

## تعیین خودکار مختصات نجومی با استفاده از تصویربرداری زینتی از ستارگان

سعید فرزانه، محمد علی شریفی و فرهاد صمدزادگان

گروه مهندسی نقشه‌برداری، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران  
پست الکترونیکی: sharifi@ut.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۳۸۷/۱۲/۴؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۳۸۸/۶/۱۲)

### چکیده

موقعیت نسبتاً ثابت ستارگان در فضا و حرکت قابل پیش‌بینی زمین باعث شده است تا از ستارگان به عنوان یک منبع بسیار دقیق جهت ناوبری استفاده گردد. این روشها اگرچه روشهای ساده‌ای هستند اما بسیار زمان‌بر و پرهزینه بوده و نیازمند افرادی با تجربه و مهارت بالا در این زمینه می‌باشند علاوه بر این مشکلات، به وجود آمدن سیستمهای تعیین موقعیت ماهواره‌ای باعث گردیده که از روشهای کلاسیک نجوم ژئودتیک بندرت استفاده گردد. اما با به کارگیری روشهای الکترواپتیکال نجوم ژئودتیک در ابتدای قرن بیستم و یکم تغییرات اساسی در نجوم ژئودتیک به وقوع پیوست. امروزه با در اختیار قرار گرفتن دوربینهای رقومی با دقت هندسی و رادیومتریک بالا، فصل جدیدی در به کارگیری نجوم ژئودتیک در کاربردهای مختلفی نظیر تعیین وضعیت ماهواره، مختصات نجومی و مولفه‌های انحراف قائم، تحت عنوان نجوم ژئودتیک بینایی-مبنا گشوده شده است. چنانچه از ستارگان در راستای زینت تصویربرداری شود، می‌توان مختصات نجومی محل را با دقتی بهتر از  $0.1''$  ثانیه تعیین نمود. در این مقاله روش تعیین مختصات نجومی شرح داده شده و در خاتمه روش پیشنهادی بر روی تصویر اخذ شده از یک ایستگاه با مختصات نجومی معلوم آزمایش می‌شود. نتایج حاصل دستیابی به طول و عرض نجومی با دقت بسیار بالایی را نشان می‌دهد.

واژه‌های کلیدی: دوربین زینت رقومی، طول و عرض نجومی، تصویربرداری زینتی، تئوری حرکت موقت، SIFT

### ۱. مقدمه

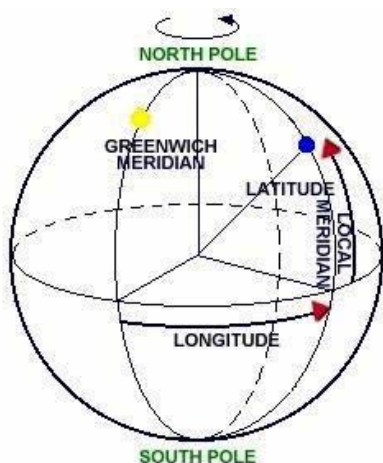
با دشواریهایی از قبیل عدم قطعیت در تطابق برنامه‌های خاص رصدی با وضع هوا و سختی روشهای رصدی، گذشته است. در حالی که نیاز روشهای خاص ژئودزی از جمله روشهای فیریکال ژئودزی در تعیین ژئوئید و روشهای جدید سرشکنی سه بعدی شبکه‌های ژئودزی به تعیین مختصات نجومی در ایستگاههای مشاهداتی، خود اهمیت این مختصات را نشان می‌دهد [۲].

در ابتدای قرن بیستم و یکم تغییرات اساسی در نجوم ژئودتیک با به کارگیری روشهای الکترواپتیکال به وقوع پیوست [۳]. به طوری که این روش روشی با بهره‌آ بالا، خودکار و قابلیت آنی تحلیل داده‌ها می‌باشد [۳]. به‌وسیله این روش می‌توان مختصات نجومی و در نتیجه مولفه‌های انحراف قائم را با دقت بهتر از  $0.1''$  ثانیه تعیین نماییم [۴].

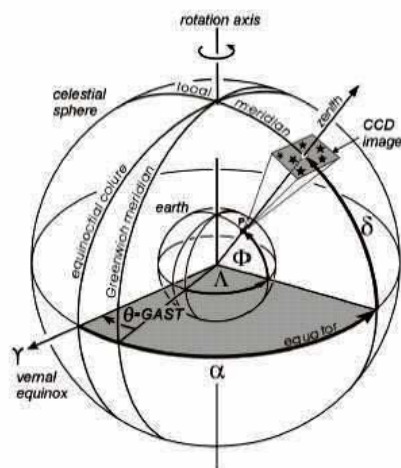
تعیین مختصات نجومی در مسائل مختلف ژئودزی از اهمیت فوق العاده‌ای برخوردار است. GPS (Global Positioning System) به عنوان ابزار جهانی رفع کننده نیاز تعیین موقعیت<sup>۱</sup> موجب انقلابی در روشها و تکنیکهای مورد استفاده در ژئودزی گردیده است که از آن جمله می‌توان روشهای جدید تعیین ژئوئید، کوازی ژئوئید [۱] و تعیین پتانسیل ژئوئید را نام برد.

این موضوع باعث شده تا با ورود GPS به عرصه ژئودزی، عده‌ای اهمیت مختصات نجومی را نادیده گرفته و فکر کنند که دیگر زمان تعیین مختصات نجومی، آن هم با روشهای سنتی که

۱. Global Problem Solver



شکل ۲. طول و عرض نجومی [۶].



شکل ۱. اصول پایه تعیین مختصات نجومی [۵].

لحظه‌ای که ستاره در حال عبور از نصف‌النهار است تعیین می‌شود و یا به طور غیرمستقیم، با تبدیل فاصله سمت‌الراسی اندازه‌گیری شده ستاره به نصف‌النهار در حالتی که نزدیک نصف‌النهار بوده انجام می‌پذیرد.

