است.

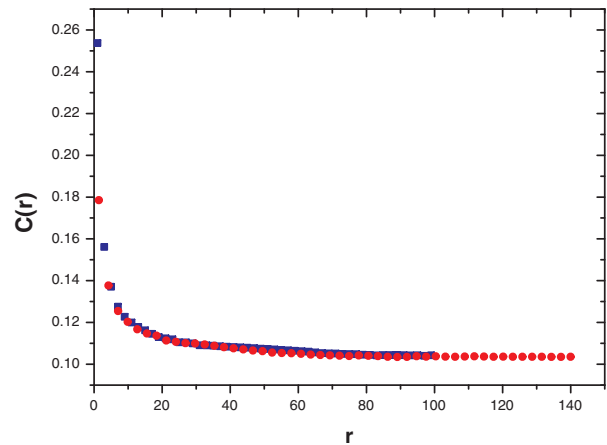
بهینه انرژی برای تابع موج کوتاه برد با سه پارامتر آزاد a_1 ، a_2 و a برابر با $E_0 = -0.6682(4)J$ و برای تابع موج بلند برد با سه پارامتر a_1 ، a_2 و p بهینه انرژی برابر با $E_0 = -0.6692(4)J$ به دست آمد. بنابراین تابع موج بلندبرد توصیف بهتری از حالت پایه RVB ارائه می‌دهد.

این انرژیها در شبکه مربعی با اندازه 64×64 حاصل شده است؛ نتایج برای شبکه 32×32 نیز در همین بازه قرار دارند و خطای ناشی از محدود بودن اندازه کمتر از خطای آماری است؛ همچنین در محاسبات شرایط مرزی دوره‌ای را در نظر گرفته‌ایم.

شکل ۲ نمودار همبستگی برای حالت بهینه تابع موج را نشان می‌دهد. همان طور که می‌بینیم تابع همبستگی از یک فاصله‌ای به بعد ثابت می‌شود و مستقل از اندازه و طول سیستم عمل می‌کند این رفتار نشانه وجود نظم بلند برد در سیستم است. با استفاده از نمودار همبستگی بر حسب r مغناطش به صورت زیر تعیین می‌شود (L اندازه شبکه را نشان می‌دهد).

$$C(r) = \langle S_i \cdot S_j \rangle \Rightarrow M = \sqrt{\lim_{r \rightarrow L/2} C(r)}. \quad (4)$$

با توجه به شکل ۲ مغناطش حالت پایه RVB در شبکه مربعی، برابر با $M_{\max} = 0.32$ حاصل می‌شود که مغناطش



شکل ۲. همبستگی اسپینی $\frac{\langle c_1 | S_i \cdot S_j | c_2 \rangle}{\langle c_1 | c_2 \rangle}$ در $C_{i,j} = \sum_{c_1, c_2} P(c_1, c_2)$ در شرایط بهینه. • همبستگی در راستای قطری و ■، همبستگی در راستای افقی یا عمودی در شبکه مربعی را نشان می‌دهد. همان طور که در شکل می‌بینیم تقارن شبکه مربعی نسبت به راستای قطری و افقی باعث می‌شود، همبستگی در این دو راستا برابر باشد.

است $|c\rangle = \prod_{j \in B} (i_j, j_j) \dots (i_n, j_n)$ $w(c) = \prod_{j \in B} h(i_j, j_j) \dots h(i_n, j_n)$ می‌باشد.

$E(c_1, c_2)$ انرژی برهم‌نهی $\langle c_1 |$ و $|c_2\rangle$ را نشان می‌دهد؛ بنابراین $P(c_1, c_2)$ را می‌توان وزن این برهم‌نهی در نظر گرفت. با در نظر گرفتن $P(c_1, c_2)$ به عنوان وزن متروپلیس و با اعمال تنها 10^6 گام متروپلیس می‌توانیم انرژی را با سرعت و دقت بسیار خوبی تعیین کنیم.

در محاسبات پیکربندی اولیه سیستم را به طور تصادفی انتخاب می‌کنیم یعنی هر اسپین از زیر شبکه اول به طور تصادفی با یک اسپین از زیر شبکه دوم جفت می‌شود. در قدم بعدی، اسپین i و یکی از همسایگان دوم آن، اسپین j را به طور تصادفی انتخاب می‌کنیم و جای اتصال بین آنها را عوض می‌کنیم یعنی $|c\rangle = |(i, f(i))(j, f(j)) \dots| \rightarrow |c'\rangle = |(i, f(j))(j, f(i)) \dots|$ $\frac{P(c'_1, c'_2)}{P(c_1, c_2)}$ را از رابطه (۳) حساب می‌کنیم. اگر این نسبت از عدد تصادفی r ، $0 < r < 1$ ، بزرگتر بود با این تغییر موافقت می‌کنیم.

