

(IPM)

mmoosavi@yazduni.ac.ir :

(دریافت مقاله: ۱۳۸۹/۴/۳۰؛ پذیرش: ۱۳۸۹/۱۲/۲۰)

QCD

QCD

جداسازی^۱ امکان‌پذیر است [۱]. مطابق با این قضیه برای سطح مقطع دیفرانسیلی در برهم‌کنش‌های هادرولی در حالت کلی داریم

$$d\sigma(x, Q^2, m^2) = \prod_{h,H} \sum_{i,g} \left(f_{i/h}(x, \mu_F^2) \otimes d\hat{\sigma}_{i \rightarrow g}(x, Q^2, m^2, \mu_r^2, \mu_F^2) \otimes D_g^H(x, \mu_F^2) \right),$$

که در آن $f_{i/h}$ تابع توزیع پارتون، $d\hat{\sigma}_{i \rightarrow g}$ تابع ضریب ویلسون^۲ برای پارتون‌های بدون جرم و D_g^H بیانگر تابع ترکش غیر اختلالی^۳ است که حاوی اطلاعاتی در مورد احتمال تولید

یکی از مباحث مهم در پدیده‌شناسی فیزیک ذرات، شناسایی روش‌هایی است که در آن کوارک‌ها و گلوئون‌ها در برهم‌کنش‌های اصلی به صورت هادرولی در می‌آیند. این پدیده در نظریه کوانتوم کرومودینامیک به هادرولی شدن^۱ معروف است. نظریه QCD بر حسب کوارک‌ها و گلوئون‌ها فرمولیندی شده است در حالی که مشاهده‌پذیرهای آزمایشگاهی هادرولی هستند. از آنجایی که در حال حاضر قادر به توصیف رژیم غیر اختلالی QCD نیستیم لذا جهت استفاده از QCD در برهم‌کنش‌های هادرولی به یک روش کلی جهت جداسازی بخش اختلالی و غیراختلالی فرآیند هادرولی نیاز داریم. این جداسازی در QCD به وسیله قضیه‌ای موسوم به قضیه

^۱. Factorization

^۲. Wilson Coefficient

^۳. Non-Perturbative Fragmentation Function

^۱. Hadronization

می شود که در آن $\eta = p_H^+ / p_i^+$ و $(A^\wedge, A^\Gamma) = (\vec{A}_T, \vec{A}_T)$. همچنین در این دستگاه برای حاصلضرب دو چار-بردار داریم:

$$V \cdot W = V^+ W^- + V^- W^+ - \vec{V}_T \cdot \vec{W}_T \quad (5)$$

$$V \cdot V = 2V^+ V^- - V_T^2.$$

با این تعریف، چار-بردارهای رابطه (۳) در این دستگاه مختصات جدید به شکل زیر در می‌آیند:

$$\begin{aligned} p_i^\mu &= \left(\frac{m_i}{\sqrt{2}}, \frac{m_i}{\sqrt{2}}, \vec{v}, \vec{e} \right), \\ p_j^\mu &= \left(\sqrt{2} p_j^\circ, 0, \vec{v}, \vec{e} \right), \\ p_H^\mu &= \left(\sqrt{2} p_H^\circ, 0, \vec{v}, \vec{e} \right). \end{aligned} \quad (6)$$

لذا متغیرهای x_j و x_H (رابطه (۴)) در این مختصات جدید به ترتیب اشکال جدید p_i^+ / p_i° و p_j^+ / p_i° و p_H^+ / p_i° را می‌گیرند. این متغیرها همان متغیرهای مناسب مورد نظر هستند. از این پس متغیرهای جدید $k = p_j^+ / p_i^\circ$ و $\eta = p_H^+ / p_i^\circ$ را به جای x_j و x_H به کار می‌بریم. برای پارتون و هادرон بدون جرم، متغیرهای جدید به متغیرهای رابطه (۴) تبدیل می‌شوند.