طول نجومی نیز، زاویه بین صفحه نصف‌النهار متوسط گرینویچ و صفحه نصف‌النهار نجومی محل ناظر می‌باشد و بر اساس معادله زیر تعیین می‌شود:

$$\Lambda = LAST - GAST \quad (۱)$$

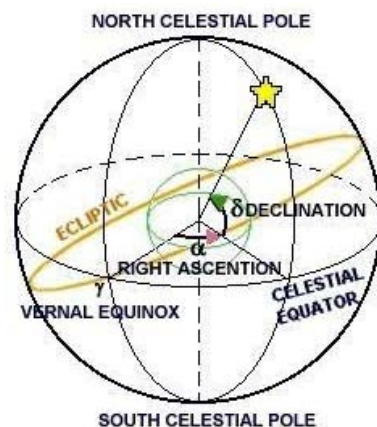
در این معادله  $LAST$  (Local Apparent Sideral Time) زمان نجومی ظاهری محل است که به وسیله مشاهدات نجومی تعیین می‌گردد و  $GAST$  زمان نجوم ظاهری گرینویچ است که با همزمان ساختن زمانسنج مورد استفاده با علائم زمانی دریافت شده از گیرنده رادیویی تعیین می‌شود (شکل ۲).

مختصات ستارگان مورد استفاده در کاتالوگها با دو کمیت بعد (زاویه بین دایره ساعتی گذرنده از نقطه اعتدالین بهاری و دایره ساعتی گذرنده از ستاره) و میل (زاویه بین امتداد ستاره و صفحه استوای سماوی) بیان می‌گردد (شکل ۳).

شکل ۱ رابطه اساسی در تعیین مختصات نجومی با استفاده از الگوریتم پیشنهادی توسط رابطه زیر بیان می‌گردد:

$$\Phi = \delta_z \quad (۲)$$

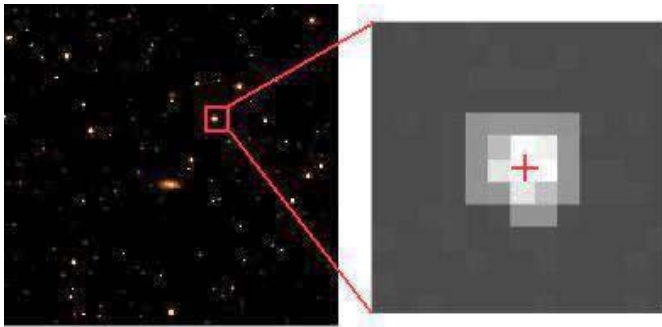
به طوری که  $LAST$  در تصویربرداری زینت برابر بعد نقطه زینت



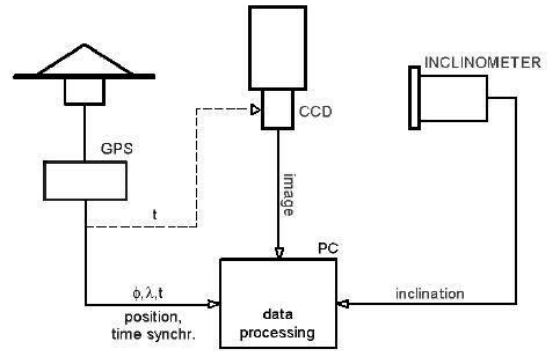
شکل ۳. بعد و میل ستاره [۶].

نورسنجی توسط CCD روش نوینی است که امروزه به طور گسترده‌ای در علوم مختلف از جمله اندازه‌گیریهای نجومی مورد استفاده قرار گرفته است. با استفاده از CCD و به کارگیری یک تلسکوپ مناسب می‌توان روشی با قابلیت رویت پذیری بالا برای ثبت ستارگان با درخشندگی کم که حتی با تلسکوپ عادی غیرقابل دیدن هستند به وجود آورد.

شکل ۱ اصول پایه تعیین مختصات نجومی را به روش تصویربرداری زینتی از ستارگان نشان می‌دهد. همان‌طور که می‌دانیم عرض نجومی ( $\Phi$ )، زاویه بین قائم محل و صفحه استوا است که در صفحه نصف‌النهار نجومی از ۰ تا ۹۰ درجه در جهت خلاف عقربه‌های ساعت اندازه‌گیری می‌شود. این زاویه بر اساس اندازه‌گیری مستقیم فاصله سمت‌الراسی  $Z$  در



شکل ۵. توزیع شدت پیرامون ستاره تصویر شده بر روی آشکارساز.

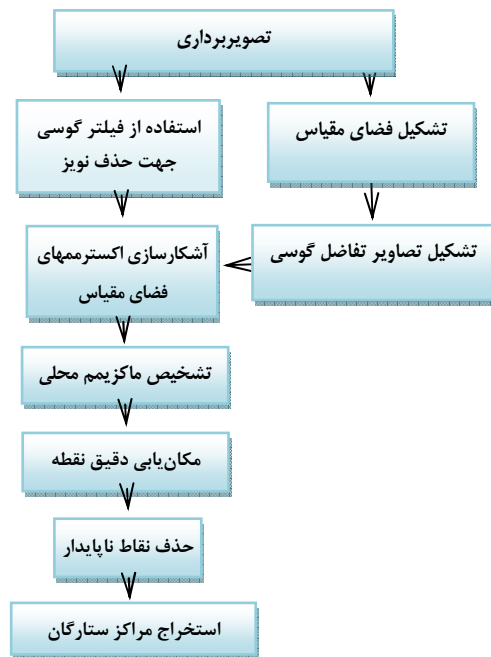


شکل ۴. نمودار جمع‌آوری اطلاعات [۷].

## ۲. تصویربرداری و اندازه‌گیری انحراف محور قائم

شکل ۴ نمودار تابعی سیستم را نشان می‌دهد. گیرنده GPS جهت تعیین مختصات ژئودتیکی و ثبت دقیق زمان، مورد استفاده قرار می‌گیرد. اطلاعات به دست آمده از GPS به صورت مستقیم به کامپیوتر فرستاده شده و در آنجا ذخیره می‌گردد. زمان کامپیوتر با سیگنال ۱ PPS با گیرنده GPS همزمان شده است.

حسگر CCD تصاویری از ستارگان در امتداد زینت محل تهیه نموده و به طور همزمان میل‌سنج دستگاه، زاویه میل محور دوران دستگاه را حول محور قائم به طور پیوسته اندازه‌گیری می‌نماید. این مشاهدات به همراه زمان در کامپیوتر ثبت می‌گردد.



شکل ۶. نمودار مراحل استخراج مراکز ستارگان [۸].

