

## واپاشیهای پنگوئن در کوارک $b$

حسین مهربان

گروه فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه سمنان  
پست الکترونیکی: hmehraban@semnan.ac.ir

(دریافت مقاله: ۸۷/۹/۱۵؛ پذیرش: ۸۸/۳/۲۰)

### چکیده

در این تحقیق ساختار پنگوئن QCD معرفی و تا تقریب مرتبه دوم محاسبه شده است. دامنه واپاشیهای مربوط به پنگوئن QCD در مدل کوارک در مرتبه اول و دوم محاسبه شده است. دامنه پنگوئن QCD در پایینترین مرتبه  $\alpha_s$  برای واپاشی فرآیندهای مرتبه اول به صورت  $q_k g \rightarrow q_k q_i \bar{q}_j$  و مرتبه دوم به صورت  $q_k q_i \bar{q}_j \rightarrow q_k q_i \bar{q}_j g \rightarrow q_k q_i \bar{q}_j (q_o \bar{q}_p)$  محاسبه شده است. آهنگ زمانی واپاشیهای مختلف کوارک  $b$  تا تقریب مرتبه اول و دوم پنگوئن QCD محاسبه شده است. ملاحظه می‌کنیم که آهنگ زمانی واپاشیهای مرتبه دوم نسبت به مرتبه اول در واپاشیهای کوارک  $b$  بسیار کوچک است. با محاسبه نسبت تناسب واپاشیهای کوارک  $b$  - پادکوارک  $\bar{b}$ ، ملاحظه می‌کنیم که تقریب مرتبه دوم پنگوئن QCD در این واپاشیها ناچیز و قابل صرف نظر کردن می‌باشد.

واژه‌های کلیدی: پنگوئن QCD، مدل کوارک، کوارک  $b$ ، آهنگ زمانی واپاشی، نسبت تناسب

### ۱. مقدمه

اثرات آن در واپاشیهای ضعیف مورد مطالعه قرار گرفت. مهمترین مسئله از برهم‌کنشهای قوی در این واپاشیها، قانون  $\Delta I = 1/2$  در برهم‌کنشهای ضعیف غیر لپتونی در مورد ذرات عجیب است [۳]. به وسیله پدیده آزادی جانبی امکان کنترل کامل آزمایشگاهی در فواصل کوتاه به وجود آمد. در نظریه QCD بسط OPE در رابطه با برهم‌کنشهای ضعیف غیر لپتونی به چندین جمله تکنیکی که می‌توانند هامیلتونی موثر در برهم‌کنشهای ضعیف در فواصل کوتاه را محاسبه نماید، محدود می‌شود. برهم‌کنشهای ضعیف توسط بوزون  $W$  حمل می‌شوند، بنابراین این فواصلی در حدود  $1/M_W$  با حدود  $M_W = 80 \text{ GeV}$  می‌باشند. تحلیل نظریه QCD در این فواصل با هامیلتونی موثر انجام می‌شود. پدیده آزادی جانبی در فواصل کوتاه نشان می‌دهد که برهم‌کنشهای قوی وابستگی لگاریتمی به اندازه حرکت دارد [۴]. نتیجه تعیین وابستگی

نظریه مناسبی در سال ۱۹۵۷ برای واپاشیهای ضعیف غیر لپتونی پیشنهاد شد که بعدها پنگوئن نامیده شد. این مکانیزم به ایده ویلسون یعنی بسط حاصل ضرب عملگری OPE در فواصل کوتاه و آشکار شدن اثر متقابل این تئوری به کوارکهای سنگین در نظریه GIM و کوارکهای سبک در خواص کایرال از QCD گسترش یافت و به این ترتیب تئوری پنگوئن پیشنهاد شد تا نقش جدیدی در میدانهای پدیده شناسی ذرات ایفا کند [۱]. واپاشیهای پنگوئن قبل از تحلیل اثرات QCD در واپاشیهای مزون  $K$  بیان شده بود و به مدت کوتاهی نمودارهای پنگوئن نقش مهمی در نقض  $CP$  ایفا کردند که ابتدا در واپاشیهای مزون  $K$  و بعد از آن در واپاشیهای مزون  $B$  مورد مطالعه قرار گرفتند [۲]. زمانی که QCD به عنوان تئوری برهم‌کنش قوی در نظر گرفته شد،

## ۲. پنگوئن گلئون

با توجه به قانون پایستگی جریان گلئون، رأس  $b \rightarrow q_k g$  دارای ساختار زیر می‌باشد [۷ و ۸].

$$\Gamma_\mu^a(q^\nu) = (ig_s / 4\pi^\nu) \bar{u}_k(p_k) T^a V_\mu(q^\nu) u_b(p_b), \quad (۱)$$

$$V_\mu(q^\nu) = (q^\nu g_{\mu\nu} - q_\mu q_\nu) \gamma^\nu [F_\nu^L(q^\nu) P_L + F_\nu^R(q^\nu) P_R] + i\sigma_{\mu\nu} q^\nu [F_\nu^L(q^\nu) P_L + F_\nu^R(q^\nu) P_R], \quad (۲)$$

که در آن  $F_\nu$  و  $F_\nu$  فرم فاکتورهای تک قطبی الکتریکی و دو قطبی مغناطیسی هستند و  $q = q_g = p_b - p_k$  چهار اندازه حرکت گلئون،  $P_{L(R)} \equiv (1 \mp \gamma_5) / 2$  عملگرهای تصویر کایرال و  $T^a$  ( $a = 1, \dots, 8$ ) مولد بهنجارش  $SU(3)_c$  در حالت  $Tr(T^a T^b) = \delta^{ab} / 2$  می‌باشند. همچنین برای رأس  $\bar{b} \rightarrow \bar{q}_k g$  می‌توان ساختاری شبیه زیر در نظر گرفت.

$$\bar{\Gamma}_\mu^a(q^\nu) = -(ig_s / 4\pi^\nu) \bar{v}_b(p_b) T^a \bar{V}_\mu(q^\nu) v_k(p_k), \quad (۳)$$

که در آن  $\bar{V}_\mu$  همان شکل معادله (۲) را دارد با این تفاوت که به جای  $F_\nu^{L,R}(q^\nu)$  باید  $\bar{F}_\nu^{L,R}(q^\nu)$  را قرار داد. در پایینترین مرتبه  $\alpha_s$  دامنه پنگوئن برای واپاشیهای  $b \rightarrow q_k g \rightarrow q_k q' \bar{q}'$  ( $q_k q_i \bar{q}_j$ ) $_{i=j}$  برابر است با،

$$M^{Peng} = -i(\alpha_s / \pi) [\bar{u}_k(p_k) T^a Q_\mu u_b(p_b)] [\bar{u}_{q'}(p_{q'}) \gamma^\mu T^a v_{\bar{q}'}(p_{\bar{q}'}), \quad (۴)$$

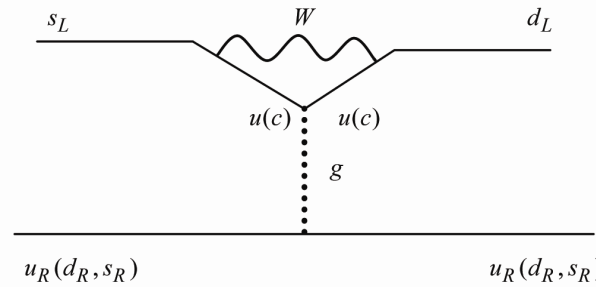
که در آن  $\alpha_s = g_s^2 / 4\pi$  و  $Q_\mu$  برابر است با،

$$Q_\mu \equiv \gamma_\mu [F_\nu^L(q^\nu) P_L + F_\nu^R(q^\nu) P_R] + (i\sigma_{\mu\nu} q^\nu / q^\nu) [F_\nu^L(q^\nu) P_L + F_\nu^R(q^\nu) P_R]. \quad (۵)$$

به‌طور مشابه دامنه واپاشی برای پاد کوارک  $\bar{b} \rightarrow \bar{q}_k q' \bar{q}'$  برابر است با،

$$\bar{M}^{Peng} = i(\alpha_s / \pi) [\bar{v}_k(p_k) T^a \bar{Q}_\mu v_b(p_b)] [\bar{u}_{q'}(p_{q'}) \gamma_\mu T^a v_{\bar{q}'}(p_{\bar{q}'}), \quad (۶)$$

که در آن  $\bar{Q}_\mu$  از شکل معادله (۵) پیروی می‌کند با این تفاوت که باید به‌جای فرم فاکتور  $F(q^\nu)$  فرم فاکتور  $\bar{F}(q^\nu)$  را جایگذاری کرد. در رابطه جمع  $F_\nu$  سهم کوارک  $t$  غالب است، در نتیجه در مقیاس  $q^\nu$  با تقریب خوب خواهیم داشت،



شکل ۱. نمودار فاینمن مربوط به عملگرهای پنگوئن.

در  $\Lambda_{QCD} / \log M_W$  مقیاس‌آدرونی است. این فرضیه  $\Lambda_{QCD} / M_W$  برابر  $1 / M_W$  مقیاسهای برای جرم کوارکهای سنگین  $t$ ،  $b$  و  $c$  هستند. حلقه کوارک  $c$  در واپاشیهای غیر لپتون بی اهمیت به نظر می‌رسد و با حذف فاکتور  $(m_c^2 - m_u^2) / M_W$  می‌توان این حلقه را به‌دست آورد چرا که اثرات کوارکهای سنگین مهمتر می‌باشد. حذف این فاکتور وابسته به فاصله است که اگر آن را با  $r = 1 / \mu$  تعریف کنیم خواهیم داشت [۵].

$$\frac{m_c^2 - m_u^2}{\mu^2}, \quad m_c \ll \mu \ll M_W$$

$$\log \frac{m_c}{\mu}, \quad \mu \ll m_c$$

به هر حال عملگرهای جدید ظاهر شده در هامیلتونی موثر در فواصل بزرگتر از  $1 / m_c$  از نظر کیفی متفاوت هستند. آنها میدانهای کوارکهای راست دست را در مقابل کوارکهای چپ دست در فواصل بسیار کوچکتر از  $1 / m_c$  شامل می‌شوند. بدین ترتیب هنگامی که کوارکهای راست دست که قوی شده‌اند در برهم‌کنشهای ضعیف در مدل استاندارد با جریانهای ضعیف وارد می‌شوند، چپ دست می‌گردند [۶]. بنابراین کوارکهای راست دست با گلئونها که بدون اسپین هستند کوپل می‌شوند و عملگرهای جدید فقط در جریانهایی با  $\Delta I = 1/2$  شرکت می‌کنند. به عبارت دیگر افزایش جریانهای  $\Delta I = 1/2$  از اثر مهم OPE با حذف GIM و مقیاس کوارکهای سنگین و مقیاسهای اصلی متفاوت در هادرونهای سبک ناشی می‌شود. این عملگر جدید را پنگوئن می‌نامند. شکل ۱ نمودار فاینمن برای عملگرهای جدید را نشان می‌دهد.