انرژی و سایر کمیتها را زمانی حساب می‌کنیم که متروپلیس

$\langle c_1 | \sigma_z^{r'} S_i . S_j \sigma_z^r | c_2 \rangle$ می‌رسیم. یعنی باید همبستگی چهار اسپینی در فاز RVB را محاسبه کنیم. با توجه به اینکه متوسط اسپین در حالت یگانه RVB صفر است، $\langle \Psi | S | \Psi \rangle = 0$ ، لذا در محاسبه همبستگی $\langle c_1 | \sigma_z^{r'} S_i . S_j \sigma_z^r | c_2 \rangle$ تنها سهم جملاتی غیر صفر است که یا هر چهار اسپین متعلق به یک حلقه باشند یا اسپینها دو به دو در یک حلقه باشند. بر این اساس برای همبستگی سه حالت وجود دارد:

۱. حالتی که $\sigma_z^{r'}$ و σ_z^r در یک حلقه و S_i و S_j متعلق به حلقه دیگری هستند

$$\frac{\langle c_1 | \sigma_z^{r'} S_i . S_j \sigma_z^r | c_2 \rangle}{\langle c_1 | c_2 \rangle} = \pm \frac{3}{4} \quad (7)$$

۲. حالتی که S_i و σ_z^r در یک حلقه و $\sigma_z^{r'}$ و S_j متعلق به حلقه دیگری هستند

$$\frac{\langle c_1 | \sigma_z^{r'} S_i . S_j \sigma_z^r | c_2 \rangle}{\langle c_1 | c_2 \rangle} = \pm \frac{1}{4} \quad (8)$$

علامت منفی مربوط به حالتی که سه اسپین از چهار اسپین از یک زیر شبکه باشند.

۳. حالتی که هر چهار اسپین متعلق به یک حلقه باشند.

شکل ۳ نمونه‌ای از این برانگیختگی را نشان می‌دهد. همان طور که در شکل می‌بینیم دو برانگیختگی حلقه را به دو جزء تقسیم می‌کند. در اینجا همبستگی برای اسپینهای نظیر

$$\frac{\langle c_1^* | S_1 . S_2 | c_2^* \rangle}{\langle c_1^* | c_2^* \rangle} = -\frac{3}{4}$$

که مربوط به یک جزء حلقه هستند به

صورت یگانه و همبستگی برای اسپینهای نظیر

$$\frac{\langle c_1^* | S_5 . S_6 | c_2^* \rangle}{\langle c_1^* | c_2^* \rangle} = \frac{1}{4}$$

که مربوط به دو جزء حلقه هستند، به

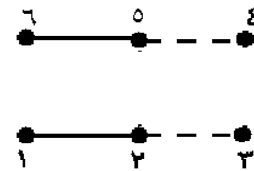
صورت سه گانه است.

۶. حالت برانگیخته در شبکه مربعی

انرژی حالت برانگیخته به صورت زیر است

$$E_k = \frac{\langle k | H | k \rangle}{\langle k | k \rangle} = \frac{\sum_{r,r'} \langle \Psi | \sigma_z^{r'} S_i . S_j \sigma_z^r | \Psi \rangle \times e^{ik.(r-r')}}{\langle k | k \rangle}$$

$$= \sum_{c_1, c_2} \frac{w(c_1, c_2)}{\langle k | k \rangle} \times \sum_{r,r'} \langle c_1 | \sigma_z^{r'} S_i . S_j \sigma_z^r | c_2 \rangle \times e^{ik.(r-r')} \quad (9)$$



$$\sigma_z^z |a\rangle = - | (1,2) \{3,4\} (5,6) \rangle$$

$$\sigma_z^z |b\rangle = - | (2,3) (4,5) \{6,1\} \rangle$$

شکل ۳. اثر دو برانگیختگی در یک حلقه.

کل $M_{\max} = 0/5$ است. بنابراین در حالت پایه شبکه مربعی ۶۵٪ نظم موجود است و افت و خیزهای کوانتمی موجب کاهش ۳۵٪ نظم در شبکه شده است.

۴. برانگیختگی در فاز RVB

یک کانیددا برای برانگیختگی کردن حالت پایه RVB، تبدیل یک جفت شدگی یگانه به سه گانه در تابع موج است. این حالت را به آسانی با اثر دادن عملگر اسپینی σ_l ، $l = x, y, z$ روی تابع موج می‌توان ایجاد کرد.

$$\sigma_i^z (i, j)_s = \sigma_i^z (|\uparrow_i \downarrow_j\rangle - |\uparrow_j \downarrow_i\rangle) = |\uparrow_i \downarrow_j\rangle + |\uparrow_j \downarrow_i\rangle = (i, j)_t \quad (5)$$

بنابراین تابع موج حالت برانگیخته در فضای وارون را می‌توان به صورت زیر تعریف کرد

$$|k\rangle = O_k | \Psi \rangle = \sum_r e^{ik.r} \sigma_z(r) | \Psi \rangle \quad (6)$$

و انرژی برانگیختگیها به صورت $\omega_k = \frac{\langle k | H | k \rangle}{\langle k | k \rangle} - E_0$ است که E_0 انرژی حالت پایه است.

