

به کاربردن تقریب دو حالت در تولید هیدروژن با فرود آمدن پروتون بر روی پوزیترونیوم

ابراهیم قنبری عدیوی

گروه فیزیک، دانشگاه اصفهان
پست الکترونیکی: ghanbari@phys.ui.ac.ir

(دریافت مقاله: ۸۷/۳/۲۳؛ دریافت نسخه نهایی: ۸۷/۱۲/۳)

چکیده

اگرچه داده‌های آزمایشگاهی برای تولید پادهیدروژن با فرود آمدن پادپروتون بر روی اتم پوزیترونیوم، به عنوان یک واکنش انتقال بار سه ذره‌ای، در انرژی‌هایی که برای انجام مطالعات بسیار دقیق طیف‌سنجی پادماده مناسبند هنوز گزارش نشده است، با این حال اندازه‌گیری‌های معدودی بر روی واکنش بار مزدوج آن انجام گرفته است. این واکنش تولید هیدروژن با فرود آمدن پروتون بر روی پوزیترونیوم است. در این مطالعه، روش تقریب دو حالت برای فرآیند انتقال بار در سیستم برخوردی پروتون-پوزیترونیوم به کار رفته است. با این روش نامتعامل بودن حالت‌های اولیه و نهایی سیستم و سهم آن در توزیع زاویه‌ای سطح مقطع‌های جزئی در نظر گرفته شده است. سطح مقطع‌های جزئی حالت به حالت برای گذار از حالت پایه پوزیترونیوم به حالت پایه و چند حالت برانگیخته هیدروژن گزارش شده و سطح مقطع‌های کل نیز در انتها آورده شده‌اند.

واژه‌های کلیدی: تشکیل هیدروژن، پادماده، تقریب دو حالت، سطح مقطع، واکنش مزدوج بار

۱. مقدمه

می‌توان از این گذار برای انجام آزمایش‌های طیف‌سنجی دقیق با دقت ۱ در 10^{15} استفاده کرد. اگر گذار دو فوتونی $1s-2s$ به طور دقیق در اتم پادهیدروژن اندازه‌گیری شود، می‌توان ثابت ری‌دبرگ پادهیدروژن (پادری‌دبرگ) را با دقت بالایی معلوم کرد. طبق قضیه CPT این دو ثابت باید با هم برابر باشند. مقایسه دقیق این دو ثابت می‌تواند معیار مهمی برای قبول یا رد این قضیه شود [۴،۵]. از ویژگی‌های دیگر اتم پادهیدروژن آن است که در محیط‌های عاری از ماده پایدار است و این پایداری زمینه لازم را برای مطالعات دقیق بیناب‌سنجی فراهم می‌آورد. ولی لازمه انجام چنین کاری آن است که پادهیدروژن در سرعت‌های پایین تولید شود تا بتوان به عنوان مثال از اثر دوپلر در تقریب مرتبه اول صرف‌نظر کرد. علاوه بر این برای به تله انداختن پادهیدروژن و آشکارسازی آن در تله‌های مغناطیسی باید آن را در دماهای بسیار پایین در حدود یک کلون تولید کرد و

یکی از موضوعات مورد علاقه فیزیکدانان نظری و تجربی در حال حاضر تحقیق در مورد تقارن‌های ماده و پادماده در جهان است. همان‌گونه که شناسایی و بررسی ویژگی‌های اتم هیدروژن از جمله خطوط طیفی آن، درک فیزیکدانان از ماده را متحول کرده و به کشف و شکوفایی نظریه مکانیک کوانتومی کمک قابل توجهی نموده است، شناسایی و بررسی اتم پادهیدروژن نیز می‌تواند زمینه لازم را برای توضیح ویژگی‌های پادماده و قوانین بنیادی فیزیک فراهم آورد [۱-۳]. به عنوان مثال، از بررسی‌های بیناب‌سنجی انجام شده بر روی اتم هیدروژن معلوم شده است که حالت برانگیخته $2s$ یک حالت شبه پایدار با طول عمر 0.14 ثانیه است. چنین طول عمری عامل باریکی قابل توجه نیم‌پهنای خط طیفی گذار $1s-2s$ است. با توجه به این که این نیم‌پهنای در حدود یک هرتز و بسامد چنین تابشی از مرتبه $10^{15} \times 2/5$ است،

کلاسیک و با پیشنهاد یک فرآیند دو مرحله‌ای که به آن فرآیند توماس گفته می‌شود، بررسی شده است [۱۹ و ۲۰]. در فرآیند توماس الکترون ابتدا توسط پرتابه و سپس توسط یون هدف در راستای نهایی پرتابه پراکنده می‌شود و چون سرعت آن با سرعت پرتابه برابر و بار آن مخالف بار پرتابه است جذب آن می‌شود. سپس در سکو [۲۱ و ۲۲] با بررسیهای کوانتومی نشان داد که فرآیند دوگانه توماس متناظر با جمله مرتبه دوم در سری بورن است. طبق اصل تطابق بوهر، نتایج کوانتومی در حالت حدی باید بر نتایج کلاسیکی منطبق باشند. بنابراین در انرژیهای خیلی زیاد انتظار می‌رود که فرآیند پراکنده دوگانه توماس فرآیند غالب و در نتیجه جمله مرتبه دوم بورن بیشترین سهم را در دامنه پراکنده داشته باشد. امروزه، روشهای تقریبی زیادی در نظریه پراکنده سه ذره‌ای وجود دارند که دامنه کاربرد هر کدام از آنها به گستره خاصی از انرژی فرودی محدود می‌شود. در این پژوهش، روش تقریب دو حالت [۲۳ و ۲۴] برای محاسبه سطح مقطعهای جزئی و کلی تشکیل هیدروژن در برخورد پروتون با پوزیترونیم به کار رفته است. در بخش دوم این مقاله به بیان اساس نظری فرمولبندی و انجام محاسبات برای واکنش مورد نظر پرداخته‌ایم و در بخش سوم نتایج محاسبات آورده شده مورد بحث قرار گرفته‌اند.