### ۳. آهنگ زمانی واپاشی پنگوئن گلوونی تا تقریب مرتبه

#### اول $b \rightarrow q_k q_i \bar{q}_j$

نمودار فاینمن مربوط به واپاشی پنگوئن در تقریب مرتبه اول در شکل ۲ نمایش داده شده است. دامنه پنگوئن گلوونی در پایینترین مرتبه در  $g_s$  برای فرآیند واپاشی  $b \rightarrow q_i q_k \bar{q}_j$  مطابق رابطه (۴) به صورت زیر به دست می آید.

$$M^{peng} = \frac{g_s^2}{4\pi^2} [\bar{u}_{q_k}(p_{q_k}) T^a Q_\mu u_b(p_b)] \times [\bar{u}_{q_i}(p_{q_i}) \gamma^\mu T^a v_{\bar{q}_j}(p_{\bar{q}_j})], \quad (14)$$

که  $Q_\mu$  با رابطه (۵) مشخص می شود. از آنجا که سهم  $F_1^L$  بسیار کوچک است عامل  $Q_\mu$  به صورت زیر ساده می شود.

$$Q_\mu = \gamma_\mu P_L F_1^L(q^2) = \gamma_\mu \frac{1-\gamma_5}{2} F_1^L(q^2) = \tilde{\sigma}_\mu F_1^L(q^2). \quad (15)$$

با جایگذاری رابطه بالا در دامنه پنگوئن گلوونی (۱۴) داریم.

$$M^{peng} = \frac{g_s^2}{4\pi^2} [\bar{u}_{q_k}(p_{q_k}) T^a F_1^L(q^2) \tilde{\sigma}_\mu u_b(p_b)] \times [\bar{u}_{q_i}(p_{q_i}) \gamma^\mu T^a v_{\bar{q}_j}(p_{\bar{q}_j})]. \quad (16)$$

در رابطه بالا مقدار  $\gamma^\mu$  را می توان به صورت زیر در نظر گرفت.

$$\gamma^\mu = \gamma^\mu \frac{1-\gamma_5}{2} + \gamma^\mu \frac{1+\gamma_5}{2} = \tilde{\sigma}^\mu + \sigma^\mu. \quad (17)$$

برای سادگی فقط جمله اول رابطه بالا را انتخاب می کنیم و در دامنه پنگوئن (۱۶) قرار می دهیم.

$$M^{peng} = \frac{g_s^2}{4\pi^2} [\bar{u}_{q_k}(p_{q_k}) T^a F_1^L(q^2) \tilde{\sigma}_\mu u_b(p_b)] \times [\bar{u}_{q_i}(p_{q_i}) \tilde{\sigma}^\mu T^a v_{\bar{q}_j}(p_{\bar{q}_j})]. \quad (18)$$

به منظور ساده نوشتن خواهیم داشت.

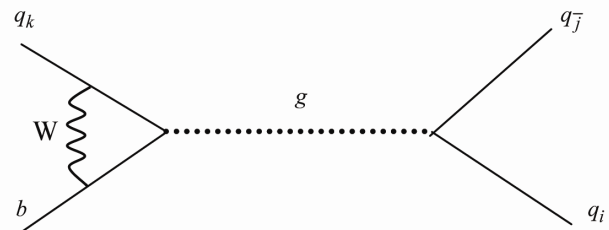
$$M^{peng} = \frac{g_s^2}{4\pi^2} T_{q_k b}^a T_{q_i q_j}^a F_1^L(q^2) \times [\tilde{\sigma}_\mu(q_k b)] [\tilde{\sigma}^\mu(q_i q_j)] \quad (19)$$

که،

$$[\tilde{\sigma}_\mu(q_k b)] = [\bar{u}_{q_k}(p_{q_k}) \tilde{\sigma}_\mu u_b(p_b)], \quad (20)$$

$$[\tilde{\sigma}^\mu(q_i q_j)] = [\bar{u}_{q_i}(p_{q_i}) \tilde{\sigma}^\mu v_{\bar{q}_j}(p_{\bar{q}_j})].$$

با محاسبه مولفه های دامنه واپاشی (۲۰) و متوسط گیری روی حالت های اسپینی  $1/2$  و  $-1/2$  کوآرک  $b$  و در نظر گرفتن هشت



شکل ۲. نمودار فاینمن مربوط به واپاشی پنگوئن در تقریب مرتبه اول.

در نتیجه،  $F_1^R(q^2) \approx F_1^R(0)$  و  $F_1^L(q^2) \approx F_1^L(0)$  [۹]،

$$F_1^L(q^2) = (G_F / \sqrt{2}) \sum_{i=u,c,t} V_{ik}^* V_{ib} f_1(x_i, q^2), \quad (7)$$

$$F_1^R(0) = 0,$$

$$F_1^L(0) / m_q = F_1^R(0) / m_b = (G_F / \sqrt{2}) \sum_{i=u,c,t} V_{iq}^* V_{ib} f_1(x_i), \quad (8)$$

که در آن  $x_i \equiv m_i^2 / M_W^2$  ( $i = u, c, t$ ) و همچنین،

$$f_1(x) = -(x/4(1-x)^2)[2+3x-6x^2+x^3+6x \ln x], \quad (9)$$

$$f_2(x) = (1/12(1-x)^2) \times [18x-29x^2+10x^3+x^4 - (\lambda-32x+18x^2) \ln x], \quad (10)$$

$$f_3(x_i, q^2) = (10/9) - (2/3) \ln x_i + (2/3z_i) - (2(2z_i+1)/3z_i) g(z_i), \quad (11)$$

که در آن  $z_i \equiv q^2 / 4m_i^2$  و [۱۱، ۱۰]،

$$g(z) = \begin{cases} \sqrt{\frac{1-z}{z}} \arctan\left(\sqrt{\frac{z}{1-z}}\right), & z < 1 \\ \frac{1}{2} \sqrt{\frac{z-1}{z}} \left[ \ln\left(\frac{\sqrt{z} + \sqrt{z-1}}{\sqrt{z} - \sqrt{z-1}}\right) - i\pi \right], & z > 1 \end{cases} \quad (12)$$

برای کوآرک  $u$  مقدار  $z_i$  بزرگ است و ما می توانیم از شکل مجانبی رابطه (۱۱) استفاده کنیم،

$$f_1(x_u, q^2) = (10/9) - (2/3) [\ln(q^2 / M_W^2) - i\pi]. \quad (13)$$

ملاحظه می کنیم که  $F_1^R \gg F_1^L$  و  $F_1^L \gg F_1^R$  می باشد. برای

دامنه واپاشی  $b \rightarrow dq' \bar{q}'$  ملاحظه می کنیم که جمله مربوط به

$F_1^L$  غالب می باشد. در فرآیندهایی شبیه  $b \rightarrow ds \bar{s}$  و

$\bar{b} \rightarrow \bar{d} s \bar{s}$  انتظار می رود که سهم پنگوئن غالب باشد [۹] و سهم

$F_1^L$  نسبت به سایر فرم فاکتورها غالب باشد. در واپاشیهای شبیه

$b \rightarrow sq' \bar{q}'$  دوباره ملاحظه می کنیم که  $F_1^L \gg F_1^R$  و

$F_1^R \gg F_1^L$  سهم مربوط به فرم فاکتور  $F_1^L$  غالب است.

و ثابت  $\Gamma_0$  از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$\Gamma_0 = \frac{1}{8} \frac{M_b^{\Delta}}{192\pi^3} \quad (27)$$

در حد  $m_q \rightarrow 0$  فرم فاکتور  $F_{\gamma}^L(q^2)$  برابر است با:

$$F_{\gamma}^L(q^2) = F_{\gamma}^L(0) = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \left[ \sum_{i=u,c,t} V_{iq}^* V_{ib} f_{\gamma}(x_i) \right] \\ = \frac{G_F}{\sqrt{2}} (V_{uq}^* V_{ub} f_{\gamma}(x_u) + V_{cq}^* V_{cb} f_{\gamma}(x_c) + V_{tq}^* V_{tb} f_{\gamma}(x_t)) \quad (28)$$

کوآرک  $q$  می‌تواند کوآرکهای  $d$  و  $s$  باشد. همچنین عامل رنگ مربوط به گلئون برابر است با:

$$\sum_{a=1}^8 T^a T^a \equiv \langle green | T^a | red \rangle \langle red | T^a | green \rangle \\ \equiv \frac{1}{3} \langle green | T^a T^a | green \rangle = \frac{1}{3} \frac{1}{3} Tr(T^a T^a) = \frac{1}{9} \frac{8}{2} = \frac{4}{9} \quad (29)$$

**۴. آهنگ زمانی واپاشی پنگوئن گلئونی تا تقریب مرتبه دوم**

$$b \rightarrow q_k q_i \bar{q}_j (q_o \bar{q}_p) \quad \text{دوم}$$

نمودار فاینمن مربوط به واپاشی پنگوئن در تقریب مرتبه دوم در شکل ۳ نمایش داده شده است. دامنه پنگوئن گلئونی در دومین مرتبه در  $g_s$  برای فرآیند واپاشی  $b \rightarrow q_i q_k \bar{q}_j (q_o' \bar{q}_p')$  به صورت زیر ارائه می‌شود:

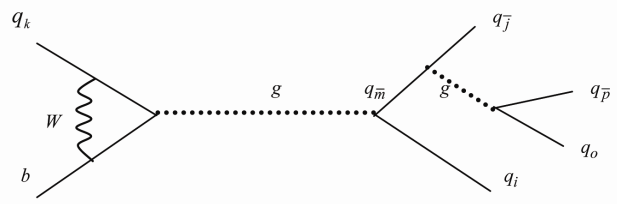
$$M^{peng} = \left( \frac{g_s^{\gamma}}{4\pi^2} \right)^2 [\bar{u}_{q_k}(p_{q_k}) T^a Q_{\mu} u_b(p_b)] \\ \times [\bar{u}_{q_i}(p_{q_i}) \bar{W}^{\mu} T^a v_{\bar{q}_j}(p_{\bar{q}_j})] \quad (30)$$

در اینجا داریم:

$$Q_{\mu} \equiv \gamma_{\mu} [F_{\gamma}^L(q^2) P_L + F_{\gamma}^R(q^2) P_R] \\ + \frac{i\sigma_{\mu\nu}}{q^2} [F_{\gamma}^L(q^2) P_L + F_{\gamma}^R(q^2) P_R] \quad (31)$$

پارامترهای  $F_{\gamma}$  و  $F_{\gamma}$  فرم فاکتورهای تک قطبی الکتریکی و دو قطبی مغناطیسی هستند و  $q$  تکانه گلئون  $q = p_b - p_{q_k}$  است. عملگر تصویر کایرال  $P_{L(R)} = (1 \pm \gamma_5) / 2$  و  $a = (1, \dots, 8)$  مولدهای  $SU(3)$  هستند که تحت رابطه  $Tr(T^a T^b) = \delta^{ab} / 2$  بهنجار شده‌اند. رابطه (۳۱) با توجه به سهم غالب  $F_{\gamma}^L(q^2)$  به صورت زیر به دست می‌آید:

$$Q_{\mu} = \gamma_{\mu} P_L F_{\gamma}^L(q^2) \\ = \gamma_{\mu} \frac{1-\gamma_5}{2} F_{\gamma}^L(q^2) = \tilde{\sigma}_{\mu} F_{\gamma}^L(q^2) \quad (32)$$



شکل ۳. نمودار فاینمن مربوط به واپاشی پنگوئن در تقریب مرتبه دوم.

حالت هلیسسته، مربع دامنه واپاشی برابر می‌شود با (پیوست الف را نگاه کنید)،

$$|M^{peng}|^2 = \left[ \frac{g_s^{\gamma}}{4\pi^2} T_{q_k b}^a T_{q_i q_j}^a F_{\gamma}^L(q^2) \right]^2 \\ \times [(\tilde{\sigma}_{\mu}(q_k b))(\tilde{\sigma}^{\mu}(q_i q_j))]^2 \\ = \left[ \frac{g_s^{\gamma}}{4\pi^2} T_{q_k b}^a T_{q_i q_j}^a F_{\gamma}^L(q^2) \right]^2 \frac{1}{2} (1 - v_i v_k \cos(\theta_i - \theta_k)) \quad (31)$$

اکنون می‌توانیم با استفاده از مجذور دامنه واپاشی، آهنگ زمانی واپاشیهای مختلف کوآرک  $b$  را محاسبه کنیم. با استفاده از قاعده طلایی فرمی آهنگ زمانی واپاشیهای پنگوئن گلئونی کوآرک  $b \rightarrow q_i q_k \bar{q}_j$  تا تقریب مرتبه اول برابر است با (پیوست الف را نگاه کنید)،

$$\Gamma = \frac{3}{8\pi^3} \left( \frac{M_b}{2} \right)^5 \int \int [\xi(x)]^2 xy f_{\gamma} g_{\gamma} dx dy \quad (32)$$

در اینجا داریم:

$$f_{\gamma} = (2 - \sqrt{x^2 + a^2} - \sqrt{y^2 + b^2}), \\ g_{\gamma} = (1 - \frac{(f_{\gamma})^2 - (c^2 + x^2 + y^2)}{2\sqrt{x^2 + a^2}\sqrt{y^2 + b^2}}), \\ \xi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{g_s^{\gamma}}{4\pi^2} (T_{q_k b}^a T_{q_i q_j}^a) F_{\gamma}^L(q^2) \quad (33)$$

ثابت‌های  $a$  و  $b$  و  $c$  عبارتند از:

$$a = \frac{\gamma m_i}{M_b}, \quad b = \frac{\gamma m_k}{M_b}, \quad c = \frac{\gamma m_j}{M_b} \quad (34)$$

به عبارت ساده‌تر داریم،

$$\Gamma_{b \rightarrow q_i q_k \bar{q}_j} = 3\Gamma_0 I^{peng} \quad (35)$$

که در آن انتگرال فضای فاز برابر است با،

$$I^{peng} = \int \int [\xi(x)]^2 \epsilon xy f_{\gamma} g_{\gamma} dx dy \quad (36)$$

حال که دامنه قسمت شاخه‌ای  $g \rightarrow q'_o q'_p$  را به دست آوردیم به قسمت اصلی یعنی دامنه واباشی پنگوئن (۳۳) باز می‌گردیم. با جایگذاری  $\bar{W}^\mu$  از رابطه (۳۷) در دامنه واباشی پنگوئن (۳۳) خواهیم داشت:

$$M^{peng} = \left(\frac{g_s^\gamma}{4\pi^\gamma}\right)^\gamma [\bar{u}_{q_k}(p_{q_k}) T_{q_k b}^a F_\gamma^L(q^\gamma) \tilde{\sigma}_\mu u_b(p_b)] \times [\bar{u}_{q_i}(p_{q_i}) \tilde{\sigma}^\mu (T_{q_j q_m}^a T_{q'_o q'_p}^a) [\tilde{\sigma}_\mu(q_j q_m)]] \times [\tilde{\sigma}^\mu(q'_o q'_p)] T_{q_i q_j}^a v_{\bar{q}_j}(p_{\bar{q}_j}). \quad (40)$$

با کمی ساده سازی خواهیم داشت:

$$M^{peng} = \left(\frac{g_s^\gamma}{4\pi^\gamma}\right)^\gamma F_\gamma^L(q^\gamma) (T_{q_k b}^a T_{q_i q_j}^a) (T_{q_j q_m}^a T_{q'_o q'_p}^a) \times [\tilde{\sigma}_\mu(q_k b)] [\tilde{\sigma}^\mu(q_i q_j)] \times [\tilde{\sigma}_\mu(q_j q_m)] [\tilde{\sigma}^\mu(q'_o q'_p)]. \quad (41)$$

که در آن:

$$[\tilde{\sigma}_\mu(q_k b)] = [\bar{u}_{q_k}(p_{q_k}) \tilde{\sigma}_\mu u_b(p_b)], \quad (42)$$

$$[\tilde{\sigma}^\mu(q_i q_j)] = [\bar{u}_{q_i}(p_{q_i}) \tilde{\sigma}^\mu u_{\bar{q}_j}(p_{\bar{q}_j})].$$

بعد از محاسبه عبارات (۴۲) و جایگذاری آن در دامنه واباشی (۴۱) و مربع آن خواهیم داشت (پیوست ب را نگاه کنید):

$$|M^{peng}|^\gamma = \left| \left(\frac{g_s^\gamma}{4\pi^\gamma}\right)^\gamma F_\gamma^L(q^\gamma) (T_{q_k b}^a T_{q_i q_j}^a) (T_{q_j q_m}^a T_{q'_o q'_p}^a) \right|^\gamma \times 64 [1 - v_o v_j \cos(\theta_o - \theta_j) - v_k v_i \cos(\theta_i - \theta_k) + v_j v_o v_i v_k \cos(\theta_i - \theta_k) \cos(\theta_o - \theta_j)] \quad (43)$$

اکنون می‌خواهیم با استفاده از مجذور مولفه‌های دامنه واباشی، آهنگ زمانی واباشیهای پنگوئنی کوآرک *b* تا تقریب مرتبه دوم را محاسبه کنیم. با استفاده از قاعده طلایی فرمی آهنگ زمانی واباشیهای پنگوئن گلوئونی کوآرک  $b \rightarrow q_i q_k \bar{q}_j (q'_o q'_p)$  تا تقریب مرتبه دوم برابر است با (پیوست ب را نگاه کنید)،

$$\Gamma_{b \rightarrow q_i q_k \bar{q}_j (q'_o q'_p)} = \frac{6}{\pi^\gamma} \left(\frac{16}{81}\right)^\gamma \left[\frac{g_s^\gamma}{4\pi^\gamma}\right]^\gamma \left(\frac{M_b}{4}\right)^{11} \times \int \dots \int dx dy dz [F_\gamma^L(q^\gamma)]^\gamma \times \left\{ \frac{xyz^o}{5} f_\gamma g_\gamma + \frac{xyz^\gamma}{\gamma} h f_\gamma - \frac{xyz^\gamma}{\gamma} h f_\gamma g_\gamma \right\}. \quad (44)$$

بنابراین دامنه واباشی پنگوئن به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$M^{peng} = \left(\frac{g_s^\gamma}{4\pi^\gamma}\right)^\gamma [\bar{u}_{q_k}(p_{q_k}) T^a F_\gamma^L(q^\gamma) \tilde{\sigma}_\mu u_b(p_b)] \times [\bar{u}_{q_i}(p_{q_i}) \bar{W}^\mu T^a v_{\bar{q}_j}(p_{\bar{q}_j})]. \quad (33)$$

اکنون باید قسمت اضافه شده گلوئونی  $g \rightarrow q'_o q'_p$  را وارد معادله بالا کنیم. این قسمت را در جمله  $\bar{W}^\mu$  به صورت زیر وارد می‌کنیم:

$$\bar{W}^\mu = \gamma^\mu [\bar{u}_{q_j}(p_{q_j}) T^a \gamma_\mu v_{\bar{q}_m}(p_{\bar{q}_m})] \times [\bar{u}_{q'_o}(p_{q'_o}) \gamma^\mu T^a v_{\bar{q}'_p}(p_{\bar{q}'_p})]. \quad (34)$$