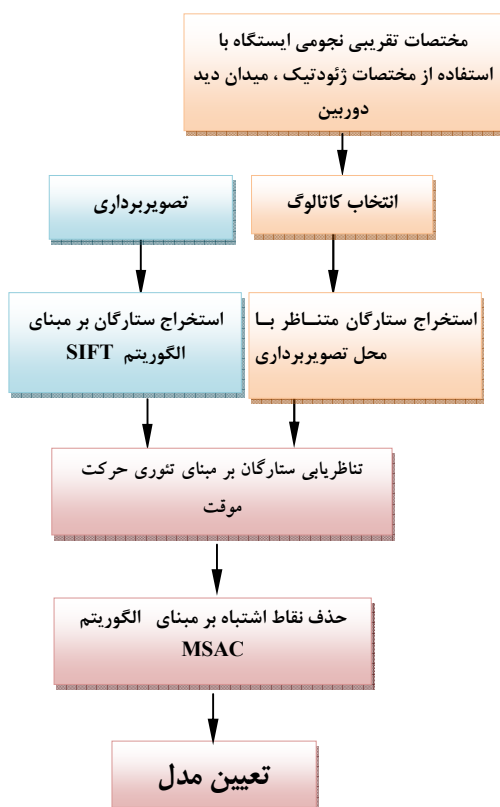
## ۳. استخراج دقیق مراکز ستارگان

پس از تصویربرداری از ستارگان بایستی مراکز ستارگان را با دقت بسیار بالایی استخراج نمود به عبارت دیگر هدف از این مرحله یافتن مختصات ستارگان در سیستم مختصات پیکسلی می‌باشد (علامت به علاوه در شکل ۵).

با استفاده از الگوریتم پیشنهادی توسط شریفی، صمدزادگان، فرزانه (۲۰۰۸) مراکز ستارگان با دقت زیرپیکسل استخراج می‌شوند. نمودار مراحل استخراج مراکز ستارگان با استفاده از الگوریتم مذکور در شکل ۶ نشان داده شده است.

می‌باشد. مراحل تعیین خودکار مختصات نجومی با استفاده از الگوریتم پیشنهادی را می‌توان به صورت زیر بیان نمود:

۱. تصویربرداری با استفاده از CCD.
۲. اندازه‌گیری دقیق انحراف محور قائم دستگاه.
۳. استخراج دقیق مراکز ستارگان.
۴. تشخیص و اندازه‌گیری ستارگان.
۵. تعیین بهترین مدل ریاضی بین مختصات پیکسلی و سماوی ستارگان.
۶. تعیین بعد و میل ستاره فرضی در نقطه زینت.



شکل ۸. نمودار مراحل شناسایی ستارگان [۹].

$$\zeta = -\frac{\cos \delta \cdot \sin(\alpha - \alpha_0)}{\cos \delta_0 \cdot \cos \delta \cdot \cos(\alpha - \alpha_0) + \sin \delta_0 \cdot \sin \delta} \quad (3)$$

$$\eta = \frac{\sin \delta_0 \cdot \cos \delta \cdot \cos(\alpha - \alpha_0) - \cos \delta_0 \cdot \sin \delta}{\cos \delta_0 \cdot \cos \delta \cdot \cos(\alpha - \alpha_0) + \sin \delta_0 \cdot \sin \delta}$$

روابط فوق در صورت وجود مفروضات زیر برقرارند:

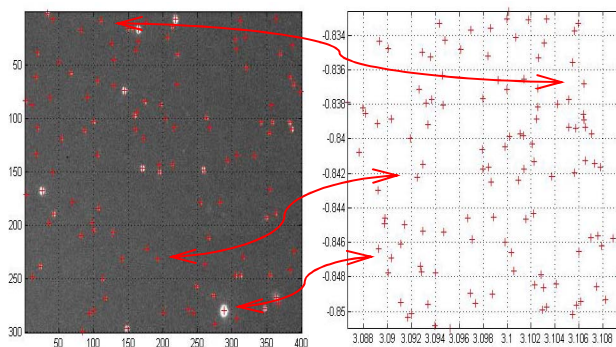
(الف) محور نوری تلسکوپ از مبدا مختصات روی صفحه عکاسی می‌گذرد.

(ب) صفحه عکاسی بر محور نوری عمود است.

(ج) محور  $\eta$  با تصویر دایره نصف‌النهار مرکزی، برای اپک  $t$  روی صفحه مماس دقیقاً یکی است.

(د) محور  $\eta$  بر محور  $\xi$  عمود است.

در عمل، رسیدن به این وضع بدون داشتن نقص هندسی، امکان پذیر نیست و در نتیجه باید انتظار داشت که مختصات تصویر ستاره، که نسبت به محورهای روی صفحه تصویر اندازه گرفته می‌شوند با مختصات استاندارد نظری تفاوت داشته باشند. علاوه بر آن اثر شکست و از اثر ابیراهی چشم پوشی کرده‌ایم



شکل ۷. تشخیص و اندازه‌گیری ستارگان. هدف از این مرحله یافتن ستارگان متناظر بین تصویر (سمت چپ) و کاتالوگ (سمت راست) است.

#### ۴. تشخیص و اندازه‌گیری ستارگان

پس از این مرحله بایستی ستارگان متناظر با ستارگان استخراج شده از تصویر را، در کاتالوگ شناسایی نمود. به عبارت دیگر هدف منطبق کردن ستارگان در سیستم مختصات پیکسلی و سماوی است. شکل ۷ نمونه‌ای از تصویر ستارگان به همراه کاتالوگ را نشان می‌دهد. جهت نیل به هدف مذکور از الگوریتم پیشنهادی توسط شریفی، صمدزادگان، فرزانه (۲۰۰۸) استفاده می‌گردد. نمودار مراحل شناسایی و اندازه‌گیری ستارگان در شکل ۸ نشان داده شده است.

#### ۵. تعیین مدل ریاضی

پس از مراحل فوق وضعیت ستارگان در سیستم مختصات سماوی  $(\alpha, \delta)$  و سیستم مختصات پیکسلی موجود می‌باشد چون مختصات صفحه تصویر  $(x, y)$  از ستارگان استخراج شده نمی‌توانند به طور مستقیم به مختصات سماوی  $(\alpha, \delta)$  که از کاتالوگ استخراج شده ارتباط داده شوند. مختصات صفحه مماس  $(\xi, \eta)$ ، به عنوان یک واسطه معرفی می‌گردد. مختصات مماسی  $(\xi, \eta)$  معادل با مختصات سماوی آنها می‌باشند، این مختصات با تصویر کردن مختصات سماوی  $(\alpha, \delta)$  بر روی صفحه مماس بر کره سماوی در نقطه  $(\alpha_0, \delta_0)$  (نقطه‌ای که محور نوری دوربین متوجه آن می‌باشد) به دست می‌آیند.