۵. همبستگی اسپینی در فاز برانگیخته

قبلاً همبستگی اسپینی برای حالت پایه RVB را بیان کردیم و گفتیم اگر اسپینهای i و j در یک حلقه نباشند $\langle c_1 | S_i . S_j | c_2 \rangle = 0$ است و اگر اسپینهای i و j متعلق به یک

حلقه باشند $\frac{\langle c_1 | S_i . S_j | c_2 \rangle}{\langle c_1 | c_2 \rangle} = \pm \frac{3}{4}$ علامت + مربوط به حالتی

است که هر دو اسپین از یک زیر شبکه هستند و علامت منفی مربوط به حالتی که اسپینها از زیر شبکه‌های مختلف هستند. برای تعیین همبستگی اسپینی در حالت برانگیخته به عبارت

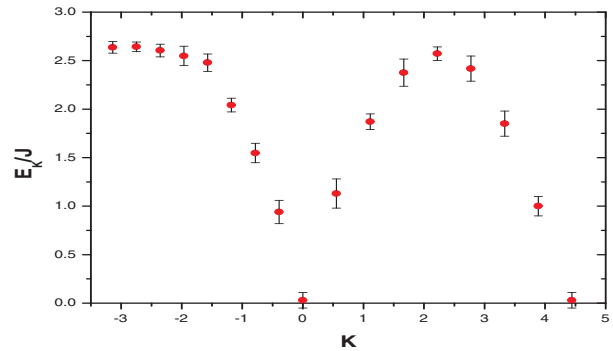
این مشکلات باعث می شود نتوانیم برانگیختگی را در شبکه‌هایی با اندازه بزرگ محاسبه کنیم. البته همان طور که قبلاً اشاره کردیم خطای ناشی از محدود بودن اندازه کمتر از خطای آماری است. نمودار ۴ انرژی پایینترین حالت برانگیخته شبکه مربعی با اندازه 16×16 را نشان می‌دهد. قبل از محاسبه انرژی برانگیختگی بهینه سازه‌های لازم را روی شبکه انجام داده‌ایم.

۷. نتیجه گیری

در این مقاله حالت RVB را به عنوان یک تخمین وردشی از حالت پایه شبکه مربعی با برهم کنش پادفرومغناطیس و $S = 1/2$ معرفی کردیم. بهینه انرژی را برابر با $E_0 = -0.6692(4)J$ به دست آوردیم که 35% از انرژی نظم نیل در شبکه مربعی ($E_N = -0.5J$) کمتر است. این مسئله وجود افت و خیزهای کوانتمی در شبکه را نشان می‌دهد. البته هر چند افت و خیزهای کوانتمی در حالت پایه موجود است؛ اما نظم بلند برد همچنان در شبکه برقرار است و مغناطش برابر با $M = 0.32$ حاصل شد؛ به عبارت دیگر در شبکه 65% نظم برقرار است.

در مقاله مروری [۷] محاسبه انرژی و مغناطش با بیش از ۲۰ روش مختلف ارائه شده است؛ در این میان کمترین انرژی محاسبه شده [۸] برابر با $-0.675(1)J$ مربوط به روش قطری کردن دقیق^۲ و بیشترین انرژی [۹] برابر $-0.642J$ با روش مونت کارلوی وردشی^۳ می‌باشد. همچنین این دو روش به ترتیب کمترین مغناطش، $M = 0.25$ ، و بیشترین مغناطش، $M = 0.43$ ، را در بین روشهای مورد بررسی نشان داده‌اند. همچنین پیش بینی نظریه موج اسپینی از انرژی حالت پایه $-0.6705J$ [۱۰] و مغناطش 0.303 است [۱۱]؛ تخمین بسط سری از انرژی $-0.6692(3)J$ و مغناطش 0.313 است [۱۲] و انرژی و مغناطش از روش مونت کارلو تابع گرین $-0.6692(2)J$ و $0.34(1)$ به دست آمده است [۱۳].

هر چند شانس RVB به عنوان حالت پایه شبکه مربعی زیاد نیست؛ اما توانست توصیف خوبی از حالت پایه ارائه دهد. البته



شکل ۴. انرژی پایینترین حالت برانگیخته در شبکه مربعی. جهت مثبت محور، بردار موج در راستای قطری و جهت منفی بردار موج در راستای افقی یا عمودی در فضای وارون شبکه مربعی را نشان می‌دهد. همان طور که شکل نشان می‌دهد در حالتی که نظم پادفرومغناطیس در شبکه موجود است، در حد $k \rightarrow 0$ انرژی به صورت خطی به صفر میل می‌کند، که شیب خط متناسب با سرعت موج برانگیختگی سه گانه (حالت مقید دو اسپینونی) است.