اکنون با در نظر گرفتن پارتون j با جرم m_j ، هادرон H با جرم m_H و تعریف متغیر $y = \eta/k$ ، برای چار-بردارهای تکانه پارتون‌های i ، j و هادرон H داریم:

$$p_i^\mu = \left(\frac{m_i}{\sqrt{2}}, \frac{m_i}{\sqrt{2}}, \vec{v}, \vec{e} \right),$$

$$p_j^\mu = \left(\frac{m_j}{\sqrt{2}} \eta, \frac{y}{\sqrt{2}} \frac{m_j^\circ}{m_i \eta}, \vec{v}, \vec{e} \right), \quad (7)$$

$p_H^\mu = \left(\frac{m_H}{\sqrt{2}} \eta, \frac{m_H^\circ}{\sqrt{2} m_i \eta}, \vec{v}, \vec{e} \right)$ ،
که چار-بردارهای فوق شرط $p_H^\circ = m_H^\circ$ و $p_j^\circ = m_j^\circ$ را ارضاء می‌کنند. حال برای اعمال اثر جرم پارتون و هادرон در رابطه (۲)، اگر از تعریف اولیه قضیه جاسازی شروع کنیم، آهنگ واپاشی دیفرانسیلی^۳ در مختصات مخروط نوری شکل زیر را به خود می‌گیرد:

$$d\Gamma(\eta) = \int_{\eta} dy d\Gamma_j \left(\frac{\eta}{y}, m_h, m_i, m_j, \mu \right) D_j^H(y, \mu), \quad (8)$$

که از آنجا خواهیم داشت

هادرون H از پارتون g می‌باشد. قابل ذکر اینکه رابطه فوق برای هادرون‌ها و پارتون‌های بدون جرم برقرار است. در این مقاله نشان می‌دهیم چگونه در حضور پارتون‌ها و هادرون‌های جرم دار این رابطه باید اصلاح گردد. ما در این کار، توجه خود را معطوف به فرآیند تولید هادرون از واپاشی پارتون اولیه می‌کنیم. سایر برهم‌کنش‌های واپاشی یا پراکنده‌گی هادرونی از این الگو تبعیت می‌کنند.

در واپاشی پارتون i به هادرون H در فرآیند:

$$i \rightarrow h + j \rightarrow H + X, \quad (1)$$

تابع توزیع انرژی هادرون نهایی عبارت است از [۲ و ۳]

$$\frac{d\Gamma}{dx_H} = \int_{x_H}^1 \frac{dx_j}{x_j} \frac{d\hat{\Gamma}}{dx_j}(x_j, m_h, m_i, \mu) D_j^H \left(\frac{x_H}{x_j}, \mu \right), \quad (2)$$

که در آن متغیرهای بهنجار شده $x_j = 2E_j/m_i$ و $x_H = 2E_H/m_i$ به ترتیب متناسب با انرژی پارتون و هادرون بدون جرم تولید شده از پارتون اولیه i (با جرم m_i) هستند. در رابطه (۲) پارامتر μ مقیاس تولید هادرون H است که مقدار آن تابع فرآیند نبوده و به طور اختیاری انتخاب می‌شود.

برای اعمال اثر جرم در رابطه فوق باید به دنبال متغیر مناسبی باشیم که در برگیرنده اثر جرم هادرون و پارتون باشد. برای این کار ابتدا چارچوب مرجعی را انتخاب می‌کنیم که در آن پارتون i ساکن است. در این چارچوب ساکن برای چار-بردارهای تکانه پارتون (p_i^μ) و هادرون (p_H^μ) با

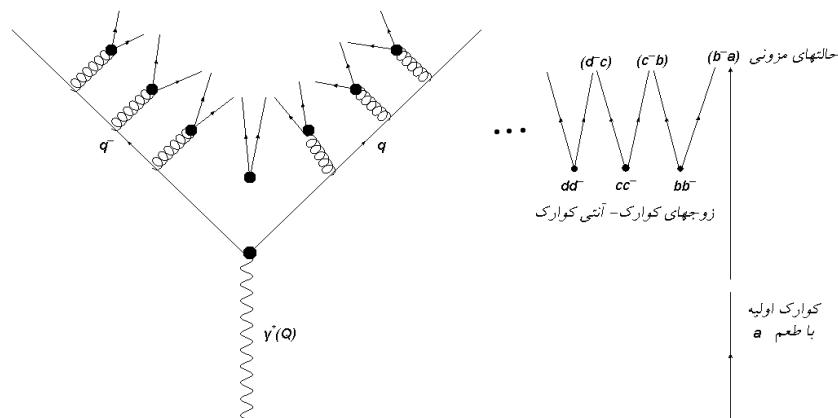
شرط $p_H^\circ = m_H^\circ = 0$ و $p_j^\circ = m_j^\circ = 0$ داریم:

$$p_i^\mu = (m_i, \vec{e}), \quad p_j^\mu = (p_j^\circ, 0, 0, p_j^\circ), \quad p_H^\mu = (p_H^\circ, 0, 0, p_H^\circ). \quad (3)$$

