

محاسبه ساختار ستاره کوارکی

غلامحسین بردبار^۱، مریم نورافشان^۱ و بهروز خسروپور^۲

۱. بخش فیزیک دانشگاه شیراز

۲. دانشگاه آزاد اسلامی واحد فیروزآباد

(دریافت مقاله: ۱۳۸۶/۱۱/۲؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۳۸۸/۶/۴)

چکیده

در این مقاله ستاره کوارکی که از مرکز تا سطح خود از ماده کوارکی تشکیل شده است، در نظر گرفته شده است. برای ماده کوارکی از دو مدل کیسه‌ای MIT و مدل String – flip like استفاده شده است. در مدل کیسه‌ای، انرژی سیستم، انرژی جنبشی ذرات تشکیل دهنده به اضافه یک ثابت B در نظر گرفته می‌شود. در اینجا دو حالت برای B در نظر می‌گیریم، یکی ثابت و دیگری وابسته به چگالی. حالت دوم با توجه به داده‌های اخیر سرن مربوط به تشکیل پلاسمای کوارک گلوئون به دست می‌آید. در مدل String – flip like انرژی هر ذره سیستم با حل معادله شرودینگر به دست می‌آید. برای این کار هامیلتونی مجموع انرژی جنبشی و پتانسیل در نظر گرفته شده است. پتانسیل در هامیلتونی یک پتانسیل کلی وابسته به چگالی است که در این پتانسیل یک پتانسیل جیس وجود دارد. در مدل String – flip like فرض می‌شود که پتانسیل جیس تابعی خطی یا درجه دوم از فاصله نسبی بین دو کوارک باشد. در این مقاله برای هر چهار مورد معادله حالت ماده کوارکی را به دست آورده ایم. در آخر با استفاده از معادله حالت‌های استخراج شده ساختار ستاره کوارکی به دست آمده است.

واژه‌های کلیدی: ستاره کوارکی، ثابت کیسه، معادله حالت، ساختار

۱. مقدمه

هسته یک ستاره نوترونی از ماده هسته‌ای تشکیل می‌شود که شامل پروتونها، نوترونها، الکترونها (برای تضمین خنثایی بار الکتریکی) و دیگر ذرات مثل پایونها، مزونها و غیره است [۱]. مشخص شده است که ماده هسته‌ای شبه پایدار است و با تبدیل شدن به ماده کوارکی شگفتی^۱ مقدار زیادی انرژی آزاد می‌کند و به پایداری می‌رسد. این ماده کوارکی پایدارترین حالت ماده است که تا کنون شناخته شده است. بنابر این یک طبقه جدید از ستارگان فشرده^۲ که از رمبش ستاره‌های نوترونی به وجود می‌آید و پایدارتر از ستاره‌های نوترونی هستند، وجود

دارند [۲]. بهترین کاندید برای چنین تبدیلی ستاره‌های نوترونی با جرم $1/8 M_{\text{sun}} - 1/5 M_{\text{sun}}$ و با اسپین سریع می‌باشند [۳-۵]. البته ستاره‌های نوترونی با این جرم و حالت اسپینی، یک درصد ستاره‌های نوترونی شناخته شده را تشکیل می‌دهند. اما تحقیقات نشان داده است که روزانه دو مورد از چنین تبدیلاتی در کهکشان راه شیری اتفاق می‌افتد. بنابر این تعداد زیادی ستاره کوارکی^۳ وجود دارد. نتیجه چنین رمبشهایی ممکن است ستاره‌های کوارکی و یا ستاره‌های هیبرید^۴ باشد. ستاره‌های کوارکی از مرکز تا سطح خود از ماده کوارکی شگفتی تشکیل شده‌اند و تنها ممکن است یک لایه هسته‌ای روی سطح آنها

۳. Strange stars

۴. Hybrid stars

۱. Strange quark matter

۲. Compact stars

اما تنها کوارکهای پر انرژی بالا و پایین می‌توانند به کوارکهای شگفتی تبدیل شوند. زیرا دیگر انواع کوارکها سنگین‌تر از آن هستند که در این ماده کوارکی وجود داشته باشد [۹]. برای نمونه ایجاد کوارک افسون نیاز به چگالی حدود $\frac{g}{cm^3} \times 10^{17}$ یعنی حدود صد برابر بزرگتر از چگالی به‌دست آمده در مرکز ستاره‌های نوترونی دارد. بنابراین چنین تبدیلاتی در عمل صورت نمی‌گیرد و ماده کوارکی شگفتی، تنها شامل کوارکهای بالا، پایین و شگفتی است [۱۱].

۲. محاسبه انرژی کل ماده کوارکی

در این بخش انرژی کل ماده کوارکی را از دو روش به دست می‌آوریم. در روش اول انرژی کل را مجموع انرژی جنبشی کوارکهای آزاد و انرژی پتانسیل که با ثابت کیسه B تخمین می‌زنیم در نظر می‌گیریم. در اینجا دو حالت برای B در نظر می‌گیریم، یکی ثابت و دیگری وابسته به چگالی. حالت دوم با توجه به داده‌های اخیر سرن مربوط به تشکیل پلاسمای کوارک-گلئون به دست می‌آید. در روش دوم انرژی از حل معادله شرودینگر و به دست آوردن ویژه توابع و ویژه مقادیر آن به دست می‌آید. در این روش یک مدل سه بعدی را برای ماده کوارکی ارائه می‌دهیم. یک پتانسیل وابسته به چگالی را برای ماده کوارکی در نظر می‌گیریم. در این پتانسیل یک پتانسیل حبس وجود دارد. دو حالت برای پتانسیل حبس در نظر می‌گیریم، یکی پتانسیل حبس خطی و دیگری پتانسیل حبس درجه دوم. در واقع با در نظر گرفتن پتانسیل وابسته به چگالی در مدل سه بعدی موردنظر، یک بحث صحیح از ارتباطهای بس ذره‌ای که به وسیله ماده کوارکی ایجاد می‌شود امکان پذیر است.

۱. محاسبه انرژی کل ماده کوارکی با استفاده از مدل کیسه‌ای

۱.۱. مدل کیسه‌ای^۱

در حال حاضر معادله حالت ماده کوارکی در دمای صفر به درستی شناخته شده نیست و از مدل‌های متفاوتی برای آن استفاده می‌شود بنابراین عدم قطعیت زیادی در این معادله حالت وجود دارد. معادله حالتی که ما استفاده می‌کنیم مدل کیسه‌ای

