

afarahbod@aeoi.org.ir :

(دریافت مقاله: ۱۳۸۹/۲/۱۲؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۰/۱۲/۲۰)

مذکور را با اصلاح ضریب بهره مجدداً به کار برد[۵]. مدل فرانتز- نادویک با ارائه رابطه تحلیلی ساده‌ای و با فرض توزیع اولیه یکنواخت بهره در سراسر محیط فعال به نتایج بسیار خوبی برای توضیح رفتار تقویت کننده منجر می‌شود. هنگامی که پهنای باند لیزر، ν ، بسیار بیشتر از زمان لازم برای گذر تپ نوری از تقویت کننده، τ ، باشد و بهره در طی عبور تپ بر اثر دمش و سازوکارهای فروافت تفاوت چندانی نکند، مدل فرانتز- نادویک مستقل از رفتار زمانی تپ ورودی و نوع محیط فعال لیزر معتبر است و به کار می‌رود[۶-۱۰]. هنگامی که توزیع بهره به دلایلی نظیر دمش غیر یکنواخت محیط تقویت کننده و یا بستگی شعاعی توزیع شدت ورودی غیر یکنواخت باشد، استفاده از مدل فرانتز- نادویک نیازمند دقت ویژه‌ای است. در چنین حالتی می‌توان مدل مذکور را تنها برای یک عبور و با

افزایش بازدهی و کاهش تعداد طبقات تقویت کننده به ویژه در سیستم‌های مفصل لیزری حائز اهمیت فراوان است و در دست بودن مدل تحلیلی مناسب برای بهینه سازی آنها می‌تواند برای طراحان اینگونه ساختارهای اپتیکی کاملاً سودمند باشد. در عمل تقویت کننده‌های دو و چند عبوری از اهمیت کاربردی خاصی برای تقویت تپ‌های بسیار کم انرژی و بسیار پر انرژی برخوردار هستند[۱-۳]. روش تحلیل برای انواع تقویت کننده‌های اپتیکی غالباً بر مدل ارائه شده توسط فرانتز و نادویک استوار است[۴]. در این مدل تنها با فرض بستگی بهره به راستای انتشار باریکه لیزر در محیط تقویت کننده، ارتباط میان شار انرژی ورودی و خروجی بر حسب ضریب بهره اولیه و شار انرژی اشباع به دست می‌آید. برای عبور دوم می‌توان روش

خروجی به دست آمده است. نتایج حاصل در حد دقت مدل، با حل عددی معادلات و آنچه در آزمایشگاه مشاهده شده است سازگاری دارد [۱۳].

هنگامی که پهنای زمانی تپ ورودی به تقویت کننده در مقایسه با طول عمر تراز بالایی و زمان دمش محیط فعال به قدر کافی کوچک باشد، می توان از سیستم معادلات آهنگ ساده شده (۱) برای تفاوت انبوهی میان ترازهای بالایی و پایینی محیط فعال، $N(r, z, t)$ ، و چگالی فوتون برای عبور اول، $\Phi_1(r, z, t)$ ، و عبور دوم، $\Phi_2(r, z, t)$ ، به ازای هر وضعیت شعاعی r استفاده کرد [۱۱].

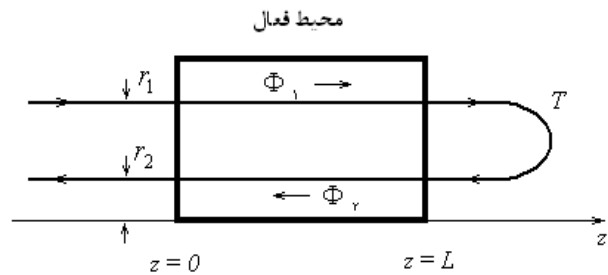
$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \Phi_1(r, z, t) + c \frac{\partial}{\partial z} \Phi_1(r, z, t) &= N(r, z, t) c \sigma \Phi_1(r, z, t), \\ \frac{\partial}{\partial t} \Phi_2(r, z, t) - c \frac{\partial}{\partial z} \Phi_2(r, z, t) &= N(r, z, t) c \sigma \Phi_2(r, z, t), \\ \frac{\partial}{\partial t} N(r, z, t) &= -N(r, z, t) c \sigma (\Phi_1(r, z, t) + \Phi_2(r, z, t)). \end{aligned} \quad (1)$$

تفاوت انبوهی و چگالی فوتون علاوه بر وضعیت شعاعی، تابعی از وضعیت مکانی در راستای انتشار باریکه های عبوری، z و زمان، t هستند. دو معادله اول در (۱) ترابرد فوتون ها را در راستای z نشان می دهند که باریکه لیزر مربوط به Φ_1 در جهت مثبت محور z و Φ_2 در جهت منفی به ترتیب به فاصله r_1 و r_2 از محور z در حال انتشار هستند، (شکل ۱). c سرعت انتشار میدان لیزر درون محیط فعال و σ سطح مقطع گسیل القایی است.

با حذف جملات غیر خطی میان معادلات (۱) و انتگرال گیری از آنها در طول تقویت کننده از $z=0$ تا $z=L$ به رابطه (۲) دست می یابیم.

$$\begin{aligned} \Phi_2(r, L, t) - \Phi_2(r, 0, t) - \Phi_1(r, L, t) + \Phi_1(r, 0, t) \\ = \frac{1}{c\sigma} \int_0^L \frac{\partial}{\partial t} N(r, z, t) \sigma dz, \end{aligned} \quad (2)$$

ابتدا طرفین رابطه (۲) را به چگالی فوتون ورودی در $r=r_1$ یا $r=r_2$ تقسیم می کنیم.



شکل ۱. انتشار باریکه لیزر در یک تقویت کننده دو عبوری. سطح ورودی و خروجی در $z=0$ قرار دارند. L طول تقویت کننده، r_1 و r_2 به ترتیب فاصله شعاعی مرکز باریکه عبوری اول و دوم از محور اپتیکی می باشد. تراکسیل طی عبور اول به دوم در $z=L$ با T نشان داده شده است.

فرض معلوم بودن توزیع مکانی بهره قبل از ورود تپ نوری به تقویت کننده، برای هر نقطه درون تقویت کننده مورد استفاده قرار داد و توزیع عرضی شدت باریکه خروجی را با کاربرد مکرر این مدل به دست آورد. برای عبورهای متوالی و فرض $t_p \gg \tau$ بهره نوری هر باریکه متاثر از شدت باریکه های مجاور خود است. در این حال به جز حالت ویژه ای که در آن مسیر انتشار باریکه های عبوری بر یکدیگر منطبق هستند [۱۱]، هیچ گونه مدل تحلیلی مناسبی برای چگونگی بستگی شار انرژی خروجی به فاصله میان مسیر انتشار باریکه ها در دست نیست و تنها مدل موجود برای تقویت کننده های چند عبوری، بدون در نظر گرفتن موقعیت فضائی باریکه های عبوری و صرفاً با ملاحظات کیفی و تقریبی مربوط به هم پوشانی باریکه ها محاسبات لازم را ارائه داده است [۱۲]. از این روی تنها می توان با حل عددی معادلات آهنگ وابسته به مکان برای تفاوت انبوهی و شار فوتون برای هر باریکه به ازای شرایط اولیه و مرزی مناسب در سطوح ورودی و خروجی تقویت کننده به نتایج مورد نظر دست یافت. در تحقیق حاضر برای نخستین بار، پس از حل معادلات آهنگ برای تقویت کننده دو عبوری، جواب های تحلیلی برای بستگی شاریدگی انرژی ورودی به بهره اپتیکی وابسته به موقعیت شعاعی و ضریب تراکسیل میان اولین عبور تا عبور دوم، و شاریدگی انرژی خروجی به بهره، به ازای مسیر معلوم برای باریکه ورودی و