با این انتخاب، متغیرهای x_j و x_H به صورت زیر در می‌آیند:

$$x_H = 2p_H^\circ / m_i, \quad x_j = 2p_j^\circ / m_i. \quad (4)$$

جهت پیدا کردن متغیر مناسبی که در برگیرنده اثر جرم پارتون و هادرون باشد بهتر است محاسبات در مختصات مخروط نوری^۱ انجام پذیرد. در این دستگاه مختصات، هر چار-بردار دلخواه داده $k = p_i^+ / p_i^\circ = (A^\wedge, A^\Gamma, A^\Gamma)$ نشان داده



شکل ۱: دیاگرام فاینمن در پایین‌ترین مرتبه برای ترکش کوارک به مزون‌های نهایی.

اصلاح شده مورد نظر در حضور جرم هادرон و پارتون است.

در نظریه QCD تولید هادرون از نابودی الکترون-پوزیترون در فرآیند:

$$e^- e^+ \rightarrow \gamma^* \rightarrow q\bar{q} \rightarrow \text{Hadron} + \text{Jets}, \quad (11)$$

شامل دو بخش اختلالی و غیر اختلالی است. بخش اختلالی آن که تولید زوج کوارک-پاد کوارک از نابودی الکترون-پوزیترون را شامل می‌شود به طور تحلیلی در نظریه پارتون قابل محاسبه است و نتایج آن تا مرتبه دوم در ثابت جفت شدگی قوی (α_S^2) به دقت محاسبه شده است. اما بخش دوم فرآیند که شامل تولید هادرون از زوج کوارک-پاد کوارک است بخش غیراختلالی فرآیند نامیده می‌شود و در حال حاضر در QCD قابل محاسبه نیست.

مطابق با نظریه پارتون، در فرآیند پراکندگی فوق، فوتون مجازی سنگین زوج کوارک-پاد کوارک (حامل بار کوانسومی رنگ) تولید می‌کند که با گذشت زمان از هم دور می‌شوند. این افزایش فاصله افزایش نیروی قوی رنگ را در پی دارد به گونه‌ای که گلوئون‌های واسطه میان زوج کوارک-پاد کوارک اولیه نهایتاً زوچ‌های جدید کوارک-پاد کوارک را به وجود می‌آورند، پدیده‌ای که در مدل استاندارد به نام قطبش خلاً شناخته می‌شود. این زوج کوارک‌های جدید در یک فرآیند آبشاری مجموعه‌ای از هادرون‌های نهایی را تولید می‌کنند. فرآیند مذکور در شکل ۱ نمایش داده شده است. روش مبتنی

$$\frac{d\Gamma}{d\eta} = \int_{\eta} \frac{dk}{k} \frac{d\Gamma_j}{dk}(k, m_h, m_i, m_j, \mu) D_j^H(\frac{\eta}{k}, \mu). \quad (9)$$

همان‌گونه که مشاهده می‌شود در حضور جرم هادرون و پارتون، فرمول جداسازی در مختصات مخروط نوری شکل خود را حفظ می‌کند. اما از آنجایی که کمیت قابل اندازه‌گیری آزمایشگاهی $d\Gamma / dx_H$ است لذا با در نظر گرفتن رابطه بین دو متغیر x_H و

$$\eta = \frac{x_H}{2} (1 + \sqrt{1 - \frac{4m_H^2}{m_i^2 x_H^2}}) \quad (10)$$

$$\frac{d\Gamma}{dx_H} = \frac{d\eta}{dx_H} \frac{d\Gamma}{d\eta} = \frac{1}{1 - \frac{m_H^2}{m_i^2 \eta^2}} \frac{d\Gamma}{d\eta},$$