در محاسبه این انرژی با استفاده از متروپولیس، انرژی و وزن برهم نهی پیکربندی $\langle c_\uparrow^* | \langle c_\downarrow^* \rangle$ به صورت

$$E_k(c_\uparrow^*, c_\downarrow^*) = \frac{\sum_{r,r'} \langle c_\uparrow^* | \sigma_z^{r'} S_i \cdot S_j \sigma_z^{r'} | c_\downarrow^* \rangle \times e^{ik \cdot (r-r')}}{\sum_{r,r'} \langle c_\uparrow^* | c_\downarrow^* \rangle \times e^{ik \cdot (r-r')}}$$

$$P(c_\uparrow^*, c_\downarrow^*) = \sum_{c_\uparrow, c_\downarrow} \frac{w(c_\uparrow, c_\downarrow) \sum_{r,r'} \langle c_\uparrow^* | \sigma_z^{r'} \sigma_z^{r'} | c_\downarrow^* \rangle \times e^{ik \cdot (r-r')}}{\langle k | k \rangle}$$

حاصل می‌شود. می‌بینیم ضریب $e^{ik \cdot (r-r')}$ در وزن متروپولیس ظاهر می‌شود. یعنی برای هر k سیستم باید جداگانه به تعادل برسد.

مشکل دیگری که در محاسبه انرژی برانگیختگی وجود دارد خطای محاسبه است. انرژی برانگیختگی به صورت $\omega_k = E_k - E_0$ است. اختلاف دو عدد بزرگ است، هر چند خطای نسبی در محاسبه E_0 و E_k ناچیز است (در حدود 0.0001)، اما خطای محاسبه ω_k مجموع خطای مطلق این دو انرژی است. ضمن اینکه ω_k نیز عدد کوچکی است و خطای نسبی در محاسبه انرژی برانگیختگی زیاد است.

مشکل دیگر زمان اجرای برنامه است. در محاسبه E_k نیاز به جمع زدن روی تمام اسپینهای شبکه را داریم.^۱

۱. البته طبق بحثی که در بخش قبل داشتیم سهم بسیاری از برانگیختگیها صفر است و نیاز به محاسبه آنها نداریم.

۲. Exact diagonalization

۳. Variational Monte Carlo

نظریه موج اسپینی این رفتار به صورت شکست خود به خود تقارن و وجود مدهای گلدستون^۱ در سیستم تعبیر می‌شود. همچنین بی گاف بودن انرژی امکان وجود خاصیت رسانایی در حالت پایه تابع موج RVB را ایجاد می‌کند.

با پارامترهای وردشی بیشتر مسلماً می‌توانیم به انرژیهای بهتری دست یابیم؛ همچنین اضافه کردن ناخالصی به سیستم نیز می‌تواند شانس RVB را افزایش دهد. بی گاف بودن انرژی در $k=0$ نشانه وجود برانگیختگیهای سه گانه (حالت مقید دو اسپینون) در سیستم است. در رهیافت

مراجع

1. L Hulthen, *Arc. Mat., Astron Phys.* **26A** (1938) 1.
2. L Pauling, *J. Chem. Phys.* **1** (1933) 280.
3. P W Anderson, *Matt. Res. Bull.* **8** (1973) 153.
4. P W Anderson, *Science* **235** (1987) 1196.
5. B Edegger, V N Muthucumar and C Gros, *Advances in Physics* **56** (2007) 927.
6. S Liang, B Doucot, P W Anderson, *Phys. Rev. Lett.* **61** (1988) 927.
7. E Manousakis, *Rev. Mod. Phys.* **63** (1991) 1.
8. D Dagotto and A Moreo, *Phys. Rev. B* **38** (1988) 5087.
9. H Yokoyama and H Shiba, *J. Phys. Soc.* **56** (1987) 3570.
10. M Takahashi, *Phys. Rev. B.* **40** (1989) 2494.
11. G E Castilla and S Chakravarty, *Phys. Rev. B.* **43** (1991) 13687.
12. R R P Singh., *Phys. Rev. B* **39** (1989) 9760.
13. J Carlson, *Phys. Rev. B.* **40** (1989) 846.
۱۴. زهرانوربخش، پایان‌نامه کارشناسی ارشد " بررسی حالت پایه و برانگیخته RVB در شبکه‌های دوبعدی لانه زنبوری و مربعی"، دانشگاه صنعتی اصفهان (۱۳۸۶).