اکنون سعی می‌کنیم تا رابطه بالا را بر حسب تصویر کایرال بنویسیم. برای این منظور  $\gamma_\mu$  و  $\gamma^\mu$  رابطه بالا را به صورت زیر نمایش می‌دهیم:

$$\gamma^\mu = \gamma^\mu \frac{(1 - \gamma_5)}{2} + \gamma^\mu \frac{(1 + \gamma_5)}{2} = \tilde{\sigma}^\mu + \sigma^\mu, \quad (35)$$

$$\gamma_\mu = \gamma_\mu \frac{(1 - \gamma_5)}{2} + \gamma_\mu \frac{(1 + \gamma_5)}{2} = \tilde{\sigma}_\mu + \sigma_\mu.$$

برای سادگی فقط جمله‌های اول روابط بالا یعنی قسمت چپ گرد را انتخاب می‌کنیم. با جایگذاری در رابطه (۳۴) خواهیم داشت:

$$\bar{W}^\mu = \tilde{\sigma}^\mu [\bar{u}_{q_j}(p_{q_j}) T^a \tilde{\sigma}_\mu v_{\bar{q}_m}(p_{\bar{q}_m})] \times [\bar{u}_{q'_o}(p_{q'_o}) \tilde{\sigma}^\mu T^a v_{\bar{q}'_p}(p_{\bar{q}'_p})]. \quad (36)$$

ابتدا شاخه  $g \rightarrow q'_o q'_p$  را محاسبه می‌کنیم و سپس آن را در رابطه اصلی دامنه پنگوئن (۳۳) قرار می‌دهیم. رابطه (۳۶) با کمی خلاصه کردن به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\bar{W}^\mu = \tilde{\sigma}^\mu (T_{q_j q_m}^a T_{q'_o q'_p}^a) [\tilde{\sigma}_\mu(q_j q_m)] [\tilde{\sigma}^\mu(q'_o q'_p)]. \quad (37)$$

که در آن:

$$[\tilde{\sigma}_\mu(q_j q_m)] = [\bar{u}_{q_j}(p_{q_j}) \tilde{\sigma}_\mu u_{q_m}(p_{q_m})], \quad (38)$$

$$[\tilde{\sigma}^\mu(q'_o q'_p)] = [\bar{u}_{q'_o}(p_{q'_o}) \tilde{\sigma}^\mu u_{q'_p}(p_{q'_p})].$$

دامنه قسمت شاخه‌ای  $g \rightarrow q'_o q'_p$  به صورت زیر به دست می‌آید (پیوست ب را نگاه کنید):

$$\bar{W}^\mu = \tilde{\sigma}^\mu (T_{q_j q_m}^a T_{q'_o q'_p}^a) [\tilde{\sigma}_\mu(q_j q_m)] [\tilde{\sigma}^\mu(q'_o q'_p)] = \tilde{\sigma}^\mu (T_{q_j q_m}^a T_{q'_o q'_p}^a) (1 + v_o)(1 + v_p)(1 + v_j) \times [1 - \cos(\theta_o - \theta_j)]. \quad (39)$$

جدول ۱. آهنگ زمانی واپاشی (DR) و نسبت تناسب (BR) واپاشیهای کوارک  $b$  و پاد کوارک  $\bar{b}$  برای واپاشیهای پنگوئن در تقریب مرتبه اول،  $(DR \times 10^{-17} \text{ GeV})$  و  $(BR \times 10^{-4})$ .

Process	DR	BR	Process	DR	BR
$b \rightarrow cd\bar{c}$	۶/۰۲۲	۱/۸۲۷	$\bar{b} \rightarrow \bar{c}d\bar{c}$	۷/۰۵۶	۲/۰۷۳
$b \rightarrow cs\bar{c}$	۱۱۷/۱۲	۳۴/۴۱	$\bar{b} \rightarrow \bar{c}s\bar{c}$	۱۱۵/۸۷	۳۴/۰۴
$b \rightarrow sd\bar{s}$	۹/۱۴۶	۲/۶۸۷	$\bar{b} \rightarrow \bar{s}d\bar{s}$	۹/۴۰۵	۲/۷۶۲
$b \rightarrow ds\bar{d}$	۱۸۳/۳۸	۵۳/۸۷	$\bar{b} \rightarrow \bar{d}s\bar{d}$	۱۸۳/۹۹	۵۴/۰۵
$b \rightarrow ud\bar{u}$	۱/۰۳۵	۰/۳۰۴	$\bar{b} \rightarrow \bar{u}d\bar{u}$	۱/۲۱۳	۰/۳۵۶
$b \rightarrow us\bar{u}$	۱۹/۷۶۶	۵/۸۰۶	$\bar{b} \rightarrow \bar{u}s\bar{u}$	۱۹/۵۳۱	۵/۷۳۸
$b \rightarrow dd\bar{d}$	۸/۱۹۶	۲/۴۰۸	$\bar{b} \rightarrow \bar{d}d\bar{d}$	۸/۹۰۱	۲/۶۱۵
$b \rightarrow ss\bar{s}$	۱۸۵/۵۷	۵۴/۵۱	$\bar{b} \rightarrow \bar{s}s\bar{s}$	۱۸۳/۰۷	۵۳/۷۸

$$m_b = 4/70 \text{ GeV} \quad m_s = 0/95 \text{ GeV}$$

$$m_d = 0/007 \text{ GeV} \quad m_u = 0/003 \text{ GeV}$$

$$m_c = 1/25 \text{ GeV} \quad m_W = 80/403 \text{ GeV}$$

و مقدار ثابت فرمی را برابر:

$$G_F = 1/16639 \times 10^{-5} \text{ (1/(GeV)}^2\text{)}$$

در نظر می‌گیریم.

آهنگ زمانی واپاشیهای پنگوئن در تقریب مرتبه اول و دوم مطابق روابط (۲۵) و (۴۴) برای هر دو ذرات و پاد ذرات  $b \rightarrow ds\bar{d}, us\bar{u}, cd\bar{c}, cs\bar{c}, ud\bar{u}, sd\bar{s}, ss\bar{s}, dd\bar{d}$  به ترتیب در جدولهای ۱ و ۲ نمایش داده شده است.

ملاحظه می‌کنیم که آهنگ زمانی برای واپاشی پاد ذره  $\bar{b}$  یعنی  $\bar{b} \rightarrow \bar{u}d\bar{u}$  بزرگتر از آهنگ زمانی برای واپاشی کوارک  $b$  یعنی  $b \rightarrow ud\bar{u}$  می‌باشد. همچنین آهنگ زمانی واپاشی پاد ذره  $\bar{b} \rightarrow \bar{u}s\bar{u}$  کمتر از آهنگ زمانی واپاشی ذره  $b \rightarrow us\bar{u}$  است. در تقریب مرتبه اول  $b \rightarrow ds\bar{d}$  و  $b \rightarrow ss\bar{s}$  و در تقریب مرتبه دوم  $b \rightarrow ds\bar{d}(c\bar{c})$  و  $b \rightarrow ss\bar{s}(c\bar{c})$  به ترتیب واپاشیهای غالب می‌باشند.

اکنون می‌خواهیم نسبت تناسب واپاشیهای مختلف را از نظر تئوری و تجربی مقایسه کنیم. می‌دانیم که کل آهنگ زمانی واپاشی برابر با مجموع آهنگ زمانی هر یک از واپاشیها است،

$$\Gamma_{tot} = \sum_{i=1}^n \Gamma_i$$

و طول عمر هر ذره عکس  $\Gamma_{tot}$  است.

در رابطه بالا عامل رنگ مربوط به گلوئون تا مرتبه دوم برابر است با:

$$\sum_{a=1}^8 T^a T^a \sum_{a=1}^8 T^a T^a = \frac{4}{9} = \frac{16}{81} \quad (45)$$

در حد  $0 \rightarrow m_q$  فرم فاکتور  $F_1^L(q^2)$  با رابطه (۲۸) مشخص می‌شود و ثابتهای  $f_1, g_1, h$  عبارتند از:

$$f_1 = (4 - \sqrt{z^2 + a^2} - \sqrt{z^2 + b^2}) - (\sqrt{x^2 + c^2} + \sqrt{y^2 + d^2}),$$

$$g_1 = 1 - \frac{(f_1)^2 - (e^2 + x^2 + y^2)}{2\sqrt{x^2 + c^2}\sqrt{y^2 + d^2}},$$

$$h = \frac{1}{\sqrt{z^2 + a^2}} \frac{1}{\sqrt{z^2 + b^2}}, \quad (46)$$

که در آن ثابتهای  $a, b, c, d, e$  به صورت زیر تعریف می‌شوند.

$$a = \frac{4m_i}{M_b}, \quad b = \frac{4m_k}{M_b}, \quad c = \frac{4m_p}{M_b}, \quad d = \frac{4m_j}{M_b},$$

$$e = \frac{4m_o}{M_b}. \quad (47)$$

## ۵. نتایج عددی

با استفاده از استاندارد گروه اطلاعات ذرات [۱۲] در مورد پارامترهای ماتریس  $CKM$  با مقادیر عمومی  $\theta_{12} = 0/221$ ,  $\theta_{13} = 0/0035$ ,  $\theta_{23} = 0/041$  و انتخاب مقدار  $\pi/2$  برای فاز  $\delta_{13}$  ماتریس  $CKM$  می‌توان مثالهایی از مدل ارائه شده در این تحقیق را به دست آورد. مطابق با مقاله علی و گروب [۱۳]، جرم کوارکهای ورودی و خروجی را به صورت زیر در نظر می‌گیریم.

جدول ۲. آهنگ زمانی (DR) واپاشیهای کوآرک  $b$  برای واپاشیهای پنگوئن در تقریب مرتبه دوم،  $(DR \times 10^{-13} \text{GeV})$ .

