

محاسبه نیمه عمر واپاشی خوشه‌ای با در نظر گرفتن تغییر شکل هسته‌ها و سمت گیری نسبی آنها

پروانه نظرزاده راضیه باقری

گروه فیزیک، دانشگاه تفرش، تفرش

پست الکترونیکی: p.nazarzadeh@aut.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۳۹۵/۰۸/۱۶؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۶/۱۲/۱۳)

چکیده

در این مقاله، با استفاده از تقریب WKB و پتانسیل تقریبی Prox77، نیمه عمر واپاشی خوشه‌ای با در نظر گرفتن تغییر شکل هر دو هسته خوشه و دختر و برای سمت گیری نسبی ۰، ۱۵، ۳۵، ۴۵ و ۶۰ درجه، محاسبه و با نتایج آزمایشی مقایسه شده است. محاسبات نشان می‌دهند که این پتانسیل تقریبی نتایج خوبی را در مقایسه با نتایج آزمایشی و نتایج حاصل از مدل قطره مایع، LDM، ارائه می‌دهد. همچنین دیده می‌شود که با افزایش زاویه سمت گیری تمایل سامانه به واپاشی خوشه‌ای کم شده و به سمت پایداری میل می‌کند.

واژه‌های کلیدی: نیمه عمر، واپاشی خوشه‌ای، پتانسیل تقریبی

۱. مقدمه

در واپاشی ^{223}Ra همراه با گسیل ^{14}C و با نیمه عمر 3.7 ± 1 سال مشاهده شد.

بعد از آن خوشه‌های مختلفی در آزمایشگاه‌ها از مادرهای مختلف و در ناحیه فرا-سرب و با نیمه‌عمرهای نسبی 10^{11} تا 10^{30} ثانیه نسبت به واپاشی آلفا مشاهده شد. در حال حاضر در حدود ۲۰ خوشه در محدوده ^{14}C تا ^{24}Si که از هسته‌های مادر موجود در محدوده ^{223}Fr تا ^{242}Cm گسیل می‌شوند، مورد تأیید قرار گرفته است. [۱] واپاشی خوشه‌ای به عنوان یک فرایند حد واسط بین واپاشی ذره آلفا و شکافت خود به خودی شناخته می‌شود. فرایندهای حدی واپاشی‌های هسته‌ها با فرمول‌بندی

راديو اکتیویته خوشه‌ای، فرایندی نادر است که حد واسط بین واپاشی آلفا و شکافت خود به خودی قرار دارد و امروزه از هر دو جنبه آزمایشگاهی و نظری یک پدیده شناخته شده است [۱]. طبیعت نادر این فرایند به خاطر این واقعیت است که واپاشی خوشه‌ای پشت چندین گسیل آلفا پنهان شده است. در واقع این مدل واپاشی مشاهده می‌شد اما گویی چند گسیل آلفا صورت می‌گرفت. واپاشی مرموز یا رادیواکتیویته خوشه‌ای اولین بار توسط ساندولسکو و همکاران در سال ۱۹۸۰ [۲] پیش‌بینی و در سال ۱۹۸۴ در آزمایشگاه توسط رز و جونز [۳]

صورت مجموع سه جمله پتانسیل کولنی - پتانسیل هسته‌ای و پتانسیل گریز از مرکز است. یعنی می‌توان نوشت [۶]

$$V_T^l(R) = V_C(R, Z_i, \beta_{\gamma_i}, \theta_i) + V_N(R, A_i, \beta_{\gamma_i}, \theta_i) + V_l(R, A_i, \beta_{\gamma_i}, \theta_i), \quad (1)$$

V_C ، انرژی پتانسیل کولنی است و در حالتی که دو هسته خوشه و دختر همپوشانی نداشته باشند به صورت زیر نوشته می‌شود

$$V_C = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{R} + \sum_{\lambda, i} \frac{R_i^\lambda(\alpha_i)}{(\lambda+1)R^{\lambda+1}} \quad (2)$$

$$Y_\lambda^*(\theta_i) \left[\beta_{\lambda_i} + \frac{4}{\nu} \beta_{\lambda_i} Y_\lambda^*(\theta_i) \right],$$