وجود داشته باشد. این لایه هسته‌ای به‌وسیله یک لایه از دو قطبیهای الکتریکی و نیروهای جانب مرکز به هسته کوارکی چسبیده‌اند [۶] اما ستاره‌های هیبرید ستاره‌هایی با یک هسته ماده کوارکی شگفتی هستند. یعنی در این حالت کل ستاره نوترونی به ستاره کوارکی تبدیل نشده است. چنین ستاره‌ها هیبریدی یک فاز مختلط که شامل ماده کوارکی و ماده هادرونی است دارند [۷]. در اینجا ما تنها ستاره‌های کوارکی را از نظر ساختار و خصوصیات آنها بررسی می‌کنیم. جرم و چگالی ستاره‌های کوارکی بین جرم و چگالی ستاره‌های نوترونی و سیاه چاله‌ها قرار دارد. رابطه جرم - شعاع آنها خیلی متفاوت از رابطه جرم - شعاع ستاره‌های نوترونی است. بر خلاف ستاره‌های نوترونی که رابطه جرم - شعاع آنها از شعاعهای خیلی بزرگ شروع می‌شود، در مورد ستاره‌های کوارکی رابطه جرم - شعاع از مبدا شروع می‌شود. برای $M \leq M_{\text{sun}}$ ، $M \propto R^3$ و برای $M_{\text{sun}} < M < 2M_{\text{sun}}$ شعاع آنها حدود 8 km است [۳، ۴، ۵ و ۸]. همچنین یک ستاره پالساگونه به شعاع $R \leq 8 \text{ km}$ نیز می‌تواند یک ستاره کوارکی باشد [۳ و ۵]. یک ستاره کوارکی دارای یک مرز مشخص است و با رفتن از مرکز ستاره به سطح ستاره، چگالی از $\frac{g}{cm^3} \times 10^{11}$ - 4×10^{11} به صفر افت می‌کند. همچنین بر خلاف ستاره‌های نوترونی که به وسیله جاذبه مقید هستند، ستاره‌های کوارکی خود - مقید هستند و به‌طور مؤثر با انتشار نوترینو سرد می‌شوند [۱۰].

در فشار و چگالیهای به اندازه کافی بالا (چگالیهای بالاتر از چگالی نرمال ماده هسته‌ای)، دیواره پروتونها و نوترونها از بین می‌رود و پروتونها و نوترونها به کوارکهای سازنده خود یعنی کوارکهای بالا و کوارکهای پایین تجزیه می‌شوند. در واقع یک گذار از ماده هسته‌ای به ماده کوارکی وجود دارد. تنها مکانی که این فشار و چگالی به اندازه کافی بالا وجود دارد هسته ستاره‌های نوترونی است. در این ماده کوارکی، کوارکها دیگر محبوس نیستند. این ماده کوارکی از کوارکهای بالا و پایین تشکیل شده است و طی یک سری فرآیندهای ضعیف این کوارکهای بالا و پایین می‌توانند به دیگر انواع کوارکها، یعنی کوارکهای افسون (c)، شگفتی (s)، سر (t) و ته (b) تبدیل شوند.

۱. bag

$$\mu_i \propto \left(\frac{n_i}{g_i}\right)^{\frac{1}{3}} \quad (7)$$

از معادلات بالا خواهیم داشت

$$\left(\frac{n_s}{6}\right)^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{n_u}{6}\right)^{\frac{1}{3}} + \left(\frac{n_e}{6}\right)^{\frac{1}{3}}. \quad (8)$$

با حل همزمان دو رابطه می‌بینیم که چگالی الکترون‌ها صفر و چگالی سه کوارک مساوی می‌باشد. با در نظر گرفتن این موضوع و عدد باریونی کوارکها که $\frac{1}{3}$ می‌باشد، به این نتیجه می‌رسیم که چگالی کوارکها مساوی چگالی باریونی است [۹، ۱۲، ۱۳ و ۱۴].

$$n_B = \frac{1}{3}(n_u + n_s + n_d), \quad (9)$$

$$n_u - n_s - 2n_e = 0 \rightarrow n_u = n_s = n_d = n_B.$$

۳.۱.۲. محاسبه انرژی جنبشی

در اینجا دما را صفر در نظر می‌گیریم، زیرا دمای ستاره در همان ثانیه‌های اول تشکیل به چند کیلو الکترون ولت کاهش می‌یابد. از آنجا که کوارکها فرمیون هستند، برای چگالی عددی آنها داریم:

$$n = \frac{1}{e^{\beta(\varepsilon - \mu)} + 1}, \quad (10)$$

که در آن ε و μ به ترتیب انرژی یک تک ذره و پتانسیل شیمیایی سیستم هستند و داریم

$$\beta = \frac{1}{kT}, \quad (11)$$

که در آن T دما و k ثابت بولتزمن است.

در ادامه با در نظر گرفتن شرط دوره‌ای و انرژی نسبیتی برای تک ذره، انرژی واحد حجم برای هر کوارک را به صورت زیر خواهیم داشت:

$$\varepsilon = \frac{3m^2 c^5}{8\pi^2 \hbar^3} \left[x \sqrt{x^2 + 1} (2x^2 + 1) - \sin^{-1} x \right], \quad (12)$$

که در آن $x = \frac{\hbar k}{mc}$ ، m جرم، c سرعت نور و $\hbar$ ثابت پلانک است. برای انرژی جنبشی کل سیستم روی سه نوع کوارک du و s جمع می‌بندیم.

کوارکهای u و d را می‌توان بدون جرم در نظر گرفت و

MIT است که در آن انرژی واحد حجم برای ماده کوارکی انرژی جنبشی کوارکهای آزاد به اضافه یک ثابت کیسه می‌باشد. این ثابت تفاوت انرژی محیط اختلال یافته و فضای واقعی است و از نظر دینامیکی مانند فشار عمل می‌کند که گاز کوارکی را در چگالی و پتانسیل ثابت نگه می‌دارد. برای این ثابت صورتهای مختلفی در نظر گرفته شده است و اخیراً برای همخوانی با داده‌های آزمایشگاه سرن یک شکل وابسته به چگالی در نظر گرفته شده است. ابتدا برای ماده کوارکی انرژی جنبشی را محاسبه می‌کنیم سپس به ثابت کیسه می‌پردازیم.

۲.۱.۲. تعیین چگالی کوارکها در ماده کوارکی

برای محاسبه انرژی لازم است که چگالی کوارکها و الکترون‌ها را بر حسب چگالی باریونی بدانیم. این کار را با در نظر گرفتن دو شرط تعادل بتا و خنثایی بار انجام می‌دهیم. با در نظر گرفتن تعادل بتا داریم:

$$\mu_d = \mu_u + \mu_e, \quad (1)$$

$$\mu_s = \mu_u + \mu_e, \quad (2)$$

و بنابراین

$$\mu_d = \mu_s. \quad (3)$$

برای یک گاز فرمی کاملاً تبهگن داریم

$$n_i \propto g_i \mu_i^2 \quad (4)$$

g_i تبهگنی را نشان می‌دهد که برای الکترون‌ها ۲ و برای کوارکها ۶ است، زیرا ۲ حالت اسپینی و ۳ حالت رنگ وجود دارد. در نتیجه کوارکهای u و d که پتانسیل شیمیایی و تبهگنی مساوی دارند چگالیهای یکسانی دارند.

$$\mu_d = \mu_s \rightarrow n_d = n_s. \quad (5)$$

برای خنثایی بار داریم

$$\frac{2}{3}n_u - \frac{1}{3}n_s - \frac{1}{3}n_d - n_e = 0,$$

در نتیجه

$$n_u - n_s - 2n_e = 0, \quad (6)$$

و بنابراین

انرژی واحد حجم را برای آنها محاسبه کرد،

$$E_k = \hbar k c, \quad (13)$$

$$E = \frac{gV}{(2\pi)^3} \int_0^{k_f} (\hbar k c) d^3k,$$

$$\varepsilon = \frac{E}{V} = \frac{\hbar^3 c^3}{4\pi^2} k_f^4.$$

بنابراین انرژی کل یک ماده کوارکی شامل سه نوع کوارک du و s با چگالیهای مساوی با چگالی باریونی را می توان محاسبه کرد که جمع انرژی جنبشی سه نوع کوارک و انرژی پتانسیل است،

$$\varepsilon = \frac{3m^4 c^5}{8\pi^2 \hbar^3} \left[x \sqrt{x^2 + 1} (2x^2 + 1) - \sin^{-1} x \right] + \frac{3\hbar c}{2\pi^2} (\pi^2 n)^{4/3} + B \quad (14)$$

$$\hbar = 6.58 \times 10^{-22} \text{ MeV.s}$$

$$c = 3 \times 10^{23} \frac{\text{fm}}{\text{s}}$$

$$m = 150 \frac{\text{MeV}}{c^2}$$

۴.۱.۲. ثابت کیسه (B)