مختصات مماسی  $\xi$  و  $\eta$  از روابط زیر محاسبه

می‌شوند [۱۰].

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\hat{X}(i) - X(i))^2 + \sum_{i=1}^n (\hat{Y}(i) - Y(i))^2}{n-1}}, \quad (6)$$

در رابطه بالا  $(\hat{X}, \hat{Y})$  وضعیت به دست آمده برای پیکسل و  $(X, Y)$  وضعیت واقعی نقاط هستند.

### ۵.۲. مدل ریاضی توابع گویا

مدل ریاضی توابع گویا به صورت تقسیم دو چند جمله‌ای است. در عمل معمولاً این چندجمله‌ایها از درجه ۳ هستند که در حالت سه بعدی تعداد پارامترهای مدل برای هر مولفه مختصاتی ۳۹ مجهول می‌باشد (۲۰ ضریب برای صورت، ۱۹ ضریب برای مخرج) و در حالت دو بعدی دارای ۲۹ مجهول است. معادلات مربوطه در جدول ۱ ارائه شده است [۱۳، ۱۲، ۱۱].

### ۶. حل معادلات گویا

در این حالت مختصات سماوی از تقسیم دو چندجمله‌ای به دست می‌آید. این مدل شبیه به معادلات شرط هم‌خطی ارتباط بین فضای شیء و تصویر را برقرار می‌کند. یک مدل عمومی از توابع گویا که برای انتقال از فضای سماوی به فضای دو بعدی تصویر مناسب باشد در جدول ۱ ارائه گردیده است.

در معادلات داده شده در جدول ۱،  $(\alpha, \delta)$  مختصات سماوی نقاط و  $(x, y)$  مختصات تصویری متناظر با آنها می‌باشد، و  $a_{ij}$  ضرایب چند جمله‌ایها هستند که به آنها ضرایب توابع گویا می‌گویند.

از آنجایی که در توابع گویا وجود سیستم مختصات با مقادیر مختصات خیلی بزرگ غیر عادی نیست، اگر به همراه مختصات بزرگ، چندجمله‌ای با درجه نسبتاً بالا نیز به کار رود، عدم استحکام عددی، خطاهای برشی ممکن است رخ دهد. لذا به منظور استحکام محاسباتی و کاهش تجمع خطاها در طول محاسبات، دو مختصات سماوی و سه مختصات تصویری هرکدام جا به جا و مقیاس‌دهی می‌شوند تا در بازه +۱ و -۱ قرار گیرند که این امر باعث

در حالی که می‌دانیم تصویر ستاره در اثر این پدیده‌ها از وضعیت واقعی آن متفاوت خواهد بود.

در صورتی که مختصات استاندارد واقعی ستاره را با  $\xi, \eta$  و مختصات تحت تأثیر خطای ویژه مورد نظر را با  $x$  و  $y$  نشان دهیم، ثابت می‌گردد که مختصات مذکور تحت تبدیل تصویری به یکدیگر مرتبط می‌شود [۱]:

$$\xi = \frac{ax + by + c}{gx + hy + 1}, \quad (4)$$

$$\eta = \frac{ex + fy + g}{gx + hy + 1}.$$

با توجه به مجهول بودن مختصات سماوی ستاره فرضی در نقطه زینت، به جای استفاده از مدل‌های فیزیکی از مدل‌های تجربی مثل توابع گویا و چند جمله‌ایها با ضرایب مختلف استفاده می‌شود. برای حل معادلات مورد نظر و برقراری ارتباط بین دو فضا به تعدادی نقاط متناظر نیاز می‌باشد که در مراحل قبل با دقت بالا به دست آمده است.

### ۵.۱. چند جمله‌ایها

با انتخاب تعداد و حالت‌های مختلف نقاط متناظر می‌توان از چند جمله‌ایها با درجات مختلف استفاده نمود:

$$x = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^{n-i} a_{ij} X^i Y^j, \quad (5)$$

$$y = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^{n-i} b_{ij} X^i Y^j,$$

با اضافه نمودن جمله‌های اضافی به معادلات، می‌توانیم تأثیر عوامل ایجاد کننده خطاهای سیستماتیک را حذف کنیم. بنابراین با افزایش درجه چندجمله‌ای، خطاهایی با درجه بالاتر حذف می‌گردند. همچنین با اضافه کردن جمله‌های جدید به چند جمله‌ای، نوسان چند جمله‌ای بین نقاط کنترل افزایش می‌یابد و اعمال این نوسانات بر روی نقاط چک می‌تواند خطا را افزایش دهد. بنابراین باید چند جمله‌ای را انتخاب کنیم که بهترین نتیجه را به دست دهد.

به عنوان معیاری جهت تعیین بهینه بودن نتیجه حاصل می‌توان از رابطه زیر استفاده کرد:

جدول ۱. مدل ریاضی توابع گویا

$\begin{cases} \alpha = \frac{a_1x + a_2y + a_3}{a_1'x + a_1'y + 1} \\ \delta = \frac{a_1''x + a_2''y + a_3''}{a_1'x + a_1'y + 1} \end{cases}$	تابع گویای درجه ۱
$\begin{cases} \alpha = \frac{ax + ay + a_1}{a_1'x + a_1'y + 1} \\ \delta = \frac{a_1''x + a_2''y + a_3''}{a_1'x + a_1'y + 1} \end{cases}$	تابع گویای درجه ۲
$\begin{cases} \alpha = \frac{ax + ay + a_1yx + a_2x^2 + a_3y^2 + a_4}{a_1'x + a_1'y + a_1'yx + a_1'x^2 + a_1'y^2 + a_1' + 1} \\ \delta = \frac{a_1''x + a_2''y + a_1''yx + a_2''x^2 + a_3''y^2 + a_4''}{a_1'x + a_1'y + a_1'yx + a_1'x^2 + a_1'y^2 + a_1' + 1} \end{cases}$	تابع گویای درجه ۳

