

f_nabipoor@yahoo.com :

()

برای $0 < \epsilon_{dd} < 1$ چگالش بوز - انیشتین پایدار است و

برای $\epsilon_{dd} > 1$ سیستم ناپایدار است [۳].

برهم‌کنش دوقطبی در اتم‌های ^{87}Sr که گشتاور دوقطبی مغناطیسی نسبتاً بزرگی دارند ($m = 6\mu_B$) مشاهده شده است ($\epsilon_{dd} = 0.144$) و در اتم‌های قلیایی که گشتاور مغناطیسی اندکی دارند ($\epsilon_{dd} = 0.007$) تاکنون مشاهده نشده است.

مورد دیگری که در برهم‌کنش بین بخار اتم‌ها می‌تواند اتفاق بیفتد برهم‌کنش‌های چهارقطبی است که تاکنون مورد بررسی قرار نگرفته و در اینجا ضمن بررسی اثرات برهم‌کنش دوقطبی - دوقطبی بر گاف انرژی گاز بوزی تا اندازه‌ای مسئله چهارقطبی را بررسی می‌کنیم. البته در اینجا متذکر می‌شویم که با استفاده از فن تشدید فشاخ اثرات برهم‌کنش تماسی ناچیز می‌شود و می‌توانیم اثرات برهم‌کنش‌های مرتبه‌های دیگر روی بخار اتم‌های قلیایی را مشاهده کنیم.

علی‌رغم برهم‌کنش کوتاه برد بین بخار اتم‌های قلیایی چگالیده بوز - انیشتین که بر حسب تابع تقریبی $V(\vec{r}' - \vec{r}) = g\delta(\vec{r}' - \vec{r})$ بیان می‌شود [۱] بین بخار اتم‌های برهم‌کنش دوقطبی - دوقطبی بلند برد و ناهمسانگرد زیر وجود دارد که در سال ۲۰۰۵ به طور تجربی مشاهده شد [۲].

$$U_{dd} = \frac{C_{dd}}{4\pi} \hat{e}_i \hat{e}_j \frac{(\delta_{ij} - 3r_i r_j)}{r^3}, \quad (1)$$

که در آن $C_{dd} = E^2 \alpha^2 / \epsilon_0$ برای دوقطبی الکتریکی است و $C_{dd} = \mu_0 d_m^2$ برای دوقطبی مغناطیسی است.

پارامتر ϵ_{dd} که نسبت برهم‌کنش دوقطبی - دوقطبی را نسبت به برهم‌کنش تماسی مشخص می‌کند برابر است با

$$\epsilon_{dd} = \frac{C_{dd}}{3g}. \quad (2)$$

و خود آن، معادله ناچگاله‌ها را چنین به دست آورد:

$$i \frac{\partial \psi(\vec{r}, t)}{\partial t} = \left(-\frac{\nabla^2}{2m} + V_{ext}(\vec{r}) - \mu \right) \psi(\vec{r}, t) + g_d \left(\int d^3 r' n(\vec{r}') V(\vec{r}, \vec{r}') \right) \psi(\vec{r}, t) + g_d \left(\int d^3 r' n_c(\vec{r}', \vec{r}) V(\vec{r}, \vec{r}') \psi(\vec{r}', t) \right) + g_d \left(\int d^3 r' m_c(\vec{r}', \vec{r}) V(\vec{r}, \vec{r}') \psi^\dagger(\vec{r}', t) \right), \quad (6)$$

که در آن g_d به جای ضرایب پتانسیل‌های دوقطبی و چهارقطبی و $V(\vec{r}, \vec{r}')$ به جای قسمت اصلی این پتانسیل‌ها قرار می‌گیرد و توابع همبستگی عبارتند از

$$\Phi^*(\vec{r})\Phi(\vec{r}') \equiv n_c(\vec{r}, \vec{r}'), \quad (7)$$

$$\Phi(\vec{r})\Phi(\vec{r}') \equiv m_c(\vec{r}, \vec{r}'),$$

$$\langle \psi^\dagger(\vec{r}, t)\psi(\vec{r}', t) \rangle \equiv n_T(\vec{r}, \vec{r}'),$$

$$\langle \psi(\vec{r}, t)\psi(\vec{r}', t) \rangle \equiv m_T(\vec{r}, \vec{r}'),$$

که در آن $n_c(r, r')$ و $n_T(r, r')$ مولفه‌های قطری ماتریس چگالی هستند و به ترتیب چگالی چگاله و چگالی ناچگاله می‌باشند در صورتی که $m_c(r, r')$ و $m_T(r, r')$ مولفه‌های ناقطری ماتریس چگالی می‌باشند. $m_T(r, r')$ به معنای نابودی جفت ذره است که برای سیستم‌های ابررسانا و ابرشاره مخالف صفر و برای سیستم‌های عادی صفر است.