B تفاوت انرژی بین فضای اختلال یافته و فضای واقعی است. این ثابت به نوعی یک پارامتر آزاد است و در مدل های MIT اولیه B را یک مقدار ثابت مثل $55 \frac{\text{MeV}}{\text{fm}^3}$ و $90 \frac{\text{MeV}}{\text{fm}^3}$

$220 \frac{\text{MeV}}{\text{fm}^3}$ و غیره در نظر می گیرند که ما مقدار 90 را بررسی می کنیم. علاوه بر این با استفاده از داده های سرن که باریکه هایی از هسته سرب با انرژیهای بالا را برخورد داده اند و گزارشی از تشکیل پلاسمای کوارک گلوئون داده اند، یک B وابسته به چگالی را در نظر می گیریم.

نتایج سرن به این صورت است که در طول مراحل اولیه برخورد یونهای سنگین یک حالت چگال و خیلی داغ به وجود می آید که انرژی به صورت کوارکها و گلوئونهایی که به شدت برهم کنش می کنند، به ماده تبدیل می شود که شکل انتظاری از کوارکهای غیر مقید و گلوئونها را نمایش می دهد. سپس پلاσμα سرد و رقیق می شود تا در نقطه ای که انرژی در حدود $1/1 \frac{\text{GeV}}{\text{fm}^3}$ و دما در حدود 170 MeV است، کوارکها و گلوئونها به هادرون تبدیل می شوند و این بسط به قدری سریع است که

هیچ فاز مخلوطی از کوارک و هادرون انتظار نمی رود و هیچ برهم کنش ضعیفی نمی تواند نقشی ایفا کند و تنها کوارکهای u و d وجود دارند [۱۵].

ما نمی دانیم که آیا می توان اطلاعات مربوط به برخورد یونهای سنگین با انرژی بالا را برای فیزیک داخل ستاره کوارکی به کاربرد؟ پلاسمای کوارک گلوئون تولید شده در برخورد یونهای سنگین در چگالی پایین و دمای بالا رخ می دهد در صورتی که امکان فاز کوارکی در ستاره کوارکی در چگالی بالا و دمای پایین وجود دارد. ما این فرض را به کار می بریم و نتایج دلیلی بر دقت فرض ما خواهد بود.

مدل MIT ابتدایی پیش بینی می کند که اگر فاز هادرونی را یک گاز بدون برهم کنش شامل نوکلئونها و پادنوکلئونها و پایونها در نظر بگیریم، فاز کوارکهای آزاد در یک مقدار ثابت از چگالی انرژی، مستقل از شرایط ترمودینامیکی رخ می دهد. به همین دلیل رایج است که خط تبدیل فاز هادرونی و کوارکی را در یک مقدار ثابت چگالی انرژی رسم می کنند که معمولاً بین $5/0$ تا $2 \frac{\text{GeV}}{\text{fm}^3}$ می باشد که شامل مقدار $1/1 \frac{\text{GeV}}{\text{fm}^3}$ گزارش شده توسط سرن است.

یک شکل گوسی وابسته به چگالی برای B در نظر گرفته می شود،

$$B(n) = B_\infty + (B_0 - B_\infty) \exp \left(-B \left(\frac{n}{n_0} \right)^2 \right) \quad (15)$$

B را طوری پارامتریزه می کنیم که در چگالی انرژی $1/1 \frac{\text{GeV}}{\text{fm}^3}$ تبدیل فاز داشته باشیم. معادله حالت انرژی ماده هادرونی را ماده نوکلئونی نامتقارن با نسبت پروتون به چگالی کل $0/4$ با پتانسیل $UV_{14} + \text{TNI}$ در نظر می گیریم و با ماده کوارکی شامل کوارکهای u و d قطع می دهیم و B_∞ را به دست می آوریم [۱۶ و ۱۷]. در ماده کوارکی با دو طعم دیگر چگالی کوارکها مساوی نیست، بلکه اگر کسر ناچیز الکترونها را در نظر نگیریم با استفاده از شرط خنثایی بار و با در نظر گرفتن عدد باریونی کوارکها داریم:

$$\frac{2}{3} n_u - \frac{1}{3} n_d = 0,$$

$$n_B = \frac{1}{3} (n_u + n_d),$$

وجود دارد قرار می‌دهیم و دینامیک کوارک-کوارک را بررسی می‌کنیم. البته اثر جمله‌های غیر استاتیکی مثل مولفه‌های وابسته به اسپین را در پتانسیل در نظر نمی‌گیریم. جزء اصلی مدل ما یک پتانسیل وابسته به چگالی است. در واقع مانند دینامیک هسته‌ای، نیروهای وابسته به چگالی در برهم کنشهای بس ذره‌ای در سیستم چگال وجود دارند. بنابراین یک پتانسیل کوارک-کوارک کلی به صورت زیر را در نظر می‌گیریم،

$$V(\rho, r) = V_{conf}(r) e^{-c\rho}, \quad (16)$$

که $r = |r_1 - r_2|$ فاصله نسبی بین دو کوارک است، $\rho = \frac{N}{\Omega}$ چگالی (یکنواخت) سیستم N فرمیونی در حجم Ω ، c یک پارامتر ثابت است و $V_{conf}(r)$ پتانسیل حبس است که مدل string-flip-like فرض می‌کند پتانسیل حبس یک تابع خطی یا درجه دوم از فاصله نسبی بین دو کوارک باشد.

۱.۲. پتانسیل حبس درجه دوم

با پتانسیل حبس درجه دوم می‌توان $V(\rho, r)$ را به صورت زیر نوشت:

$$V(\rho, r) = V_{conf}(r) e^{-c\rho}, \quad (17)$$

که در آن

$$V_{conf}(r) = \frac{1}{2} \alpha_q r^2. \quad (18)$$

بنابراین

$$V(\rho, r) = \frac{1}{2} \alpha_q r^2 e^{-c\rho}, \quad (19)$$

که در این رابطه α_q بُعد^۲ (طول) / انرژی و ثابت c بُعد^۲ (طول) دارد. البته اگر وابستگی چگالی را به صورت دیگری در نظر بگیریم، ثابت c بعد متفاوتی را به دست خواهد آورد. به عنوان مثال اگر وابستگی چگالی را به صورت $\rho^{1/3}$ در نظر بگیریم، c بدون دیمانسیون خواهد بود.