عبارت مورد نظر برای $d\Gamma / dx_H$ ، در حضور جرم هادرون و پارتون، به صورت زیر در می‌آید

$$\begin{aligned} \frac{d\Gamma}{dx_H} &= \frac{1 + \sqrt{1 - (\frac{4m_H^2}{m_i^2 x_H^2})}}{2 \sqrt{1 - (\frac{4m_H^2}{m_i^2 x_H^2})}} \\ &\times \int_{\eta(x_H)} \frac{dx_j}{x_j} \frac{d\Gamma}{dx_j} D_j^H(\frac{x_H}{x_j} \frac{1 + \sqrt{1 - (\frac{4m_H^2}{m_i^2 x_H^2})}}{1 + \sqrt{1 - (\frac{4m_j^2}{m_i^2 x_j^2})}}, \mu_F) \\ &\times \frac{2}{1 + \sqrt{1 - (\frac{4m_j^2}{m_i^2 x_j^2})}}. \end{aligned} \quad (10)$$

لذا این رابطه توزیع انرژی هادرون خروجی را به جای رابطه (۲) مشخص می‌کند. باید توجه داشت که این همان رابطه جداسازی

که در آن توابع $P_{ij}(x_H / z, \alpha_S)$ توابع انشعب آلتارلی-پاریسی بوده و دارای بسط اختلالی در مراتب α_S به شکل زیر هستند:

$$P_{ij}(z, \alpha_S(\mu)) = \frac{\alpha_S(\mu)}{2\pi} P_{ij}^*(z) + \left(\frac{\alpha_S(\mu)}{2\pi} \right)^* P_{ij}^{(1)}(z) + O(\alpha_S^3).$$

توابع P_{ij}^* توابع انشعب در مرتبه اول α_S [۴] می‌باشند و

توابع مراتب بالاتر $(z) P_{ij}^{(1)}$ را می‌توان در مراجع [۶و۷] یافت.

چنین رابطه‌ای در بررسی ساختار هادرتون‌ها تا تقریب $\alpha_S^{(4)}$ بررسی شده است [۸و۹].

در حل معادله DGLAP فرض بر این است که ماتابع ترکش را در یک مقیاس خاص (مقیاس اولیه μ) می‌دانیم آنگاه حل معادلات مذکور تابع ترکش را در هر مقیاس دلخواه μ نتیجه می‌دهد. در مقالات مختلف می‌توان تابع ترکش را در یک مقیاس مشخص (مقیاس اولیه) یافت. شیوه تعیین تابع ترکش در مقیاس اولیه به این صورت است که ابتدا رابطه‌ای شامل تعدادی پارامتر برای تابع ترکش پیشنهاد می‌شود آنگاه سطح مقطع دیفرانسیلی یک فرآیند خاص در حضور تابع ترکش پیشنهاد شده، محاسبه می‌گردد. سپس از برآش نتایج تئوری و داده‌های آزمایشگاهی پارامترهای تابع ترکش در آن مقیاس خاص استخراج می‌شود. تابع ترکش در این مقیاس خاص معیاری برای محاسبه تابع ترکش در هر مقیاس دلخواه به وسیله معادلات DGLAP خواهد بود. خاطر نشان می‌سازد که چنین نگرشی در تعیین تابع توزیع کوارک‌ها در مقیاس اولیه μ (در حالت قطبیده و غیر قطبیده) با استفاده از داده‌های تجربی پراکنده‌گی ناکشسان عمیق وجود دارد [۱۰-۱۲].

اساس کار در تعیین تابع ترکش بر این نکته استوار است که تابع ترکش مستقل از فرآیند بوده و یک تابع جهانی است. لذا پارامترهای تابع ترکش از فرآیندهایی که بیشترین و دقیقترین داده‌های آزمایشگاهی برایشان موجود است استخراج و گزارش می‌شود. عموماً فرآیند نابودی الکترون-پوزیترون برای تشکیل یک هادرتون (فرآیند (۱۱)) بهترین گزینه برای برآش است. تاکنون چندین مدل برای توصیف تابع ترکش پیشنهاد شده است. در زیر به چند نمونه از مرسوم‌ترین آنها اشاره می‌کنیم.

بر این ایده است که در فرآیند (۱۱)، کوارک با طعم a از پاد کوارک خود جدا شده و میدان رنگ تولید می‌کند. این میدان رنگ زوج‌های کوارک-پاد کوارک ($b\bar{b}, c\bar{c}, d\bar{d}, \dots$) تولید می‌کند. آنگاه کوارک a با پاد کوارک \bar{b} ترکیب شده و تشکیل مزونی با طعم $a\bar{b}$ می‌دهد. به همین ترتیب کوارک باقیمانده b با طعم دیگر ترکیب شده و تشکیل هادرتون خنثای رنگ دیگر را در حالت نهایی می‌دهد. این فرآیند به همین صورت ادامه می‌یابد به گونه‌ای که مجموعه‌ای از جت‌ها پدیدار می‌شوند.