۷. تبدیل مدل به مدل پارامتریک خطی

فرم خطی شده معادلات جدول ۱ به صورت زیر است [۱۴]:

$$y = \frac{(1 \ x \ y \ \dots \ y^3)(c_0 \ c_1 \ \dots \ c_9)^T}{(1 \ x \ y \ \dots \ y^3)(1 \ d_1 \ \dots \ d_9)^T}, \tag{۸}$$

$$x = \frac{(1 \ x \ y \ \dots \ y^3)(a_0 \ a_1 \ \dots \ a_9)^T}{(1 \ x \ y \ \dots \ y^3)(1 \ b_1 \ \dots \ b_9)^T},$$

$$v_\alpha = \begin{bmatrix} 1 & x & y & \dots & y^3 & -\alpha x & -\alpha y & \dots & -\alpha y^3 \\ B & B & B & \dots & B & B & B & \dots & B \end{bmatrix} J - \frac{\alpha}{B},$$

$$v_\delta = \begin{bmatrix} 1 & x & y & \dots & y^3 & -\delta x & -\delta y & \dots & -\delta y^3 \\ D & D & D & \dots & D & D & D & \dots & D \end{bmatrix} K - \frac{\delta}{D}, \tag{۹}$$

یا

$$v'_\alpha = Bv_\alpha = \begin{bmatrix} 1 & x & y & \dots & y^3 & -\alpha x & -\alpha y & \dots & -\alpha y^3 \\ J & -\alpha & & & & & & & \end{bmatrix}$$

$$v'_\delta = Dv_\delta = \begin{bmatrix} 1 & x & y & \dots & y^3 & -\delta x & -\delta y & \dots & -\delta y^3 \\ K & -\delta & & & & & & & \end{bmatrix}$$

$$(۱۰)$$

استحکام محاسباتی و کاهش و کمینه شدن خطاهای محاسباتی می‌شود.

فرآیند بهنجار کردن مختصات با استفاده از روابط زیر انجام می‌گیرد [۱۱]:

$$x_n = \frac{x - x_0}{x_s}, \quad y_n = \frac{y - y_0}{y_s}, \tag{۷}$$

$$\alpha_n = \frac{\alpha - \alpha_0}{\alpha_s}, \quad \delta_n = \frac{\delta - \delta_0}{\delta_s},$$

که  $x_0$  و  $y_0$  مقادیر جابه‌جایی و  $x_s$  و  $y_s$  مقادیر مقياس مختصات عکسی هستند. مشابه آن  $\alpha_0$ ،  $\delta_0$ ، مقادیر جابه‌جایی و  $\alpha_s$  و  $\delta_s$  مقادیر مقياس مختصات تصویری می‌باشند.

عموماً بیشینه توان هر مختصات تصویری محدود به ۳ است و مجموع توان همه مختصه‌های تصویری نیز محدود به ۳ می‌باشد به این معنی که:  $0 \leq m \leq 3$ ،  $0 \leq n \leq 3$  و  $m+n \leq 3$ . در نتیجه ۲۹ ضریب شامل ۲۰ ضریب برای صورت و ۹ ضریب برای مخرج خواهیم داشت که برای حل ضرایب معادلات گویا، حداقل به ۲۹ نقطه کنترل نیاز می‌باشد.

$$P_x = \begin{bmatrix} \frac{1}{B_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{1}{B_2} & 0 & \vdots \\ \vdots & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \frac{1}{B_n} \end{bmatrix}, P_y = \begin{bmatrix} \frac{1}{D_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{1}{D_2} & 0 & \vdots \\ \vdots & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \frac{1}{D_n} \end{bmatrix} \quad (19)$$

همچنین A ماتریس ضرایب، x بردار مجهولات، l بردار مشاهدات (مختصات تصویری مشاهده شده) می‌باشند. در نتیجه معادلات نرمال به صورت زیر خواهد شد:

$$(A^T P^2 A)x - A^T P^2 l = 0 \rightarrow x = (A^T P^2 A)^{-1} A^T P^2 l \quad (20)$$

معادله بالا را می‌توان با دو روش حل نمود: روش مستقیم و روش تکراری.

#### ۷.۱. روش مستقیم

روش حل مستقیم توابع رشنال با قرار دادن ماتریس P به صورت ماتریس یکه می‌باشد. در این صورت معادله نرمال می‌تواند با استفاده از سرشکنی کمترین مربعات استاندارد حل شود:

$$x = (A^T A)^{-1} A^T l, \quad (21)$$

#### ۷.۲. روش تکراری

در روش تکراری به منظور ارتقای دقت پارامترهای تعیین شده و رسیدن به مقادیر دقیق‌تر، از روش سرشکنی کمترین مربعات تکراری در تعیین پارامترهای مجهول استفاده می‌شود. در مورد روش تکراری، مقدار اولیه ضرایب را می‌توان ابتدا از روش مستقیم به دست آورد، سپس P<sup>l</sup> و x<sup>l</sup> را با استفاده از حل معادله نرمال به صورت تکراری تا زمان رسیدن به شرط نهایی محاسبه نمود. همچنین مخرج را از نظر صفر نشدن در طول محاسبات نیز کنترل نمود تا از تقسیم ماتریس وزن بر صفر جلوگیری به عمل آید.

از توابع گویای درجه اول جهت تصحیح اعوجاجات ایجاد شده توسط سیستم سه بعدی استفاده می‌شود. تصحیح خطاهایی

که در آن

$$\begin{aligned} B &= (1 \ x \ y \ \dots \ y^3) \cdot (1 \ b_1 \ \dots \ b_q)^T, \\ D &= (1 \ x \ y \ \dots \ y^3) \cdot (1 \ d_1 \ \dots \ d_q)^T, \\ J &= (a_0 \ a_1 \ \dots \ a_q \ b_1 \ \dots \ b_q)^T, \\ K &= (c_0 \ c_1 \ \dots \ c_q \ d_1 \ \dots \ d_q)^T, \end{aligned} \quad (11)$$

با n نقطه کنترل، معادله خطای مشاهداتی را می‌توان به صورت زیر نوشت [۱۲]:

$$\begin{bmatrix} V \\ \delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_\alpha & 0 \\ 0 & P_\delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J \\ K \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} P_\alpha & 0 \\ 0 & P_\delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R \\ C \end{bmatrix}, \quad (12)$$