۲. اساس نظری و انجام محاسبات

یک برخورد سه ذره‌ای را در نظر می‌گیریم که در آن پرتابه P بر زوج مقیدی متشکل از یون هدف T و الکترون فعال e فرود می‌آید. جرم این ذرات را به ترتیب با M_T ، M_P و m نشان می‌دهیم. اگر انرژی پرتابه به اندازه کافی باشد، در خلال چنین برخوردی رویدادهای مختلفی می‌توانند به وقوع بپیوندند. یکی از این رویدادها ربایش الکترون توسط پرتابه است: $T + (P + e)^* \rightarrow T + (P + e)^*$ تابع موج زیرسیستم مقید، در کانال اولیه ویژه تابع هامیلتونی h_i و در کانال نهایی ویژه تابع هامیلتونی h_f است:

$$h_i \phi_i(\mathbf{r}_T) = \varepsilon_i \phi_i(\mathbf{r}_T); \quad h_i = -\frac{1}{2\mu_i} \nabla_{\mathbf{r}_T}^2 + V_{Te} \quad (1)$$

$$h_f \phi_f(\mathbf{r}_P) = \varepsilon_f \phi_f(\mathbf{r}_P); \quad h_f = -\frac{1}{2\mu_f} \nabla_{\mathbf{r}_P}^2 + V_{Pe},$$

که در آن ε_i و ε_f انرژی الکترون در حالت‌های مقید اولیه و

بالاخره به دلیل آن که ایجاد محیط کاملاً عاری از ماده در حال حاضر امکانپذیر نیست، برای انجام آزمایشهای دقیق بر روی پادماده باید به مقدار کافی پادهیدروژن تولید کرد [۱-۵].

روشهای مختلفی برای تولید پادهیدروژن پیشنهاد و در سرن (CERN) [۹-۶] و آزمایشگاه فرمی (Fermilab) [۱۰] به انجام رسیده است. در یکی از این آزمایشها که در سرن انجام شده است [۶]، با فرود آمدن پادپروتونهای نسبی با انرژیهای از مرتبه ۲ GeV بر روی اتمهای هیدروژن در یک هدف گازی و انجام واکنش سه ذره‌ای انتقال بار، اتمهای پادهیدروژن تولید شده‌اند که به دلیل اندک بودن تعداد پادهیدروژنهای خروجی و سرعت فوق‌العاده بالای آنها برای انجام آزمایشهای طیف سنجی مناسب نبودند. در آزمایش دیگری با به دام انداختن پادپروتونها و ترکیب آنها با پوزیترونهای سرد پادهیدروژن سرد تولید شده است [۷]. اخیراً با به دام انداختن پادپروتونهای ۵ مگاالکترون‌ولتی در تله پنینگ-یوفه مقدار زیادی پادهیدروژن سرد تولید کرده‌اند [۹]. یکی از روشهای دیگری که برای تولید پادهیدروژن پیشنهاد شده است فرود آمدن پادپروتون بر روی اتم پوزیترونیم در انرژیهای پایین و نانسیتی است. چنین واکنشی، به دلیل داشتن سطح مقطع بزرگ، برای تولید انبوه پادهیدروژنهای کند مناسب است ولی محدودیتهای تجربی برای کند کردن پادپروتون توسط شتاب‌گیرنده‌ها تا کنون امکان انجام چنین آزمایشی را فراهم نیاورده است و طراحیها برای فراهم آوردن چنین امکانی در حال پیشرفت است. به دلیل این محدودیتهای تجربی، به جای بررسی و اندازه‌گیریهای مستقیم بر روی این واکنش اندازه‌گیریهای محدودی بر روی واکنش مزدوج بار آن انجام گرفته است [۱۱]. در این آزمایشها با فرود آمدن پروتون بر روی اتم پوزیترونیم، هیدروژن تولید و سطح مقطع کل تولید آن در سه انرژی معین اندازه‌گیری شده است که البته از نظر آماری چندان غنی نیست. کارهای نظری بسیاری برای بررسی چنین واکنشی انجام پذیرفته است [۱۲-۱۵]. چون این واکنش یک مسئله سه ذره‌ای است، حل دقیق آن امکان‌پذیر نیست و روشهایی که برای توصیف آن به کار رفته‌اند تقریبی هستند [۱۸-۱۶]. بررسی نظری فرآیند انتقال الکترون در برخوردهای یون-اتی به وسیله توماس، در چارچوب مکانیک

در تقریب دو حالت، حالت کلی سیستم را به صورت یک برهم نهی خطی از این ویژه حالتها در نظر می‌گیریم:

$$|\psi\rangle = a(t) \exp(-iE_i t) |i\rangle + b(t) \exp(-iE_f t) |f\rangle \quad (6)$$

