

(دریافت مقاله: ۱۳۸۶/۱۲/۷؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۳۸۸/۵/۱۲)

۲۰۰۵

پیشرفت شایانی نموده است به طوری که امروزه می توان گفت عملاً در توصیف حلقه های تاج خورشید بسیار کارآمد است. به عنوان مثال وندورسلانتر و همکارانش به کمک این نظریه، لوله های شاره مغناطیده خمیده را بررسی کرده اند [۲۰]. بنت و همکاران [۵] و اردلی و فدان [۱۳] به کمک این نظریه میدانهای مغناطیسی پیچیده و تابیده را بررسی نموده اند. افراد دیگری از جمله دیاز و رابرتس، اندریس و همکاران، دایمووا و رودرمن، مک اوین و همکاران، دانللی و همکاران همگی به بررسی اثرات متفاوت چگالی متغییر طولی بر نوسانات حلقه های تاج پرداخته اند [۱ و ۲ و ۶ و ۷ و ۸ و ۹ و ۱۰ و ۱۱ و ۱۷]. اخیراً وندورسلانتر، ناکاریاکف و ورویخت برای تحلیل داده های تریس، از روشی به نام لرزه شناسی حلقه های تاج استفاده نموده اند تا بتوانند شاخصه های فیزیکی مربوط به این مشاهدات را به دست

فضایمای تریس<sup>۱</sup> اولین نوسانات حلقه های تاج خورشید در دمای  $K 10^6$  را در ناحیه طیفی فرابنفش ( $A^\circ 171$ ) ثبت نموده است [۳]. اشواندن و همکارانش [۴] و ناکاریاکف و همکارانش [۱۶]، با استفاده از معادلات مغناطوایدرو دینامیک (MHD) که به بررسی امواج در یک لوله شاره مغناطیده می پردازد، نوسانات عرضی حلقه های تاج را بررسی نموده اند. ایشان این نوسانات را به شکل وجوه کینک ساکن سریع در حالت پایه در نظر گرفته اند [۱۲]. سپس وانگ و همکارانش وجوه ساکن آرام را نیز در حلقه های تاج کشف نمودند [۲۳]. اخیراً با اندازه گیری دوره تناوب نوسانات، یک مدل واقعی تر از ساختار چگالی تاج ارائه داده اند [۲۲]. در طی این تلاشها نظریه مغناطوایدرو دینامیک

۱. TRACE

برای بررسی لوله‌های تاج خورشید از مدل مغناطوهیدرودینامیک خطی شده (MHD) استفاده می‌گردد. استوانه‌ای متقارن به شعاع  $R$  و طول  $L$  را در دستگاه مختصات استوانه‌ای  $(r, \phi, z)$  در نظر می‌گیریم. به طوری که دو انتهای آن در شیدسپهر قرار داشته باشند. از خمیدگی لوله صرف نظر می‌شود. فرض می‌شود که لوله هیچ جریان اولیه‌ای نداشته باشد و میدان مغناطیسی موازی با محور  $z$  باشد ( $\vec{B} = B_z \hat{z}$ ). در این حالت با تقریب بسیار خوبی می‌توان از فشار گاز در پلازما صرف نظر نمود و فقط فشار مغناطیسی را به حساب آورد. به این حالت، تقریب پلاسمای سرد ( $\beta = 0$ ) می‌گویند. از اثرات گرانشی و نیروهای وشکانی و مقاومتی نیز صرف نظر می‌نماییم (شکل ۱).

چگالی در راستای طول لوله غیر یکنواخت و در راستای شعاعی بر روی مرز لوله به شکل یک تابع ناپیوسته و پله‌ای است.

$$\rho(r, \varepsilon, z) = \begin{cases} \rho_i(\varepsilon)f(\varepsilon, z), & r < R \\ \rho_e(\varepsilon)f(\varepsilon, z), & r > R \end{cases} \quad (1)$$

$$f(\varepsilon, z) = \exp\left(-\frac{\varepsilon z}{L}\right), \quad 0 \leq z \leq L/2 \quad (2)$$

$\rho_e(\varepsilon)$  و  $\rho_i(\varepsilon)$  چگالیهای داخل و خارج لوله هستند.  $\varepsilon = L/H$  پارامتر ارتفاع مقیاس چگالی و  $f(\varepsilon, z)$  تابع غیریکنواختی چگالی می‌باشد. به این ترتیب معادلات خطی شده مغناطوهیدرودینامیک به شکل زیر خلاصه می‌گردد.

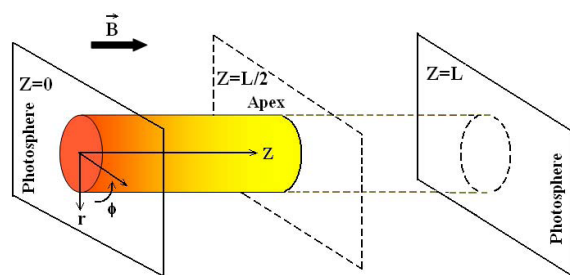
$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \delta \vec{v}) = 0, \quad (3) \text{ معادله پیوستگی}$$

$$\frac{\partial \delta \vec{v}}{\partial t} = \frac{1}{4\pi\rho} (\vec{\nabla} \times \delta \vec{B}) \times \vec{B}, \quad (4) \text{ معادله پایستگی تکانه}$$

$$\frac{\partial \delta \vec{B}}{\partial t} = \vec{\nabla} \times (\delta \vec{v} \times \vec{B}), \quad (5) \text{ معادله القایی}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \delta \vec{B} = 0, \quad (6) \text{ شرط عدم حضور تک قطبی مغناطیسی}$$

به طوری که  $\delta \vec{v}$  و  $\delta \vec{B}$  به ترتیب اختلالات اولیری سرعت و میدان مغناطیسی می‌باشند. برای هر یک از این مولفه‌ها یک وابستگی سمتی  $\phi$  و یک وابستگی زمانی  $t$  به صورت  $\exp[-i(m\phi - \omega t)]$  در نظر گرفته‌ایم به طوری که  $m$  عدد موج سمتی و  $\omega$  فرکانس نوسانات می‌باشد. با استفاده از معادلات بالا به دو معادله دیفرانسیل پاره‌ای برای  $\delta V_r$  و  $\delta B_z$  می‌رسیم



شکل ۱. لوله شماره به طول  $L$  و شعاع  $R$  که در میدان مغناطیسی ثابت  $\vec{B} = B_z \hat{z}$  قرار گرفته است و دارای چگالی غیر یکنواخت می‌باشد. در این تصویر نیمی از طول لوله نمایش داده شده است.