در اینجا θ_i زاویه سمتگیری است که به صورت زاویه بین محور تقارن هسته با محور برخورد تعریف و در جهت پادساعتگرد از محور برخورد اندازه‌گیری می‌شود. α_i زاویه بین محور تقارن با بردار شعاع هسته‌های برخورد کننده است که در جهت ساعتگرد از محور تقارن اندازه‌گیری می‌شود. φ زاویه قطبی بین صفحات دو هسته حاصل از واپاشی است که برای هسته‌های هم صفحه برابر صفر است (دو هسته هم صفحه هستند). $Y_\lambda^*(\theta_i)$ هماهنگ کروی با $l = \lambda$ ، $m = 0$ و $\varphi = 0$ است. β_i ها عامل تغییر شکل هسته‌های خوشه و دختر می‌باشند. هندسه کلی این نوع واپاشی در حالتی که دو هسته خوشه و دختر کاملاً از یکدیگر جدا شده‌اند و با هم همپوشانی ندارند در شکل ۱ نشان داده شده است. در رابطه بالا $R_i(\alpha_i)$ از رابطه زیر به دست می‌آید [۷]

$$R_i(\alpha_i) = R_{i,1} \left[1 + \sum_{\lambda} \beta_{\lambda i} Y_\lambda^*(\alpha_i) \right], \quad (3)$$

$$R_{i,1} = 1.28 A_i^{1/3} - 0.76 + 0.18 A_i^{-1/3}, \quad (4)$$

V_N پتانسیل هسته‌ای و حاصل از برهم کنش هسته‌ای دو هسته خوشه و دختر است. این بخش از پتانسیل می‌تواند از روش‌های مختلفی از جمله استفاده از پتانسیل‌های تقریبی و یا پتانسیل چین‌خوردگی دوگانه [۸] محاسبه گردد. در این مقاله ما از پتانسیل تقریبی Prox77 برای حالتی که هر دو هسته خوشه و دختر به شکل بیضی‌گون باشند، استفاده کرده‌ایم. برای بخش هسته‌ای پتانسیل با استفاده از پتانسیل تقریبی Prox77 خواهیم داشت [۹].

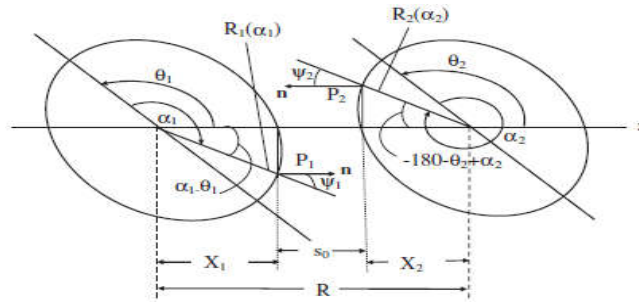
کاملاً متفاوتی توضیح داده می‌شوند که اولی واپاشی آلفا- مانند [۴] یک فرایند غیر بی‌دررو و دومی شکافت- مانند [۵] برعکس اولی یک فرایند بی‌دررو در نظر گرفته می‌شود. رادیواکتیویته خوشه‌ای با استفاده از مدل‌های مختلفی چه از راهبرد آلفا- مانند و چه از راهبرد شکافت- مانند، توضیح داده شده است.

محاسبه نیمه عمرهای واپاشی خوشه‌ای یکی از زمینه‌های پژوهشی در این حوزه است که معمولاً برای سادگی محاسبات، شکل هسته‌های حاصل از این نوع از واپاشی یعنی هسته‌های خوشه و دختر را کره در نظر می‌گیرند و یا یکی از آن دو را به صورت بیضی‌گون فرض می‌کنند.

در این نوشتار، اثر تغییر شکل‌های هر دو هسته خوشه و دختر و همچنین سمت گیری آنها نسبت به هم، بر نیمه عمرهای مربوط به واپاشی‌های خوشه‌ای مورد بررسی قرار گرفته است. برای محاسبه نیمه‌عمرها، از تقریب WKB به همراه پتانسیل تقریبی Prox77 به عنوان بخش هسته‌ای پتانسیل کل، استفاده شده است. در بخش ۱، پتانسیل سامانه مورد بررسی معرفی می‌شود، در بخش دوم مبانی نظری محاسبه نیمه‌عمر به طور مختصر توضیح داده می‌شود. نتایج حاصل از محاسبات و نتیجه‌گیری به ترتیب در بخش‌های سوم و چهارم ارائه شده است.