که رابطه بالا را می‌توان به صورت زیر خلاصه کرد:

$$V = PAx - Pl, \quad (13)$$

که در روابط بالا R و C و M و N به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$R = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]^T, \quad (14)$$

$$C = [y_1 \ y_2 \ \dots \ y_n]^T, \quad (15)$$

$$M = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & \dots & y_1^3 & -\alpha_1 x_1 & \dots & -\alpha_1 y_1^3 \\ 1 & x_2 & \dots & y_2^3 & -\alpha_2 x_2 & \dots & -\alpha_2 y_2^3 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_n & \dots & y_n^3 & -\alpha_n x_n & \dots & -\alpha_n y_n^3 \end{bmatrix}, \quad (16)$$

$$N = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & \dots & y_1^3 & -\delta_1 x_1 & \dots & -\delta_1 y_1^3 \\ 1 & x_2 & \dots & y_2^3 & -\delta_2 x_2 & \dots & -\delta_2 y_2^3 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_n & \dots & y_n^3 & -\delta_n x_n & \dots & -\delta_n y_n^3 \end{bmatrix}, \quad (17)$$

و P را می‌توان به عنوان ماتریس وزن باقیمانده‌ها به صورت زیر در نظر گرفت:

$$P = \begin{bmatrix} P_x & 0 \\ 0 & P_y \end{bmatrix}, \quad (18)$$

که در آن

جدول ۲. مشخصات داده‌های مورد استفاده.

دوربین	TZK2-D
CCD	۴۰۰×۳۰۰
Pixel Size	۹/۳۳" / Pixel
FOV	۱/۰۳۷×۰/۷۷۸
کاتالوگ	Tycho-2
تاریخ عکسبرداری	۷ مارس ۱۹۹۸
دمای هوا	۱۶ درجه سانتیگراد
فشار هوا	۹۹۰ میلی بار
UTC	۱۷ <sup>h</sup> ۳۶ <sup>m</sup> ۵۱ <sup>s</sup>
زمان نوردهی	۱۰ ثانیه

### ۹. پیاده‌سازی و ارزیابی

در این مقاله روش پیشنهادی بر اساس داده‌های ذکر شده در جدول ۲ مورد ارزیابی قرار گرفته است. تصاویر مورد استفاده در این ارزیابی با دوربین TZK2-D اخذ شده است [۱۵].

پس از تصویربرداری از ستارگان بایستی مراکز آنها را با دقت بالایی استخراج نمود. دقت این مرحله تأثیر بالایی در دقت تعیین موقعیت نجومی و تعیین وضعیت با استفاده از تصویربرداری رقومی از ستارگان خواهد داشت چرا که نقاط استخراج شده به عنوان مختصات ستارگان در سیستم مختصات پیکسلی در نظر گرفته می‌شود.

الگوریتم کشف ستارگان برای تصویر مورد آزمایش انجام شده تا مراکز آنها به صورت نشان داده شده در شکل ۹ به دست آید.

با داشتن مختصات پیکسلی ستارگان بایستی مختصات سماوی آنها نیز تعیین گردند.

لازم به یادآوری است که در این مرحله به دلیل استفاده از الگوریتم MSAC (شکل ۸) احتمال وجود نقاط با تناظر اشتباه به حداقل رسیده است.

پس از شناسایی و استخراج ستارگان به منظور یافتن بعد و میل ستاره فرضی در امتداد زینت بایستی بهترین مدل ریاضی بین ستارگان در سیستم مختصات پیکسلی و سماوی به دست آید.

شکل‌های ۱۰ الی ۱۵ بردار باقیمانده حاصل از روش‌های مختلف را نشان می‌دهد. وضعیت نقاط کنترل در شکل ۱۶ نشان

همچون کرویت زمین، انکسار اتمسفر و اعوجاج عدسی با استفاده از جملات درجه دوم توابع گویا صورت می‌پذیرد. سایر اعوجاجات پیچیده و از درجات بالاتر همچون نوسانات دوربین توسط جمله‌های درجه سوم تصحیح می‌شوند.

### ۸. تعیین بعد و میل نقطه زینت

مرحله آخر پس از یافتن بهترین مدل ریاضی، استفاده از آن جهت محاسبه بعد و میل امتداد زینت می‌باشد که با معلوم بودن زوایای انحراف از امتداد قائم که توسط تیلتمتر مشاهده می‌گردد. همچنین مختصات پیکسلی مرکز تصویر به دست می‌آید.

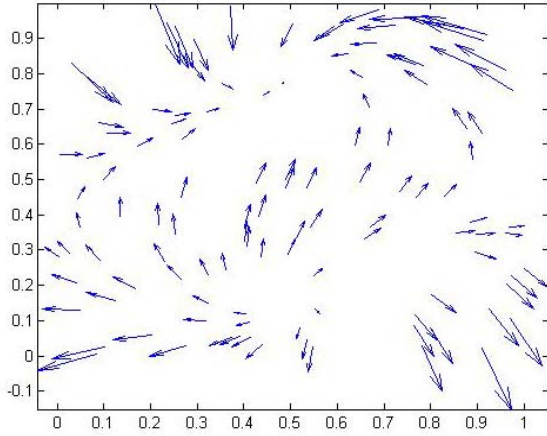
در صورتی که امتداد محور دوربین زاویه  $\alpha$  امتداد قائم و  $\beta$  با نصف‌النهار محل داشته باشد همچنین  $\alpha_0, \delta_0$  به ترتیب بعد و میل امتداد محور دوربین باشد که با استفاده از مدل به دست آمده است، مختصات سماوی امتداد زینت از رابطه زیر حاصل می‌گردد:

$$\delta = \delta_0 \pm \beta \quad (22)$$

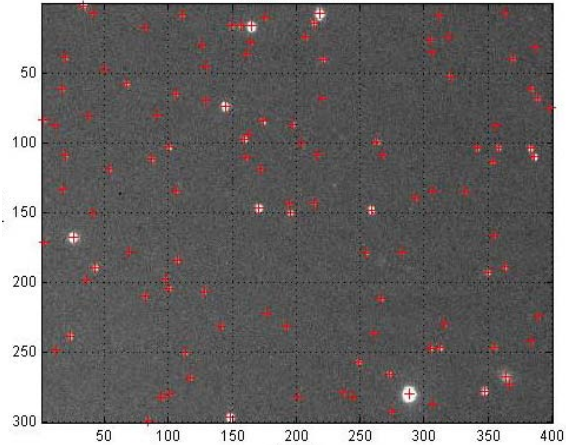
$\alpha = \alpha_0 \pm \gamma$   
به طوری که علامت مثبت به ترتیب برای انحراف جنوبی و شرقی محور دوربین از امتداد زینت و علامت منفی برای انحراف شمالی و غربی می‌باشد.