تعداد هادرتون‌های پدیدار شونده H با کسر انرژی در محدوده $x_H = E_H / Q$ با تابع ترکش $D_q^H(x_H, Q)$ با تابع $x_H = x_{H, Min}$ و $D_{\bar{q}}^H(x_H, Q)$ توصیف می‌شود که در آن q پارتون مولد هادرتون H با انرژی Q است. لذا تابع ترکش، توصیف کننده گذار پارتون اولیه به هادرتون نهایی می‌باشد. همان‌گونه که از تعریف تابع ترکش بر می‌آید، تعداد متوسط هادرتون‌های مشاهده شده H (n_H) در فرآیند پراکنده (۱۱) از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\sum_q \int_{x_{H, Min}}^1 (D_q^H(x_H, Q) + D_{\bar{q}}^H(x_H, Q)) dx_H = n_H,$$

که در آن $Q / x_{H, Min} = m_H$. همین طور پایستگی انرژی ایجاد می‌کند که:

$$\sum_{All H} \int dx_H x_H D_q^H(x_H, Q) = 1.$$

باید توجه داشت مفهوم تابع ترکش از مفهوم تابع توزیع پارتونی مستقل و متفاوت است. در حقیقت تابع ترکش H ($D_j^H(x_H, \mu)$ بیانگر چگالی احتمال تولید هادرتون حقیقی H (با کسر انرژی x_H) از پارتون زمی باشد. مشابه با تابع توزیع پارتون، برای یافتن تابع ترکش در هر مقیاس دلخواه باید از معادلات تحول DGLAP^۱ استفاده کرد [۴و۵]:

$$\frac{d}{d \log \mu} D_i(x_H, \mu) = \sum_j \int_{x_H}^1 \frac{dz}{z} P_{ij}\left(\frac{x_H}{z}, \alpha_S(\mu)\right) D_j(z, \mu), \quad (12)$$

در شکل ۲ نشان داده شده است.

مقادیر گزارش شده در مقاله [۱۶] برای ضرایب (N, α, β) در تابع ترکش مربوط به گذار کوارک b به هادرон B عبارتند از:

$$N = 4684/1, \quad \alpha = 16/87, \quad \beta = 2/628. \quad (16)$$

این مقادیر تا مرتبه NLO محاسبه شده‌اند و در رابطه تحول آلتارلی-پاریسی مقیاس جداسازی اولیه همه پارتون‌ها مذکور مقدار $m_b = 4/5 \text{ GeV}$ انتخاب شده است. همچنین در محاسبه مذکور مقدار $\Lambda_{MS}^5 = 227 \text{ GeV}$ در حضور ۵ طعم فعال در نظر گرفته شده است.

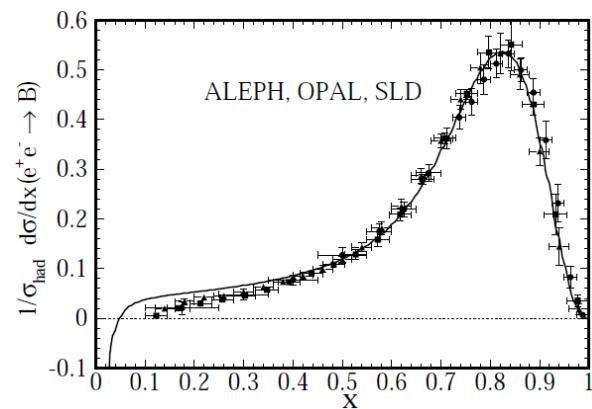
حال به عنوان مثالی از بحث حاضر، فرآیند تولید هادرон B مزون با طعم (b) از واپاشی کوارک Top را بررسی می‌کنیم.

برای محاسبه تابع توزیع انرژی هادرон جرم دار^۱ تولید شده از نابودی کوارک Top در فرآیند:

$$t \rightarrow W^+ + b (\rightarrow B - Hadron + Jets), \quad (17)$$

رابطه (۱۰) با جایگزینی $b \rightarrow j$ ، $i \rightarrow t$ و $H \rightarrow B$ رابطه اصلاح شده مورد نظر خواهد بود.