چگالی‌های خود سازگار به صورت زیر هستند

$$n(\vec{r}) \equiv \langle \psi^\dagger(\vec{r}, t)\psi(\vec{r}, t) \rangle = n_c(\vec{r}) + n_T(\vec{r}), \quad (8)$$

$$m(\vec{r}) \equiv \langle \psi(\vec{r}, t)\psi(\vec{r}, t) \rangle = \Phi^\dagger(\vec{r}) + m_T(\vec{r}).$$

برای محاسبه تغییر گاف انرژی، نخست تغییر انرژی ناچگاله و چگاله‌ها را محاسبه می‌کنیم. دردمای بالا $m_T(\vec{r}) \ll n_T(\vec{r})$ می‌توانیم فرض کنیم که مولفه چگالی ناقطری خیلی کوچکتر از مولفه قطری است، یعنی $m_c(\vec{r}) \ll n_c(\vec{r})$ و توابع همبستگی نزدیک T_c قابل چشمپوشی هستند.

بیناب انرژی را برای گاز ناچگاله به این صورت می‌نویسیم.

$$\Delta \varepsilon_T = g_d \bar{n}_{TT}, \quad (9)$$

که در آن \bar{n}_{TT} چگالی مؤثر ناچگاله است برای تعیین \bar{n}_{TT} توزیع بوز انیشتین فضای فاز را به صورت زیر در نظر می‌گیریم

$$f(\vec{p}, \vec{r}) = \frac{1}{\exp[\varepsilon(\vec{p}, \vec{r}) / k_B T] - 1}, \quad (10)$$

همان‌طور که گفتیم از پتانسیل تماسی با استفاده از فن تشدید فشباخ جلوگیری و فقط مرتبه‌های دوقطبی و اگر در بخار اتم‌ها گشتاورهای دوقطبی ضعیف باشند مانند سدیم مرتبه‌های چهارقطبی را می‌توان در نظر گرفت. در یک بخار اتم‌های بوزی، عملگر $\hat{\psi}(r, t)$ میدان بوزی معادله‌های زمبرگ زیر را ارضاء می‌کند

$$i \frac{\partial \hat{\psi}(\vec{r}, t)}{\partial t} = \left(-\frac{\nabla^2}{2m} + V_{ext}(r) - \mu \right) \hat{\psi}(\vec{r}, t) + g_d \left(\int d^3 r' \hat{\psi}^\dagger(\vec{r}', t) \hat{\psi}(\vec{r}', t) V(\vec{r}, \vec{r}') \right) \hat{\psi}(\vec{r}, t), \quad (3)$$

که در آن $V_{ext}(\vec{r}) = \frac{1}{4} m (\omega_x^2 x^2 + \omega_y^2 y^2 + \omega_z^2 z^2)$ پتانسیل دام هماهنگ با تقارن استوانه‌ای است ($\omega_x = \omega_y = \omega_z / \kappa$) و

$$g_d = \frac{\mu_c \mu_{cr}}{4\pi}$$

$$V(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{1 - 3 \cos^2 \theta}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} = -\frac{p_r(\cos \theta)}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3}$$

$$V(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{p_r(\cos \theta)}{|\vec{r} - \vec{r}'|^4}$$