که باید معادله شرودینگر $H|\psi\rangle = i\partial|\psi\rangle/\partial t$ را برآورده سازد. قرار دادن این تابع موج در معادله شرودینگر و ضرب طرفین معادله به ترتیب در $|i\rangle$ و $|f\rangle$ و انجام کمی محاسبات ریاضی به دو معادله جفت شده زیر می‌انجامد:

$$\begin{aligned} i(1 - |f\rangle\langle i|) \dot{a}(t) &= (\langle i|V_i|i\rangle - \langle f|V_i|i\rangle \langle i|f\rangle) a(t) \\ &+ (\langle i|V_f|f\rangle - \langle f|V_f|f\rangle \langle i|f\rangle) b(t) e^{i(E_i - E_f)t} \\ i(1 - |f\rangle\langle i|) \dot{b}(t) &= (\langle f|V_i|i\rangle - \langle i|V_i|i\rangle \langle f|i\rangle) a(t) e^{i(E_i - E_f)t} \\ &+ (\langle f|V_f|f\rangle - \langle i|V_f|f\rangle \langle f|i\rangle) b(t). \end{aligned} \quad (7)$$

شرایط اولیه حاکم بر این مجموعه از معادلات آن است که در در زمانهای آغازین قبل از برخورد سیستم در حالت اولیه قرار دارد، یعنی $|a(-\infty)| = 1$ و $|b(-\infty)| = 0$. پاسخ معادلات جفت شده فوق را در چارچوب نظریه اختلال وابسته به زمان تحت شرایط اولیه فوق به دست آوریم. با قرار دادن پاسخ مرتبه صفر برای دامنه‌ها، $a = 1$ و $b = 0$ ، ماتریس گذار مرتبه اول برای گذار از حالت اولیه $|i\rangle$ به حالت نهایی $|f\rangle$ به صورت زیر به دست می‌آید:

$$T_{fi} = \frac{\langle f|V_i|i\rangle - \langle i|V_i|i\rangle \langle f|i\rangle}{1 - |f\rangle\langle i|}. \quad (8)$$

تبدیل فوریه توابع موج را به صورت:

$$\phi(\mathbf{k}) = \int \phi(\mathbf{r}) \exp(-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) d\mathbf{r} \quad (9)$$

در نظر می‌گیریم. بنابراین حالتهاى مجانبی سیستم در فضای تکانه خطی به صورت زیر خواهند بود:

$$\langle \mathbf{k}, \mathbf{K} | i \rangle = (2\pi)^{-3/2} \phi_i(\mathbf{k}) \delta(\mathbf{K} - \mathbf{K}_i), \quad (10)$$

$$\langle \mathbf{k}, \mathbf{K} | f \rangle = (2\pi)^{-3/2} \phi_f(\mathbf{k}) \delta(\mathbf{K} - \mathbf{K}_f).$$

همپوشانی انتگرالها بین حالتهاى اولیه و نهایی، را با محاسبه حالتهاى اولیه و نهایی در فضای تکانه، وارد کردن رابطه بستاری تکانه‌ای بین براکتها، وارد کردن توابع موج در انتگرالده و حذف توابع دلتای دیراک سه بعدی ظاهر شده در عبارت به دست آمده، می‌توان به صورت زیر محاسبه کرد:

نهایی، $\phi_i(\mathbf{r}_T)$ و $\phi_f(\mathbf{r}_P)$ ویژه توابع توصیف کننده حالت الکترون در این کانالها، بردارهای \mathbf{r}_T و \mathbf{r}_P بردارهای وضعیت الکترون نسبت به T و P و سرانجام V_{Te} و V_{Pe} پتانسیلهای برهم کنش دوجسمی بین الکترون و یونهاى پرتابه و هدف هستند که در مسئله مورد نظر ما این برهم کنشها کولنی هستند. جرمهای کاهش یافته زیرسیستمهای مقید در کانالهای اولیه و نهایی به ترتیب با μ_i و μ_f نشان داده شده‌اند. پتانسیلهای مختل کننده اولیه و نهایی به ترتیب برابر $V_i = V_{PT} + V_{Pe}$ و $V_f = V_{PT} + V_{Te}$ هستند. هامیلتونی کل سیستم سه ذره‌ای را می‌توان به یکی از صورتهای $H = H_i + V_i$ یا $H = H_f + V_f$ نوشت که در آن:

$$H_i = -\frac{1}{2\mu_i} \nabla_{\mathbf{r}_T}^2 + h_i + V_i, \quad (2)$$

$$H_f = -\frac{1}{2\mu_f} \nabla_{\mathbf{r}_P}^2 + h_f + V_f$$

است. \mathbf{R}_P و \mathbf{R}_T بردارهای وضعیت یونهاى P و T نسبت به مرکز جرم زیرسیستمهای مقید $(T+e)$ و $(P+e)$ و v_i و v_f جرمهای کاهش یافته متناظر در کانالهای اولیه و نهایی هستند:

$$v_i = M_P(M_T + m) / (M_P + M_T + m); \quad (3)$$

$$v_f = M_T(M_P + m) / (M_P + M_T + m).$$

اگر فرض کنیم که کل سیستم یک سیستم دو حالتی است که حالتهاى آن را می‌توان با کتهای $|i\rangle$ و $|f\rangle$ در فضای هیلبرت متناظر نشان دهیم، با بهنجارش تابع موج ذره آزاد به صورت $\langle \mathbf{r} | \mathbf{k} \rangle = (2\pi)^{-3/2} \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})$ این حالتها را می‌توان در فضای موقعیت به صورت زیر نمایش داد:

$$\langle \mathbf{R}_T, \mathbf{r}_T | i \rangle = (2\pi)^{-3/2} \phi_i(\mathbf{r}_T) \exp(i\mathbf{K}_i \cdot \mathbf{R}_T), \quad (4)$$

$$\langle \mathbf{R}_P, \mathbf{r}_P | f \rangle = (2\pi)^{-3/2} \phi_f(\mathbf{r}_P) \exp(i\mathbf{K}_f \cdot \mathbf{R}_P).$$