۲. پتانسیل واپاشی خوشه‌ای

برای محاسبه نیمه عمر واپاشی خوشه‌ای، ابتدا باید احتمال عبور دو هسته از سد پتانسیل پیش روی، را محاسبه کرد در این راه، باید پتانسیل حاکم بر سامانه را تعریف کنیم. در تعریف این پتانسیل فرض بر این است که هر دو هسته خوشه و دختر به صورت بیضی‌گون دوار هستند. بنابراین عامل تغییر شکل در محاسبات نقش تعیین کننده‌ای بازی می‌کند. برای سادگی در تمام محاسبات می‌توان از عامل تغییر شکل β_4 (چهارقطبی) استفاده کرد و جملات بالاتر را از قبیل β_6 و β_8 و ... را در نظر نگرفت. زیرا سهم این جملات بالاتر، کوچک و ناچیز است. انرژی پتانسیل کل سامانه هسته خوشه - هسته دختر به



شکل ۳. طرحی نمادین برای دو هسته تغییر شکل یافته و جهت گیری شده هم‌صفحه ($\varphi = 0$) [V].

$$\frac{1}{\bar{R}^2} = \frac{1}{R_{11}R_{12}} + \frac{1}{R_{21}R_{22}} + \frac{1}{R_{11}R_{22}} + \frac{1}{R_{21}R_{12}}, \quad (11)$$

که $R_{i1}(\alpha_i)$ و $R_{i2}(\alpha_i)$ با فرمول‌های زیر داده می‌شود [V]

$$R_{i1}(\alpha_i) = \frac{[R_i'(\alpha_i) + R_i''(\alpha_i)]^{\gamma_i}}{R_i'(\alpha_i) + \gamma_i R_i'(\alpha_i) - R_i(\alpha_i) R_i''(\alpha_i)}, \quad (12)$$

$$R_{i2}(\alpha_i) = \frac{R_i(\alpha_i) \sin(\alpha_i)}{\cos\left(\frac{\pi}{\gamma_i} - \alpha_i - \delta_i\right)}, \quad (13)$$

δ_i نیز از رابطه زیر به دست می‌آید [V]

$$\tan \delta_i = -\frac{R_i'(\alpha_i)}{R_i(\alpha_i)} \quad (14)$$

$R_i'(\alpha_i)$ و $R_i''(\alpha_i)$ به ترتیب مشتق اول و مشتق دوم $R_i(\alpha_i)$ نسبت به α_i است.

اگر $\alpha_1 = 0$ یا $\alpha_1 = 180^\circ$ یا $\alpha_2 = 180^\circ$ یا $\alpha_2 = 360^\circ$ باشد آنگاه داریم [V]

$$R_{i1}(\alpha_i) = R_{i2}(\alpha_i), \quad (15)$$

جمله سوم در معادله (۱)، برابر انرژی پتانسیل گریز از مرکز است. انرژی پتانسیل گریز از مرکز نیز توسط رابطه زیر داده می‌شود که در آن μ جرم کاهش یافته است

$$V_l = \frac{l(l+1)\hbar^2}{2\mu R^2}, \quad (16)$$

μ در رابطه فوق از رابطه $\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$ به دست می‌آید. l نیز اندازه حرکت زاویه‌ای منتقل شده در طول فرایند است که با توجه به شرط پایستگی اسپین-پارته به دست می‌آید. در واقع داریم

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}_1 + \mathbf{J}_2 + \mathbf{L}, \quad \pi = \pi_1 \pi_2 (-1)^l, \quad (17)$$

که در آن \mathbf{J} ، \mathbf{J}_1 و \mathbf{J}_2 به ترتیب اسپین هسته‌های مادر، دختر

$$V_p = \epsilon \gamma \bar{R} b \Phi(s_0), \quad (5)$$

که در آن b به عنوان پهنای سطح است که در برخی مراجع ۱ fm و در برخی ۰.۹۹ fm در نظر گرفته می‌شود. γ با عنوان ضریب ثابت انرژی سطحی به صورت زیر تعریف می‌شود

$$\gamma = 0.9517 \left[1 - 1.7826 \left(\frac{N-Z}{A} \right)^2 \right] \text{MeV fm}^{-2} \quad (6)$$

که N و Z تعداد پروتون‌ها و نوترون‌های هسته مادر است.