اکنون دوطرف رابطه (۲) را به $\Phi_r(r, \rho, t)$ تقسیم می‌کنیم. با انجام عملیاتی مشابه با آنچه به (۱۱) منجر شد و استفاده از تعاریف $G(r, t)$ ، $\psi(r, T)$ و رابطه (۸)، رابطه (۱۲) برای چگالی فوتون خروجی به دست می‌آید.

$$ch\omega\Phi_r(r, \rho, t) = \left(\frac{J_s G(r, t) \psi(r, T)}{\psi(r, T) [\psi(r, T) - 1]} \right) \frac{\partial}{\partial t} \int_0^L N(r, z, t) \sigma dz \quad (12)$$

$$\times \frac{1}{1 + \left[\frac{1}{\psi(r, T) [\psi(r, T) - 1]} \right] \frac{1}{G(r, t)}}$$

شاریدگی انرژی ورودی و خروجی را می‌توان با انتگرال‌گیری از چگالی فوتون در $z=0$ به دست آورد، روابط (۱۳) و (۱۴).

$$J_{in}(r) = \int_{-\infty}^{\infty} \hbar\omega c \Phi_l(r, \rho, t) dt, \quad (13)$$

$$J_{out}(r) = \int_{-\infty}^{\infty} \hbar\omega c \Phi_r(r, \rho, t) dt. \quad (14)$$

هنگامی که زمان عبور هر باریکه از محیط فعال از پهنای تپ لیزر بسیار کوچکتر باشد، که معمولاً برای تپ‌های لیزر با پهنای زمانی از مرتبه 10^{-8} ثانیه و بیشتر چنین است، می‌توان از بستگی زمانی G صرف‌نظر نمود و بهره را تنها تابعی از مکان و به صورت $G(r)$ در نظر گرفت. این فرض در تمامی محاسبات بخش‌های ۱-۳، ۲-۳ و ۴ مورد استفاده قرار خواهد گرفت.

در حالت خاص مسیر پرتوها بر یکدیگر منطبق هستند، $r=r_1=r_2$ ، در این صورت $G(r)=G_l(r, r_1)=G_r(r, r_2)$. با توجه به اینکه سیستم معادلات (۱) حاوی مشتق نسبت به r نیست، لذا می‌توان برای هر r و با توجه به $u(r, t) = \int_0^L N(r, z, t) \sigma dz$ را مورد استفاده قرار داد. چگونگی تأثیر وضعیت شعاعی r بر بهره به کمک تابع ψ در محاسبات وارد می‌شود.

$$du = \left(\frac{\partial}{\partial t} \int_0^L N(r, z, t) \sigma dz \right) dt \quad (15)$$

انتگرال‌گیری از دو رابطه (۱۱) و (۱۲)، به کمک روابط (۵)، (۱۳)

$$\frac{\Phi_r(r, L, t) - \Phi_r(r, \rho, t) - \Phi_l(r, L, t) + \Phi_l(r, \rho, t)}{\Phi_l(r_1, \rho, t) - \Phi_l(r_1, \rho, t) - \Phi_l(r_1, \rho, t) + \Phi_l(r_1, \rho, t)} = \frac{1}{c\sigma\Phi_l(r_1, \rho, t)} \int_0^L \frac{\partial}{\partial t} N(r, z, t) \sigma dz, \quad (3)$$

بهره سیگنال کوچک، $G(r, t)$ ، طبق رابطه (۴) و (۵) به چگالی فوتون و تفاوت انبوهی ترازهای انرژی محیط فعال وابسته است.

$$G(r, t) = \frac{\Phi_l(r, L, t) - \Phi_l(r, \rho, t)}{\Phi_l(r, \rho, t) - \Phi_l(r, L, t)} \quad (4)$$

$$G(r, t) = e^{-\int_0^L N(r, z, t) \sigma dz} \quad (5)$$

تابع انتقال پرتو، ψ ، برای ارتباط پرتو خروجی از تقویت کننده در اولین عبور، به پرتو ورودی به تقویت کننده در دومین عبور، با فرض عدم تغییر یا تغییر اندک رفتار زمانی تپ لیزر از خروج اول تا ورود دوم پرتو لیزر (که غالباً فرض مناسبی است)، تابعی از تراکم قطعات پس از تقویت کننده، T ، و وضعیت شعاعی باریکه‌ها است، رابطه (۶).

$$\psi(r, T) = \frac{\Phi_r(r, L, t)}{\Phi_l(r, L, t)}. \quad (6)$$

بستگی شعاعی چگالی فوتون در عبور اول و دوم را به ترتیب با $f_1(r, z)$ و $f_2(r, z)$ نشان می‌دهیم.

$$\Phi_l(r, z, t) = f_1(r, z) \Phi_l(r_1, z, t), \quad (7)$$

$$\Phi_r(r, z, t) = f_2(r, z) \Phi_r(r_2, z, t). \quad (8)$$

با قرار دادن (۴)، (۶) و (۷) در رابطه (۳) نتیجه زیر حاصل می‌شود.

$$G(r_1, t) \psi(r, T) - \psi(r, T) G(r_1, t) G(r, t) - G(r, t) + 1 = \frac{1}{c\sigma\Phi_l(r, \rho, t)} \frac{\partial}{\partial t} \int_0^L N(r, z, t) \sigma dz \quad (9)$$

J_s یا شاریدگی انرژی اشباع نیز با رابطه (۱۰) تعریف می‌شود.

$$J_s = \frac{\hbar\omega}{\sigma}, \quad (10)$$

$\hbar\omega$ انرژی فوتون گذار لیزر است. با قرار دادن J_s در (۹)، معادله لازم برای ارتباط میان چگالی فوتون ورودی ضریب بهره و تابع انتقال پرتو به دست می‌آید، رابطه (۱۱).

$$ch\omega\Phi_l(r, \rho, t) = \frac{J_s \frac{\partial}{\partial t} \int_0^L N(r, z, t) \sigma dz}{[1 + G(r_1, t) \psi(r, T)] [1 - G(r, t)]}. \quad (11)$$

در عبور اول دیگر به تقویت کننده باز نمی‌گردد، به معنای دیگر تراکسیل صفر میان دو عبور $T=0$. در این حالت از معادله (۱۹) مقدار $J_{out}=0$ به دست می‌آید که نتیجه صحیحی است.