آوردند [۲۱]. این روش براساس معادلات مغناطوهیدرودینامیک و هارمونیکهای نوسانات عرضی پی ریزی شده است. آنها ارتفاع مقیاس در این حالت را دو برابر حالت هیدروستاتیکی به دست آوردند. دایمووا و رودرمن محاسبات مربوط به معادلات (MHD) برای فیبرهای مغناطیده در حضور چگالی غیر یکنواخت طولی را ساده سازی نمودند [۹]. در نهایت یک معادله اشتروم-لیویل ویژه مقداری به دست آوردند [۱۰]. اردلی و ورت با روشی مشابه دریافتند که نمایه دامنه‌های نوسان در اثر حضور چگالی غیریکنواخت، انحراف پیدا می‌کنند و میزان این انحراف رامحاسبه نمودند [۱۴]. دایمووا و رودرمن تأثیر شکل هندسی حلقه‌های تاج بر روی نسبت دوره تناوب اولین حالت برانگیخته به حالت پایه را بررسی نمودند [۱۱]. صفری و همکاران از معادلات مغناطوهیدرودینامیک به معادله دیفرانسیل پاره‌ای درجه دوم برای  $\delta B_z(r, z)$  رسیدند [۱۹]. یافته‌های آنها در تقریب لوله‌های باریک در توافق با کار دایمووا و رودرمن می‌باشد [۱۰]. در این جا لوله شماره‌ای مغناطیده با چگالی غیر یکنواخت در نظر گرفته شده است. با فرض یک فرم نمایی و کاهنده برای چگالی، جوابی تحلیلی برای مولفه طولی  $\delta B_z(r, z)$  به دست آمده است. نمایه دامنه‌ها، اختلاف آنها و نسبت دوره تناوبها  $(p_n / p_1, n = 2, 3, \dots)$  در دو حالت چگالی یکنواخت و غیریکنواخت مورد بررسی قرار گرفته است. در بخش دوم مدل و معادلات حرکت و شرایط مرزی بیان می‌شوند. بخش سوم شامل روابط پاشندگی و حل آن می‌باشد. نتایج به دست آمده در بخش چهارم ارائه می‌گردد.

تحقیقاتی را انجام دادند و دریافتند که با تقریب خوبی می‌توان مدل چگالی غیر یکنواخت طولی و نمایی را برای چگالی این حلقه‌ها در نظر گرفت [۴]. اندریس و همکارانش، یک تابع نمایی سینوسی را برای چگالی به صورت  $f(\varepsilon, z) = \exp(-\frac{\varepsilon}{\pi} \sin(\frac{\pi z}{L}))$  پیشنهاد دادند که در آن  $L, H, \varepsilon = L/H$  به ترتیب پارامتر ارتفاع مقیاس، ارتفاع مقیاس و طول لوله می‌باشند [۲۱]. می‌دانیم که نوسانات یک ریسمان به طول  $L$  با دو سر بسته، همانند نوسانات یک ریسمان به طول  $L/2$  با یک انتهای باز و یک انتهای بسته است. در این مقاله نصف لوله با چگالی نمایی به صورت  $f(\varepsilon, z) = \exp(-\frac{\varepsilon z}{L})$  در نظر گرفته شده است. در شکل ۲ تابع  $f(\varepsilon, z)$  به ازای مقادیر مختلف  $\varepsilon$  رسم گردیده است.

فرض می‌شود که جرم کل لوله‌ها،  $\mu_{i,e}$ ، مستقل از  $\varepsilon$  باشد،

$$\frac{\mu_i}{\rho_i(\varepsilon)} = \frac{\mu_e}{\rho_e(\varepsilon)} = \int_0^{L/2} f(\varepsilon, z) dz = \frac{L}{2} [1 - \exp(-\frac{\varepsilon}{2})], \quad (9)$$

در این صورت حل تحلیلی معادله (۸) به صورت زیر خواهد بود.

$$Z(z) = c_1 J_0(E(\omega)e^{-\varepsilon z/2}) + c_2 Y_0(E(\omega)e^{-\varepsilon z/2}), \quad (10)$$

به صورتی که  $c_1$  و  $c_2$  ضرایب ثابت،

$$E(\omega) = \frac{2\omega}{\varepsilon} \sqrt{\frac{\rho_i(\varepsilon) + \rho_e(\varepsilon)}{2}}$$

مرتبه اول و مرتبه دوم‌اند.