$\Phi(s_0)$ که فقط تابع فاصله جدایی هسته‌ها (s_0)، با توجه به

پتانسیل Prox77 به صورت زیر داده می‌شود [۹]

$$\Phi(s_0) = \begin{cases} -\frac{1}{\gamma} (s_0 - 2.54)^2 - 0.0852 (s_0 - 2.54)^3 & s_0 \leq 1.2511 \\ -3.237 \exp\left(-\frac{s_0}{0.75}\right) & s_0 \geq 1.2511 \end{cases} \quad (7)$$

با توجه به شکل ۱ برای هسته‌های بیضی‌گون خواهیم داشت [V]

$$s_0 = R - X_1 - X_2, \quad (8)$$

$$= R - R_1(\alpha_1) \cos(\theta_1 - \alpha_1) - R_2(\alpha_2) \cos(180^\circ + \theta_2 - \alpha_2), \quad (9)$$

اگر φ زاویه سمتی بین صفحه‌های اصلی دو هسته و R_{i1} شعاع انحنای اصلی در نزدیک‌ترین نقاط بین دو هسته (یعنی s_0 کمینه) باشد. در این صورت شعاع انحنای \bar{R} به

وسیله فرمول زیر داده می‌شود [V]

$$\frac{1}{\bar{R}^2} = \frac{1}{R_{11}R_{12}} + \frac{1}{R_{21}R_{22}} + \left[\frac{1}{R_{11}R_{21}} + \frac{1}{R_{12}R_{22}} \right] \sin^2 \varphi + \left[\frac{1}{R_{11}R_{22}} + \frac{1}{R_{21}R_{12}} \right] \cos^2 \varphi \quad (10)$$

از آنجایی که هسته‌ها هم‌صفحه در نظر گرفته شده و در نتیجه

$\varphi = 0$ است رابطه (۱۱) به صورت زیر مختصر می‌شود.

که در برگرفته اطلاعات بسیار مهمی درباره ساختار هسته مخصوصاً تغییر شکل آن است و برای محاسبه نیمه عمر ضروری است. این عامل نشان دهنده احتمال تشکیل خوشه در درون هسته مادر و سپس خروج آن است. با بررسی مقادیر آزمایشی برای واکنش های موجود و با استفاده از روش حداقل مربعات کمیت P_0 محاسبه می گردد. در ناحیه ای که همپوشانی وجود دارد روش درون یابی توانی قابل استفاده است [۱۱].

۴. محاسبات و نتایج

نیمه عمرهای ۳۲ واکنش زیر (که اطلاعات مورد نیاز در دسترس بوده است) را برای هسته های تغییر شکل داده شده چهار قطبی ($\lambda=2$) در جهت گیری ثابت $\theta_1=180^\circ$ برای هسته دختر و جهت گیری های مختلف $\theta_2=0, 15, 30, 45, 60^\circ$ درجه برای خوشه، بدون در نظر گرفتن عامل P_0 ، به دست آورده شده اند. نتایج در جدول ۱ ارائه شده است. همان طور که دیده می شود اختلاف نتایج محاسبه شده با نتایج آزمایشی [۱۲]، با زیاد شدن زاویه تابش خوشه، زیادتر می شود. در مرحله بعدی محاسبات با در نظر گرفتن عامل P_0 ، برای هر زاویه انجام می گیرد. جدول ۲ این نتایج را نشان می دهد. در جدول ۲، نتایج حاصل از مدل قطره مایع، LDM، [۱۳] نیز برای مقایسه آورده شده است. عامل های تغییر شکل، β_i ها، از مرجع [۱۴]، مقادیر l برای هر واکنش از مرجع [۱۵] و مقادیر Q از مرجع [۱۶] گرفته شده است.

P_0 های محاسبه شده برای هر زاویه از طریق روش حداقل

مربعات به صورت زیر هستند

$$P_0 = 10^{2.66\beta_{22}(\beta_{22}+1)+0.18A_4-1.29}, \quad \theta_2 = 15^\circ \text{ برای}$$

$$P_0 = 10^{2.89\beta_{22}(\beta_{22}+1)+0.6A_4-3.42}, \quad \theta_2 = 30^\circ \text{ برای} \quad (22)$$

$$P_0 = 10^{2.37\beta_{22}(\beta_{22}+1)+1.6A_4-9.27}, \quad \theta_2 = 60^\circ \text{ برای}$$

۵. نتیجه گیری

در این مقاله ابتدا نیمه عمر خوشه های تابش شده با در نظر گرفتن تغییر شکل چهار قطبی در جهت گیری های مختلف

و خوشه گسیل شده می باشند. π و π_1 و π_2 نیز به ترتیب پارامترهای هسته های مادر، دختر و خوشه است.