هنگامی که مسیر دو باریکه عبوری بر یکدیگر منطبق نباشند، برای بهره طی هر عبور در وضعیت شعاعی $r=r_1$ و $r=r_2$ ، نظریه فرانتز- نادویک به تقریب مناسبی منجر می‌شود که می‌توان از آن برای G_1 و G_2 جهت انتگرال‌گیری از معادلات (۱۱) و (۱۲) استفاده نمود [۴].

$$G_1 = \frac{J_{in}(r_1)}{G_0 e^{J_s}} \frac{J_{in}(r_1)}{(1-G_0) + G_0 e^{J_s}}, \quad (21)$$

$$G_2 = \frac{G_0 e^{J_s}}{(1-G_0) + G_0 e^{J_s}} \frac{J_{in}(r_2)}{J_{in}(r_1)}, \quad (22)$$

$J_{in}(r_2)$ شاریدگی انرژی ورودی در عبور دوم است.

$$J_{in}(r_2) = T J_{in}(r_1) G_1, \quad (23)$$

در این صورت معادلات (۱۱) و (۱۲) به روابط (۲۴) و (۲۵) منجر می‌شوند.

$$J_{in}(r) = \frac{J_s}{[1+G_1 \psi(r)]} \int_{\ln G_0}^{\ln G} \frac{du}{1-e^{-u}}, \quad (24)$$

$$J_{out}(r) = J_s \left(\frac{\psi(r) G_2}{\psi(r) [1-G_2] - 1} \right) \times \int_{\ln G_0}^{\ln G} \frac{du}{1 + \left(\frac{1}{\psi(r) [1-G_2] - 1} \right) e^{-u}}. \quad (25)$$

انتگرال‌گیری از روابط (۲۴) و (۲۵) به سهولت انجام می‌شود و نتایج زیر برای $G(r)$ و $J_{out}(r)$ به دست می‌آید.

$$G(r) = \frac{G_0}{G_0 + (1-G_0) \exp \left[- \left[1 + G_1 \psi(r) \right] \frac{J_{in}(r)}{J_s} \right]}, \quad (26)$$

$$J_{out}(r) = J_s \left[\frac{\psi(r) G_2}{1 - \psi(r) [1-G_2]} \right] \times \ln \left[\frac{1 + G_0 [\psi(r)(1-G_2) - 1]}{1 + G(r) [\psi(r)(1-G_2) - 1]} \right]. \quad (27)$$

و (۱۴) میسر است. معادلات (۱۶) و (۱۷) ارتباط میان J_{in} و J_{out} را برای هر مقدار معلوم ψ از طریق پارامتر G به دست می‌دهد.

$$\exp \left(\frac{J_{in}(r)}{J_s} \right) = \left[\frac{G(r)}{G_0} \right] \left[\frac{G(r)-1}{G_0-1} \right]^{-\frac{1}{1+\psi}} \quad (16)$$

$$\times \left[\frac{G(r)\psi + 1}{G_0\psi + 1} \right]^{-\frac{\psi}{(1+\psi)}}$$

$$\exp \left(\frac{J_{out}(r)}{J_s} \right) = \left[\frac{G(r)-1}{G_0-1} \right]^{-\frac{\psi}{1+\psi}} \quad (17)$$

$$\times \left[\frac{G(r)\psi + 1}{G_0\psi + 1} \right]^{-\frac{\psi}{(1+\psi)}}$$

G_0 بهره اولیه سیگنال کوچک محیط فعال است که مقدار آن ثابت و مستقل از مکان است. با تقسیم کردن رابطه (۱۷) بر (۱۶)، معادله (۱۸) برای ارتباط شاریدگی ورودی و خروجی نتیجه می‌شود.

$$J_{out}(r) = J_{in}(r) + J_s \left[\ln \left(\frac{G_0}{G(r)} \right) + (\psi-1) \ln \left(\frac{G_0-1}{G(r)-1} \right) \right]. \quad (18)$$

با ترکیب کردن معادلات (۱۶) و (۱۷) می‌توان آنها را تا حد امکان به معادله کلاسیک فرانتز - نادویک نزدیک نمود.

$$\frac{e^{(1+\psi) \left(\frac{J_{out}(r)}{J_s} \right)} - 1}{e^{(1+\psi) \left(\frac{J_{in}(r)}{J_s} \right)} - 1} = \frac{\left(\frac{G_0-1}{G(r)-1} \right)^{\psi} \left(\frac{\psi G_0 + 1}{\psi G(r) + 1} \right)^{\psi} - 1}{\left(\frac{G(r)}{G_0} \right)^{\psi+1} \left(\frac{G_0-1}{G(r)-1} \right) \left(\frac{\psi G_0 + 1}{\psi G(r) + 1} \right)^{\psi} - 1} \quad (19)$$

برای حالت خاص $\psi=1$ و توزیع یکنواخت شاریدگی فوتون ورودی، که در آن تمامی پرتو خروجی طی عبور اول بدون هیچگونه تضعیف و تغییری برای عبور دوم به تقویت کننده باز می‌گردد، معادله (۱۹) به رابطه (۲۰) برای تقویت کننده دو عبوری در حالت حدی $r_1=r_2$ برای $T=1$ کاهش می‌یابد [۱۱].

$$\frac{e^{\left(\frac{J_{out}}{J_s} \right)} - 1}{e^{\left(\frac{J_{in}}{J_s} \right)} - 1} = G_0^2. \quad (20)$$

حالت خاص دیگر برای $\psi=0$ حادث می‌شود که باریکه خروجی

توزیع شدت یکنواخت و توزیع شدت گاوسی برای باریکه ورودی به تقویت کننده از مهمترین مواردی است که معمولاً در عمل با آن سر و کار داریم. از این روی تابع ψ را برای این دو حالت مورد بررسی قرار می‌دهیم.

برای توزیع شدت یکنواخت، چگالی فوتون در $z=0$ با رابطه (۳۱) نشان داده می‌شود.

$$\Phi_{\lambda}(r, \omega, t) = \begin{cases} \Phi_0 f(t) & ; |r-r_1| \leq a_1 \\ 0 & ; |r-r_1| > a_1 \end{cases} \quad (31)$$

$f(t)$ تغییرات زمانی شدت ورودی است. Φ_0 مقداری ثابت و $2a_1$ قطر باریکه ورودی است. با فرض عدم تغییر رفتار زمانی تپ در عبور از تقویت کننده، برای باریکه ورودی در دومین عبور نیز عبارت مشابهی وجود دارد، رابطه (۳۲).

$$\Phi_{\nu}(r, L, t) = \begin{cases} \Phi_0 T G(r, t) f(t) & ; |r-r_1| \leq a_1 \\ 0 & ; |r-r_1| > a_1 \end{cases} \quad (32)$$

با توجه به تعریف (۶) و روابط (۳۱) و (۳۲) تابع انتقال پرتو به دست می‌آید.

$$\psi(r, T) = \begin{cases} T & ; |r-r_1| \leq a_1 \\ 0 & ; |r-r_1| > a_1 \end{cases} \quad (33)$$

چگالی فوتون ورودی برای توزیع شدت گاوسی با اندازه لکه w_1 مطابق با رابطه (۳۴) است.

$$\Phi_{\lambda}(r, \omega, t) = \Phi_0 f(t) \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{r-r_1}{w_1} \right)^2 \right] \quad (34)$$

در عبور دوم نیز چگالی فوتون ورودی با رابطه (۳۵) داده می‌شود.

$$\Phi_{\nu}(r, L, t) = \Phi_0 f(t) G(r) T \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{r-r_1}{w_1} \right)^2 \right] \quad (35)$$

بنابراین تابع ψ با توجه به تعریف (۶) و روابط (۳۴) و (۳۵) به دست می‌آید.

$$\psi(r, T) = T \exp \left[\frac{1}{2} \left(\frac{r-r_1}{w_1} \right)^2 \right] \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{r-r_1}{w_1} \right)^2 \right] \quad (36)$$

با ترکیب کردن روابط (۲۶) و (۲۷) و حذف $G(r)$ از میان آنها می‌توان به رابطه (۲۸) برای ارتباط میان شاریدگی انرژی ورودی و خروجی برای تقویت کننده دو عبوری دست یافت. معادله (۲۸) به همراه روابط (۲۱) تا (۲۳)، و در چارچوب فرضیات مدل تقویت کننده تک عبوری، رفتار تقویت کننده دو عبوری را بر حسب وضعیت شعاعی نشان می‌دهد که آن را مدل تحلیلی تعمیم یافته برای تقویت کننده دو عبوری می‌نامیم.