شرایط مرزی برای وجوه فرد و زوج به شکل زیر می‌باشند.

$$\begin{cases} Z(z=0) = 0, \\ Z'(z=L/2) = 0, \end{cases} \quad (11) \quad \text{وجوه فرد}$$

$$\begin{cases} Z(z=0) = 0, \\ Z(z=L/2) = 0, \end{cases} \quad (12) \quad \text{وجوه زوج}$$

معادله (۱۰) به کمک شرایط مرزی (۱۱) و (۱۲) نتیجه می‌دهد،

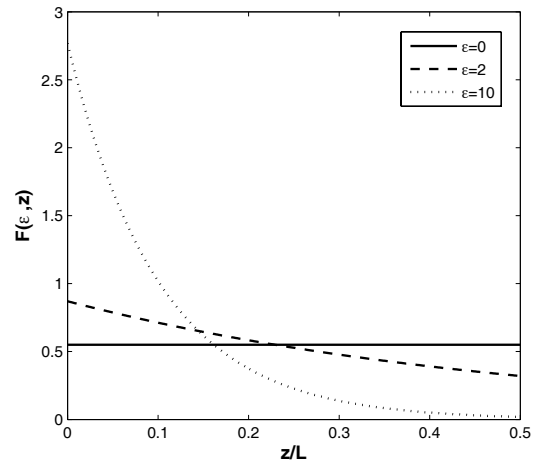
$$c_1 = Y_0(E(\omega)) / N(\omega), \quad (13)$$

$$N(\omega) = \sqrt{J_0^2(E(\omega)) + Y_0^2(E(\omega))},$$

$$c_2 = J_0(E(\omega)) / N(\omega). \quad (14)$$

با استفاده از این ضرایب رابطه پاشندگی برای وجوه فرد و زوج به ترتیب به دست می‌آیند،

$$\begin{aligned} -Y_0(E(\omega))J_1(E(\omega)e^{-\varepsilon/4}) \\ + Y_1(E(\omega))J_0(E(\omega)e^{-\varepsilon/4}) = 0, \end{aligned} \quad (15) \quad \text{فرد}$$



شکل ۲. تغییرات  $F(\varepsilon, z)$  برای مقادیر مختلف  $\varepsilon$  در طول لوله رسم شده است.

(برای مشاهده جزئیات محاسبات به کرمی و همکاران و صفری و همکاران مراجعه کنید [۱۵ و ۱۸ و ۱۹]). با حذف  $\delta V_r$  از این دو معادله دیفرانسیل، به یک معادله موج برای  $\delta B_z$  به شکل زیر می‌رسیم.

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{m^2}{r^2} + \frac{\omega^2}{v_A^2} \right) \delta B_z = 0, \quad (V)$$

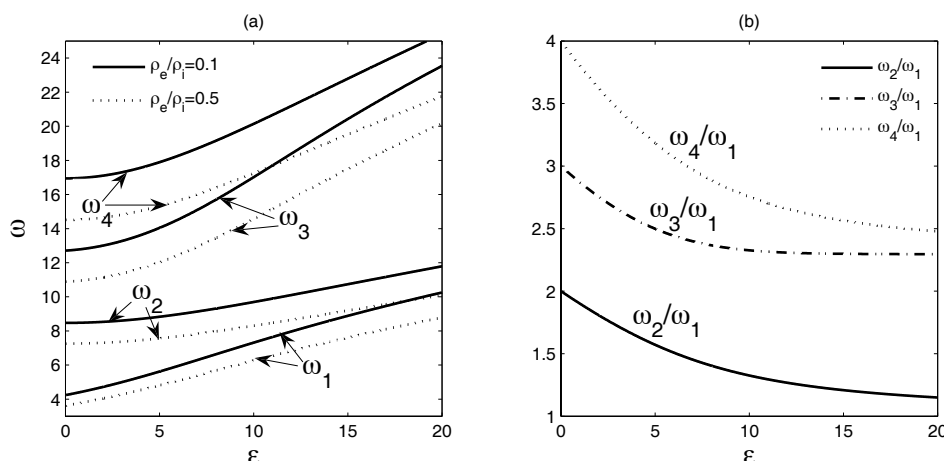
به طوری که سرعت آلفن موضعی،  $v_A(z) = B / \sqrt{4\pi\rho(z)}$ ، به خاطر وابسته بودن به چگالی در داخل و خارج لوله مقادیر متفاوتی خواهد داشت.

با حل معادله (V)،  $\delta B_z$  به دست می‌آید. سپس با استفاده از چهار معادله دیگر، سایر مولفه‌های اختلالی سرعت و میدان مغناطیسی محاسبه می‌شوند. معادله (V)، با استفاده از جدا سازی متغیرها در تقریب لوله باریک به یک معادله اشتروم-لیوویل تبدیل می‌گردد.

$$\frac{d^2 Z(z)}{dz^2} + \frac{4\pi\omega^2}{B^2} F(\varepsilon, z) Z(z) = 0, \quad 0 \leq z \leq L/2 \quad (8)$$

به طوری که  $\omega$  فرکانس سیستم در حضور چگالی غیر یکنواخت طولی و  $F(\varepsilon, z) = \frac{\rho_i(\varepsilon) + \rho_e(\varepsilon)}{2} f(\varepsilon, z)$  می‌باشد.

اشواندن و همکاران بر روی ۳۰ حلقه در ناحیه فرابنفش



شکل ۳. (a) با افزایش  $\rho_e(\varepsilon)/\rho_i(\varepsilon)$  فرکانسها به سمت پایین جابه‌جا می‌شوند. (b) منحنی نسبت فرکانسها از  $n$  شروع می‌شود و با افزایش  $\varepsilon$  کاهش می‌یابند. تغییرات  $\rho_e(\varepsilon)/\rho_i(\varepsilon)$  بر نسبت فرکانسها،  $\omega_n/\omega_1$ ، بی‌تأثیر هستند.