۳. محاسبه نیمه عمر واپاشی خوشه ای با استفاده از

تقریب WKB

یکی از روش های معمول و موفق برای محاسبه نیمه عمر، استفاده از تقریب یک بعدی WKB است، شبیه به آنچه که در کتاب های مکانیک کوانتومی برای واپاشی آلفا صورت می گیرد. با استفاده از تقریب WKB نیمه عمر واپاشی خوشه ای به صورت زیر خواهد بود

$$T_{1/2} = \frac{\pi \ln 2}{P_0 E_\nu} \times [1 + \exp(K)], \quad (18)$$

$\exp(K)$ در رابطه فوق احتمال عبور از سد پتانسیل است و K از طریق رابطه زیر به دست می آید

$$K = \frac{2}{\hbar} \int_{R_a}^{R_b} \sqrt{2\mu(V(R)-Q)} dr, \quad (19)$$

در این معادله $V(R)$ از رابطه (۱) محاسبه می گردد. در انتگرال بالا R_a و R_b نقاط بازگشتی در تقریب WKB هستند که با استفاده از شرط $V(R_a) = V(R_b) = Q$ تعیین می گردند. Q انرژی آزاد شده در حین فرایند واپاشی است. E_ν انرژی ارتعاشی است که روابط تجربی زیر برای تعیین آن استفاده می شوند [۱۰]

$$E_\nu' = Q \left\{ 0.056 + 0.039 \exp \left[\frac{4 - A_\nu}{2.5} \right] \right\}, \text{ برای } A_\nu \geq 4 \quad (20)$$

A_ν در رابطه فوق عدد جرمی خوشه گسیل شده است و برای هسته های مختلف مادر به صورت زیر تعریف می شوند

$$E_\nu = E_\nu' \times \begin{cases} 1/105, & e-e \text{ برای} \\ 0/947, & e-o \text{ برای} \\ 1/000, & o-o \text{ برای} \\ 0/748, & o-o \text{ برای} \end{cases} \quad (21)$$

رابطه فوق بیان می کند که آهنگ گسیل خوشه از هسته مادر $e-e$ بزرگتر از آهنگ گسیل خوشه از هسته مادر $e-o$ و $o-o$ است. این رابطه اثر زوج و فرد بودن هسته مادر بر روی نیمه عمر واپاشی آلفا و خوشه های بزرگتر را نشان می دهد. P_0 در رابطه (۲) یک عامل بسیار مهم است، چرا

جدول ۱. مقایسه نیمه عمر واپاشی خوشه‌ای به دست آمده توسط پتانسیل تقریبی Prox77 در جهت گیری‌های مختلف با نتایج آزمایشگاهی [۱۲] بدون در نظر گرفتن P .