با معلوم شدن مختصات سماوی امتداد زینت می‌توان مختصات نجومی محل را با استفاده از رابطه (۲) تعیین نمود.

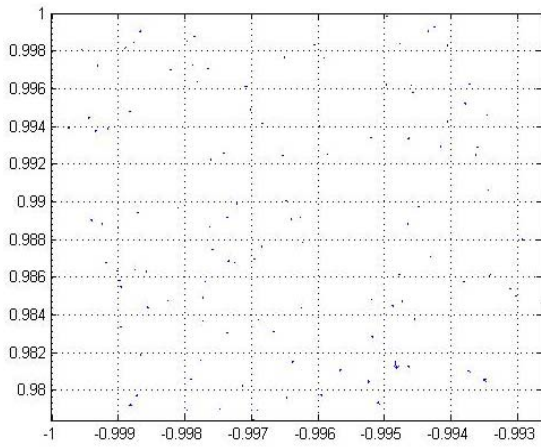




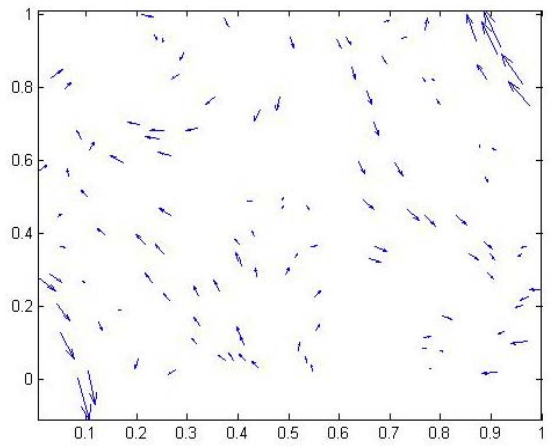
شکل ۱۰. بردارهای خطای افقی در سیستم مختصات پیکسلی تابع چندجمله‌ای درجه ۱، بزرگنمایی ۳۰.



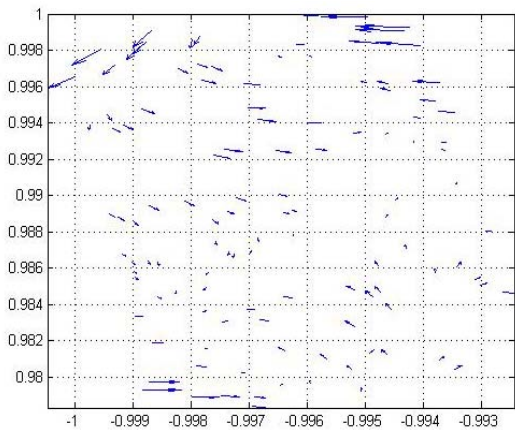
شکل ۹. استخراج مراکز ستارگان.



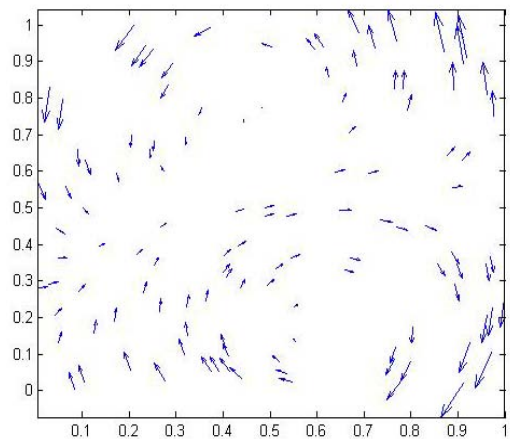
شکل ۱۲. بردارهای خطای افقی در سیستم مختصات پیکسلی تابع چندجمله‌ای درجه ۳، بزرگنمایی ۱۰۰.



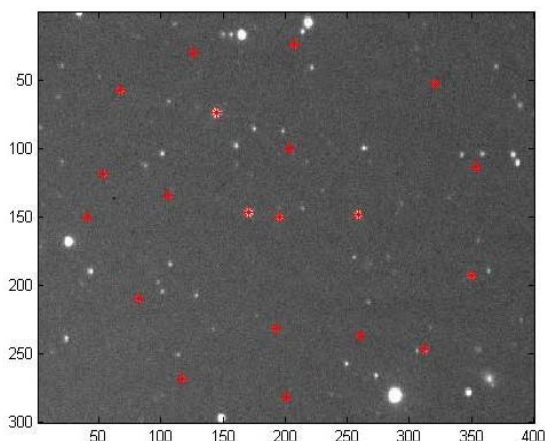
شکل ۱۱. بردارهای خطای افقی در سیستم مختصات پیکسلی تابع چندجمله‌ای درجه ۲، بزرگنمایی ۱۰۰.



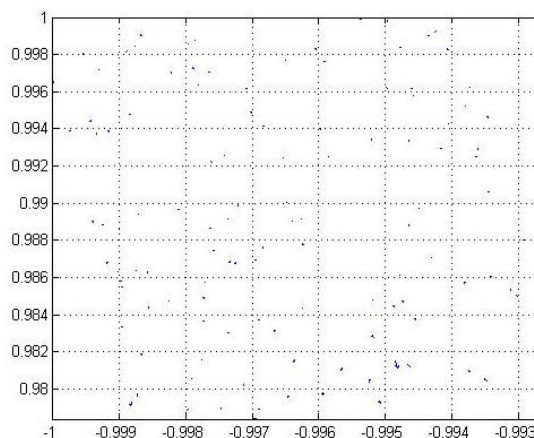
شکل ۱۴. بردارهای خطای افقی در سیستم مختصات پیکسلی تابع گویای درجه ۲، بزرگنمایی ۱۰۰.



شکل ۱۳. بردارهای خطای افقی در سیستم مختصات پیکسلی تابع تصویری با بزرگنمایی ۳۰.



شکل ۱۶. وضعیت نقاط کنترل.



شکل ۱۵. بردارهای خطای افقی در سیستم مختصات پیکسلی تابع گویای درجه ۳، بزرگنمایی ۱۰۰.