در این جا ما درجات آزادی اسپینی سیستم که در تعریف خاصیت‌های تقارنی حالت‌های دو کوارکی مهم هستند را در نظر می‌گیریم، اگرچه آنها برای وابستگی‌های دینامیکی مهم نیستند.

$$n_d = 2n_u = 2n_B,$$

$$\varepsilon = \frac{3\hbar c}{4} \pi^{2/3} \left(n_u^{4/3} + n_d^{4/3} \right) + B.$$

در معادله حالت ماده نوکلئونی که ما در نظر می‌گیریم

$$n_B = 0.98 \text{ fm}^{-3} \text{ در چگالی } 1100 \frac{\text{MeV}}{\text{fm}^3}$$

حاصل می‌شود. بنابراین ما B_∞ را باید طوری محاسبه کنیم

که چگالی انرژی ماده کوارکی نیز در این چگالی

$$1100 \frac{\text{MeV}}{\text{fm}^3} \text{ شود. در اینجا } B_0 \text{ را مقدارهای } 400 \text{ و } 200$$

می‌گذاریم و خواهیم دید که نتیجه به مقدار B_0

حساس نمی‌باشد. β پارامتر عددی می‌باشد که مساوی

0.17 برابر چگالی ماده هسته‌ای اشباع می‌باشد. حال با توجه

به اینها خواهیم داشت،

$$\varepsilon_Q = \frac{3\hbar c}{4} \pi^{2/3} \left[n_u^{4/3} + n_d^{4/3} \right] + B,$$

$$n_u = 0.98 \text{ fm}^{-3}$$

$$n_B = 0.98 \text{ fm}^{-3} \rightarrow$$

$$n_d = 2 \times 0.98 = 1.96 \text{ fm}^{-3},$$

$$\varepsilon_Q = 1100 = \frac{3\hbar c}{4} \pi^{2/3} \left[(0.98)^{4/3} + (1.96)^{4/3} \right] + B,$$

$$B = 10/27 = B_\infty + (B_0 - B_\infty) \exp \left[-0.17 \left(\frac{0.98}{0.17} \right)^2 \right].$$

برای $B_0 = 400$ مقدار $B_\infty = 200$ و برای $B_0 = 200$ مقدار

$$B_\infty = 9/7 \frac{\text{MeV}}{\text{fm}^3}$$

این B می‌توان انرژی واحد حجم برای ماده کوارکی شامل سه کوارک بالا و پایین و شگفتی را نیز محاسبه کرد.

۲.۲. محاسبه انرژی کل ماده کوارکی با استفاده از مدل string-flip like

در کار حاضر یک وضعیت سه بعدی مدل string-flip like بررسی شده است. حالت یک بعدی این مدل قبلاً به صورت موفقیت آمیزی به کار برده شده است تا گذار ماده هادرونی به گاز کوارکی را وقتی چگالی سیستم افزایش می‌یابد، نشان دهد [۱۸].

ما توجهمان را روی اثرهای بس ذره‌ای که در ماده چگال

$$K = \frac{\vec{k}_1 + \vec{k}_2}{2},$$

$$E_{k,k} = E_{cm} + E_{kk}^{BG},$$

$$E_{cm} = \frac{\hbar^2 K^2}{4m_q},$$

که در آن $E_{k,K}^{BG}$ انرژی حالت پایه سیستم است که با توابع موج بت - گلدستون به دست آمده است و $T(k,K)$ نتیجه انتگرال گیری در سرتاسر زاویه بین k و K است. ϵ انرژی هر ذره سیستم است که هم شامل وابستگیهای آماری است و هم وابستگیهای دینامیکی.

برای محاسبه صریح انرژی هر ذره سیستم، $\left(\epsilon = \frac{E}{N}\right)$ ، باید پارامترهای لازم در این مدل استفاده شده را انتخاب کنیم. α_q در این مدل دارای اندازه $120 \frac{\text{MeV}}{\text{fm}^2}$ است و ثابت c که اندازه آن صراحتاً روی وابستگی چگالی پتانسیل برهم کنش اثر می گذارد اندازه 1 fm^2 دارد.

نتایج مربوط به انرژی حالت پایه هر ذره سیستم و تغییرات آن با چگالی برای پتانسیل حبس درجه دوم در شکل ۱ رسم شده است.

۲.۲.۲. پتانسیل حبس خطی

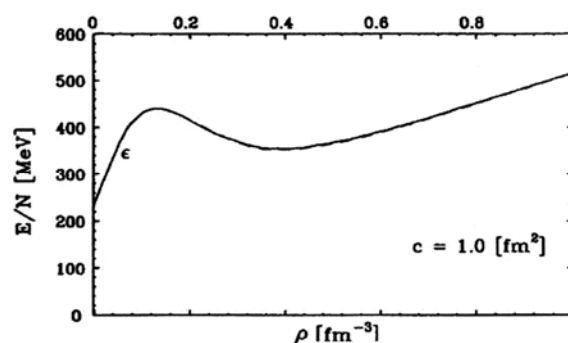
تمام مراحل بالا را می توان برای حالتی که پتانسیل حبس تابعی خطی از فاصله نسبی بین دو کوارک باشد، انجام داد. در صورتی که پتانسیل حبس خطی باشد اندازه پارامترهای استفاده شده در این مدل تغییر می کند. در این حالت پتانسیل وابسته به چگالی به صورت زیر است:

$$V(\rho, r) = V_{conf}(r) e^{-c\rho r}, \quad (24)$$

$$V_{conf}(r) = \frac{1}{2} \alpha_L r,$$

که در آن α_L دارای مقدار $245 \frac{\text{MeV}}{\text{fm}}$ است و c برابر 0.5 fm^2 است.

انرژی حالت پایه هر ذره سیستم با پتانسیل حبس خطی در شکل ۲ نشان داده شده است که با شکل ۱ مشابه است. بنابراین مستقل از شکل خاص پتانسیل حبس به کار برده شده طرحهای



شکل ۱. انرژی هر ذره ماده کوارکی با پتانسیل حبس درجه دوم.

همان طور که در $V(\rho, r)$ هیچ وابستگی صریح اسپینی برای برهم کنش کوارک-کوارک فرض نشده است و درجات آزادی رنگ نیز در این کار در نظر گرفته نشده است.

برای به دست آوردن ویژه توابع و ویژه مقادیر انرژی سیستم از معادله شرودینگر برای حرکت نسبی شروع می کنیم.

$$H_{rel} \tau_n(r) = E_n \tau_n(r), \quad (20)$$

$$H_{rel} = -\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 + V(\rho, r), \quad (21)$$

$$\mu = \frac{m_q m_q}{m_q + m_q} = \frac{m_q}{2}. \quad (22)$$

که در آن μ جرم کاهش یافته جفت کوارک است و

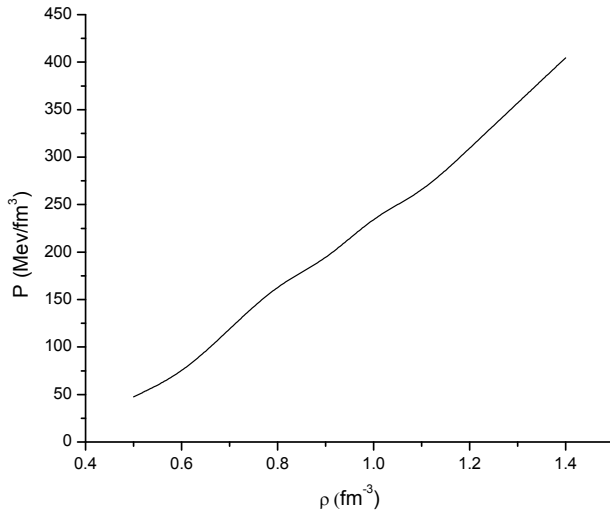
$$V(\rho, r) = \frac{1}{2} \alpha_q r^2 e^{-c\rho}.$$