Process	DR	Process	DR
$b \rightarrow cs\bar{c}(d\bar{d})$	۱۰۳/۲۱	$b \rightarrow cd\bar{c}(d\bar{d})$	۱۰/۳۶
$b \rightarrow cs\bar{c}(u\bar{u})$	۹۸/۷۶	$b \rightarrow cd\bar{c}(u\bar{u})$	۹/۸۱۲
$b \rightarrow cs\bar{c}(c\bar{c})$	۸۱۱/۷۳	$b \rightarrow cd\bar{c}(c\bar{c})$	۷۵/۰۹
$b \rightarrow cs\bar{c}(s\bar{s})$	۲۱۷/۰۱	$b \rightarrow cd\bar{c}(s\bar{s})$	۲۲/۴۶
$b \rightarrow sd\bar{s}(d\bar{d})$	۱۷/۸۵	$b \rightarrow ds\bar{d}(d\bar{d})$	۲۳۱/۰۲
$b \rightarrow sd\bar{s}(u\bar{u})$	۱۲/۲۳	$b \rightarrow ds\bar{d}(u\bar{u})$	۲۱۹/۸۶
$b \rightarrow sd\bar{s}(c\bar{c})$	۱۰۷/۱۶	$b \rightarrow ds\bar{d}(c\bar{c})$	۹۷۸/۵۲
$b \rightarrow sd\bar{s}(s\bar{s})$	۳۹/۴۴	$b \rightarrow ds\bar{d}(s\bar{s})$	۳۹۹/۴۱
$b \rightarrow ud\bar{u}(d\bar{d})$	۳/۳۲۸	$b \rightarrow us\bar{u}(d\bar{d})$	۳۱/۸۶
$b \rightarrow ud\bar{u}(u\bar{u})$	۲/۴۱۵	$b \rightarrow us\bar{u}(u\bar{u})$	۲۷/۰۵
$b \rightarrow ud\bar{u}(c\bar{c})$	۲۸/۸۹	$b \rightarrow us\bar{u}(c\bar{c})$	۳۰۱/۱۴
$b \rightarrow ud\bar{u}(s\bar{s})$	۸/۱۹۷	$b \rightarrow us\bar{u}(s\bar{s})$	۹۰/۶۷
$b \rightarrow dd\bar{d}(d\bar{d})$	۱۹/۲۳	$b \rightarrow ss\bar{s}(d\bar{d})$	۱۱/۲۵۶
$b \rightarrow dd\bar{d}(u\bar{u})$	۱۰/۸۱	$b \rightarrow ss\bar{s}(u\bar{u})$	۲۴۰/۸۱
$b \rightarrow dd\bar{d}(c\bar{c})$	۱۳۱/۷۶	$b \rightarrow ss\bar{s}(c\bar{c})$	۹۹۸/۷۶
$b \rightarrow dd\bar{d}(s\bar{s})$	۴۲/۲۴	$b \rightarrow ss\bar{s}(s\bar{s})$	۴۱۷/۶۲

$$\Gamma_{tot} = 3/097 \times 10^{-13}$$

به طور مثال مقدار تئوری نسبت تناسب یکی از واپاشیهای مزون  $B^-$  برابر است با:

$$BR_{B^- \rightarrow \pi^- \pi^0} = \frac{\Gamma_{B^- \rightarrow \pi^- \pi^0}}{\Gamma_{tot}} = \frac{\Gamma_{b \rightarrow ud\bar{u}}}{\Gamma_{tot}} = \frac{1/035 \times 10^{-17}}{3/097 \times 10^{-13}} = 3/341 \times 10^{-5}$$

و مقدار تجربی این واپاشی مطابق اندازه گیری آن در شتابدهنده  $BABAR$  برابر است با:

$$BR_{B^- \rightarrow \pi^- \pi^0} < 1/7 \times 10^{-5}$$

بدین ترتیب می توان بین مقادیر تئوری و آزمایشگاهی نسبت تناسب واپاشیهای مختلف مقایسه ای به عمل آورد. ملاحظه می کنیم که مقادیر تئوری محاسبه شده در این تحقیق به مقادیر آزمایشگاهی نزدیک است.

$$\tau = \frac{1}{\Gamma_{tot}}$$

بدین ترتیب می توان نسبت تناسب هر ذره که در مد واپاشی  $i$  ام است را به صورت زیر تعریف کرد:

$$BR_i = \frac{\Gamma_i}{\Gamma_{tot}}$$

از طرفی کل آهنگ زمانی واپاشی برابر با مجموع حالت شاخه ای و پنگوئن می باشد:

$$\Gamma_{tot} = \sum [\Gamma_{tot}^{Tree} + \Gamma_{tot}^{Penguin}]$$

کل آهنگ زمانی واپاشی حالت شاخه ای برابر است با [۱۴]:

$$\Gamma_{tot}^{Tree} = 3/044 \times 10^{-13}$$

و کل آهنگ زمانی واپاشیهای پنگوئن در تقریب مرتبه اول و دوم برابر است با:

$$\Gamma_{tot}^{Penguin} = 5/304 \times 10^{-15}$$

در نتیجه کل آهنگ زمانی واپاشیها برابر می شود با:

## پیوست الف

محاسبهٔ آهنگ زمانی واپاشیهای پنگوئن گلسونی کوارک  $b$  تا تقریب مرتبهٔ اول

از آنجائی که کوارک  $b$  در امتداد زاویه  $\theta_b$  دارای اسپین  $1/2$  و در امتداد زاویه  $\pi - \theta_b$  دارای اسپین  $1/2$  است و از آنجائی که اسپین کوارک  $b$  را در امتداد محور  $z$  و در چارچوب آزمایشگاه در حال سکون یعنی  $p_b = 0$  فرض شده است، بنابراین تابع موج کوارک  $b$  برابر است با:

$$\begin{aligned} |b_{(+1/2)}\rangle &= \frac{1}{\sqrt{V}} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \\ |b_{(-1/2)}\rangle &= \frac{1}{\sqrt{V}} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (\text{الف-۱})$$

اندازهٔ حرکت کوارکهای  $p_k$ ،  $p_i$ ،  $p_j$  را در صفحه  $xz$  فرض می‌کنیم ( $\phi = 0$ )، و از آنجایی که  $\vec{p}_b = \vec{p}_i + \vec{p}_k + \vec{p}_j = 0$  خواهیم داشت.

$$\begin{aligned} p_k &= p_k (\sin \theta_k, 0, \cos \theta_k), \\ p_i &= p_i (\sin \theta_i, 0, \cos \theta_i), \\ p_j &= p_j (\sin \theta_j, 0, \cos \theta_j). \end{aligned} \quad (\text{الف-۲})$$

بنابراین مولفه‌های دامنهٔ واپاشی به صورت زیر به دست می‌آید.

$$\begin{aligned} [\tilde{\sigma}_\mu(q_k b)] &= \sqrt{1+v_k} [(-\sin(\frac{\theta_k}{2}) \cos(\frac{\theta_k}{2})) \tilde{\sigma}_\mu \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ or } \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}] \\ [\tilde{\sigma}^\mu(q_i q_j)] &= \sqrt{1+v_i} \sqrt{1+v_j} [(-\sin(\frac{\theta_i}{2}) \cos(\frac{\theta_i}{2})) \tilde{\sigma}^\mu \\ &\times \begin{pmatrix} -\sin(\frac{\theta_j}{2}) \\ \cos(\frac{\theta_j}{2}) \end{pmatrix}]. \end{aligned} \quad (\text{الف-۳})$$

به ازای مقادیر  $\mu = 0, 1, 2, 3$ ، مولفه‌های دامنهٔ واپاشی برای کوارک  $b$  با اسپین  $1/2$  و  $-1/2$  برابر می‌شود با:

$$\begin{aligned} [(\tilde{\sigma}_\mu(q_k b))(\tilde{\sigma}^\mu(q_i q_j))]_{LL(1/2)} &= \\ &= \sqrt{1+v_i} \sqrt{1+v_j} \sqrt{1+v_k} \\ &\times [\sin(\frac{\theta_i - \theta_j - \theta_k}{2}) + \sin(\frac{\theta_i + \theta_j - \theta_k}{2})]. \\ [(\tilde{\sigma}_\mu(q_k b))(\tilde{\sigma}^\mu(q_i q_j))]_{LL(-1/2)} &= \\ &= \sqrt{1+v_i} \sqrt{1+v_j} \sqrt{1+v_k} \\ &\times [\cos(\frac{\theta_i - \theta_j - \theta_k}{2}) - \cos(\frac{\theta_i + \theta_j - \theta_k}{2})]. \end{aligned} \quad (\text{الف-۴})$$

## ۶. بحث و نتیجه گیری

در این تحقیق آهنگ زمانی واپاشیهای کوارک  $b$  در حالت پنگوئن گلسونی در تقریب مرتبهٔ اول و دوم محاسبه شده است. مطابق جدول ۱ واپاشی غالب در واپاشیهای هادرونی کوارک  $b$ ، واپاشیهای  $b \rightarrow s\bar{s}\bar{s}$  و  $b \rightarrow d\bar{s}\bar{d}$  است چرا که آهنگ زمانی واپاشیهای  $b \rightarrow s$  خیلی بیشتر از واپاشیهای  $b \rightarrow d$  و  $b \rightarrow u$  است. در این تحقیق، این نتیجه به دست آمد که تقریب مرتبهٔ دوم پنگوئن گلسونی در واپاشیهای کوارک  $b$  و پاد کوارک  $\bar{b}$  خیلی کوچک می‌باشد و اثر اندکی در کل واپاشیها دارد. به عبارت دیگر توزیع جمله پنگوئن گلسونی در واپاشیهای کوارک  $b$  کوچک و تقریب مرتبهٔ دوم آن به مراتب کوچکتر است. در نتیجه آهنگ زمانی واپاشیهای کوارک  $b$  در حالت شاخه‌ای با مجموع حالت شاخه‌ای و پنگوئن اختلاف اندکی دارد. آهنگ زمانی و نسبت تناسب واپاشیهای مختلف در مدل‌های مختلف بسیار به هم نزدیک می‌باشند ولی آهنگ زمانی کل مجموع حالت شاخه‌ای و پنگوئن نسبت به حالت شاخه‌ای در حدود  $1/1$  بیشتر است. آهنگ زمانی واپاشیهای مختلف کوارک  $b$  و پاد کوارک  $\bar{b}$  در حالت شاخه‌ای یکسان است اما در واپاشیهای پنگوئن گلسونی با یکدیگر متفاوت می‌باشند. به طور مثال داریم:

$$\begin{aligned} \Gamma_{b \rightarrow ds\bar{d}} &< \Gamma_{\bar{b} \rightarrow \bar{d}\bar{s}\bar{d}}, \quad \Gamma_{b \rightarrow ud\bar{u}} < \Gamma_{\bar{b} \rightarrow \bar{u}\bar{d}\bar{u}}, \\ \Gamma_{b \rightarrow cd\bar{c}} &< \Gamma_{\bar{b} \rightarrow \bar{c}\bar{d}\bar{c}}, \quad \Gamma_{b \rightarrow dd\bar{d}} < \Gamma_{\bar{b} \rightarrow \bar{d}\bar{d}\bar{d}}, \\ \Gamma_{b \rightarrow cs\bar{c}} &> \Gamma_{\bar{b} \rightarrow \bar{c}\bar{s}\bar{c}}, \quad \Gamma_{b \rightarrow sd\bar{s}} > \Gamma_{\bar{b} \rightarrow \bar{s}\bar{d}\bar{s}}, \\ \Gamma_{b \rightarrow us\bar{u}} &> \Gamma_{\bar{b} \rightarrow \bar{u}\bar{s}\bar{u}}, \quad \Gamma_{b \rightarrow ss\bar{s}} > \Gamma_{\bar{b} \rightarrow \bar{s}\bar{s}\bar{s}}, \end{aligned}$$