اکنون با داشتن تابع ضریب ویلسون برای فرآیند پارتونی $t \rightarrow W^+ + b$ و با استفاده از مدل توانی برای توصیف گذار $b \rightarrow B$ با ضرایب داده شده در رابطه (۱۶)، آهنگ واپاشی دیفرانسیلی فرآیند (۱۷) را محاسبه می‌کنیم. نتیجه در شکل ۳ نشان داده شده است. در حل معادله DGLAP مقیاس اولیه مقادیر کوچک انرژی هادرон و اثر جرم کوارک b کاهش آهنگ واپاشی به ازای مقادیر بزرگ انرژی هادرون است. این نکته در شکل ۳ به وضوح دیده می‌شود. هر چند در این فرآیند خاص به دلیل کوچکی نسبت $m_t / m_b \approx 67 \times 10^{-5}$ این اثر آنچنان تأثیر گذار نیست. در سایر فرآیندهای واپاشی که



شکل ۲. نتایج برآذش مدل توانی (برای تابع ترکش) با نتایج تجربی به دست آمده از آشکارسازهای ALEPH، OPAL و SLD در فرآیند تولید هادرон B از نابودی الکترون-پوزیترون [۱۶].

مدل کارت ولیشویلی که تنها شامل یک پارامتر آزاد است [۱۳]:

$$D(x; \delta) = \frac{1}{(1+\delta)(2+\delta)} (1-x)x^\alpha. \quad (13)$$

انتظار داریم که اگر تابع پیشنهادی شامل بیش از یک پارامتر آزاد باشد نتیجه بهتری برای برآذش با داده‌های آزمایشگاهی به دست آید. مدل پترسون [۱۴] شامل دو پارامتر قابل تنظیم بوده و برای توصیف گذار یک کوارک سنگین به هادرون سنگین مناسب می‌باشد. در این مدل تابع ترکش به شکل زیر پیشنهاد می‌شود:

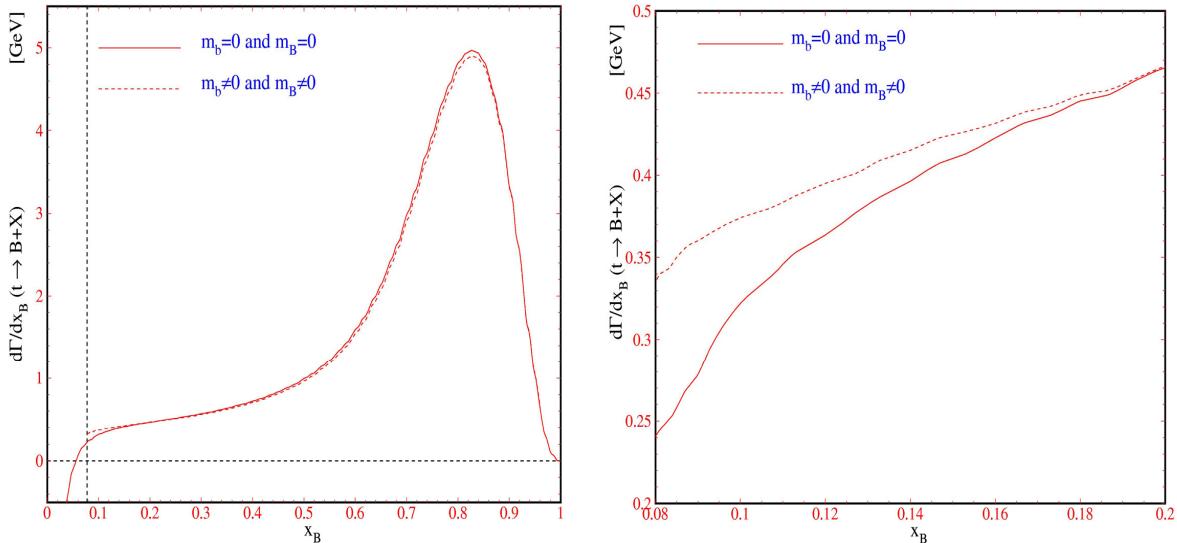
$$D(x; \mu_0^\gamma) = N \frac{x(1-x)^\gamma}{[(1-x)^\gamma + \varepsilon x]^\gamma}. \quad (14)$$