با استفاده از روش نیوتن رافسون به حل معادلات (۱۵) و (۱۶) می‌پردازیم. به ازای پارامترهای ارتفاع مقیاسی که در محدوده،  $0 \leq \varepsilon = L/H \leq 20$  قرار بگیرند، به ترتیب فرکانس پایه و سه هارمونیک بعدی و نسبت آنها را بر حسب تابعی از  $\varepsilon$ ، به ازای  $\rho_e(\varepsilon)/\rho_i(\varepsilon) = 0.1$  و  $0.5$  (شکل ۳). همان طور که در شکل می‌بینیم با افزایش  $\rho_e(\varepsilon)/\rho_i(\varepsilon)$ ، فرکانسها به سمت پایین جابه‌جایی می‌شوند. اما این جابه‌جایی به شکلی است که نسبت فرکانسها،  $\omega_n/\omega_1$ ، ثابت می‌مانند. منحنی نسبت فرکانسها از  $n$  شروع می‌شود و با افزایش  $\varepsilon$ ، کاهش می‌یابد.

اندیس و همکارانش نشان دادند که نسبت هارمونیکها می‌تواند به عنوان ابزاری در جهت لرزه‌شناسی تاج خورشید به کار رود و به کمک آن می‌توان به ارتفاع مقیاس چگالی پی برد و نهایتاً ساختار چگالی در تاج را به دست آورد [۲۱]. و رویخت و همکارانش با استفاده از داده‌های تریس، نسبت فرکانس اولین هارمونیک به حالت پایه را به ترتیب برای دو حلقه  $C$  و  $D$  برابر با  $1/64$  و  $1/81$  به دست آوردند [۲۲]. سپس وندورس و ناکاریاکف و رویخت بر روی همین داده‌ها بازنگری انجام دادند و با دقت بسیار بیشتر نسبت مذکور را برای همان حلقه‌های  $C$  و  $D$  به ترتیب برابر با  $1/58$

(۱۶) زوج  

$$-Y_0(E(\omega))J_0(E(\omega)e^{-\varepsilon/4}) + Y_0(E(\omega))J_0(E(\omega)e^{-\varepsilon/4}) = 0,$$
 دیاز و رابرت نیز رابطه مشابهی را برای وجوه آهسته به دست آورده‌اند [۸]. در ادامه به حل تحلیلی معادلات (۱۵) و (۱۶) در حد  $\varepsilon$  های کوچک می‌پردازیم و سپس برای  $\varepsilon$  های دلخواه، حل عددی این دو معادله ارائه می‌شود.

در این حالت  $\varepsilon \ll 1$  می‌باشد و در نتیجه آرگومان داخل تابع بسل خیلی بزرگ می‌گردد و می‌توان از بسطهای مربوطه به شکل زیر استفاده کرد.

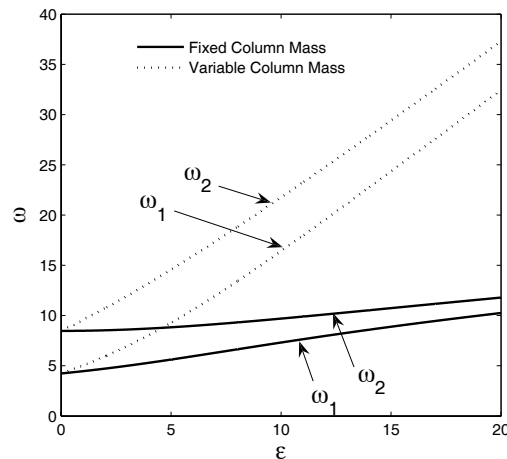
$$J_n(z) = \sqrt{\frac{2}{\pi z}} \left\{ \cos\left(z - \frac{n\pi}{2} - \frac{\pi}{4}\right) + e^{i/z} O(|z|^{-1}) \right\}, \quad (17)$$

$$Y_n(z) = \sqrt{\frac{2}{\pi z}} \left\{ \sin\left(z - \frac{n\pi}{2} - \frac{\pi}{4}\right) + e^{i/z} O(|z|^{-1}) \right\},$$

با استفاده از معادلات (۱۵) تا (۱۷) داریم

$$\omega_n = \frac{n\pi B}{L} \sqrt{\frac{1}{2\pi(\rho_i(\circ) + \rho_e(\circ))}} + O(\varepsilon^2), \quad n = 1, 2, \dots \quad (18)$$

همان طور که انتظار داریم در حد  $\varepsilon \rightarrow 0$ ،  $\omega_n$  به همان فرکانسهای سریع کینک برای حلقه‌های همگن تبدیل می‌شود [۱۲] و [۱۹]. در این حالت نسبت فرکانس اولین هارمونیک به فرکانس حالت پایه دقیقاً برابر ۲ می‌باشد.



شکل ۴. برای یک لوله با جرم کل متغیر، با افزایش  $\epsilon$ ، فرکانسها با شیب بسیار بیشتری نسبت به حالت جرم کل ثابت افزایش می‌یابند اما نسبت فرکانسها،  $P_1/P_2$ ، در این دو حالت با هم تفاوتی ندارد.

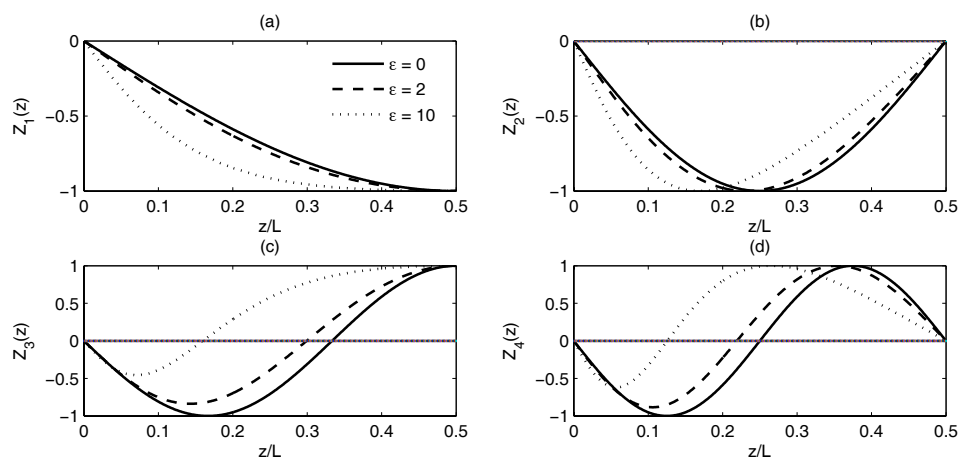
هرچند فرکانسها در این دو حالت با هم متفاوت اند اما نسبت فرکانسها،  $P_1/P_2$ ، در این دو حالت به خوبی ثابت می‌ماند.