$$\begin{aligned} & \exp \left[-\left(\frac{1-(1-G_r)\psi}{G_r \psi} \right) \left(\frac{J_{out}(r)}{J_s} \right) \right] \\ & = \frac{G_0(1-G_r)\psi + (1-G_0) \exp \left[-(1+G_r\psi) \left(\frac{J_{in}(r)}{J_s} \right) \right]}{(1+G_0((1-G_r)\psi-1)) \left[G_0 + (1-G_0) \exp \left[-(1+G_r\psi) \left(\frac{J_{in}(r)}{J_s} \right) \right] \right]} \quad (28) \end{aligned}$$

اکنون رفتار معادله (۲۸) را برای حالت‌های خاص مورد بررسی قرار می‌دهیم. اگر شاریدگی انرژی ورودی از شار انرژی اشباع بسیار کوچکتر باشد $J_{in} \ll J_s$ ، تقریب $G_1 \approx G_r \approx G_0$ بسیار مناسب است و جایگزین (۲۱) و (۲۲) می‌شود. در این صورت رابطه (۲۸) ساده‌تر می‌شود و می‌توان آن را با رابطه (۲۹) نشان داد.

$$\begin{aligned} & \exp \left[-\left(\frac{1-(1-G_0)\psi}{G_0 \psi} \right) \left(\frac{J_{out}(r)}{J_s} \right) \right] \\ & = \frac{\psi G_0 + \exp \left[-(1+G_0\psi) \left(\frac{J_{in}(r)}{J_s} \right) \right]}{(1+\psi G_0) \left[G_0 + (1-G_0) \exp \left[-(1+G_0\psi) \left(\frac{J_{in}(r)}{J_s} \right) \right] \right]} \quad (29) \end{aligned}$$

در حالت اشباع داریم $J_{in} \geq J_s$ ، $G_1 \ll G_0$ ، $G_r \ll G_0$ و $G_r \approx G_1 \approx 1$ در این صورت معادله (۲۸) به رابطه (۳۰) کاهش می‌یابد.

$$\begin{aligned} & \exp \left[-\left(\frac{1}{\psi} \right) \left(\frac{J_{out}(r)}{J_s} \right) \right] \\ & = \frac{\exp \left[-(1+\psi) \left(\frac{J_{in}(r)}{J_s} \right) \right]}{G_0 + (1-G_0) \exp \left[-(1+\psi) \left(\frac{J_{in}(r)}{J_s} \right) \right]} \quad (30) \end{aligned}$$

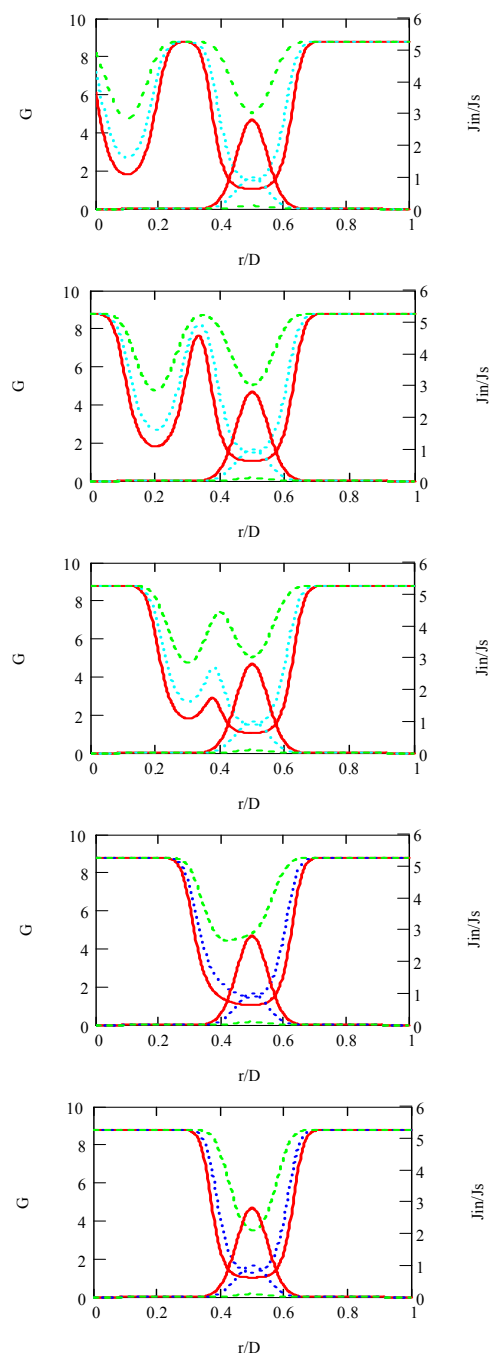
نمودارهای شکل ۲ و ۳ رفتار $G(r)$ و $J_{out}(r)$ را طبق رابطه (۲۸) مدل ارائه شده در بخش ۳-۲، برای باریکه ورودی گاوسی در سه حالت بسیار دور از حالت اشباع $J_{ino}/J_s = 0/1$ ، اشباع $J_{ino}/J_s = 1$ و اشباع کامل بهره تقویت کننده، $J_{ino}/J_s = 2/81$ ، نظیر آنچه در عمل با آن روبرو بودیم، نشان می‌دهد. G_o یا مقدار اولیه بهره برای این محاسبات $8/804$ به ازای 98 ژول انرژی دمش تحویل شده به لامپ، T عبوردهی میان دو عبور $0/23$ ، اندازه لکه ورودی در عبور اول $0/88$ میلی‌متر و در عبور دوم $0/5$ میلی‌متر، مطابق با مقادیر تجربی اختیار شده است. مسیر باریکه ورودی اول در راستای محور تقارن میله تقویت کننده $r_1 = D/2$ و مکان شعاعی بهنجار شده باریکه به قطر میله تقویت کننده D در دومین عبور، r_2/D ، در ۵ مکان مختلف از $0/1$ تا $0/5$ انتخاب شده است. با نزدیک شدن راستای انتشار باریکه‌های عبوری، تأثیر باریکه‌های متقابل بر بهره محیط فعال بخوبی مشاهده می‌شود و به ازای $r_2 = r_1$ بهره و شاریدگی انرژی خروجی به حداقل کاهش می‌یابد و برای $J_{ino}/J_s \geq 1$ بهره $G \approx 1$ است. هنگامی که $|r_2 - r_1| \leq \frac{w_1 + w_2}{2}$ و مسیر باریکه‌های عبوری بر یکدیگر منطبق نباشند، تغییرات مکانی غیر یکنواخت بهره سبب اعوجاج توزیع فضایی شدت برای باریکه عبوری دوم می‌شود. این اثر به ویژه در چهارمین نمودار شکل ۲ و ۳ به ازای $r_2/D = 0/4$ بیشتر دیده می‌شود.

خطای نسبی ناشی از کاربرد روابط (۲۹) و (۳۰) را برای دو حالت خاص $J_{in} \ll J_s$ و $J_{in} \geq J_s$ برای باریکه ورودی گاوسی، به ترتیب با روابط (۳۷) و (۳۸) تعریف می‌کنیم.