مدل توانی [۱۵] با تعریف:

$$D(x; \mu_0^2) = Nx^\alpha(1-x)^\beta, \quad (15)$$

بیشتر برای توصیف گذار پارتون‌های سبک به هادرون‌های سبک مناسب است. همان‌گونه که پیشتر اشاره شد ضرایب (N, ε) ، (α, δ) و (N, α, β) در مدل‌های مذکور بعد از برآذش نتایج تئوری با نتایج آزمایشگاهی تعیین می‌شوند. برای مثال در مقاله [۱۶] نویسندها، داده‌های آزمایشگاهی مربوط به سطح مقطع دیفرانسیلی فرآیند تولید هادرون B از نابودی الکترون-پوزیترون در فرآیند (۱۱) را با نتایج تئوری که در آن از مدل توانی برای تابع ترکش استفاده شده است برآذش کرده و پارامترهای تابع ترکش این مدل را به دست آورند. این برآذش

^۱. Massive B-Hadron



شکل ۳: اثر جرم هادرон و کوارک bottom روی توزیع انرژی هادرون نهایی B از واپاشی کوارک Top. پارامترهای در نظر گرفته شده عبارتند
 $\mu_c = 4/5 \text{ GeV}$ و $m_B = 5/28 \text{ GeV}$, $m_b = 4/5 \text{ GeV}$, $m_W = 80 \text{ GeV}$, $m_t = 174 \text{ GeV}$

برهم کنش کننده و مشاهده پذیرهای نهایی است. در این مقاله ابتدا نشان دادیم چگونه اثر جرم هادرон خروجی منجر به اصلاح یکی از روابط بنیادی در QCD می گردد، آنگاه با بررسی آهنگ واپاشی کوارک Top نشان دادیم که این اثر جرمی در انرژی های پایین حدود ۴۰ درصد مقدار پیش بینی شده برای آهنگ واپاشی را اصلاح می کند. پیش از این، اثر جرم نرون خروجی روی تابع ترکش در مرجع [۱۷] بررسی شده است.

نسبت جرم های پارتون و رودی i به خروجی زدر فرآیند (۱) بزرگ نیست این اثر جرمی نتایج تئوری را به مقدار زیادی تصحیح خواهد کرد.

برای انجام محاسبات دقیق سطح مقطع پراکندگی یا آهنگ واپاشی در برهم کنش های هادرونی، باید حتی الامکان تمام عوامل تأثیرگذار در محاسبات را در نظر گرفت. یکی از این عوامل تأثیرگذار که تاکنون کمتر در نظر گرفته شده است، اثر جرم ذرات

10. S Atashbar Tehrani, Ali N Khorramian, *Nucl. Phys. Proc. Suppl.* **186** (2009) 58.
11. Ali N Khorramian, S Atashbar Tehrani, *JHEP* **0703** (2007) 051.
12. S Atashbar Tehrani, Ali N Khorramian, *JHEP* **0707** (2007) 048.
13. V G Kartvelishvili, A K Likehoded and V A Petrov, *Phys. Lett. B* **78** (1978) 615.
14. C Peterson, D Schlatter, I Schmitt, and P M Zerwas, *Phys. Rev. D* **27** (1983) 105.
15. B Mele and P Nason, *Phys. Lett. B* **245** (1990) 635; G Colangelo and P Nason, *Phys. Lett. B* **285** (1992) 167.
16. B A Kniehl, G Kramer, I Schienbein and H Spiesberger, *Phys. Rev. D* **77** (2008).
17. T Kneesch, B A Kniehl, G Kraner and Schienbein, *Nucl. Phys. B* **799**(2008)34.

1. J C Collins, *Phys. Rev. D* **66** (1998) 094002.
2. G Corcella and A D Mitov, *Nucl. Phys. B* **623** (2002) 247.
3. B Mele and P Nason, *Nucl. Phys. B* **361** (1991) 626.
4. G Altarelli and G Parisi, *Nucl. Phys. B* **126** (1977) 298.
5. L N Lipatov, Sov. J. Nucl. Phys. **20** (1975) 95; V N Gribov and L N Lipatov. J. Nucl. Phys. **15** (1972) 438.
6. A Gonzales-Arroyo *et al*, *Nucl. Phys. B* **153** (1979) 161.
7. E G Floratos *et al*, *Nucl. Phys. B* **192** (1981) 417.
8. Ali N Khorramian, H Khanpour, S Atashbar Tehrani, *Phys. Rev. D* **81** (2010) 014013.
9. Ali N Khorramian, S Atashbar Tehrani, *Phys. Rev. D* **78** (2008) 074019.