بوزی رقیق می‌توان از مدل دوشاره‌ای و تقریب بوگولیوبوف استفاده کرد بنابراین

$$\hat{\psi}(\vec{r}, t) = \Phi(\vec{r}) + \psi(\vec{r}, t), \quad (4)$$

که در آن $\Phi(\vec{r}) \equiv \langle \hat{\psi}(\vec{r}, t) \rangle$ نقش میدان بوزی ماکروسکوپی و وابسته به مکان را بازی می‌کند و میانگین‌گیری زمانی افت و خیز $\psi(\vec{r}, t)$ صفر است ($\langle \psi(\vec{r}, t) \rangle = 0$). با جایگذاری معادله (4) در معادله (3) معادله گراوس پیتاوسکی تعمیم یافته زیر برای پارامتر نظم به دست می‌آید

$$\left(-\frac{\nabla^2}{2m} + V_{ext}(r) - \mu \right) \Phi(\vec{r}) + g_d \left(\int d^3 r' [n_c(\vec{r}') + n_T(\vec{r}')] V(\vec{r}, \vec{r}') \right) \Phi(\vec{r}) + g_d \left(\int d^3 r' n_T(\vec{r}', \vec{r}) V(\vec{r}, \vec{r}') \Phi(\vec{r}') \right) + g_d \left(\int d^3 r' m_T(\vec{r}', \vec{r}) V(\vec{r}, \vec{r}') \Phi^*(\vec{r}') \right) \quad (5)$$

برای به دست آوردن معادله ناچگاله‌ها که توسط $\psi(r, t)$ توصیف می‌شوند می‌توان از اختلاف میانگین‌گیری زمانی معادله (3)

$$n_T(\vec{r}) = \frac{1}{\lambda_T^3} g_{\gamma/\gamma} e^{-[V_{ext}(\vec{r}) - \mu]/k_B T}, \quad (19)$$

که در آن $\lambda_T = \hbar(\gamma\pi / mk_B T)^{1/2}$ طول موج گرمایی، و $g_U(x) = \sum_{n=1}^{\infty} x^n / n^U$ تابع بوز-انیشترین است. با قراردادن $\mu = 0$ داریم:

$$Q_{TT} = \frac{-4\pi}{3} F_*(\kappa) Q, \quad (20)$$

و $n_T(0) = \zeta(3/2) / \lambda_T^3$ چگالی گرمایی $n_T(\vec{r})$ در مرکز دام و $\vec{r} = 0$ و $Q \approx 0.281$ است. تابع $F_*(\kappa)$ برای برهم‌کنش‌های دوقطبی از انتگرال زاویه‌ای به دست می‌آید و برابر است با [۵]

$$F_*(\kappa) = \left(\frac{1 + 2\kappa^2 - 3\kappa^2 (\tanh^{-1} \sqrt{1-\kappa^2} / \sqrt{1-\kappa^2})}{\kappa^2 - 1} \right), \quad (21)$$

که در آن $\kappa = \omega_z / \omega_x$ پارامتر دام و تابع $F_*(\kappa)$ به شکل پتانسیل دام بستگی دارد. برای شکل لوله‌ای که $\kappa \rightarrow 0$ ، برابر ۱ و برای شکل سکه‌ای که $\kappa \rightarrow \infty$ ، برابر ۲- است و نیز برای دام همسانگرد که $\kappa = 1$ ، برابر صفر است.

اکنون برای پیدا کردن تغییر انرژی چگاله در حضور برهم‌کنش‌های دوقطبی عبارت مربوط به انرژی چگاله را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$E = N_c \varepsilon_c^{ide} + N_c g_d \bar{n}_{cT} + \frac{N_c}{\gamma} g_d \bar{n}_{cc}, \quad (22)$$

که $\varepsilon_c^{ide} = \gamma \hbar \omega / 2$ انرژی گاز بوز ایده‌ال در حالت پایه است، و برای توصیف اثر چگاله - ناچگاله رابطه زیر را تعریف می‌کنیم

$$\bar{n}_{cT} = \iint d^3r d^3r' [n_T(\vec{r}) n_c(\vec{r}') V_d(|\vec{r} - \vec{r}'|)] / N_c \equiv Q_{cT} n_T(0), \quad (23)$$

و برای توصیف برهم‌کنش بین چگاله - چگاله رابطه زیر را تعریف می‌کنیم

$$\bar{n}_{cc} = \iint d^3r d^3r' [n_c(\vec{r}) n_c(\vec{r}') V_d(|\vec{r} - \vec{r}'|)] / N_c \equiv Q_{cc} n_c(0). \quad (24)$$