روش حل این معادله با شرایط مرزی مناسب برای به دست آوردن انرژی سیستم در مرجع [۱۹] آورده شده است. پس از حل معادله بالا و به دست آمدن ویژه توابع می توان انرژی حالت پایه سیستم و تغییرات آن با چگالی $\epsilon(\rho)$ ، یعنی معادله حالت سیستم چگال موردنظر را به دست آورد که در حد ترمودینامیکی به صورت زیر است:

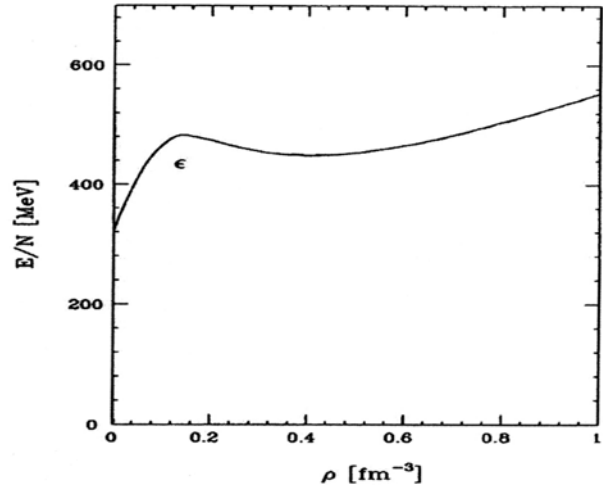
$$\begin{aligned} \epsilon = \frac{E}{N} &= \frac{1}{2\rho^2} \sum_{s, m_s} \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3 K}{(2\pi)^3} \\ &\times \theta\left(k_f - \left|\frac{K}{2} + k\right|\right) \theta\left(k_f - \left|\frac{K}{2} - k\right|\right) E_{K,k}^s \\ &= \frac{1}{8\pi^2 \rho^2} \int_0^\infty K^2 dK \int_0^\infty k^2 dk T(K, k) \left(E_{k,K}^s + 3E_{k,K}^{(1)}\right), \quad (23) \end{aligned}$$

که $S(m_s)$ اعداد کوانتومی اسپینی را نشان می دهند و

$$k = \vec{k}_1 - \vec{k}_2,$$



شکل ۳. معادله حالت ماده کوارکی با B ثابت.

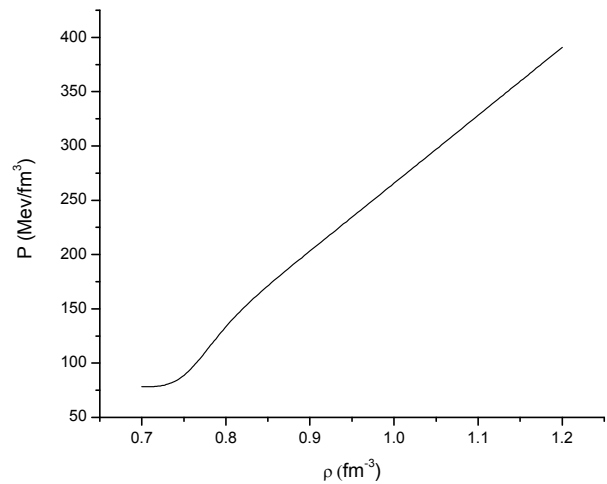


شکل ۲. انرژی هر ذره ماده کوارکی با پتانسیل حبس خطی.

چگالی جرمی یا انرژی واحد حجم است که برابر است با $\varepsilon = \rho(E + mc^2)$ انرژی هر ذره، m جرم سکون ذره و c سرعت نور در خلاء می باشد. فشار را از روی انرژی واحد ذره می توان حساب کرد:

$$P = \rho^2 \frac{\partial E}{\partial \rho} \Rightarrow P = \rho \frac{\partial \varepsilon}{\partial \rho} - \varepsilon \quad (25)$$

انرژی واحد حجم که به صورت انرژی جنبشی کوارکهای آزاد به اضافه ثابت کیسه می باشد را در فصل قبل محاسبه کردیم. با حذف ρ یعنی چگالی، بین فشار و انرژی واحد حجم معادله حالت را خواهیم داشت. معادله حالت برای $B = 90 \frac{\text{MeV}}{\text{fm}^3}$ و B وابسته به چگالی در شکلهای ۳ و ۴ آمده است.



شکل ۴. معادله حالت ماده کوارکی با B وابسته به چگالی.

۳.۲. معادله حالت ماده کوارکی به وسیله مدل String – flip like
در شکلهای ۱ و ۲ تغییرات انرژی هر ذره با چگالی رسم شد. حال با مشتق گرفتن از این نمودارها و نمودار فشار و تغییرات آن با چگالی، معادله حالت سیستم به دست می آید.
معادله حالت سیستم با پتانسیل حبس خطی و پتانسیل حبس درجه دوم در شکلهای ۵ و ۶ رسم شده است.

۴. محاسبه ساختار ستاره کوارکی

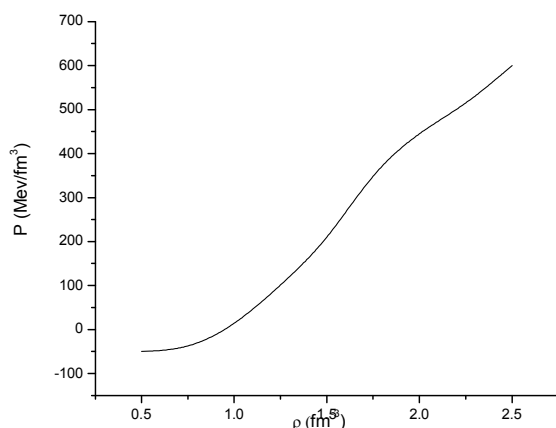
از آنجا که ستاره های کوارکی اجرامی نسبیتی هستند. لذا برای مطالعه ساختار و تحولات آنها، باید از نظریه نسبیت عام استفاده

اصلی معادله حالت سیستم نسبتاً بدون تغییر باقی می ماند و بنابراین می توان وابستگی چگالی یکسانی را در برهم کنشهای کوارک-کوارک در نظر گرفت [۱۶].

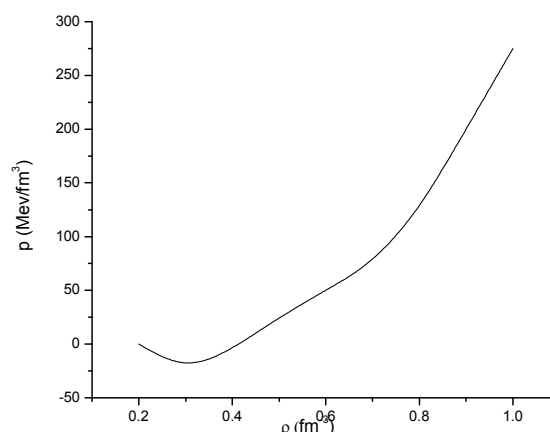
۳. معادله حالت ماده کوارکی

۳.۱. معادله حالت ماده کوارکی مربوط به مدل کیسه ای

همان طور که گفته شد، ستاره کوارکی از مرکز تا سطح خود از ماده کوارکی تشکیل شده است بنابراین برای به دست آوردن ساختار ستاره کوارکی به معادله حالت ماده کوارکی احتیاج داریم. معادله حالت $P(\varepsilon)$ می باشد که در آن فشار P و ε



شکل ۶. معادله حالت ماده کواری با پتانسیل حبس درجه دوم.