$\log_{10} T_{1/2}$	$\log_{10} T_{1/2}$ $\theta_r = 60$	$\log_{10} T_{1/2}$ $\theta_r = 45$	$\log_{10} T_{1/2}$ $\theta_r = 30$	$\log_{10} T_{1/2}$ $\theta_r = 15$	$\log_{10} T_{1/2}$ $\theta_r = 0$	واکنش	
>۱۶٫۸	۴۰٫۲۳	۳۳٫۲۵	۲۶٫۷۶	۲۱٫۸	۱۶٫۴	${}^{26}_{90}\text{Th} \rightarrow {}^{208}_{82}\text{Pb} + {}^{18}_8\text{O}$	۱
۲۰٫۷	۴۵٫۱۹	۴۵٫۱۹	۳۷٫۶۲	۳۰٫۶۱	۱۹٫۴۴	${}^{228}_{90}\text{Th} \rightarrow {}^{208}_{82}\text{Pb} + {}^{20}_8\text{O}$	۲
۱۹٫۶	۴۷٫۸۳	۴۲٫۶۶	۳۲٫۷۷	۲۴٫۲	۱۷٫۱۲	${}^{230}_{92}\text{U} \rightarrow {}^{208}_{82}\text{Pb} + {}^{22}_{10}\text{Ne}$	۳
>۲۶	۵۳٫۵۲	۴۰٫۰۹	۳۲٫۹۱	۲۶٫۶۴	۲۱٫۵۱	${}^{231}_{91}\text{Pa} \rightarrow {}^{208}_{82}\text{Pb} + {}^{23}_9\text{F}$	۴
۲۴٫۶	۵۰٫۱۴	۴۱٫۸۲	۳۴٫۱۳	۲۴٫۷۷	۲۱٫۹۷	${}^{230}_{90}\text{Th} \rightarrow {}^{206}_{80}\text{Hg} + {}^{24}_{10}\text{Ne}$	۵
>۲۹	۵۳٫۵۴	۴۵٫۱۹	۳۷٫۴۵	۳۰٫۷	۲۵٫۱۸	${}^{232}_{90}\text{Th} \rightarrow {}^{208}_{80}\text{Hg} + {}^{24}_{10}\text{Ne}$	۶
۲۲٫۹	۴۷٫۱۳	۳۸٫۹۹	۳۱٫۳۱	۲۴٫۶۵	۱۹٫۲۱	${}^{231}_{91}\text{Pa} \rightarrow {}^{207}_{81}\text{Tl} + {}^{24}_{10}\text{Ne}$	۷
>۱۸٫۲	۴۷٫۵۴	۳۹٫۱۶	۳۱٫۴۳	۲۴٫۷۲	۱۹٫۲۵	${}^{230}_{92}\text{U} \rightarrow {}^{206}_{82}\text{Pb} + {}^{24}_{10}\text{Ne}$	۸
۲۰٫۴	۴۵٫۵۸	۳۷٫۲۷	۲۹٫۶	۲۲٫۹۴	۱۷٫۵۲	${}^{232}_{92}\text{U} \rightarrow {}^{208}_{82}\text{Pb} + {}^{24}_{10}\text{Ne}$	۹
۲۴٫۸	۴۸٫۶۶	۴۰٫۲۹	۳۲٫۵۶	۲۵٫۸۴	۲۰٫۳۵	${}^{233}_{92}\text{U} \rightarrow {}^{209}_{82}\text{Pb} + {}^{24}_{10}\text{Ne}$	۱۰
>۲۶	۵۱٫۱	۴۲٫۷۱	۳۴٫۹۵	۲۸٫۱۹	۲۲٫۶۷	${}^{234}_{92}\text{U} \rightarrow {}^{210}_{82}\text{Pb} + {}^{24}_{10}\text{Ne}$	۱۱
۲۷٫۴	۵۳٫۴۳	۴۵٫۰۲	۳۷٫۲۳	۳۰٫۴۴	۲۴٫۸۸	${}^{235}_{92}\text{U} \rightarrow {}^{211}_{82}\text{Pb} + {}^{24}_{10}\text{Ne}$	۱۲
>۲۶	۵۶٫۰۹	۴۷٫۶۵	۳۹٫۸۲	۳۲٫۹۸	۲۷٫۲	${}^{236}_{92}\text{U} \rightarrow {}^{212}_{82}\text{Pb} + {}^{24}_{10}\text{Ne}$	۱۳
۲۴٫۸	۵۴٫۷۲	۴۴٫۴۴	۳۵٫۰۷	۲۷٫۰۱	۲۰٫۴۶	${}^{233}_{92}\text{U} \rightarrow {}^{208}_{82}\text{Pb} + {}^{25}_{10}\text{Ne}$	۱۴
۲۷٫۴	۵۹٫۸۱	۴۹٫۵۲	۴۰٫۰۶	۳۱٫۸۹	۲۵٫۲۳	${}^{235}_{92}\text{U} \rightarrow {}^{210}_{82}\text{Pb} + {}^{25}_{10}\text{Ne}$	۱۵