در شکل ۵ نمایه دامنه‌های مربوط به مولفه  $z$  از نوسانات عرضی یک نیم لوله شماره در تاج خورشید، معادله (۱۰)، را برای  $l = 1, 2, 3, 4$  رسم نموده‌ایم. در حالتی که چگالی در طول لوله یکنواخت باشد یعنی  $\epsilon = 0$ ، و  $\rho_e$  و  $\rho_i$  نیز مقادیری ثابت داشته باشند، نمایه دامنه‌ها همانند منحنی سینوس ظاهر می‌شوند. با افزایش  $\epsilon$ ، نمایه دامنه‌ها از حالت سینوسی فاصله می‌گیرند و شکمها به سمت سطوح پایه در شیدسپهر<sup>۱</sup> حرکت می‌کنند به طوری که هر چه غیر یکنواختی چگالی بیشتر باشد، میزان انحراف از حالت سینوسی هم بیشتر می‌گردد. نتایج حاصل در توافق با نتایج صفری و همکاران و ورت و همکاران می‌باشد. میزان انحراف شکمها از حالت سینوسی در نمودارهای نمایه دامنه، یک ابزار جدید جهت تخمین زدن ارتفاع مقیاس چگالی در لوله‌های تاج می‌باشد. نتایج محاسبات ما نشان می‌دهند که به ازای یک مقدار ثابت  $\epsilon$ ، با تغییر ضریب تغییر چگالی در داخل و خارج لوله،  $\rho_e(\epsilon)/\rho_i(\epsilon)$ ، شکل نمایه دامنه‌ها هیچ تغییری نمی‌کنند. اختلاف بین نمایه دامنه‌ها در حالات چگالی یکنواخت و غیر یکنواخت،  $\Delta Z_l = Z_l(\epsilon, z) - Z_l(\epsilon = 0, z)$ ،  $l = 1, 2, 3, 4$

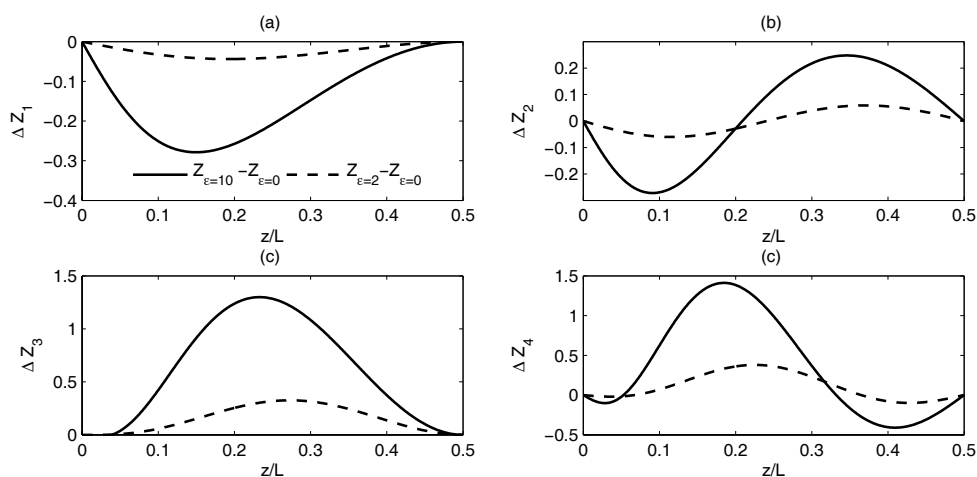
و  $1/82$  محاسبه نمودند [۲۱]. با استفاده از شکل ۳ مقادیر پارامتر ارتفاع مقیاس،  $\epsilon$ ، برای این دو حلقه به ترتیب برابر با  $4/98$  و  $1/9$  به دست می‌آید. برای لوله‌های تاج که طولشان بین  $100$  تا  $400$  مگامتر است، ارتفاع مقیاس به ترتیب در محدوده  $20-82$  و  $210-53$  مگامتر قرار می‌گیرد. این مقادیر ارتفاع مقیاس، تفاوت کوچکی با یافته‌های اندریس و همکاران و صفری و همکاران دارد [۱۹ و ۲۱]. به نظر می‌آید که این اختلاف ریشه در انتخاب شکل هندسی لوله‌ها و فرم انتخابی چگالی داشته باشد.

در ادامه تأثیر متغیر بودن جرم کل لوله را بر روی فرکانسها بررسی نموده‌ایم. در شکل ۴ به ازای ضریب تفاوت چگالی پایه در داخل و خارج لوله،  $\rho_e/\rho_i = 0/1$ ، فرکانسهای پایه و اولین هارمونیک و نمایه دامنه‌های مربوطه را برای دو حلقه مشابه که یکی از آنها دارای جرم کل ثابت و دیگری دارای جرم کل متغیر است، مقایسه می‌نماییم. نتایج نشان می‌دهند که نمایه دامنه‌ها در این دو حالت (یکی جرم کل ثابت و دیگری جرم کل متغیر) یکسان می‌باشند اما فرکانسها کمی متفاوت اند. در شکل ۴ دیده می‌شود که برای یک لوله با جرم کل متغیر، با افزایش  $\epsilon$ ، فرکانسها با شیب بسیار بیشتری نسبت به حالت جرم کل ثابت افزایش می‌یابند. از دیگر نکات جالب توجه این است که