بردارهای موج ذرات فرودی و پراکنده شده را با \mathbf{K}_f و \mathbf{K}_i نشان داده و انتشار آنها را همانند انتشار ذره آزاد منظور کرده‌ایم. حالتهاى نشان داده شده در رابطه (۴) معادلات شرودینگر $H_i|i\rangle = E_i|i\rangle$ و $H_f|f\rangle = E_f|f\rangle$ را برآورده می‌سازند که در آن:

$$E_i = \frac{1}{2\mu_i} K_i^2 + \varepsilon_i, \quad (5)$$

$$E_f = \frac{1}{2\mu_f} K_f^2 + \varepsilon_f.$$

که با استفاده از آن آهنگ احتمال گذار به حالت‌های نهایی برابر

$$2\pi \left| T_{fi} \right|^2 d\rho = 2\pi v_f K_f \left| T_{fi} \right|^2 d\Omega$$
 خواهد بود. با تعریف
 سطح مقطع جزئی به صورت نسبت آهنگ احتمال گذار در واحد
 زاویه فضایی به شار ذرات فرودی داریم:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{C.M.} = (2\pi)^2 v_i v_f \left(\frac{K_f}{K_i} \right) \left| T_{fi} \right|^2 \quad (18)$$

برای فرآیند بازچینی در گذار از حالت پایه اتم پوزیترونیم به
 حالت پایه یا برانگیخته اتم هیدروژن، یعنی گذار $1s \rightarrow nlm$ ،
 ماتریس گذار را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$T_{nlm} = \frac{\frac{1}{2\pi^2} \int \frac{d\mathbf{k}}{k^2} \phi_{nlm}^*(\mathbf{k} + \mathbf{K}) \phi_{..}(\mathbf{k} - \mathbf{J}) - \left(\frac{K^2}{2\mu_f} - \varepsilon_f + \frac{1}{\pi^2} \right) \phi_{nlm}^*(\mathbf{K}) \phi_{..}(-\mathbf{J})}{(2\pi)^2 \left[1 - \left| \phi_{nlm}^*(\mathbf{K}) \phi_{..}(-\mathbf{J}) \right| / (2\pi)^2 \right]} \quad (19)$$

در صورتی که گذار $1s \rightarrow 1s$ را در نظر بگیریم می‌توان به
 روش زیر جمله انتگرالی در معادله (۱۹)، که آن را با I نمایش
 می‌دهیم، را به صورت تحلیلی محاسبه کرد.

$$I = 8\pi\sqrt{2} \int \frac{d\mathbf{k}}{k^2} \frac{1}{\left(k^2 + 2\mathbf{k} \cdot \mathbf{K} + K^2 + 1 \right)^2} \frac{1}{\left(k^2 - 2\mathbf{k} \cdot \mathbf{J} + J^2 + \frac{1}{4} \right)^2} \quad (20)$$

با استفاده از انتگرال فاینمن:

$$\frac{1}{ab} = \int_0^1 \frac{dt}{[at + b(1-t)]^2}, \quad (21)$$

و مشتق‌گیرهای متوالی نسبت به a و b داریم:

$$\frac{1}{a^m b^n} = \frac{(m+n-1)!}{(m-1)!(n-1)!} \int_0^1 \frac{t^{m-1} (1-t)^{n-1} dt}{[at + b(1-t)]^{m+n}}, \quad (22)$$

به ویژه برای $(m=n=2)$ داریم:

$$\frac{1}{a^2 b^2} = 6 \int_0^1 \frac{t(1-t) dt}{[at + b(1-t)]^4}. \quad (23)$$

با به کاربردن معادله (۲۳) در معادله (۲۰) می‌توان آن را به
 صورت:

$$I = 8\pi\sqrt{2} \left(6 \int_0^1 dt (1-t)t \int \frac{d\mathbf{k}}{k^2} \frac{1}{\left(k^2 + 2\mathbf{v} \cdot \mathbf{k} + x \right)^4} \right). \quad (24)$$

که در آن $x = \frac{1}{4}(K^2 + 1)(t+1)$ ، $\mathbf{v} = (\mathbf{K} + \mathbf{J})t - \mathbf{J}$ و هر دو

$$\langle f|i \rangle = (2\pi)^{-3} \phi_f^*(\mathbf{K}) \phi_i(-\mathbf{J}) \quad (11)$$

که در آن \mathbf{J} و \mathbf{K} به ترتیب تکانه‌های انتقال یافته به یونهای
 هدف و پرتابه در خلال برخورد است. دامنه گذار مرتبه اول
 بورن، $\langle f|V_i|i \rangle$ ، را نیز می‌توان با وارد کردن مجموعه کاملی
 از تکانه‌ها، استفاده از مختصات ژاکوبی مناسب، به کاربردن
 معادله (۱)، محاسبه انتگرالهای ظاهر شده بر روی توابع دلتای
 دیراک و قدری ساده‌سازی ریاضی، به صورت زیر نوشت:

$$\langle f|V_i|i \rangle = -\frac{(2\pi)^{-3}}{2\mu_f} (K^2 - 2\mu_f \varepsilon_f) \phi_f^*(\mathbf{K}) \phi_i(-\mathbf{J}) + (2\pi)^{-6} \int d\mathbf{k} \phi_f^*(\mathbf{K} - \mathbf{k}) \phi_i(-\mathbf{k} - \mathbf{J}) V_{PT}(\mathbf{k}). \quad (12)$$