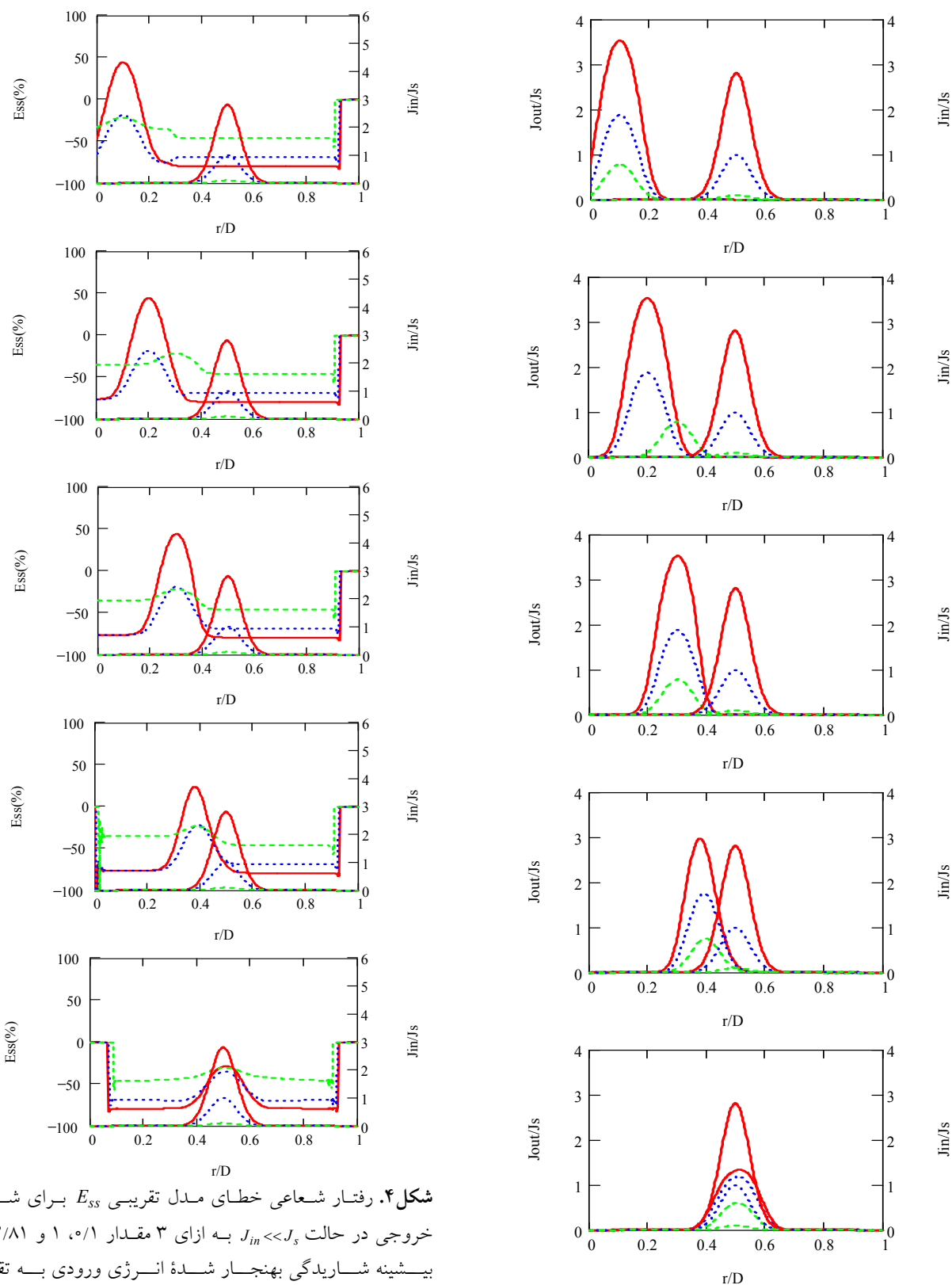
$$E_{ss} = \left(\frac{J_{out_ss}(r) - J_{out}(r)}{J_{out_ss}(r)} \right) \times 100, \quad (37)$$

$$E_{st} = \left(\frac{J_{out_st}(r) - J_{out}(r)}{J_{out_st}(r)} \right) \times 100. \quad (38)$$

نتایج محاسبه خطا برای ۵ مقدار متفاوت r_2/D ، نظیر شکل ۲ و ۳، در نمودارهای شکل ۴ و ۵ آمده است. نمودارها نشان