شکل ۵. معادله حالت ماده کواری با پتانسیل حبس خطی.

چهار حالت ذکر شده به طور کلی با افزایش چگالی جرمی ستاره، شعاع و جرم ستاره افزایش می‌یابد.

در شکل‌های ۷ تا ۱۰ نمودارهای جرم بر حسب شعاع ستاره (رابطه جرم-شعاع) برای چهار حالت محاسبه شده رسم شده است. همچنان که در شکل‌های ۷ تا ۱۰ به صورت واضح نشان داده شده است، برای ستاره کواری با افزایش جرم، شعاع ستاره افزایش می‌یابد. این همخوانی خوبی را بین نتایج ما و نتایج تجربی [۴ و ۵] برای رابطه جرم-شعاع ستاره کواری نشان می‌دهد.

اجسام چگال سرد مانند کوتوله‌های سفید، ستاره‌های نوترونی و ستاره‌های کواری یک جرم حدی دارند که با جرم بیشتر از آن پایداری هیدروستاتیکی ستاره ممکن نیست. از جداول ۱ تا ۴، می‌بینیم که در چگالی‌های بالا یک حالت حدی برای جرم و شعاع ستاره وجود دارد و این حالت حدی به معادله حالت بستگی دارد. حالت حدی همان جرم ماکزیمم است که ستاره بیشتر از این جرم نمی‌تواند وجود داشته باشد.

نتایج محاسبات ما برای ساختار ستاره کواری به‌طور خلاصه در جدول ۵ آورده شده است. نتایج تجربی نیز جهت مقایسه آورده شده است. از جدول ۵ مشاهده می‌شود که نتایج ما برای جرم ستاره کواری با استفاده از معادله حالت‌های مربوط به B ثابت، B وابسته به چگالی و پتانسیل حبس درجه دوم

کرد. با فرض اینکه ماده درون ستاره سیال کامل باشد و همچنین این فرض که ستاره دارای ترکیبات شیمیایی است که در ستاره ثابت است، به معادله تعادل هیدروستاتیکی تولمن-اپنهایمر-ولکوف (TOV) می‌رسیم، که این معادله به شکل زیر است

$$\frac{dp}{dr} = \frac{-G \left[\varepsilon(r) + \frac{p(r)}{c^2} \right] \left[m(r) + \frac{4\pi r^3 p(r)}{c^2} \right]}{r^2 \left[1 - \frac{2Gm(r)}{rc^2} \right]}, \quad (26)$$

$$\frac{dm}{dr} = 4\pi r^2 \varepsilon(r), \quad (27)$$

در این معادلات p فشار بر حسب $\frac{\text{dyn}}{\text{cm}^2}$ ، چگالی انرژی ε بر حسب $\frac{\text{erg}}{\text{cm}^3}$ می‌باشد و G ثابت گرانشی نیوتون است.

۵. نتایج محاسبات

ما معادله TOV را با استفاده از معادله حالت‌های محاسبه شده در بخش قبل به روش عددی حل کرده‌ایم و ساختار ستاره کواری خالص را محاسبه کرده‌ایم. نتایج به دست آمده برای چهار حالت B ثابت، B وابسته به چگالی، پتانسیل حبس خطی و پتانسیل حبس درجه دوم را در جدول ۱ تا ۴ آورده‌ایم.

همچنان که از نتایج به دست آمده مشاهده می‌کنیم، برای

جدول ۱. نتایج مربوط به ساختار ستاره کوارکی با $B = 90 \frac{\text{MeV}}{\text{fm}^3}$ برای جرم، شعاع و فشار به صورت تابعی از چگالی جرمی.

$\varepsilon (10^{14} \text{g/cm}^3)$	$P_c (10^{33} \text{dyn/gcm}^3)$	$R (10^6 \text{cm})$	$M (M_{\text{sun}})$
۸/۲۵۱	۳۵	۳/۳۷۶	۰/۰۶۴۶
۸/۶۰۶	۴۵	۴/۳۳۶	۰/۱۳۹
۸/۹۶۱	۵۵	۴/۹۹۸	۰/۲۱۷
۹/۳۱۵	۶۵	۵/۴۹۴	۰/۲۹۲
۹/۶۶۹	۷۵	۵/۸۸۳	۰/۳۶۴
۱۰/۰۲۲	۸۵	۶/۱۹۵	۰/۴۳۲
۱۰/۳۷۵	۹۵	۶/۴۵۲	۰/۴۹۴
۱۰/۵۵۱	۱۰۰	۶/۵۶۴	۰/۵۲۴
۱۱/۲۵۵	۱۲۰	۶/۹۲۵	۰/۶۳۱
۱۵/۸۰۵	۲۵۰	۷/۸۲۹	۱/۰۳۸
۱۹/۲۹۴	۳۵۰	۷/۹۶۷	۱/۱۷۹
۲۲/۷۴۹	۴۵۰	۷/۹۷۶	۱/۲۵۷
۲۶/۲۰۵	۵۵۰	۷/۹۳۵	۱/۳۰۲
۲۹/۶۵۱	۶۵۰	۷/۸۷۳	۱/۳۲۸
۳۳/۰۹۵	۷۵۰	۷/۸۰۴	۱/۳۴۴
۳۶/۵۲۵	۸۵۰	۷/۷۷۳	۱/۳۵۲
۳۹/۹۶۰	۹۵۰	۷/۶۶۳	۱/۳۵۵

جدول ۲. نتایج مربوط به ستاره کوارکی با B وابسته به چگالی برای فشار، شعاع و جرم به صورت تابعی از چگالی جرمی.