با توجه به این که برهم‌کنش بین همه ذرات کولنی است
 می‌توان به جای $V_{PT}(\mathbf{k})$ تبدیل فوریه پتانسیل دافعه کولنی
 $(1/r)$ یعنی $V_{PT}(\mathbf{k}) = 4\pi/k^2$ را قرار داد. مقدار چشمداشتی
 پتانسیل مختل کننده در کانال اولیه روی حالت اولیه سیستم یا
 ماتریس گذار $\langle i|V_i|i \rangle$ را می‌توان به شکل انتگرالی زیر نوشت:

$$\langle i|V_i|i \rangle = \int d\mathbf{R} V_{PT}(\mathbf{R}) + \int d\mathbf{R} d\mathbf{r}_T V_{Pe}(\mathbf{r}_P) |\phi_i(\mathbf{r}_T)|^2, \quad (13)$$

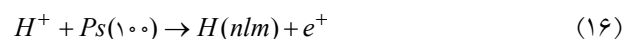
که در آن بردار \mathbf{R} نشانگر بردار وضعیت P
 نسبت به T است. با وارد کردن پتانسیلهای جاذبه و دافعه دو
 جسمی کولنی، و تابع موج حالت پایه اتم پوزیترونیم،
 $\phi_{..}(\mathbf{r}_T) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-r/2)$ در رابطه فوق داریم:

$$\langle i|V_i|i \rangle = (2\pi)^{-3} \left[\int \frac{d\mathbf{R}}{R} - \frac{1}{4\pi} \int \frac{d\mathbf{R} d\mathbf{r}_T}{|\mathbf{R} + \mathbf{r}_T|} \exp(-r_T) \right], \quad (14)$$

به این ترتیب با محاسبه قسمت‌های مختلف انتگرال خواهیم داشت:

$$\langle i|V_i|i \rangle = \frac{1}{16\pi^3} \int \frac{d\mathbf{R}}{R} \int_R^\infty (r_T - R) r_T \exp(-r_T) dr_T = \frac{1}{\pi^2} \quad (15)$$

به این ترتیب چشمداشتی پتانسیل اختلال اولیه روی حالت
 اولیه کل سیستم برای فرآیند:

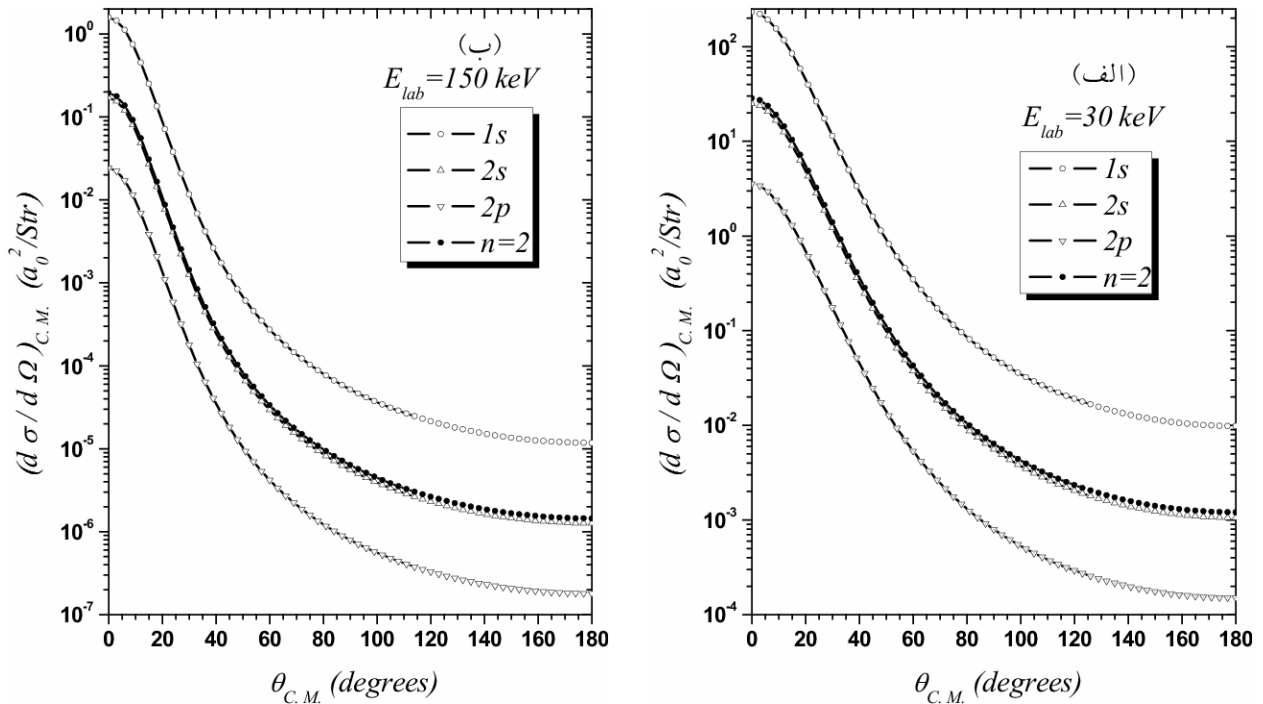


برابر $\frac{1}{\pi^2}$ است. با توجه به بهنجارش انجام شده برای موج

تخت، شار ذرات فرودی برابر $j_i = (2\pi)^{-3} K_i / v_i$ است.

چگالی حالت‌های نهایی در واحد انرژی را نیز می‌توان به
 صورت زیر محاسبه کرد:

$$d\rho_f = \frac{K_f^3 dK_f d\Omega}{dE_f} = v_f K_f d\Omega, \quad (17)$$



شکل ۱. سطح مقطع جزئی تشکیل هیدروژن در حالت پایه ۱s و حالت‌های برانگیخته ۲s و ۲p در برخورد پروتون با اتم پوزیترونیم در حالت پایه به ازای انرژیهای فرودی: الف) ۳۰ keV و ب) ۱۵۰ keV.