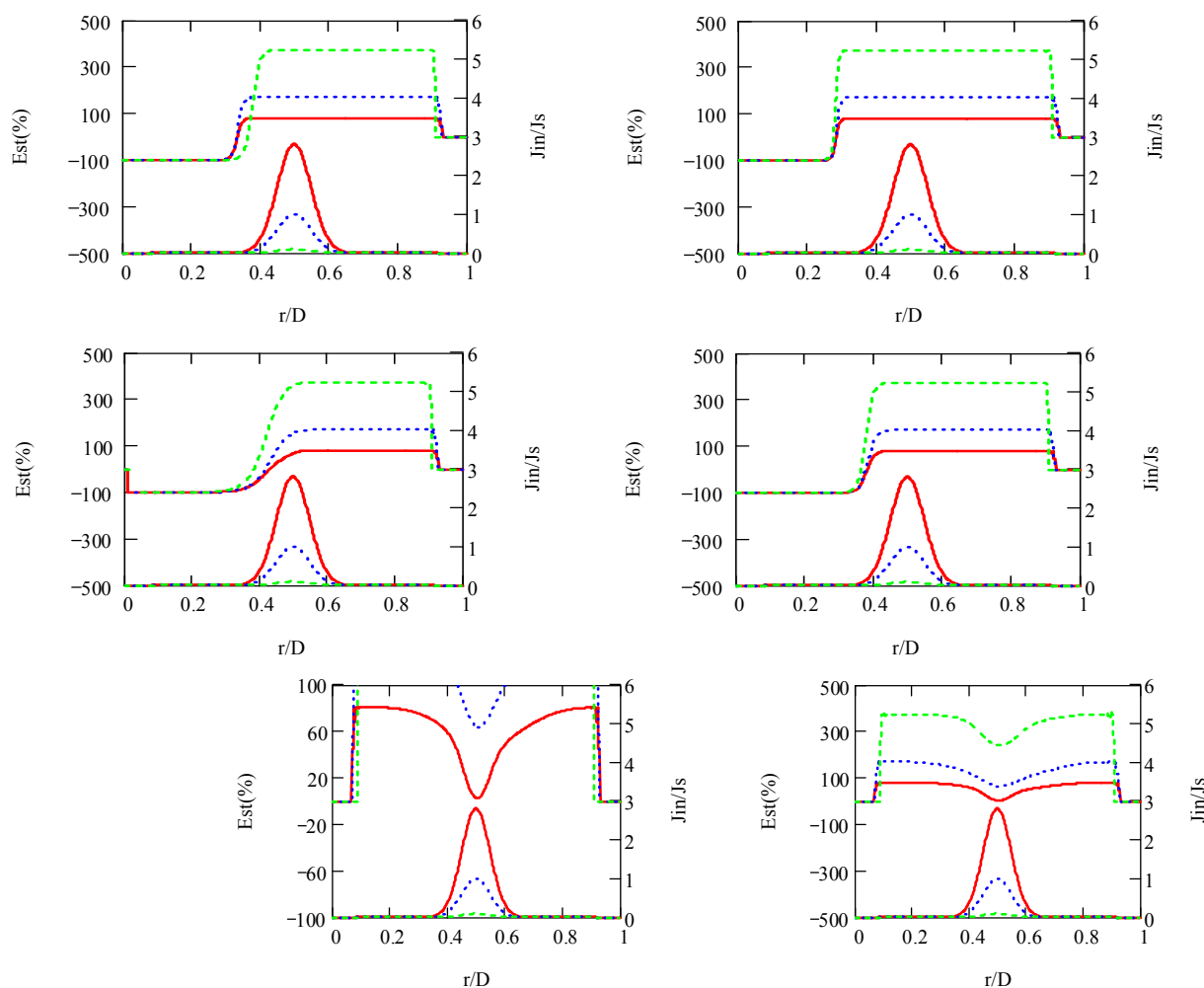


شکل ۲. رفتار شعاعی بهره، G به ازای ۳ مقدار $0/1$ ، 1 و $2/81$ برای بیشینه شاریدگی بهنجار شده انرژی ورودی به تقویت کننده J_{ino}/J_s ، که به ترتیب با خط مقطع، نقطه چین و خط ممتد نشان داده شده است. توزیع شاریدگی ورودی متناظر در مرکز تمامی نمودارها مشاهده می‌شود. مکان باریکه در عبور دوم r_2/D به ترتیب از بالا به پایین برابر است با $0/1$ ، $0/2$ ، $0/3$ ، $0/4$ و $0/5$. D قطر میله تقویت کننده است. مقدار اولیه بهره G_o برابر است با $8/804$ که مطابق با بهره مشاهده شده تجربی به ازای انرژی دمش 98 ژول است.



شکل ۴. رفتار شعاعی خطای مدل تقریبی E_{ss} برای شاریدگی خروجی در حالت $J_{in} \ll J_s$ به ازای ۳ مقدار ۰/۱، ۱ و ۲/۸۱ برای بیشینه شاریدگی بهنجار شده انرژی ورودی به تقویت کننده J_{in}/J_s که به ترتیب با خط مقطع، نقطه چین و خط ممتد نشان داده شده است. مکان باریکه در عبور دوم r/D به ترتیب از بالا به پایین برابر است با ۰/۱، ۰/۲، ۰/۳، ۰/۴ و ۰/۵. قطر میله تقویت کننده است.

شکل ۳. رفتار شعاعی شاریدگی خروجی بهنجار شده J_{out}/J_s . شاریدگی‌های ورودی متناسب J_{in}/J_s در مرکز تمامی نمودارها مشاهده می‌شود. تمامی شرایط نظیر شکل ۲ است.

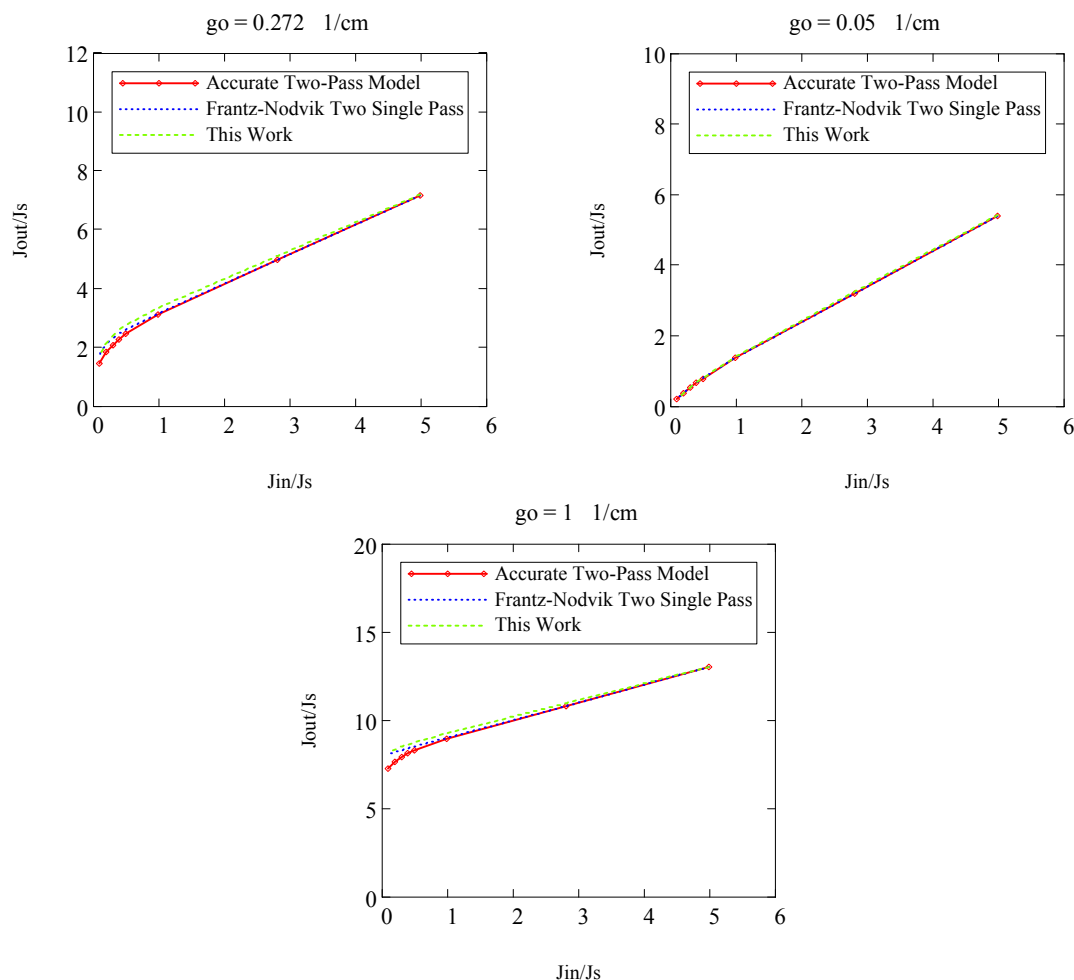


شکل ۵. رفتار شعاعی خطای مدل تقریبی E_{st} برای شاریدگی خروجی در حالت اشباع. برای دو نمودار آخر r_i/D برابر با $0/5$ است و تنها جهت مشاهده بهتر جزئیات، مقیاس محور عمودی برای نمودار سمت چپ تغییر داده شده است. بقیه شرایط نظیر شکل ۴ است.

می دهند که خطای ناشی از مدل ساده شده، رابطه (30) ، برای شاریدگی خروجی E_{ss} ، به ازای $J_{ino}/J_s = 0/1$ ، در حد $20-$ تا حداکثر $50-$ درصد است. با افزایش شاریدگی ورودی و عبور از حالت اشباع تقریب (29) اعتبار خود را از دست می دهد و خطایی بیش از $50 \pm$ درصد در نتایج مشاهده می شود. رابطه تقریبی (30) برای J_{out} تنها در حالت اشباع کامل بهره محیط فعال معتبر است. نمودارهای شکل ۵ نشان می دهند که رابطه (30) تنها هنگامی که بهره در عبور اول و دوم کاملاً اشباع شده باشد به نتایج قابل قبول منجر می شود. این حالت هنگامی اتفاق می افتد که مسیر عبور باریکه های عبوری به یکدیگر بسیار نزدیک باشند: $|r_1 - r_2| < \max(w_1, w_2)$ و