۱. Photosphere



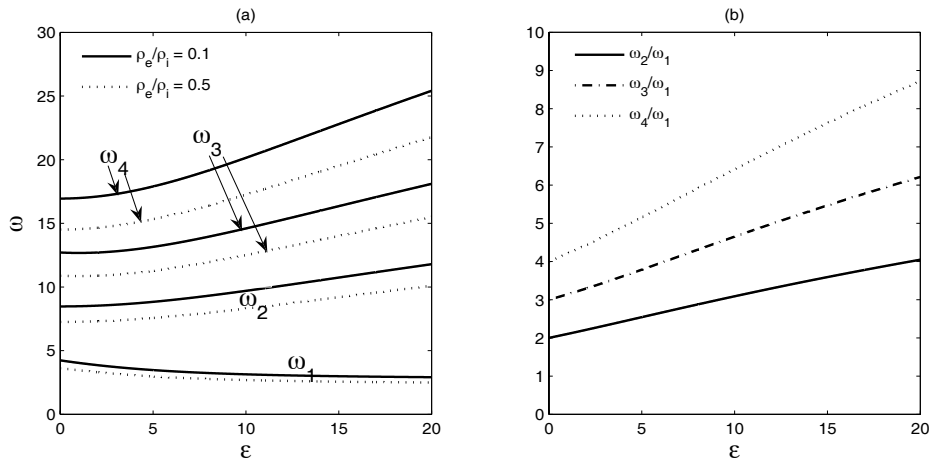
شکل ۵. نمایه دامنه‌های،  $Z_l(z)$ ، مربوط به ارتفاع مقیاسهای مثبت،  $f(\varepsilon, z) = \exp(-\frac{\varepsilon z}{L})$ ، به ترتیب برای  $l=1$  (a) و  $l=2$  (b) و  $l=3$  (c) و  $l=4$  (d) رسم شده‌اند. خطوط پیوسته، تیره دار و نقطه چین به ترتیب نمایانگر  $\varepsilon=0$ ،  $\varepsilon=2$  و  $\varepsilon=10$  می‌باشند. با افزایش  $\varepsilon$ ، نمایه دامنه‌ها از حالت سینوسی فاصله می‌گیرند و شکمها به سمت سطوح پایه در شیدسپهر حرکت می‌کنند.



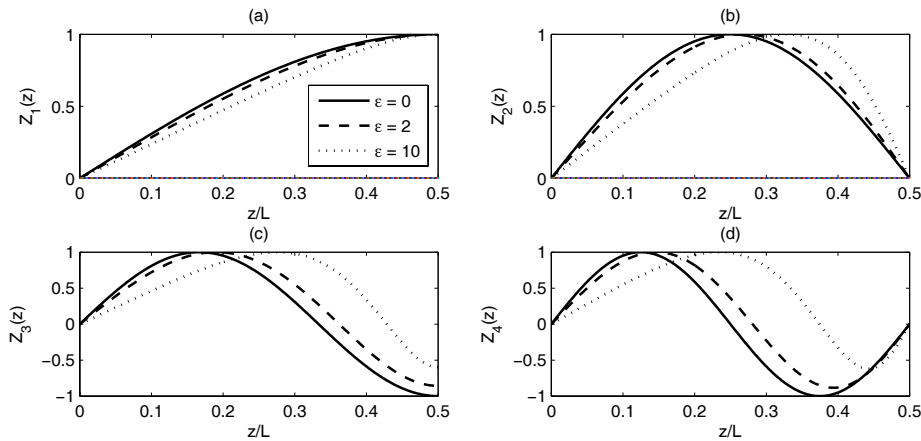
شکل ۶. اختلاف بین نمایه دامنه‌ها در حالات چگالی یکنواخت و غیر یکنواخت،  $\Delta Z_l = Z_l(\varepsilon, z) - Z_l(\varepsilon=0, z)$ ،  $l=1, 2, 3, 4$ ، به ازای ارتفاع مقیاسهای مثبت به ترتیب در شکل‌های (a) تا (d) نمایش داده شده است.

(۸) را دوباره حل می‌نماییم تا به ویژه فرکانسها و ویژه تابعهای جدید برسیم. در شکل ۷ فرکانسها،  $\omega_n$ ،  $n=1, 2, 3, 4$ ، و نسبت آنها را بر حسب تابعی از  $\varepsilon$  به ازای دو مقدار مختلف ضریب تفاوت چگالی داخل و خارج لوله،  $0/5$ ،  $0/1$ ،  $\rho_e(\varepsilon)/\rho_i(\varepsilon)$ ، رسم نموده‌ایم. همان طور که مشاهده می‌شود با افزایش  $\rho_e(\varepsilon)/\rho_i(\varepsilon)$  فرکانسها به سمت پایین جا به جا می‌شوند اما نسبت فرکانسها،  $\omega_n/\omega_1$ ، بدون تغییر باقی می‌ماند. برای هارمونیکهای بالاتر ( $n$ های بزرگ تر) مقدار این

در شکل ۶ رسم شده‌اند. اردلی و ورت در ۲۰۰۷ نشان دادند که مقادیر این انحرافها در نمایه دامنه خیلی کوچک‌اند و توسط تجهیزات امروزی تریس در ناحیه فرابنفش قابل آشکارشدن نیستند. فاکتور دیگری که در این مقاله به بررسی آن پرداخته‌ایم ارتفاع مقیاسهای منفی می‌باشد که اولین بار در کاراندریس و همکاران آمده است. در این حالت چگالی در وسط لوله‌های تاج بیشتر از چگالی سطوح پایه لوله در شیدسپهر می‌باشد. به همین دلیل ما فرم چگالی را به صورت  $f(\varepsilon, z) = \exp(\frac{\varepsilon z}{L})$  در نظر می‌گیریم و معادله