شکل‌های ۱- الف و ۱- ب، سطح مقطع جزئی تشکیل هیدروژن در برخورد پروتون با اتم پوزیترونیم در حالت پایه و گذار الکترون به حالت‌های ۱s، ۲s و ۲p هیدروژن تشکیل شده، به ترتیب به ازای انرژیهای فرودی ۳۰ keV و ۱۵۰ keV نشان داده شده است. سطح مقطعها در چارچوب مرکز جرم سیستم سه ذره‌ای محاسبه شده‌اند و گستره زاویه‌ای بین صفر تا ۱۸۰ درجه منظور گردیده است.

از بررسی قسمت‌های الف و ب در شکل ۱ دیده می‌شود که توزیع زاویه‌ای سطح مقطع برای همه حالتها تقریباً دارای شکل یکسان ولی بزرگی متفاوتی است. همان‌گونه که انتظار می‌رود گذار به حالت پایه گذار غالب است و گذار به حالت‌های برانگیخته نسبت به گذار به حالت پایه کوچک هستند. سطح مقطع جزئی با افزایش انرژی رو به کاهش می‌گذارد و کم می‌شود. در سطح مقطعهای محاسبه شده مشابه برای برخورد پروتون با هیدروژن به استفاده از تقریب دو حالت، در زوایای رو به جلو یک فرورفتگی در سطح مقطع دیده می‌شود که ناشی از آن است که دو جمله ظاهر شده در صورت

تابع t هستند. اکنون با استفاده از تساوی انتگرالی

$$\int \frac{dk}{k^2} \frac{1}{(k^2 + 2\mathbf{v} \cdot \mathbf{k} + x)^2} = \frac{\pi^2}{x\sqrt{x-v^2}}. \quad (25)$$

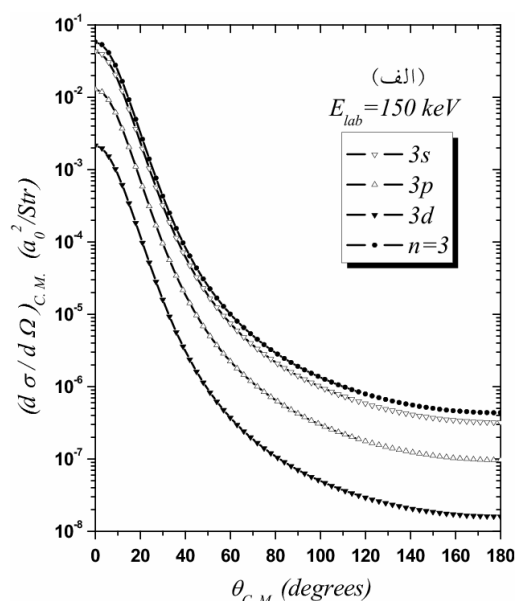
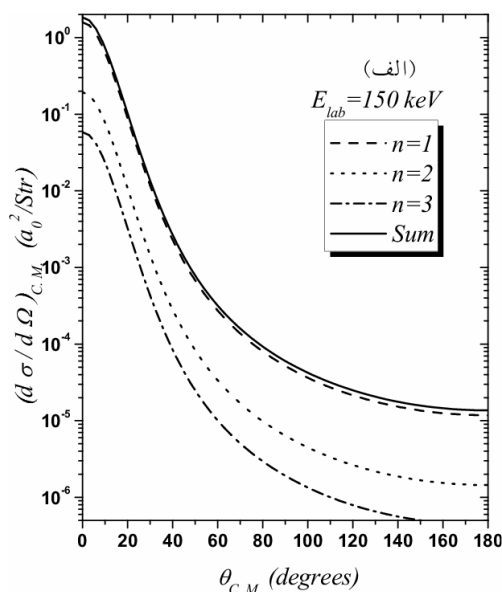
و دو بار مشتق‌گیری از طرفین آن نسبت به x ، انتگرال سه بعدی درونی در معادله (۲۴) محاسبه می‌شود. با جانشانی نتیجه در (۲۴) به سه انتگرال یک‌بعدی بر حسب t خواهیم رسید:

$$I = 8\pi^3 \sqrt{v} \int_0^1 dt (1-t)t \times \left(\frac{3}{4x(x-v^2)^{5/2}} + \frac{2}{x^2(x-v^2)^{3/2}} + \frac{2}{x^3(x-v^2)^{1/2}} \right), \quad (26)$$

که این انتگرالها را هم به راحتی می‌توان به روش تحلیلی محاسبه کرد. برای سایر گذارها حل تحلیلی انتگرال I میسر نیست و باید آن را به روش عددی محاسبه کنیم. در اینجا برای محاسبه انتگرالهای مربوط به گذارهای برانگیخته از کوادراتور نه نقطه‌ای گوس-لژاندر استفاده کرده‌ایم.

۳. نتایج و بحث

در این بخش قسمتی از نتایج محاسبات را می‌آوریم. در



شکل ۲. سطح مقطع جزئی تشکیل هیدروژن الف) در حالت‌های برانگیخته $3s$ و $3p$ و $3d$ به ازای انرژی فرودی 150 keV و ب) مقایسه سطح مقطع‌های گذار به مدارهای اصلی کوانتومی $n=1, 2, 3$ و مجموع آنها در همان انرژی.