وضعیت اخیر تنها در آخرین نمودار شکل ۵ برای $J_{in} \geq J_s$ مشاهده می شود که برای $r_1 = r_2$ ، خطا کمتر از 40 درصد است. در حالت خاص که مسیر پرتوها بر یکدیگر منطبق هستند، برای مسئله جواب تحلیلی دقیق (20) وجود دارد و می توان نتایج مدل یا رابطه (28) را برای بستگی شاریدگی خروجی به شاریدگی ورودی برای تقویت کننده ۲ عبوری با آن مقایسه کرد. علاوه بر آن برای این حالت خاص، نتایج مدل فرانتز-نادویک با دو عبور مستقل و با تصحیح ضریب بهره طبق روش مرجع [۵] نیز می تواند در کنار جواب های دیگر مورد مطالعه قرار گیرد. نمودارهای شکل ۶ نتایج را نشان می دهند. در این

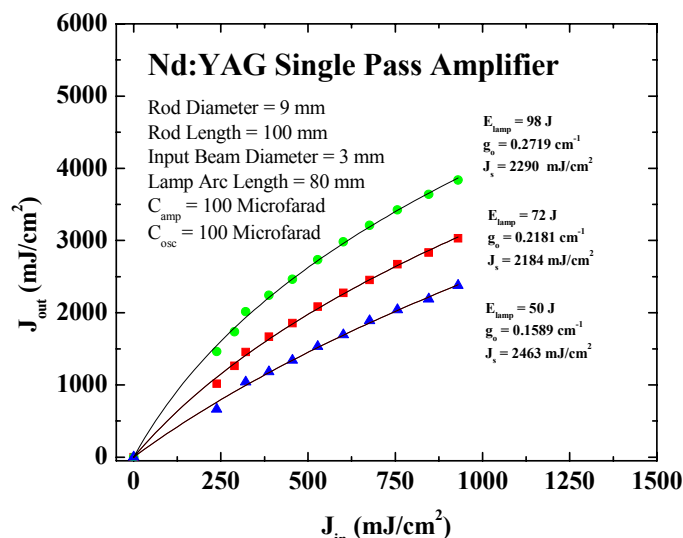
به یکدیگر بسیار نزدیک باشند: $|r_1 - r_2| < \max(w_1, w_2)$ و



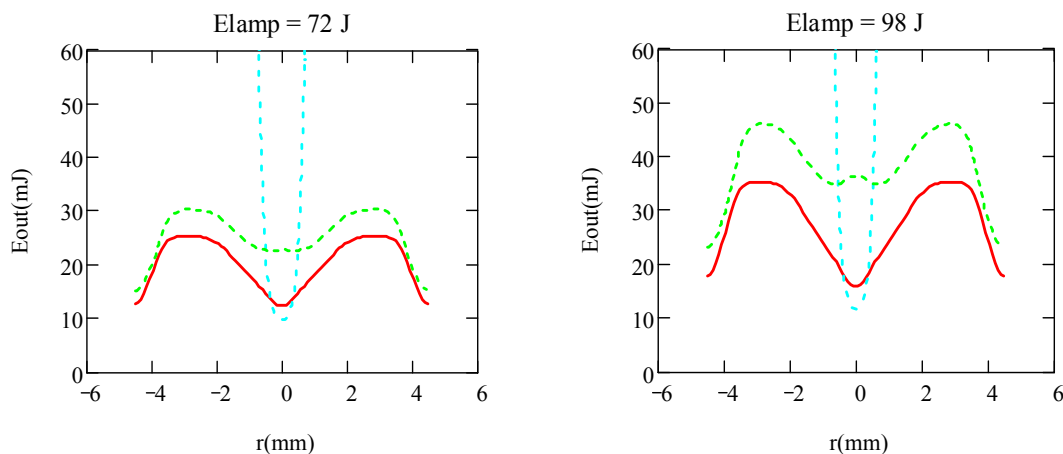
شکل ۶. مقایسه بستگی شاریدگی خروجی به شاریدگی ورودی برای تقویت کننده ۲ عبوری برای حالت خاص که مسیر پرتوها بر یکدیگر منطبق هستند. نتایج برای مدل دقیق رابطه (۲۰)، مدل ارائه شده رابطه (۲۸) و مدل فرانتز-نادویک با دو عبور مستقل و با تصحیح ضریب بهره طبق روش مرجع [۵]. در این محاسبه ضریب عبوردهی میان دو عبور $T=1$ است. سه مقدار ضریب بهره متفاوت 0.05 cm^{-1} ، 0.272 cm^{-1} و 1 cm^{-1} برای مطالعه تأثیر مقادیر کوچک تا بزرگ بهره در نتایج مورد استفاده قرار گرفته است. نمودارها نشان می‌دهند که نتایج ۳ مدل تنها برای مقادیر متوسط و بزرگ بهره اختلاف کوچکی دارند.

جهت تایید روابط محاسبه شده در بخش ۳-۲ برای تقویت کننده دو عبوری، انرژی خروجی یک تقویت کننده دو عبوری به طول موثر 80 میلی‌متر از جنس Nd:YAG بر حسب فاصله میان باریکه‌های عبوری مورد اندازه‌گیری قرار گرفت [۱۳]. بهره تک عبور G_0 نیز به‌طور جداگانه به کمک اندازه‌گیری شاریدگی ورودی و خروجی و مدل فرانتز-نادویک محاسبه شد که ضریب بهره برای سه مقدار انرژی دمش 50 ، 72 و 98 ژول به ترتیب 0.1589 cm^{-1} ، 0.2101 cm^{-1} و 0.2719 cm^{-1}

محاسبه ضریب عبوردهی میان دو عبور $T=1$ است و سه مقدار ضریب بهره متفاوت 0.05 cm^{-1} ، 0.272 cm^{-1} و 1 cm^{-1} برای مطالعه بستگی نتایج به تغییرات بهره مورد استفاده قرار گرفته است. نمودارها نشان می‌دهند که نتایج ۳ مدل تنها برای مقادیر متوسط و بزرگ بهره و $(J_{in}/J_s) \leq 1$ اختلاف کوچکی در حد 5% دارند و برای $(J_{in}/J_s) \geq 1$ و بهره کوچک خطا عملاً قابل صرف نظر کردن است که نشانه‌ای از درستی نتایج رابطه (۲۸) است.



شکل ۷. چگونگی بستگی شاریدگی انرژی خروجی به ورودی برای تقویت کننده Nd:YAG طی یک عبور. ضریب بهره برای سه مقدار انرژی دمش ۵۰، ۷۲ و ۹۸ ژول به ترتیب 0.1589 cm^{-1} ، 0.2101 cm^{-1} و 0.2719 cm^{-1} می باشد.



شکل ۸. نتایج محاسبه مدل تحلیلی برای بستگی انرژی خروجی تقویت کننده ۲ عبوری به فاصله میان باریکه‌ها برای انرژی دمش ۷۲ و ۹۸ ژول. دو حالت تقریبی برای شاریدگی ورودی بسیار کمتر و بسیار بیشتر از شاریدگی اشباع به ترتیب با (خط چین) و (نقطه-خط) نشان داده شده‌اند. نتیجه مدل کامل با (خط ممتد) ترسیم شده است.