شکل ۷. فرکانسها،  $\omega_n$ ،  $n=1, 2, 3, 4$ ، و نسبت آنها به ترتیب در شکل‌های (a) و (b) بر حسب تابعی از  $\varepsilon$  به ازای دو مقدار مختلف ضریب تفاوت چگالی داخل و خارج لوله،  $\rho_e(\varepsilon)/\rho_i(\varepsilon)=0.1, 0.5$ ، به ازای ارتفاع مقیاسهای منفی، رسم شده است. با افزایش  $\rho_e(\varepsilon)/\rho_i(\varepsilon)$  فرکانسها به سمت پایین جا به جا می‌شوند اما نسبت فرکانسها،  $\omega_n/\omega_1$ ، بدون تغییر باقی می‌ماند.



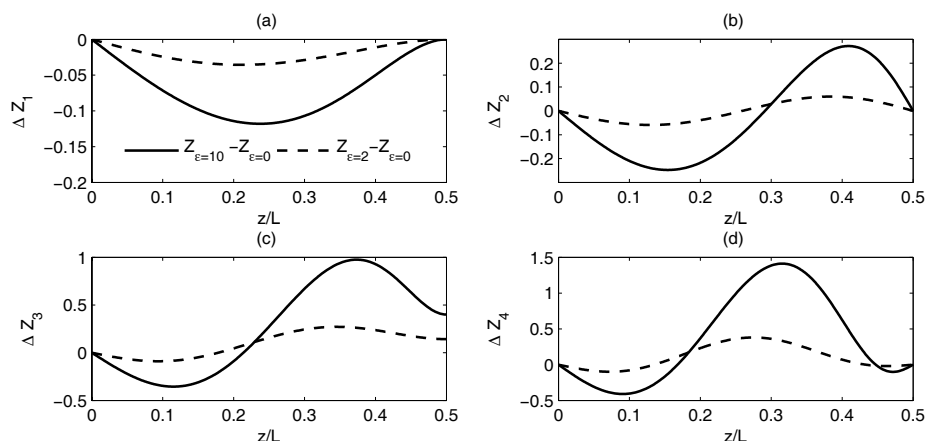
شکل ۸. نمایه دامنه‌های،  $Z_l(z)$ ، مربوط به ارتفاع مقیاسهای منفی،  $f(\varepsilon, z) = \exp(\frac{\varepsilon z}{L})$ ، به ترتیب برای (a)  $l=1$  و (b)  $l=2$  و (c)  $l=3$  و (d)  $l=4$  رسم شده‌اند. خطوط پیوسته، تیره دار و نقطه چین به ترتیب نمایانگر  $\varepsilon=0$ ،  $\varepsilon=2$  و  $\varepsilon=10$  می‌باشند.

از حالت سینوسی فاصله می‌گیرند و شکمها به سمت مرکز لوله منحرف می‌شوند.

ساختار دقیق و سه بعدی لوله‌های تاج خورشید هنوز از لحاظ تحلیلی دقیقاً مشخص نشده است و مدل‌های پیشنهادی تا به امروز از موفقیت بسیار کمی در توصیف دقیق دینامیک و رفتار این لوله‌ها برخوردار بوده‌اند. مطالعه دقیق پارامترهایی چون سطح مقطع متغیر، وابستگیهای فضایی میدان مغناطیسی در طول

جا به جایی بیشتر است. در شکل ۷ قسمت (a) دو رژیم مختلف برای  $\omega_1$  و  $\omega_n$ ها دیده می‌شود به عنوان تابعی از  $\varepsilon$  دیده می‌شود: فرکانس پایه،  $\omega_1$ ، با افزایش پارامتر ارتفاع مقیاس کاهش می‌یابد در حالی که هارمونیکهای بالاتر یعنی  $\omega_n$ ها با افزایش  $\varepsilon$  افزایش می‌یابند. نسبت فرکانسها،  $\omega_n/\omega_1$ ، نیز از  $n$  شروع شده و با افزایش  $\varepsilon$  افزایش می‌یابد.

نمایه دامنه‌های مربوط به حالت ارتفاع مقیاس منفی و انحراف آنها از حالت سینوسی یکنواخت به ترتیب در شکل‌های ۸ و ۹ دیده می‌شوند. با افزایش  $\varepsilon$  نمایه دامنه‌ها هر چه بیشتر



شکل ۹. اختلاف بین نمایه دامنه‌های با چگالی یکنواخت و غیر یکنواخت،  $\Delta Z_i(z)$ ، برای وجه پایه و هارمونیکهای اول تا سوم به ترتیب در شکل‌های (a) تا (d) برای ارتفاع مقیاسهای منفی،  $f(\varepsilon, z) = \exp(\frac{\varepsilon z}{L})$ ، رسم شده‌اند.

۴. با افزایش ضریب تفاوت چگالی داخل و خارج لوله،  $\rho_e(\varepsilon) / \rho_i(\varepsilon)$  از ۱/۵ به ۵/۵، فرکانسها کاهش می‌یابند اما نسبت فرکانسها و شکل نمایه دامنه‌ها بدون تغییر باقی می‌ماند. و چون فقط نسبت فرکانسها برای ما قابل آشکار شدن است، عدم وابستگی نسبت فرکانسها به ضریب تفاوت چگالی نکته شایان توجهی است.

۵. اثر متغیر بودن جرم کل لوله بر روی نوسانات مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج، نشان می‌دهند که در حالتی که جرم کل لوله متغیر باشد، با افزایش ارتفاع مقیاس، فرکانسها با شیب بسیار تندتری نسبت به حالتی که جرم کل لوله ثابت باشد افزایش می‌یابند اما نمایه دامنه‌ها و نسبت فرکانسها تغییر نمی‌کنند. این امر در توافق با قانون پایستگی جرم است.