۲۹٫۲	۶۵٫۵۹	۵۴٫۷۵	۴۴٫۸۷	۳۶٫۳۳	۲۹٫۳۷	${}^{237}_{90}\text{Th} \rightarrow {}^{206}_{80}\text{Hg} + {}^{26}_{10}\text{Ne}$	۱۶
>۲۶	۵۸٫۴۱	۴۷٫۷۴	۳۸٫۰۴	۲۹٫۶۹	۲۲٫۹	${}^{234}_{92}\text{U} \rightarrow {}^{208}_{82}\text{Pb} + {}^{26}_{10}\text{Ne}$	۱۷
>۲۶	۶۳٫۲۱	۵۲٫۴۸	۴۲٫۷	۳۴٫۲۶	۲۷٫۳۷	${}^{236}_{92}\text{U} \rightarrow {}^{210}_{82}\text{Pb} + {}^{26}_{10}\text{Ne}$	۱۸
>۲۲٫۷	۷۰٫۵۲	۵۶٫۱	۴۲٫۹۵	۳۱٫۶۱	۲۲٫۳۱	${}^{234}_{92}\text{U} \rightarrow {}^{204}_{80}\text{Hg} + {}^{28}_{12}\text{Mg}$	۱۹
>۲۷٫۶	۶۹٫۲۸	۵۴٫۷۴	۴۱٫۶۵	۳۰٫۴۱	۲۱٫۲۲	${}^{233}_{92}\text{U} \rightarrow {}^{205}_{80}\text{Hg} + {}^{28}_{12}\text{Mg}$	۲۰
۲۵٫۷	۶۸٫۸۹	۵۴٫۳۶	۴۱٫۳۱	۳۰٫۱۱	۲۰٫۹۶	${}^{234}_{92}\text{U} \rightarrow {}^{206}_{80}\text{Hg} + {}^{28}_{12}\text{Mg}$	۲۱
>۲۸	۷۲٫۱۴	۵۷٫۵۸	۴۴٫۴۵	۳۳٫۱۵	۲۳٫۸۹	${}^{235}_{92}\text{U} \rightarrow {}^{207}_{80}\text{Hg} + {}^{28}_{12}\text{Mg}$	۲۲
۲۷٫۶	۷۲٫۲۸	۵۷٫۷۲	۴۴٫۶	۳۳٫۳۱	۲۴٫۰۷	${}^{236}_{92}\text{U} \rightarrow {}^{208}_{80}\text{Hg} + {}^{28}_{12}\text{Mg}$	۲۳
۲۱٫۷	۶۴٫۰۹	۴۹٫۵۳	۳۶٫۵۱	۲۵٫۳۸	۱۶٫۳۲	${}^{236}_{94}\text{Pu} \rightarrow {}^{208}_{82}\text{Pb} + {}^{28}_{12}\text{Mg}$	۲۴
۲۵٫۷	۶۹٫۳۷	۵۴٫۷۱	۴۱٫۵۶	۳۰٫۲۸	۲۱٫۰۶	${}^{238}_{94}\text{Pu} \rightarrow {}^{210}_{82}\text{Pb} + {}^{28}_{12}\text{Mg}$	۲۵
۲۷٫۶	۶۲٫۰۸	۵۱٫۰۳	۴۰٫۹۶	۳۲٫۳۱	۲۵٫۳۲	${}^{236}_{92}\text{U} \rightarrow {}^{206}_{80}\text{Hg} + {}^{30}_{12}\text{Mg}$	۲۶
۲۷٫۶	۶۰	۴۸٫۹۲	۳۸٫۸۵	۳۰٫۲	۲۳٫۲۳	${}^{237}_{93}\text{Np} \rightarrow {}^{207}_{81}\text{Tl} + {}^{30}_{12}\text{Mg}$	۲۷
۲۵٫۷	۵۸٫۴۲	۴۷٫۳۵	۳۷٫۲۷	۲۸٫۶۴	۲۱٫۶۸	${}^{238}_{94}\text{Pu} \rightarrow {}^{208}_{82}\text{Pb} + {}^{30}_{12}\text{Mg}$	۲۸
۲۵٫۳	۷۰٫۹۱	۵۵٫۷۷	۴۲٫۳۳	۳۰٫۹۷	۲۱٫۹	${}^{238}_{94}\text{Pu} \rightarrow {}^{206}_{80}\text{Hg} + {}^{32}_{12}\text{Si}$	۲۹
>۲۵٫۵	۷۳٫۹۹	۵۸٫۰۷	۴۳٫۹۷	۳۲٫۰۹	۲۲٫۶۳	${}^{240}_{94}\text{Pu} \rightarrow {}^{206}_{80}\text{Hg} + {}^{34}_{12}\text{Si}$	۳۰
>۲۵٫۳	۷۲٫۱	۵۶٫۱۳	۴۲٫۰۲	۳۰٫۱۴	۲۰٫۶۹	${}^{241}_{95}\text{Am} \rightarrow {}^{207}_{81}\text{Tl} + {}^{34}_{12}\text{Si}$	۳۱
۲۳٫۲	۷۰٫۲	۵۴٫۲۲	۴۰٫۱۱	۲۸٫۲۷	۱۸٫۸۶	${}^{242}_{96}\text{Cm} \rightarrow {}^{208}_{82}\text{Pb} + {}^{34}_{12}\text{Si}$	۳۲