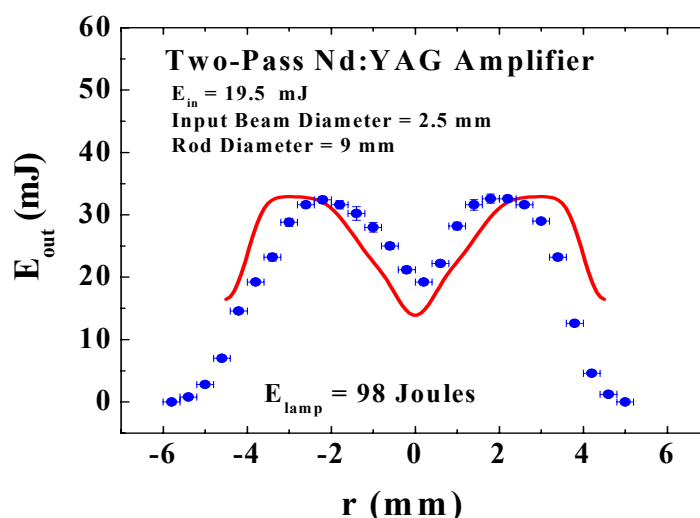
به دست آمد، شکل ۷. در این اندازه‌گیری‌ها قطر باریکه ورودی به تقویت کننده ۳ میلی‌متر و قطر میله تقویت کننده ۹ میلی‌متر می‌باشد.

$$E_{out}(r_1, r_2) = 2\pi \int_{r_1}^{D/2} J_{out}(r, r_1, r_2) r dr . \quad (39)$$

به کمک روابط (۲۱) و (۲۲) به ازای هر انرژی دمش بهره در عبور اول $G_1(r_1)$ و عبور دوم $G_2(r_2)$ و سپس شاریدگی خروجی $J_{out}(r, r_1, r_2)$ از رابطه (۲۸) برای تقویت کننده دو عبوری محاسبه شد. با انتگرال‌گیری از J_{out} نسبت به انرژی خروجی تقویت کننده دو عبوری $E_{out}(r_1, r_2)$ بر حسب

وضعیت مرکز دو باریکه عبوری r_1 و r_2 به دست می‌آید. در رابطه (۳۹)، D قطر محیط فعال تقویت کننده است.

نمودارهای شکل ۸ نتایج حاصل از رابطه ۲۸ را به همراه محاسبه انرژی خروجی بر حسب فاصله میان مرکز دو باریکه عبوری برای حالت‌های خاص $J_{in} \ll J_s$ و $J_{in} \geq J_s$ ، به ترتیب روابط (۲۹) و (۳۰) برای دو مقدار دمش ۷۲ و ۹۸ ژول



شکل ۹. بستگی مشاهده شده برای انرژی خروجی تقویت کننده دو عبوری به فاصله میان مسیر اولین و دومین پرتو عبوری. اندازه‌گیری‌ها برای انرژی دمش ۹۸ ژول صورت گرفته است.

کننده‌های چند عبوری که بازدهی کاملاً به فاصله میان مسیر باریک‌های عبوری وابسته است به کار رود. علی‌رغم استفاده از سه فرض عدم تغییر رفتار زمانی تپ اپتیکی عبوری از تقویت کننده، کوچک بودن زمان عبور در مقایسه با پهنای زمانی تپ ورودی به تقویت کننده و عدم اعوجاج توزیع عرضی شدت اولین باریک عبوری علی‌رغم تأثیر متقابل باریک‌ها بر بهره اپتیکی، مدل همچنان به نتایج مناسب و قابل قبول منجر می‌شود. نتایج محاسبات نشان می‌دهند که حداقل بازدهی و انرژی خروجی برای تقویت کننده دو عبوری هنگامی رخ می‌دهد که مسیر باریک‌های لیزر طی دو عبور بر یکدیگر منطبق باشند. با دور شدن مسیر باریک‌ها از یکدیگر، تأثیر باریک‌ها بر یکدیگر کاهش می‌یابد و عملاً پس از آنکه فاصله مرکز باریک‌ها بیش از مجموع اندازه لکه باریک‌های عبوری از یکدیگر باشد، بیشترین بازدهی حاصل می‌شود و باریک‌ها حداکثر بهره انرژی را تجربه می‌کنند. این ملاحظات در کنار مشاهدات تجربی و مقایسه نتایج با محاسبه حالت خاص که مسیر باریک‌ها بر یکدیگر منطبق هستند، کارآمدی مدل را مورد تایید قرار می‌دهد.

نشان می‌دهد. مقایسه نتایج مدل با مقادیر تجربی نشان می‌دهد که هنگامی که مسیر باریک‌ها بیش از نصف مجموع اندازه لکه باریک‌ها از یکدیگر فاصله دارند، نتایج تجربی و تحلیلی کاملاً با یکدیگر سازگار هستند، (شکل ۹). در تمام حالت‌ها انرژی باریک ورودی به تقویت کننده ۱۹/۵ میلی ژول و قطر باریک ۲/۵ میلی متر است. با نزدیک شدن مسیر باریک‌ها به یکدیگر، مدل رفتار مشاهده شده تجربی را تا حد زیادی دنبال می‌کند و برای مسیر عبور یکسان برای دو باریک، مدل مقادیر کمتری را در حد ۱۰ تا ۲۰ درصد برای انرژی خروجی به دست می‌دهد.

مدل عرضه شده در این مقاله تعمیمی است بر مدل ارزشمند فرانتز- نادویک برای تقویت کننده‌های اپتیکی دو عبوری با فاصله دلخواه میان باریک‌ها، که می‌تواند در طراحی و بهینه‌سازی بازدهی سیستم‌های مفصل اپتیکی با تقویت کننده‌های دو و چند عبوری سودمند واقع شود.

این مدل می‌تواند بدون نیاز به حل عددی سیستم معادلات پاره‌ای آهنگ تفاوت انبوهی و چگالی فوتون، برای بهینه‌سازی تقویت کننده‌های ۲ عبوری، و با کاربرد مکرر آن برای تقویت

- Instrum.* **55**, 4 (1984) 477.
9. S Ghoreyshi, K Rahimian, A Hariri, *Opt. Commun.* **238** (2004)139.
 10. H Okada, H Yoshida, H Fujita, and M Nakatsuka, *Opt. Commun.* **260**, 1 (2005)277.
 11. S C Pearce, L M Ireland, and P E Dyer, *Opt. Commun.* **255** (2005) 297.
 12. N N Ilichev, A V Larikov, and A A Malyutin, *Sov. J. Quantum. Electron.* **20**, 11 (1991) 1336.
 ۱۳. ا.ح. فرهد، ر. بری، ن. مرشدیان، ف. تحصیلداران، م. ترکاشوند و م. جابری، شانزدهمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران، دانشگاه یزد (۱۳۸۸).
 1. B M Wouterghem, J R Murray, J H Campbell, D R Speck, C E Barker, I C Smith, D F Browning, W C Behrendt, *Appl. Opt.* **36** (1997) 4932.
 2. W H Lowdermilk, J E Murray, *Journal of Applied Physics*, **51**, 5 (1980) 2436.
 3. J E Murray, W H Lowdermilk, *Journal of Applied Physics*, **51**, 7 (1980) 3548.
 4. L M Frantz, and J S Nodvik, *Journal of Appl. Phys.* **34**, 8 (1963) 2346.
 5. W Koechner, “*Solid State Laser Engineering*”, 5th edition, Chapter 4, Springer (1999).
 6. M Scott Andrew, Gary Cook and Andrew P G Davies, *Appl. Opt.* **40** (2001) 2461.
 7. R S Hargrove, R Grove and T Kan, *IEEE Journal of Quantum Electron.* QE-**15**, 11 (1979) 1228.
 8. F Docchi, V Magni, and R Ramponi, *Rev. Sci.*