۶. فرکانسها و نسبت آنها، نمایه دامنه‌ها و انحراف نمایه دامنه‌ها از حالت سینوسی برای حالات مربوط به ارتفاع مقیاسهای منفی به ترتیب در شکل‌های ۷ تا ۹ رسم شده‌اند، که صرفاً به صورت محاسبات ریاضی ارائه شده و تا به امروز چنین حلقه‌هایی عملاً در خورشید رصد نشده‌اند. اما در صورت رصد، می‌توانند مبنایی برای مطالعه رفتار آنها گردند.

و در نهایت می‌توان گفت که ویژگی شاخص این مقاله، حل تحلیلی معادلات و تایید تحلیلی نتایجی است که اندریس و همکاران (۲۰۰۵ a,b) و مک ادوین و همکاران ۲۰۰۶ و دانللی ۲۰۰۶ و صفری و همکاران ۲۰۰۷ به صورت حل عددی به دست آورده‌اند.

لوله، پارامتر بتای پلاسمای غیر صفر و ... می‌تواند در جهت طبیعی تر نمودن مدل‌های موجود کارگشا باشد. در این مقاله به بررسی نوسانات طولی امواج مغناطوهیدرودینامیک در لوله‌های تاج خورشید که چگالی غیریکنواخت دارند پرداخته‌ایم. یک تابع نمایی طولی را برای چگالی پیشنهاد نموده‌ایم و به کمک آن به حل تحلیلی و عددی معادله دیفرانسیل درجه دوم اشتروم-لیویل‌ای که صفری و همکاران و دایمووا و رودرمن در به دست آورده بودند (معادله (۸))، برای یک نیم لوله پرداخته‌ایم. در همین راستا نتایج زیر حاصل گردیده‌اند:

۱. به یک رابطه پاشندگی تحلیلی برای وجوه کینک ایستاده رسیده‌ایم که در فرمولهای (۱۵) و (۱۶) نمایش داده شده‌اند.
۲. به ازای غیر یکنواختیهای کوچک در چگالی همان ویژه فرکانسهای مورد انتظار قبلی به دست آمده است. به علاوه نسبت فرکانس اولین هارمونیک به حالت پایه نیز در حد غیر یکنواختیهای کوچک چگالی به مقدار مورد انتظار ۲ (همانند حالت مربوط به چگالی یکنواخت) میل می‌نماید.
۳. با استفاده از شکل ۳ برای یک لوله فرضی در تاج خورشید اگر نسبت فرکانسها در محدوده  $1/82 \leq \omega_p / \omega \leq 1/58$  باشد، ارتفاع مقیاس لوله‌ها در محدوده ۲۰ تا ۲۱۰ مگامتر قرار خواهد گرفت. نتایج حاصل در این مقاله با نتایج اندریس و همکاران و مک ادوین و همکاران و دانللی و صفری و همکاران در توافق می‌باشد.



12. P M Edwin, & B Roberts, *Solar Phy.*, **88** (1983) 179-191.
13. R Erd'elyi, & V Fedun, *Solar Phy.*, **238** (2006) 41-59.
14. R Erd'elyi, & G Verth, *A & A*, **462**(2007)743-751.
15. K Karami, S Nasiri, & Y Sobouti, *A & A*, **396** (2002) 993-1002.
16. V M Nakariakov, L Ofman, E DeLuca, B Roberts, & J M Davila, *Science*, **285** (1999) 862-864.
17. M P McEwan, G R Donnelly, A J D'iaz, & B Roberts, *A & A*, **460** (2006) 893-899.
18. H Safari, S Nasiri, K Karami, & Y Sobouti, *A & A*, **448** (2006) 375-378.
19. H Safari, S Nasiri, & Y Sobouti, *A & A*, **465** (2007) 1111-1116.
20. T V Van Doorselaere, J Andries, S Poedts, & M Goossens, *A & A*, **606** (2004) 1223-1232.
21. T Van Doorselaere, V M Nakariakov, & E Verwichte, *A & A*, **473** (2007) 959-966.
22. E Verwichte, V M Nakariakov, L Ofman, & E E Deluca, *Solar Phy.*, **223** (2004) 77-94.
23. T J Wang, S K Solanki, D E Innes, W Curdt and E Marsch, *A & A*, **402** (2003)L17-L20.
1. J Andries, M Goossens, J V Hollweg, I Arregui, & T VanDoorselaere, "Coronal loop oscillations"; *A & A* **430**(2005 a)1109.
2. J Andries, I Arregui, & M Goossens, *APJ.*, **624** (2005b) 57-60.
3. M J Aschwanden, L Fletcher, C J Schrijver, & D Alexander, *APJ.*, **520** (1999a) 880-894.
4. M J Aschwanden, J S Newmark, J Delaboudiniere, W M Neupert, J A Klimchuk, G A Gary, F Portier-Fozzani, & A Zucker, *APJ.*, **515** (1999b) 842-867.
5. K Bennett, B Roberts, & U Narain, *Solar Phy.*, **185** (1999) 41-59.
6. A J D'iaz, R Oliver, & J L Ballester, *APJ.*, **580** (2002) 550-565.
7. A J D'iaz, R Oliver, J L Ballester, & B Roberts, *A & A* **424** (2004) 1055-1064.
8. A J D'iaz, & B Roberts, *A & A.*, **458** (2006) 975-985.
9. G R Donnelly, A J D'iaz, & B Roberts, *A & A*, **457** (2006) 707-715.
10. M V Dymova, & M S Ruderman, *Solar Phy.*, **229** (2005) 79-94.
11. M V Dymova, & M S Ruderman, *A & A*, **459** (2006) 241-244.