به گونه‌ای که می‌توان سطح مقطع کل برای گذار به تمام حالت‌های مقید نهایی را از رابطه

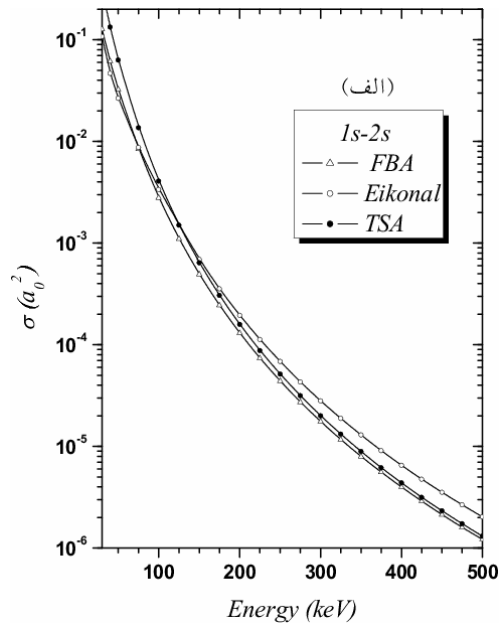
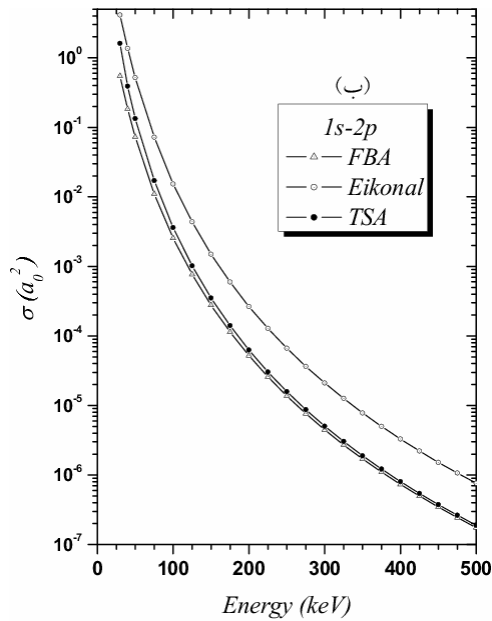
$$\sigma_t = \sigma_1 \sum_{n=1}^{\infty} 1/n^2 = 1/20 \cdot 206 \sigma_1$$

حالت پایه در هر زاویه‌ای تقریباً ۸۳ درصد سطح مقطع کل تشکیل هیدروژن را در آن زاویه شامل می‌شود.

در شکل ۳-الف سطح مقطع کلی تشکیل هیدروژن در برخورد پروتون با پوزیترونیم با استفاده از تقریب دو حالت (TSA) برای گذار $(1s-2s)$ و در شکل ۳-ب همین کمیت برای گذار $(1s-2p)$ محاسبه شده و نتایج به دست آمده با نتایج مشابه حاصل از تقریب مرتبه اول بورن (FBA) و تقریب آیکونال (Eikonal) مقایسه شده‌اند [۲۵]. همان‌گونه که محاسبات نظری بسیاری نشان می‌دهند، این تقریبها برای ناحیه انرژی متوسط و بالا تا جایی که پراکندگی دوگانه توماس اهمیت نیافته باشد برای توضیح فرآیند انتقال بار در برخوردهای سه جسمی تقریبهای موفقی هستند. شکل ۳-الف نشان می‌دهد که برای گذار $(1s-2s)$ نتایج حاصل از تقریب دو حالت در انرژیهای پایین، بیشتر از نتایج حاصل از دو تقریب دیگر است ولی با افزایش انرژی این نتایج کاهش یافته و در

معادله (۱۹) که از دو پتانسیل با علائم مخالف ناشی می‌شوند، سهم یکدیگر را خنثی می‌کنند. این فرو رفتگی در سطح مقطع غیر فیزیکی است، زیرا اندازه‌گیریهای تجربی چنین فرورفتگی‌ای را نشان نمی‌دهند. همان‌گونه که از شکل ۱ دیده می‌شود این فرورفتگی در سطح مقطع مربوط به تشکیل هیدروژن مشاهده نمی‌شود.

در شکل ۲-الف نشان می‌دهد که سطح مقطع مربوط به حالت‌های برانگیخته $3s$ و $3p$ و $3d$ نسبت به گذار به حالت پایه بسیار کوچک و عملاً می‌توان از سهم آنها در سطح مقطع کل چشم‌پوشی کرد. با این حال این سطح مقطعها نیز در زوایای رو به جلو دارای بیشینه هستند و با افزایش زاویه پراکندگی به وضوح رو به کاهش می‌گذارند. همچنین این سطح مقطعهای جزئی نیز با افزایش انرژی فرودی کاهش می‌یابند. در شکل ۲-ب سطح مقطع گذار به مدارهای نهایی متناظر با اعداد کوانتومی اصلی $n=1, 2, 3$ با یکدیگر و با مجموع آنها مقایسه شده است. همان‌گونه که در شکل دیده می‌شود گذار به حالت پایه بر گذار به سایر حالتها غالب است و قاعده ساده $1/n^2$ اینها را تقریباً برقرار است به طوری که روابط $\sigma_3 \approx \sigma_1 / 27$ و $\sigma_4 \approx \sigma_1 / 16$ به تقریب در تمام زوایا برقرارند.



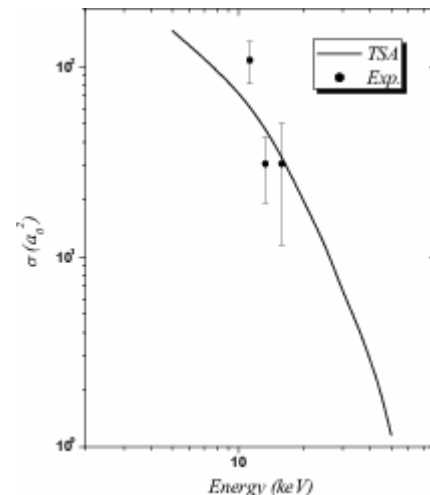
شکل ۳. سطح مقطع کلی تشکیل هیدروژن برای گذارهای: الف) (۱s-۲s) و ب) (۱s-۲p) که با تقریب دو حالت محاسبه شده‌اند با نتایج حاصل از محاسبات انجام شده با تقریب اول بورن و تقریب ایکنال مقایسه شده است.