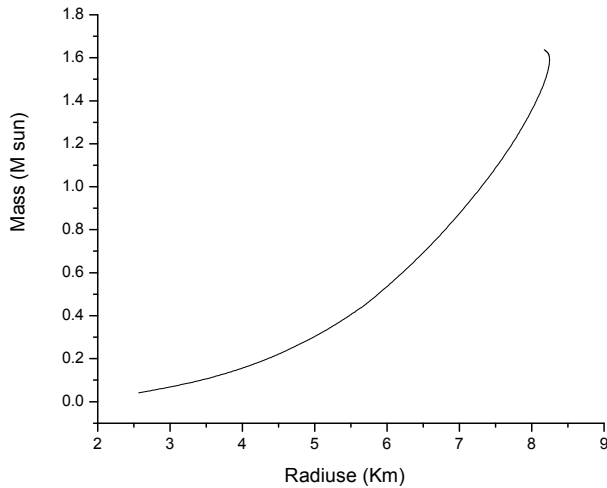
$\varepsilon (10^{14} \text{g/cm}^3)$	$P_c (10^{33} \text{dyn/gcm}^3)$	$R (10^6 \text{cm})$	$M (M_{\text{sun}})$
۱۱/۳۶۰	۲۵	۲/۵۷۸	۰/۰۴۰۷
۱۱/۴۴۴	۳۵	۳/۳۵۱	۰/۰۸۹۷
۱۱/۵۲۸	۴۵	۳/۹۲۹	۰/۱۴۵
۱۱/۶۱۶	۵۵	۴/۳۹۳	۰/۲۰۳
۱۱/۷۱۴	۶۵	۴/۷۷۹	۰/۲۶۳
۱۱/۸۱۲	۷۵	۵/۱۱۰	۰/۳۲۲
۱۱/۹۱۰	۸۵	۵/۳۹۷	۰/۳۸۰
۱۲/۰۰۸	۹۵	۵/۶۴۹	۰/۴۳۷
۱۲/۰۵۷	۱۰۰	۵/۷۶۴	۰/۴۶۵
۱۲/۵۵۸	۱۵۰	۶/۶۳۶	۰/۷۲۱
۱۳/۸۲۱	۲۵۰	۷/۵۵۲	۱/۰۹۵
۱۵/۴۴۸	۳۵۰	۷/۹۷۸	۱/۳۳۱
۱۷/۶۵۹	۴۵۰	۸/۱۷۴	۱/۴۷۴
۲۰/۵۱۵	۵۵۰	۸/۲۴۷	۱/۵۵۸
۲۳/۷۸۳	۶۵۰	۸/۲۵۱	۱/۶۰۴
۲۷/۲۶۹	۷۵۰	۸/۲۲۱	۱/۶۲۷
۳۰/۶۳۴	۸۵۰	۸/۱۷۳	۱/۶۳۷
۳۴/۰۶۱	۹۵۰	۸/۱۱۷	۱/۳۹
۳۵/۷۸۶	۱۰۰۰	۸/۰۸۸	۱/۶۳۸
۳۷/۴۹۷	۱۰۵۰	۸/۰۵۹	۱/۶۳۷

جدول ۳. نتایج مربوط به ستاره کوارکی با پتانسیل حبس خطی برای فشار، شعاع و جرم به صورت تابعی از چگالی جرمی.

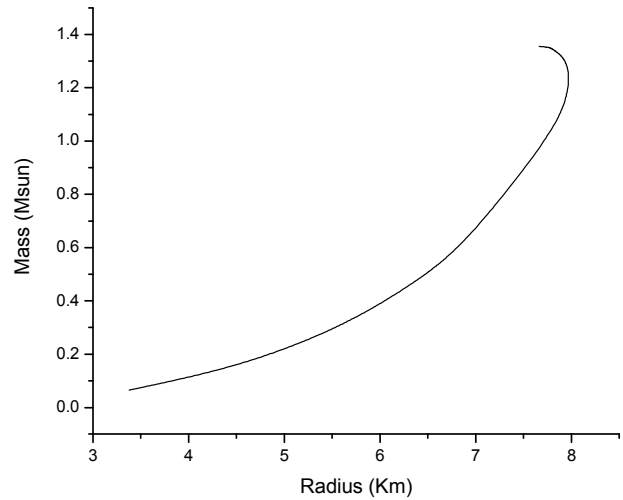
$\varepsilon (10^{14} \text{ g/cm}^3)$	$P_c (10^{33} \text{ dyn/gcm}^3)$	$R (10^6 \text{ cm})$	$M (M_{\text{sun}})$
۳/۷۶۵	۵	۸/۲۶۷۱	۰/۰۴۲۷
۳/۶۰۴	۱۰	۸/۲۷۸۶	۰/۱۱۴
۳/۶۸۲	۱۵	۸/۲۸۹۲	۰/۱۸۶
۳/۷۶۰	۲۰	۸/۲۸۹۷	۰/۲۸۸
۳/۸۳۸	۲۵	۸/۲۹۹۰	۰/۳۹۷
۳/۹۹۴	۳۵	۸/۲۹۹۰	۰/۴۵۷
۴/۱۴۹	۴۵	۸/۲۹۹۰	۰/۴۷۲
۴/۳۰۵	۵۵	۸/۲۹۹۰	۰/۴۸۷
۴/۴۶۳	۶۵	۸/۲۹۹۰	۰/۵۰۲
۴/۶۲۲	۷۵	۸/۲۹۹۰	۰/۵۱۶
۴/۷۹۷	۸۵	۸/۲۹۹۰	۰/۵۳۱
۴/۹۷۳	۹۵	۸/۲۹۹۰	۰/۵۴۵
۵/۰۶۲۶	۱۰۰	۸/۲۹۹۰	۰/۵۵۳
۶/۱۵۸	۱۵۰	۸/۲۹۹۰	۰/۶۲۸
۷/۷۶۷	۲۵۰	۸/۲۹۹۰	۰/۷۷۵
۸/۷۸۴	۳۵۰	۸/۲۹۹۰	۰/۸۸۵
۹/۲۷۳	۴۰۰	۸/۲۹۹۰	۰/۹۲۷
۹/۵۳۴	۴۲۰	۸/۲۹۹۰	۰/۹۴۳
۹/۸۰	۴۴۰	۸/۲۹۹۰	۰/۹۵۷

جدول ۴. نتایج مربوط به ستاره کوارکی با پتانسیل حبس درجه دوم برای فشار، جرم و شعاع به صورت تابعی از چگالی جرمی.

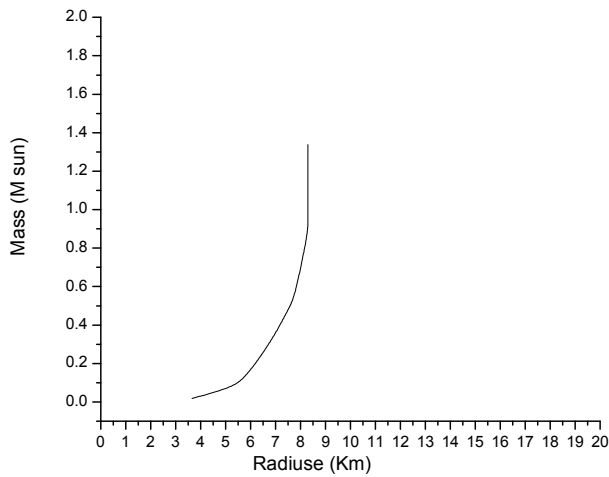
$\varepsilon (10^{14} \text{ g/cm}^3)$	$P_c (10^{33} \text{ dyn/gcm}^3)$	$R (10^6 \text{ cm})$	$M (M_{\text{sun}})$
۱۱/۳۶۰	۲۵	۲/۵۷۸	۰/۰۴۰۷
۱۱/۴۴۴	۳۵	۳/۳۵۱	۰/۰۸۹۷
۱۱/۵۲۸	۴۵	۳/۹۲۹	۰/۱۴۵
۱۱/۶۱۶	۵۵	۴/۳۹۳	۰/۲۰۳
۱۱/۷۱۴	۶۵	۴/۷۷۹	۰/۲۶۳
۱۱/۸۱۲	۷۵	۵/۱۱۰	۰/۳۲۲
۱۱/۹۱۰	۸۵	۵/۳۹۷	۰/۳۸۰
۱۲/۰۰۸	۹۵	۵/۶۴۹	۰/۴۳۷
۱۲/۰۵۷	۱۰۰	۵/۷۶۴	۰/۴۶۵
۱۲/۵۵۸	۱۵۰	۶/۶۳۶	۰/۷۲۱
۱۳/۸۲۱	۲۵۰	۷/۵۵۲	۱/۰۹۵
۱۵/۴۴۸	۳۵۰	۷/۹۷۸	۱/۳۳۱
۱۷/۶۵۹	۴۵۰	۸/۱۷۴	۱/۴۷۴
۲۰/۵۱۵	۵۵۰	۸/۲۴۷	۱/۵۵۸
۲۳/۷۸۳	۶۵۰	۸/۲۵۱	۱/۶۰۴
۲۷/۲۶۹	۷۵۰	۸/۲۲۱	۱/۶۲۷
۳۰/۶۳۴	۸۵۰	۸/۱۷۳	۱/۶۳۷
۳۴/۰۶۱	۹۵۰	۸/۱۱۷	۱/۳۹
۳۵/۷۸۶	۱۰۰۰	۸/۰۸۸	۱/۶۳۸
۳۷/۴۹۷	۱۰۵۰	۸/۰۵۹	۱/۶۳۷