چرا که آهنگ زمانی کل حالت شاخه‌ای و پنگوئن گلسونی واپاشیهای مختلف کوارک  $b$  و پاد کوارک  $\bar{b}$ ،  $\Gamma_b^{total} = \Gamma_{\bar{b}}^{total}$  برابر هستند. به بیان دیگر، در هر واپاشی با شامل شدن قسمت پنگوئن پاد متقارن شدن ماده-پاد ماده ظاهر می‌شود. بیشترین این پاد تقارن در واپاشی ماده  $b \rightarrow ud\bar{u}$  و پاد ماده  $\bar{b} \rightarrow \bar{u}\bar{d}\bar{u}$  ظاهر می‌شود که حدود  $1/7$  است. به عبارت دیگر نسبت واپاشی ماده  $b \rightarrow ud\bar{u}$  حدود  $1/7$  کمتر از واپاشی پاد ماده  $\bar{b} \rightarrow \bar{u}\bar{d}\bar{u}$  است. همچنین نسبت واپاشی ماده  $b \rightarrow us\bar{u}$  بیشتر از نسبت واپاشی پاد ماده  $\bar{b} \rightarrow \bar{u}\bar{s}\bar{u}$  است.



با جایگذاری در رابطه آهنگ دیفرانسیلی زمانی واپاشی خواهیم

و مربع آن برابر است با:

داشت:

$$d\Gamma = V^\gamma \left[ \frac{1}{V\sqrt{\gamma}} \frac{g_s^\gamma}{\sqrt{\gamma}} T_{q_k b}^a T_{q_i q_j}^a F_\gamma^L(q^\gamma) \right]^\gamma \times \frac{1}{\gamma} (\gamma - v_i v_k \cos(\theta_i - \theta_k)) \times \frac{d^\gamma p_i}{(\gamma\pi)^\gamma} \frac{d^\gamma p_j}{(\gamma\pi)^\gamma} \frac{d^\gamma p_k}{(\gamma\pi)^\gamma} (\gamma\pi)^\gamma \delta^\gamma(p_b - p_i - p_j - p_k). \quad (الف-۱۰)$$

بعد از کمی ساده سازی و انتگرال گیری بر روی  $p_j$  خواهیم داشت:

$$\Gamma = \left[ \frac{1}{\sqrt{\gamma}} \frac{g_s^\gamma}{\sqrt{\gamma}} T_{q_k b}^a T_{q_i q_j}^a \right]^\gamma \times \frac{1}{\gamma} \int \int [F_\gamma^L(q^\gamma)]^\gamma (\gamma - v_i v_k \cos(\theta_i - \theta_k)) \times \frac{d^\gamma p_i}{(\gamma\pi)^\gamma} \frac{d^\gamma p_k}{(\gamma\pi)^\gamma} (\gamma\pi)^\gamma \delta(E_i + E_j + E_k - M_b). \quad (الف-۱۱)$$

با جایگذاری در رابطه بالا و اینکه:

$$\int \delta(E_i + E_k + \sqrt{m_{q_j}^2 + p_{q_i}^2 + p_{q_k}^2 + 2p_{q_i} p_{q_j} \cos(\theta_i - \theta_k)} - M_b) d(\cos(\theta_i - \theta_k)) = \frac{M_b - E_i - E_k}{p_i p_k}. \quad (الف-۱۲)$$

همچنین،

$$\cos(\theta_i - \theta_k) = \frac{(M_b - (E_i + E_k))^2 - (m_j^2 + p_i^2 + p_k^2)}{2p_i p_k}. \quad (الف-۱۳)$$

آهنگ زمانی واپاشی (الف-۱۱) برابر می شود با:

$$\Gamma = \left[ \frac{1}{\sqrt{\gamma}} \frac{g_s^\gamma}{\sqrt{\gamma}} T_{q_k b}^a T_{q_i q_j}^a \right]^\gamma \times \frac{1}{\gamma} \frac{1}{(\gamma\pi)^\gamma} \int p_i^\gamma dp_i d\Omega \int [F_\gamma^L(q^\gamma)]^\gamma p_k^\gamma dp_k \frac{(M_b - E_i - E_k)}{p_i p_k} \times \left( 1 - \frac{(M_b - (E_i + E_k))^2 - (m_j^2 + p_i^2 + p_k^2)}{2E_i E_k} \right). \quad (الف-۱۴)$$

با جایگذاری کمیت‌های  $E_i$  و  $E_k$  بر حسب اندازه حرکت و جرم در رابطه بالا و از آنجائی که  $-1 \leq \cos \theta \leq 1$  است؛ بنابراین:

$$0 \leq p_i \leq \frac{M_b}{\gamma}, \quad 0 \leq p_k \leq \frac{M_b}{\gamma}. \quad (الف-۱۵)$$

$$\begin{aligned} & [(\tilde{\sigma}_\mu(q_k b))(\tilde{\sigma}^\mu(q_i q_j))]_{LL(\frac{1}{\gamma})}^\gamma = (\gamma + v_i)(\gamma + v_j)(\gamma + v_k) \\ & \times \left[ \frac{1}{\gamma} (\gamma - \cos(\theta_i - \theta_j - \theta_k)) \right. \\ & \left. + \frac{1}{\gamma} (\gamma - \cos(\theta_i + \theta_j - \theta_k)) - \cos(\theta_i - \theta_k) + \cos(\theta_j) \right], \\ & [(\tilde{\sigma}_\mu(q_k b))(\tilde{\sigma}^\mu(q_i q_j))]_{LL(-\frac{1}{\gamma})}^\gamma = (\gamma + v_i)(\gamma + v_j)(\gamma + v_k) \\ & \times \left[ \frac{1}{\gamma} (\gamma + \cos(\theta_i - \theta_j - \theta_k)) \right. \\ & \left. + \frac{1}{\gamma} (\gamma + \cos(\theta_i + \theta_j - \theta_k)) - \cos(\theta_i - \theta_k) - \cos(\theta_j) \right]. \end{aligned} \quad (الف-۵)$$

برای به دست آوردن مولفه‌های دامنه واپاشی، اکنون باید روی حالت‌های اسپینی  $1/2$  و  $-1/2$  کواریک  $b$  متوسط گیری کنیم:

$$[(\tilde{\sigma}_\mu(q_k b))(\tilde{\sigma}^\mu(q_i q_j))]_{spin-ave}^\gamma = (\gamma + v_i)(\gamma + v_j)(\gamma + v_k) [1 - \cos(\theta_i - \theta_k)]. \quad (الف-۶)$$

رابطه بالا برای حالت هلیسسته دلخواه  $(+, +, +)$  برای واپاشی  $b \rightarrow q_i q_k \bar{q}_j$  می باشد. اکنون باید همه حالت‌های هلیسسته را به دست آورده و با هم جمع کنیم. با جمع هشت حالت هلیسسته خواهیم داشت:

$$[(\tilde{\sigma}_\mu(q_k b))(\tilde{\sigma}^\mu(q_i q_j))]_{spin-ave}^\gamma = \frac{1}{\gamma} (\gamma - v_i v_k \cos(\theta_i - \theta_k)). \quad (الف-۷)$$

اکنون می توانیم با استفاده از مربع مولفه‌های دامنه واپاشی، آهنگ زمانی واپاشیهای مختلف کواریک  $b$  را محاسبه کنیم. با استفاده از قاعده طلایی فرمی آهنگ دیفرانسیلی زمانی چنین واپاشیهایی در حالت کلی برابر است با:

$$d\Gamma = V^\gamma |M|^\gamma \frac{d^\gamma p_i}{(\gamma\pi)^\gamma} \frac{d^\gamma p_j}{(\gamma\pi)^\gamma} \frac{d^\gamma p_k}{(\gamma\pi)^\gamma} (\gamma\pi)^\gamma \times \delta^\gamma(p_b - p_i - p_j - p_k). \quad (الف-۸)$$

مطابق پایستگی انرژی و تکانه،  $E^\gamma = p^\gamma + m^\gamma c^\gamma$  داریم:

$$E_{q_j} = \sqrt{m_{q_j}^2 + p_{q_i}^2 + p_{q_k}^2 + 2p_{q_i} p_{q_k} \cos \theta} \quad (\theta = \theta_i - \theta_k) \quad (الف-۹)$$

و فرض می‌کنیم که :

$$p_i = x \frac{M_b}{\gamma}, \quad p_k = y \frac{M_b}{\gamma}. \quad (الف-۱۶)$$

و جایگذاری  $p_i$  و  $p_k$  در رابطه (الف-۱۴) و کمی ساده سازی، آهنگ زمانی واپاشیهای پنگوئن گلتونی کوارک  $b \rightarrow q_i q_k \bar{q}_j$  تا تقریب مرتبه اول برابر می‌شود با،

$$\Gamma = \frac{1}{8\pi^2} \left(\frac{M_b}{\gamma}\right)^5 \int \int [\xi(x)]^4 xy f_1 g_1 dx dy. \quad (الف-۱۷)$$