امتداد محور دوربین در راستای زینت باشد، بنابراین برای یافتن بعد و میل نقطه زینت کافی است مختصات مرکز تصویر را -که برابر با (۲۰۰، ۱۵۰) می باشد- در مدل ریاضی انتخابی از مرحله قبل جایگذاری نماییم. در مورد تصویر مورد ارزیابی در این مقاله دو پارامتر فوق برابر است با:

$$\delta_z = 48^\circ 14' 22.1419'',$$

$$\alpha_z = 11^h 50' 0.7599''.$$

در نهایت با توجه به رابطه (۲) می توان مختصات نجومی ایستگاه تصویربرداری را محاسبه نمود. جهت محاسبه مختصات نجومی به طور دقیق لازم است که بعد و میل امتداد زینت  $(\delta_z, \alpha_z)$  با دقت بالا محاسبه گردند که با توجه به جدول ۳ الگوریتم پیشنهادی دقت بالایی در محاسبه این دو پارامتر به دست می دهد.

### ۱۰. نتیجه گیری

امکان به کارگیری تصاویر رقومی نجومی به منظور تعیین مختصات نجومی مورد بررسی قرار گرفت. با توجه به نتایج حاصل (تعیین مدل ریاضی با دقت بسیار بالا شکل ۱۲ و شکل ۱۵) به کارگیری روش به صورت عملی مورد تأیید قرار گرفته است. روش ارائه شده می تواند به عنوان راه حلی جهت دستیابی به مختصات نجومی به عنوان جایگزین روشهای کلاسیک به کار رود. به دلیل کارایی بالای این روش می توان مختصات نجومی را

جدول ۳. مقادیر خطا به ازای مدل های مختلف ریاضی (بر حسب رادیان).

مدل ریاضی	RMSE
چند جمله ای درجه اول	$1/592e-005$
چند جمله ای درجه دوم	$3/7778e-006$
چند جمله ای درجه سوم	$5/498e-007$
تابع گویا درجه اول	$1/496e-005$
تابع گویا درجه دوم	$3/436e-006$
تابع گویا درجه سوم	$5/084e-007$

داده شده است. همچنین مقادیر مجذور میانگین مربعات خطا در جدول ۳ بیان گردیده است. همان طور که ملاحظه می گردد توابع گویا از درجه سوم بهترین نتیجه را از لحاظ میزان باقیمانده و حذف کلیه خطاها (نوسانات دوربین، کرویت زمین، انکسار اتمسفر و اعوجاج عدسی) ارائه می دهد اما توجه به این نکته ضروری است که افزایش ضرایب باعث افزایش نیاز به تعداد نقاط متناظر می گردد که به عنوان یک محدودیت به حساب می آید. چراکه در برخی تصاویر اخذ شده ممکن است به تعداد کافی نقاط کنترل موجود نباشد. بنابراین بایستی به دنبال تبدیلی باشیم که هم کمترین بردار خطا و هم کمترین تعداد نقاط کنترل را نیاز داشته باشد. با توجه به بردارهای باقیمانده می توان توابع چند جمله ای از درجه سوم را برگزید. در تصویر مورد ارزیابی در این مقاله فرض شده است که

هندسی و رادیو متریک سنجنده مورد استفاده و ویژگیهای اپتیکی تلسکوپ مورد استفاده و الگوریتمهای استخراج و شناسایی ستارگان اشاره نمود.

بین ۸ تا ۱۲ ایستگاه در هر شب تعیین نمود. عوامل موثر در کارایی روش فوق در عمل وابسته به پارامترهای مختلفی می باشد که از اهم آنها می توان به توانایی

## مراجع

1. A A Ardalani and M Nazari, " The Effect of Plumb Line Curvature on the Vertical Deflection Components", *XXIII FIG Congress*, Munich, Germany, October 8-13 (2006).
2. ق. رستمی، ع. اردلان، " تعیین مختصات نجومی با استفاده از مختصات GPS"، سمینار کارشناسی ارشد دانشگاه تهران (۲۰۰۴).
3. C Hirt, and B Burki, "Status of Geodetic Astronomy at the beginning of 21st Century", Institut für Erdmessung, Universität at Hannover (2006).
4. C Hirt, and J Flury, "Astronomical-topographic leveling using high-precision astrogeodetic vertical deflections and digital terrain data", Springer-Verlag (2007).
5. C Hirt, B Burki, "The Digital Zenith Camera -A New High-Precision and Economic Astrogeodetic Observation System for Real-Time Measurement of Deflections of the Vertical", Institut für Erdmessung, Universität at Hannover (2002).
6. [http://www.astro.columbia.edu/~archung/labs/fall2001/lec01\\_fall01.html](http://www.astro.columbia.edu/~archung/labs/fall2001/lec01_fall01.html)
7. J Kudryns, *Acta Geodyn. Geomater.*, 4, 4 (2007) 169-172.
8. م. شریفی، ف. صمدزادگان، س. فرزانه، "تشخیص و اندازه گیری اتوماتیک ستارگان در یک سیستم نجومی ژئودتیکی بینایی مبنا"، در دست داوری، نشریه فنی دانشگاه تهران (۲۰۰۸).
9. م. شریفی، ف. صمدزادگان، س. فرزانه، "ارائه یک روش تطابقی جهت استخراج ستارگان از تصاویر رقومی نجومی"، در دست داوری، نشریه فنی دانشگاه تهران (۲۰۰۸).
10. M Hooijberg, "Geometrical Geodesy", Springer (2007).
11. D Madani, "A Review of the Role and Impact of Export Processing Zones", Polic Research Working Paper 2238, World Bank, Washington, D.C. (1999).
12. OpenGIS Consortium (OGC), 1999a. The OpenGIS Abstract Specification –Topic7: Earth Imagery.
13. M J Valadan Zoej, S Sadeghian, "Rigorous and non-rigorous photogrammetric processin of Ikonos Geo Image", *Joint Workshop of ISPRS WG I/2, I/5, IC WG II/IV: High Resolution Mapping From Space*, Hannover, Germany, 6–8. October (2003) 6.
14. C V Tao, Y Hu, 2001b: "3-D Reconstruction Algorithms based on the Rational Function Model," *Proceeding of Joint ISPRS Workshop on High Resolution Mapping from Space*, Hannover (2001).
15. [http://www.perthobservatory.wa.gov.au/information/po\\_sky\\_camera.html](http://www.perthobservatory.wa.gov.au/information/po_sky_camera.html)