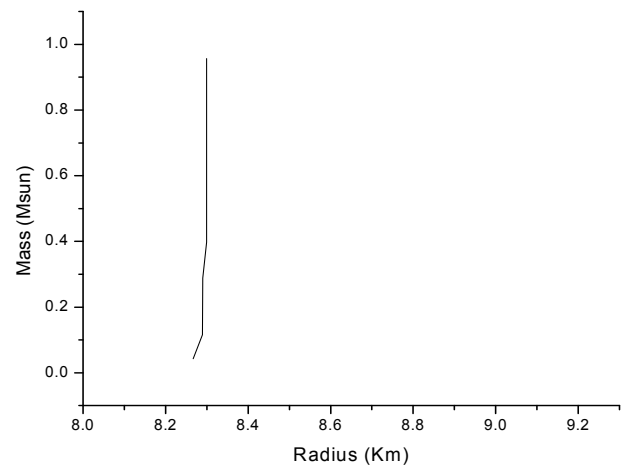
شکل ۸. رابطه جرم- شعاع برای ستاره کوارکی با B وابسته به چگالی.



شکل ۷. رابطه جرم- شعاع برای ستاره کوارکی با B ثابت.



شکل ۱۰. رابطه جرم- شعاع برای ستاره کوارکی با پتانسیل حبس درجه دوم.



شکل ۹. رابطه جرم- شعاع برای ستاره کوارکی با پتانسیل حبس خطی.

جدول ۵. ماکزیمم جرم، شعاع و چگالی جرمی مرکزی ستاره کوارکی برای $B = 90 \frac{\text{MeV}}{\text{fm}^3}$ و وابسته به چگالی، پتانسیل حبس درجه دوم و پتانسیل حبس خطی.

	$M_{\text{max}} (M_{\text{sun}})$	$R(\text{km})$	$\varepsilon_c (10^{14} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3})$
B ثابت	۱/۳۴۴	۷/۸۰۴	۳۳/۰۶۵
B وابسته به چگالی	۱/۶۳۷	۸/۱۷۳	۳۰/۶۳۴
پتانسیل حبس درجه دوم	۱/۳۳۸	۸/۲۹۹	۲۱/۷۰۸
پتانسیل حبس خطی	۰/۹۵۷	۸/۲۹	۹/۸
نتایج تجربی [۵]	۱/۴۴	≤ ۸	

تجربی [۵] ندارد. همچنین مشاهده می شود که نتایج ما برای شعاع ستاره کوارکی (خصوصاً برای حالت B ثابت) دارای همخوانی خوبی با نتایج به دست آمده تجربی [۳ و ۵] است.

همخوانی نسبتاً خوبی با جرمهای به دست آمده تجربی [۵] دارد، در صورتی که نتایج مربوط به معادله حالت به دست آمده با استفاده از پتانسیل حبس خطی همخوانی خوبی با نتایج

۶. خلاصه و نتیجه‌گیری

یک ستاره کوارکی از مرکز تا سطح از ماده کوارکی تشکیل شده است. در این تحقیق ابتدا مدل کیسه‌ای MIT را برای ماده کوارکی در نظر گرفتیم و معادله حالت ماده کوارکی را برای دو ثابت کیسه‌ای متفاوت یکی ثابت و دیگری وابسته به چگالی محاسبه کردیم. سپس با استفاده از معادله حالت‌های به دست آمده و حل عددی معادله TOV ساختار ستاره کوارکی را به دست آوردیم. در ادامه یک مدل سه بعدی String-flip like را برای ماده کوارکی ارائه دادیم. یک پتانسیل وابسته به چگالی را برای

برهم‌کنش کوارک - کوارک در نظر گرفتیم و دو نوع پتانسیل حبس پتانسیل حبس خطی و پتانسیل حبس درجه دوم را بررسی کردیم و با استفاده از معادله حالت‌های به دست آمده معادله TOV را به صورت عددی حل کردیم و ساختار ستاره کوارکی را به دست آوردیم. ماکزیمم جرم و شعاع ستاره کوارکی برای چهار حالت مورد نظر با نتایج تجربی نیز مقایسه شد که همخوانی نسبتاً خوبی را برای محاسبات ما با داده‌های تجربی را نشان می‌دهد.

مراجع

1. J M Lattimer and M Prakash, astro-ph/0405262 v1.
2. E Farhi and R L Jaffe, *Phys. Rev. D* **30** (1984) 2379.
3. J J Drake et al., *Astrophys. J.* **572** (2002) 996.
4. X D Li et al., *Phys. Rev. Lett.* **83** (1999) 3776.
5. F Weber, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **54** (2005) 193.
6. N K Glendenning and F Weber, *Astrophys. J.* **400** (1992) 679.
7. A Bhattacharyya, S K Ghosh, P S Joardar, R Mallick and S Raha, astro-ph/0606523 v1.
8. J S Bielich, astro-ph/0405262 v1.
9. E Farhi and A Olinto, *astro-phys. J.* **310** (1986) 261.
10. S Shapiro and S Teukolsky, *Black Holes, White Dwarfs, and Neutron Stars*, Wiley (1983).
11. F Weber, astro-ph/0606093 v1.
12. S L Shapiro and S A Teukolsky, *Blak Holes, White Dwarfs and Neutrons Stars* (1983) 238.
13. Z Xiaoping, L Xuewen, K Miao, Y Shuhua, astro-ph/0305320.
14. P K Sahu, hep-ph/9504367.
15. U Heniz and M Jacob, nuch-th/0002042.
16. M Bejger, P Haensel and J L Zdunik, astro-ph/0502348.
17. G F Burgio, M Baldo, P K Sahu, B santra and H J Schulze, astro-ph/0111440.
18. W M Alberico, M B Barbaro, A Magni and M Nardi, *Nucl-Phys. A* **552** (1993) 495.
19. W M Albeico, P Czerski, M Nardi, *Eur. Phys. J. A* **4** (1999) 195.
20. R Silbar, Richard. and S Reddy, *Am. J. Phys.* **72** (2004) 892.
21. I Bambaci, Nuch, *Phys. A* **681** (2001) 205c.
22. J M Lattimer, M Prankash and D A Masak, *Astrophys. J.* **241** (1990).