FBA نزدیکتر و در نهایت بر آنها منطبق می‌شوند.

در شکل ۴ نتایج حاصل از TSA به انرژیهای پایتتر برون‌یابی شده و با نتایج تجربی اندکی که برای واکنش سه‌جسمی مورد نظر گزارش شده‌اند مقایسه گردیده‌است. اگرچه داده‌های تجربی گزارش شده از نظر تعداد یا آمار داده‌های قابل توجهی نیستند با این حال مقایسه نشان می‌دهد که نتایج حاصل از محاسبات با داده‌های آزمایشگاهی سازگار و در توافق است.

۴. نتیجه‌گیری

در این پژوهش از تقریب دو حالت برای محاسبه سطح مقطعهای جزئی و کلی تشکیل هیدروژن در برخورد پروتون با اتم پوزیترونیوم در حالت پایه، استفاده شده است. این تقریب برای ناحیه انرژی متوسط و بالا و برای گذار الکترون به حالت پایه و چند حالت برانگیخته اتم هیدروژن به کار برده شده است. با این روش نامتعاد بودن حالت‌های اولیه و نهایی سیستم و سهم آن در توزیع زاویه‌ای سطح مقطعهای جزئی و نیز اثر آن بر سطح مقطعهای کلی مورد بررسی قرار گرفته است. در واقع می‌توان تقریب دو حالت را نوعی تصحیح در تقریب اول بورن



شکل ۴. مقایسه نتایج حاصل از TSA و داده‌های اندک آزمایشگاهی قابل دسترس.

انرژیهای بالا بر سطح مقطعهای حاصل از تقریب اول بورن منطبق می‌شوند. این تطبیق به آن دلیل است که در معادله (۱۹) با افزایش انرژی مخرج کسر به واحد نزدیک می‌شود. همان‌گونه که از شکل ۳-ب دیده می‌شود برای گذار (۱s-۲p) نتایج حاصل از TSA در همه انرژیها مقادیری بین دو تقریب دیگر دارد ولی با افزایش انرژی این مقادیر به نتایج حاصل از

پراکندگی هستند به آنها افزود. در ناحیه اعتبار تقریب دو حالت، نتایج حاصل از آن با نتایج به دست آمده از محاسبات دیگر و نیز نتایج آزمایشگاهی قابل دسترس مقایسه شده‌اند که این مقایسه سازگاری خوبی را نشان می‌دهد.

دانست. همانند تقریب اول بورن کارایی تقریب دو حالت در انرژیهای متوسط و بالا است. در انرژیهای خیلی زیاد که فرآیند پراکندگی دوگانه توماس فرآیند غالب است هم تقریب اول بورن و هم تقریب دو حالت اعتبار خود را از دست می‌دهند و باید جملات مرتبه دومی را که نشانگر سهم فرآیند توماس در

مراجع

- 062709.
16. J S Briggs and E A Solov'ev, *J. Phys. B* **34** (2001) 1337.
17. R A Sultanov and S K Adhikari, *Phys. Rev. A* **61** (2000) 022711.
18. C Y Hu, D Caballero and Z Hlousek, *J. Phys. B* **34** (2001) 331.
19. L H Thomas, *Proc. Roy. Soc. London A* **114** (1927) 561.
20. G W F Drake, *Springer Handbook of Atomic, Molecular, and Optical Physics*, 2nd Edition, Spriger, New York (2006).
21. R M Drisko, Ph. D. Thesis, Carnegie Institute of Technology (1955).
22. E Ghanbari Adivi, M J Brunger, M A Bolorizadeh and L Campbel, *Phys. Rev. A* **75** (2007) 022704.
23. Y B Band, *Phys. Rev. A* **8** (1973) 243.
24. Y B Band, *Phys. Rev. A* **8** (1973) 2857.
25. S Tripathi, R BisWas, C Sinha, *Phys. Rev. A* **51** (1995) 3584.
1. Charlton et al., *Phys. Rep.* **241** (1994) 65.
2. M H Holzscheiter and M Charlton, *Rep. Prog. Phys.* **62** (1999) 1.
3. J Eades and F J Hartmann, *Rev. Mod. Phys.* **71** (1999) 373.
4. Th Udem et al., *Phys. Rev. Lett.* **79** (1997) 2646.
5. C Cesar et al., *Phys. Rev. Lett.* **77** (1996) 255.
6. G Baur et al., *Phys. Lett B* **368** (1996) 251.
7. M Amoretti, et al., *Phys. Lett B* **583** (2004) 59.
8. G Gabriels, et al., *Phys. Rev. Lett.* **93** (2004) 073401.
9. G Gabriels, et al., *Phys. Rev. Lett.* **100** (2008) 113001.
10. G Blanford et al., *Phys. Rev. Lett.* **80** (1998) 3037.
11. J P Merrison et al., *Phys. Rev. Lett.* **78** (1997) 2728.
12. A Chattopadhyay and C Sinha, *Phys. Rev A* **74** (2006) 022501.
13. D B Cassidy, J P Merrison, M Charlton, J Mitroy and G Ryzhikh, *J. Phys. B* **32** (1999) 1923.
14. J Mitroy and G Ryzhikh, *J. Phys. B* **30** (1997) L371.
15. N Yamanaka, Y Kino, *Phys. Rev. A* **65** (2002)