انرژی را می‌توان از رابطه $\varepsilon_c = \frac{\partial E}{\partial N_c}$ به دست آورد. تغییر انرژی چگاله به صورت زیر به دست می‌آید

$$\Delta \varepsilon_c = g_d \bar{n}_{cT} + g_d \bar{n}_{cc} \quad (25)$$

این تغییر انرژی نسبت به گاز بوز غیربرهم‌کنشی در پتانسیل به

که در آن $\varepsilon(\vec{p}, \vec{r})$ بیناب برانگیخته نیمه کلاسیکی از رابطه (۶) به صورت زیر به دست می‌آید

$$\varepsilon(\vec{p}, \vec{r}) \equiv \varepsilon^{ide}(\vec{p}, \vec{r}) + g_d n_{eff}(\vec{r}) - \mu \quad (11)$$

که در آن $n_{eff}(\vec{r}) \equiv \int d^3r' V_d(\vec{r}, \vec{r}') n(\vec{r}')$ چگالی مؤثر در حضور برهم‌کنش بین اتم‌ها است. با بسط رابطه (۱۰) تا مرتبه اول g_d داریم:

$$f(\vec{p}, \vec{r}) = f(\vec{p}, \vec{r})|_{g_d=0} + g_d \left(\frac{\partial f(\vec{p}, \vec{r})}{\partial g_d} \right)_{g=0} = f_*(\vec{p}, \vec{r}) - g n_{eff} \frac{\partial f_*(\vec{p}, \vec{r})}{\partial \mu}, \quad (12)$$

که در آن $f_*(\vec{p}, \vec{r})$ تابع توزیع بوز-انیشترین گاز بوزی نابرم‌کنشی است. با انتگرال‌گیری روی تکانه، تابع توزیع ناچگاله‌ها به واسطه وجود برهم‌کنش به صورت زیر به دست می‌آید

$$n_T^{int}(r) \equiv n_T - g_d n_{eff} \frac{\partial n_T}{\partial \mu}, \quad (13)$$

توزیع چگالی گرمایی گاز بوز غیر برهم‌کنشی است. n_T که با انتگرال‌گیری روی مختصات در رابطه (۱۳)، تعداد ذرات گرمایی به صورت زیر به دست می‌آید

$$N_T^{int} = \int n_T d^3r - g_d \int n_{eff} \frac{\partial n_T}{\partial \mu} d^3r. \quad (14)$$

به عبارت دیگر، با بسط تیلور تا مرتبه اول g_d داریم

$$N_T^{int} \equiv N_T + g_d \frac{\partial N_T}{\partial g_d}, \quad (15)$$

با این فرض که

$$\varepsilon = \varepsilon_T^{ide} + g_d \bar{n}_{TT} - \mu, \quad (16)$$

داریم

$$\frac{\partial N_T}{\partial g_d} = -\bar{n}_{TT} \frac{\partial N_T}{\partial \mu} = -\bar{n}_{TT} \int \frac{\partial n_T}{\partial \mu} d^3r. \quad (17)$$

با جایگذاری رابطه (۱۷) در معادله (۱۵) و مقایسه آن با رابطه (۱۴)، چگالی مؤثر به صورت زیر به دست می‌آید

$$\bar{n}_{TT} = \frac{\int d^3r \frac{\partial n_T}{\partial \mu} n_{eff}(\vec{r})}{\int d^3r \frac{\partial n_T}{\partial \mu}} \equiv Q_{TT} n_T(0). \quad (18)$$

با تقریب چگالی موضعی [۴]، توزیع ویژه حالت گرمایی n_T می‌تواند مانند زیر نوشته شود.

بیشتر است.

Cr گشتاور دوقطبی مغناطیسی ۶ مگتتون بوهر دارد $(\mu_{Cr} = 6\mu_B)$ و طول پراکندگی موج s آن (a_s) در حدود ۱۰۵ بوهر است $(a_B = 55/7A^\circ)$ و $(a_s = 105)$. طول پراکندگی دوقطبی مؤثر آن نیز $a_d = 1/93A^\circ$ است و $a_d/a_s = 0/035$ که نسبت کوچکی است. درحقیقت انرژی برهم کنشی تماسی در حدود ۳۰ برابر بزرگتر از انرژی دوقطبی است. بنابراین اثرهای بر هم کنش دو قطبی - دوقطبی تنها یک اختلال در سیستم است. همان طور که دیدیم تابع $F_0(\kappa)$ در معادله (۲۱) برای برهم کنش های دوقطبی - دوقطبی داده شده و برای برهم کنش های چهارقطبی - چهارقطبی برابر صفر به دست می آید. به عبارت دیگر پتانسیل چهارقطبی - چهارقطبی مانند مورد خاص پتانسیل دوقطبی - دوقطبی با دام همسانگرد، تاثیری بر گاف انرژی ندارد و تغییر گاف انرژی آن صفر است.