ضریب ۳ نماینده رنگ کوارک  $b$  می‌باشد و

$$f_1 = (2 - \sqrt{x^2 + a^2} - \sqrt{y^2 + b^2}),$$

$$g_1 = \left(1 - \frac{(f_1)^2 - (c^2 + x^2 + y^2)}{2\sqrt{x^2 + a^2}\sqrt{y^2 + b^2}}\right),$$

$$\xi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{g_s^2}{4\pi^2} (T_{q_k b}^a T_{q_i q_j}^a) F_1^L(q^2). \quad (الف-۱۸)$$

ثابت‌های  $a$  و  $b$  و  $c$  عبارتند از :

$$a = \frac{2m_i}{M_b}, \quad b = \frac{2m_k}{M_b}, \quad c = \frac{2m_j}{M_b}. \quad (الف-۱۹)$$

### پیوست ب

#### محاسبه آهنگ زمانی واپاشیهای پنگوئن گلتونی کوارک $b$ تا تقریب مرتبه دوم

از آنجائی که کوارک  $q_m$  در امتداد زاویه  $\theta_m$  دارای اسپین  $1/2$  - و در امتداد زاویه  $\pi - \theta_m$  دارای اسپین  $1/2$  است و از آنجائی که اسپین کوارک  $q_m$  را در امتداد محور  $z$  و در چارچوب آزمایشگاه در حال سکون یعنی  $p_{q_m} = 0$  فرض شده است، بنابراین تابع موج کوارک  $q_m$  برابر است با :

$$|q_{m(-1/2)}\rangle = \frac{1}{\sqrt{V}} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$|q_{m(+1/2)}\rangle = \frac{1}{\sqrt{V}} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (ب-۱)$$

همچنین فرض می‌کنیم اندازه حرکت کوارکهای  $p_p, p_o$  در صفحه  $xz$  باشند، یعنی مؤلفه  $y$  آن صفر باشد ( $\phi = 0$ )، پس از آنجایی که  $\vec{p}_{q_m} = \vec{p}_o + \vec{p}_p + \vec{p}_{\bar{j}} = 0$  است، خواهیم داشت:

$$p_p = p_p (\sin \theta_p, 0, \cos \theta_p),$$

$$p_o = p_o (\sin \theta_o, 0, \cos \theta_o),$$

$$p_{\bar{j}} = p_{\bar{j}} (\sin \theta_{\bar{j}}, 0, \cos \theta_{\bar{j}}). \quad (ب-۲)$$

بنابراین مولفه‌های دامنه واپاشی (۳۷) به صورت زیر به دست می‌آید:

$$[\tilde{\sigma}_\mu(q_j q_m)] = \sqrt{1+v_j} [(-\sin(\frac{\theta_j}{\gamma}) \cos(\frac{\theta_j}{\gamma})) \tilde{\sigma}_\mu \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ or } \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}],$$

$$[\tilde{\sigma}^\mu(q'_o q'_p)] = \sqrt{1+v_o} \sqrt{1+v_p}$$

$$\times [(-\sin(\frac{\theta_o}{\gamma}) \cos(\frac{\theta_o}{\gamma})) \tilde{\sigma}^\mu \begin{pmatrix} -\sin(\frac{\theta_p}{\gamma}) \\ \cos(\frac{\theta_p}{\gamma}) \end{pmatrix}]. \quad (ب-۳)$$

از  $\mu = 0, 1, 2, 3$  اینگونه است، مولفه‌های دامنه واپاشی برای کوارک  $q_m$  با اسپین  $1/2$  و  $-1/2$  برابر می‌شود با:

$$[(\tilde{\sigma}_\mu(q_j q_m))(\tilde{\sigma}^\mu(q'_o q'_p))]_{LL(+1/2)} =$$

$$\times \sqrt{1+v_o} \sqrt{1+v_p} \sqrt{1+v_j}$$

$$\times (\sin(\frac{\theta_o - \theta_p - \theta_j}{\gamma}) + \sin(\frac{\theta_o + \theta_p - \theta_j}{\gamma})),$$

$$[(\tilde{\sigma}_\mu(q_j q_m))(\tilde{\sigma}^\mu(q'_o q'_p))]_{LL(-1/2)} =$$

$$\times \sqrt{1+v_o} \sqrt{1+v_p} \sqrt{1+v_j}$$

$$\times (\cos(\frac{\theta_o - \theta_p - \theta_j}{\gamma}) - \cos(\frac{\theta_o + \theta_p - \theta_j}{\gamma})). \quad (ب-۴)$$

با مربع این جملات و متوسط گیری روی اسپین  $1/2$  و  $-1/2$ ، مولفه‌های دامنه واپاشی کوارک  $q_m$  برابر است با:

$$[(\tilde{\sigma}_\mu(q_j q_m))(\tilde{\sigma}^\mu(q'_o q'_p))]_{spin-ave}$$

$$= (1+v_o)(1+v_p)(1+v_j)[1 - \cos(\theta_o - \theta_j)]. \quad (ب-۵)$$

با جایگذاری رابطه بالا در (۳۶)، دامنه قسمت شاخه‌ای  $g \rightarrow q'_o q'_p$  به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\bar{W}^\mu = \tilde{\sigma}^\mu (T_{q_j q_m}^a T_{q'_o q'_p}^a) [\tilde{\sigma}_\mu(q_j q_m)] [\tilde{\sigma}^\mu(q'_o q'_p)]$$

$$= \tilde{\sigma}^\mu (T_{q_j q_m}^a T_{q'_o q'_p}^a) (1+v_o)(1+v_p)(1+v_j)$$

$$\times [1 - \cos(\theta_o - \theta_j)]. \quad (ب-۶)$$

حال که دامنه قسمت شاخه‌ای  $g \rightarrow q'_o q'_p$  را به دست آوردیم به قسمت اصلی یعنی دامنه واپاشی پنگوئن (۳۱) باز می‌گردیم. با جایگذاری  $\bar{W}^\mu$  از رابطه (۳۶) در دامنه واپاشی پنگوئن (۳۱) خواهیم داشت:

$$= 64 [1 - v_o v_j \cos(\theta_o - \theta_j) - v_k v_i \cos(\theta_i - \theta_k)] \quad (ب-۱۲)$$

$$+ v_j v_o v_i v_k \cos(\theta_i - \theta_k) \cos(\theta_o - \theta_j).$$

با جایگذاری رابطه بالا در دامنه واباشی پنگوئن (ب-۸)، مربع این دامنه به صورت زیر به دست می آید:

$$|M^{peng}|^2 = \left[ \left( \frac{g_s^\gamma}{4\pi^\gamma} \right)^\gamma F_\gamma^L(q^\gamma) (T_{q_k b}^a T_{q_i q_j}^a) (T_{q_j q_m}^a T_{q_o q_p}^a) \right]^\gamma$$

$$\times 64 [1 - v_o v_j \cos(\theta_o - \theta_j) - v_k v_i \cos(\theta_i - \theta_k)] \quad (ب-۱۳)$$

$$+ v_j v_o v_i v_k \cos(\theta_i - \theta_k) \cos(\theta_o - \theta_j)]$$

اکنون می خواهیم با استفاده از مجذور مولفه های دامنه واباشی، آهنگ زمانی واباشیهای پنگوئن کواریک  $b$  تا تقریب مرتبه دوم را محاسبه کنیم. با استفاده از قاعده طلایی فرمی آهنگ دیفرانسیلی زمانی چنین واباشیهای در حالت کلی برابر است با:

$$d\Gamma = V^\gamma |M|^\gamma \frac{d^\gamma p_i}{(2\pi)^\gamma} \frac{d^\gamma p_j}{(2\pi)^\gamma} \frac{d^\gamma p_k}{(2\pi)^\gamma} \frac{d^\gamma p_o}{(2\pi)^\gamma} \frac{d^\gamma p_p}{(2\pi)^\gamma} \quad (ب-۱۴)$$

$$\times (2\pi)^\gamma \delta^\gamma(p_b - p_i - p_j - p_k - p_p - p_o)$$

با جایگذاری رابطه (ب-۱۳) در رابطه بالا و مرتب کردن جملات بر حسب متغیرهای انتگرال گیری، خواهیم داشت:

$$\Gamma = 64 \left[ \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \frac{g_s^\gamma}{4\pi^\gamma} \right)^\gamma (T_{q_j q_m}^a T_{q_o q_p}^a) (T_{q_k b}^a T_{q_i q_j}^a) \right]^\gamma \quad (ب-۱۵)$$

$$\times (I_1^{peng} + I_2^{peng} + I_3^{peng}).$$

اینجا  $I_1^{peng}$  و  $I_2^{peng}$  و  $I_3^{peng}$  انتگرالهای فضای فاز هستند که عبارتند از:

$$I_1^{peng} = \int \int \int \int \int [F_\gamma^L(q^\gamma)]^\gamma (1 - v_o v_j \cos(\theta_o - \theta_j))$$

$$\times (2\pi) \delta(M_b - E_k - E_i - E_j - E_o - E_p)$$

$$\times (2\pi)^\gamma \delta^\gamma(\vec{p}_b - \vec{p}_i - \vec{p}_j - \vec{p}_k - \vec{p}_p - \vec{p}_o)$$

$$\times \frac{d^\gamma p_i}{(2\pi)^\gamma} \frac{d^\gamma p_j}{(2\pi)^\gamma} \frac{d^\gamma p_k}{(2\pi)^\gamma} \frac{d^\gamma p_o}{(2\pi)^\gamma} \frac{d^\gamma p_p}{(2\pi)^\gamma},$$

$$I_2^{peng} = - \int \int \int \int \int [F_\gamma^L(q^\gamma)]^\gamma v_i v_k \cos(\theta_i - \theta_k)$$

$$\times (2\pi) \delta(M_b - E_k - E_i - E_j - E_o - E_p)$$

$$\times (2\pi)^\gamma \delta^\gamma(\vec{p}_b - \vec{p}_i - \vec{p}_j - \vec{p}_k - \vec{p}_p - \vec{p}_o)$$

$$\times \frac{d^\gamma p_i}{(2\pi)^\gamma} \frac{d^\gamma p_j}{(2\pi)^\gamma} \frac{d^\gamma p_k}{(2\pi)^\gamma} \frac{d^\gamma p_o}{(2\pi)^\gamma} \frac{d^\gamma p_p}{(2\pi)^\gamma},$$

$$M^{peng} = \left( \frac{g_s^\gamma}{4\pi^\gamma} \right)^\gamma [\bar{u}_{q_k}(p_{q_k}) T_{q_k b}^a F_\gamma^L(q^\gamma) \tilde{\sigma}_\mu u_b(p_b)]$$

$$\times [\bar{u}_{q_i}(p_{q_i}) \tilde{\sigma}^\mu (T_{q_j q_m}^a T_{q_o q_p}^a)]$$

$$\times [\tilde{\sigma}_\mu(q_j q_m)] [\tilde{\sigma}^\mu(q'_o q'_p)] T_{q_j q_j}^a v_{\bar{q}_j}(p_{\bar{q}_j}).$$