با استفاده از تقریب میدان متوسط اثر برهم کنش دوقطبی - دوقطبی و چهارقطبی - چهارقطبی را بر گاف انرژی گاز بوزی و پتانسیل به دام اندازه استوانه ای بررسی کردیم. در سیستم بوزی با پتانسیل تماسی همسانگرد اثر ناچگاله ها بر تغییر گاف انرژی بزرگتر است و تغییر گاف انرژی مستقل از هندسه دام است [۶]، در صورتی که در یک سیستم دوقطبی ناهمسانگرد اثر چگاله ها روی گاف انرژی بیشتر است و همچنین تغییر گاف انرژی به هندسه دام بستگی دارد. پتانسیل چهار قطبی - چهارقطبی نیز تاثیری بر گاف انرژی ندارد.

دام اندازه ای است. برای اتم های قطبیده در جهت \hat{z} به دست آوردیم

$$Q_{CT} = Q_{CC} = \frac{-4\pi}{3} F_0(\kappa). \quad (26)$$

تغییر گاف انرژی گاز بوزی نسبت به گاز غیر برهم کنشی برابر است با

$$\begin{aligned} \delta\Delta_g &= \Delta\epsilon_T - \Delta\epsilon_C \\ &= \delta\Delta_g^T + \delta\Delta_g^C. \end{aligned} \quad (27)$$

طبق معادله (۹) و (۱۸) و (۲۷) تغییر گاف انرژی به واسطه ناچگاله ها برابر است با

$$\delta\Delta_g^T = \frac{4\pi}{3} g_d (1-Q) F_0(\kappa) n_T(0), \quad (28)$$

و همچنین با توجه به معادله (۲۷) تغییر گاف انرژی به واسطه چگاله ها برابر است با

$$\delta\Delta_g^C = \frac{4\pi}{3} g_d F_0(\kappa) n_c(0). \quad (29)$$

مشاهده می کنیم که تغییر گاف انرژی در مورد پتانسیل دوقطبی طبق معادله (۲۸) و (۲۹) به هندسه دام (توسط تابع $F_0(\kappa)$) بستگی دارد. به عبارت دیگر، گاف انرژی ذرات محصور در دام لوله ای $(F_0(\kappa) > 0)$ به واسطه برهم کنش دوقطبی - دوقطبی افزایش می یابد و در دام سکه ای $(F_0(\kappa) < 0)$ کاهش می یابد و برای دام همسانگرد $(F_0(\kappa) = 0)$ تغییر در گاف انرژی وجود ندارد.

اثر چگاله ها در تغییر گاف انرژی نسبت به اثر ناچگاله ها برابر است با

$$\frac{\delta\Delta_g^C}{\delta\Delta_g^T} = \frac{n_c(0)}{(Q-1)n_T(0)} \approx 1/97, \quad (30)$$

در نتیجه طبق رابطه (۳۰) اثر چگاله ها بر تغییر گاف انرژی

4. T T Chou, Chen Ning Yang and L H Yu, *Phys. Rev. A* **53** (1996) 4257.
5. S Giovanazzi, A Gorlitz and T Pfau, "*J. Opt. B* **5** (2003) s208.
6. Y M Kao and T F Jiang, *Phys. Rev. A* **73** (2006) 043604.

1. F Dalfovo, S Giorgini, L P Pitaevskii and S Stringari, *Rev. Mod. Phys.* **71** (1999) 463.
2. J Stuhler, A Griesmaier, T Koch, M fattori, T Pfau, S Giovanazzi, P Pedri and L Santons, *Phys. Rev. Lett.* **95** (2005) 150406.
3. C Eberlein, S Giovanazzi and D H J ODell, *Phys. Rev. A* **71** (2005) 033618.