(ب-۷)

با کمی ساده سازی داریم:

$$M^{peng} = \left( \frac{g_s^\gamma}{4\pi^\gamma} \right)^\gamma F_\gamma^L(q^\gamma) (T_{q_k b}^a T_{q_i q_j}^a) (T_{q_j q_m}^a T_{q_o q_p}^a)$$

$$\times [\tilde{\sigma}_\mu(q_k b)] [\tilde{\sigma}^\mu(q_i q_j)]$$

(ب-۸)

$$\times [\tilde{\sigma}_\mu(q_j q_m)] [\tilde{\sigma}^\mu(q'_o q'_p)].$$

که در آن:

$$[\tilde{\sigma}_\mu(q_k b)] = [\bar{u}_{q_k}(p_{q_k}) \tilde{\sigma}_\mu u_b(p_b)],$$

$$[\tilde{\sigma}^\mu(q_i q_j)] = [\bar{u}_{q_i}(p_{q_i}) \tilde{\sigma}^\mu u_{\bar{q}_j}(p_{\bar{q}_j})]. \quad (ب-۹)$$

ابتدا دو عبارت (ب-۹) را محاسبه می کنیم. برای این منظور تابع موج کواریک  $b$  را همانند (الف-۱) و اندازه حرکت کواریکهای  $p_{\bar{j}}$ ،  $p_i$ ،  $p_k$  را همانند (الف-۲) در نظر می گیریم. برای به دست آوردن متوسط مولفه های دامنه واباشی همانند (الف-۶) محاسبه کرده، خواهیم داشت:

$$[(\tilde{\sigma}_\mu(q_k b))(\tilde{\sigma}^\mu(q_i q_j))]_{spin-ave}^2 \quad (ب-۱۰)$$

$$= (1 + v_i)(1 + v_j)(1 + v_k)[1 - \cos(\theta_i - \theta_k)].$$

چون برای به دست آوردن آهنگ زمانی واباشیهای پنگوئن کواریک  $b$  احتیاج به مربع دامنه واباشی پنگوئن است لذا لازم است که مربع رابطه (ب-۸) را به دست آوریم. با استفاده از روابط (ب-۵) و (ب-۱۰) می توان مربع دامنه واباشی پنگوئن (ب-۸) را به دست آورد:

$$[(\tilde{\sigma}_\mu(q_k b))(\tilde{\sigma}^\mu(q_i q_j))(\tilde{\sigma}_\mu(q_j q_m))(\tilde{\sigma}^\mu(q'_o q'_p))]_{spin-ave}^2$$

$$= (1 + v_i)(1 + v_j)(1 + v_k)(1 + v_o)(1 + v_p)$$

$$\times (1 + v_j)[1 - \cos(\theta_i - \theta_k)][1 - \cos(\theta_o - \theta_j)] \quad (ب-۱۱)$$

عبارت بالا هنوز قانع کننده نیست چرا که در عبارت بالا فقط یکی از حالات ممکن هلیسسته در نظر گرفته شده است. اکنون باید همه حالت های ممکن هلیسسته را به دست آورده، با هم جمع کنیم. ۶۴ حالت ممکن هلیسسته داریم که بعد از جمع همه آنها خواهیم داشت:

$$[(\tilde{\sigma}_\mu(q_k b))(\tilde{\sigma}^\mu(q_i q_j))(\tilde{\sigma}_\mu(q_j q_m))(\tilde{\sigma}^\mu(q'_o q'_p))]_{spin-ave}^2$$

$$g_r = 1 - \frac{(f_r)^2 - (e^2 + x^2 + y^2)}{2\sqrt{x^2 + c^2}\sqrt{y^2 + d^2}},$$

$$h = \frac{1}{\sqrt{z^2 + a^2}} \frac{1}{\sqrt{z^2 + b^2}} \quad (\text{ب-۱۸})$$

که ثابتهای  $e, d, c, b, a$  به صورت زیر تعریف می شوند.

$$a = \frac{m_i}{M_b}, \quad b = \frac{m_k}{M_b}, \quad c = \frac{m_p}{M_b}, \quad d = \frac{m_j}{M_b}, \quad e = \frac{m_o}{M_b}.$$

(ب-۱۹)

اکنون که مقادیر فضای فاز  $I_1^{peng}$ ،  $I_2^{peng}$  و  $I_3^{peng}$  مشخص شده اند، می توان با جایگذاری آنها در رابطه (ب-۱۵)، آهنگ زمانی واپاشی گلوئون پنگوئن تا تقریب مرتبه دوم به صورت زیر محاسبه کرد:

$$\Gamma_{b \rightarrow q_i q_k \bar{q}_j (q_o q_p)} = 3 \times 64 \left[ \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \frac{g_s^2}{4\pi^2} \right)^2 \left( \frac{16}{81} \right)^2 \right]^2$$

$$\times \frac{1}{16\pi^4} \left( \frac{M_b}{4} \right)^{11}$$

$$\times \int \int \int dx dy dz [F_\gamma^L(q^2)]^2$$

$$\times \left\{ \frac{xyz^5}{5} f_r g_r + \frac{xyz^4}{4} h f_r - \frac{xyz^3}{3} h f_r g_r \right\}.$$

(ب-۲۰)

$$I_1^{peng} = \int \int \int \int [F_\gamma^L(q^2)]^2 v_o v_j v_i v_k \cos(\theta_o - \theta_j) \cos(\theta_i - \theta_k)$$

$$\times (\pi) \delta(M_b - E_k - E_i - E_j - E_o - E_p)$$

$$\times (\pi) \delta^2(\vec{p}_b - \vec{p}_i - \vec{p}_j - \vec{p}_k - \vec{p}_p - \vec{p}_o)$$

$$\times \frac{d^3 p_i}{(2\pi)^3} \frac{d^3 p_j}{(2\pi)^3} \frac{d^3 p_k}{(2\pi)^3} \frac{d^3 p_o}{(2\pi)^3} \frac{d^3 p_p}{(2\pi)^3}.$$

(ب-۱۶)

اکنون باید  $I_1^{peng}$ ،  $I_2^{peng}$ ،  $I_3^{peng}$  را محاسبه کنیم و سپس در داخل رابطه (ب-۱۵) قرار دهیم. همانند روشی که در پیوست الف انجام داده ایم، می توان انتگرالهای فضای فاز را به صورت زیر محاسبه کرد.

$$I_1^{peng} = \frac{1}{5} \frac{1}{16\pi^4} \left( \frac{M_b}{4} \right)^{11} \int \int \int dx dy dz [F_\gamma^L(q^2)]^2 xyz^5 f_r g_r,$$

$$I_2^{peng} = \frac{1}{4} \frac{1}{16\pi^4} \left( \frac{M_b}{4} \right)^{11} \int \int \int dx dy dz [F_\gamma^L(q^2)]^2 xyz^4 h f_r,$$

$$I_3^{peng} = \frac{1}{3} \frac{1}{16\pi^4} \left( \frac{M_b}{4} \right)^{11} \int \int \int dx dy dz [F_\gamma^L(q^2)]^2 xyz^3 h f_r g_r,$$

(ب-۱۷)

که در آن داریم:

$$f_r = (\epsilon - \sqrt{z^2 + a^2} - \sqrt{z^2 + b^2}) - (\sqrt{x^2 + c^2} + \sqrt{y^2 + d^2})$$

### مراجع

7. Z Xiao, C S Li, K T Chao, *Phys. Lett. B* **473** (2000) 148-156.
8. M Beneke, J Rohrer, D Yang, *Phys. Rev. Lett.* **96** (2006) 141801.
9. S A Abel, W N Cottingham, I B Wittingham, *Phys. Rev. D* **58** (1998) 073006.
10. Z Xiao, W Li, L Guo, G Lu, *Eur. Phys. J. C* **18** (2001) 681-709.
11. A J Buras, P Gambino, U Haisch, *Nucl. Phys. B* **570** (2000) 117-154.
12. Particle Data Group; *J. Phys. G* **33** (2006) 1.
13. A Ali, C Greub, *Phys. Rev. D* **57** (1998) 2996-3016.
14. W N Cottingham, H Mehrban, I B Wittingham, *Phys. Rev. D* **60** (1999) 114029.
1. A Vainshtein, "How Penguin started to fly," hep-ph/9906263.
2. R Fleischer, "Exploring CP Violation and Penguin Effects through  $B^0 \rightarrow D^+ D^- s$  and  $B^0 \rightarrow D^+ s D^- s$ ", arXiv:0705.4421.
3. T N Pham, "Charming penguin in nonleptonic B decays," *AIP Conf. Proc.* **602** (2001) 206-211.
4. R Fleischer, S Recksiegel, "b -> d Penguins: CP Violation, General Lower Bounds on the Branching Ratios and Standard Model Tests," hep-ph/0511325.
5. R Fleischer, S Recksiegel, *Phys. Rev. D* **71** (2005) 051501.
6. R Fleischer, "Flavour Physics and CP Violation," hep-ph/0608010.