حداقل مربعات محاسبه شدند. به علت کم بودن اختلاف بین داده‌های آزمایشی (بدون در نظر گرفتن P) و نتایج محاسبات در زاویه $\theta_r = 0^\circ$ می‌توان گفت که پتانسیل Prox77 به عنوان پتانسیل هسته‌ای برای محاسبات نیمه عمر واپاشی خوشه‌ای

هسته خوشه با استفاده از پتانسیل تقریبی Prox77، بدون در نظر گرفتن پارامتر P ، به دست آورده شدند. سپس با در نظر گرفتن اختلاف مقادیر به دست آمده و مقادیر آزمایشی موجود، روابط مناسب برای P در زوایای مختلف با استفاده از روش

جدول ۲. مقایسه نیمه عمر واپاشی خوشه‌ای با وارد کردن عبارت P در زوایای مختلف جهت‌گیری با داده‌های آزمایشی نیمه‌عمر [۱۲] و نیمه‌عمر به دست آمده از مدل قطره مایع LDM [۱۳].

شماره واکنش	$\theta_p = 0$	$\theta_p = 15$	$\theta_p = 30$	$\theta_p = 45$	$\theta_p = 60$	exp	LDM
۱	۱۸٫۶۶	۱۸٫۹۷	۱۹٫۲	۲۰٫۶۱	۲۰٫۱۸	>۱۶٫۸	۱۸٫۹۱
۲	۲۱٫۹۳	۲۲٫۰۵	۲۲	۲۲٫۹۷	۲۲٫۲۴	۲۰٫۷	۲۱٫۶۱
۳	۲۰٫۱۷	۲۰٫۲۵	۱۹٫۱۵	۱۹٫۹۲	۱۹٫۰۳	۱۹٫۶	۲۱٫۴
۴	۲۴٫۲۳	۲۴٫۰۹	۲۳٫۹۶	۲۴٫۲۹	۲۳٫۲۱	>۶	۲۴٫۲۶
۵	۲۴٫۸۱	۲۴٫۷۲	۲۴٫۶۴	۲۴٫۹۹	۲۴٫۰۴	۲۴٫۶	۲۵٫۴۵
۶	۲۸٫۰۲	۲۷٫۹۸	۲۷٫۹۶	۲۸٫۳۶	۲۷٫۴۴	>۹	۲۸٫۷۶
۷	۲۲٫۲۷	۲۲٫۱۵	۲۲٫۰۶	۲۲٫۴۱	۲۱٫۴۶	۲۲٫۹	۲۱٫۹۳
۸	۲۲٫۰۹	۲۲	۲۱٫۹۵	۲۲٫۳۳	۲۱٫۴۴	>۱٫۲	۲۱٫۹۷
۹	۲۰٫۳۷	۲۰٫۲۲	۲۰٫۱۱	۲۰٫۴۴	۱۹٫۴۸	۲۰٫۴	۱۹٫۹۹
۱۰	۲۳٫۲	۲۳٫۱۲	۲۳٫۰۷	۲۳٫۴۶	۲۲٫۵۶	۲۴٫۸	۲۳٫۳۶
۱۱	۲۵٫۵۱	۲۵٫۴۷	۲۵٫۴۶	۲۵٫۸۸	۲۴٫۹۹	>۶	۲۶٫۵۴
۱۲	۲۷٫۷۳	۲۷٫۷۲	۲۷٫۷۴	۲۸٫۱۹	۲۷٫۳۳	۲۷٫۴	۲۹٫۴
۱۳	۳۰٫۲۲	۳۰٫۲۶	۳۰٫۳۳	۳۰٫۸۲	۲۹٫۹۹	>۶	۳۲٫۱۸
۱۴	۲۳٫۵۴	۲۳٫۶۶	۲۳٫۴۹	۲۴٫۱۹	۲۳٫۷۵	۲۴٫۸	۲۳٫۱۵
۱۵	۲۸٫۳۲	۲۸٫۵۴	۲۸٫۴۸	۲۹٫۲۸	۲۸٫۹۱	۲۷٫۴	۲۹٫۰۸
۱۶	۲۹٫۴۶	۲۹٫۴۲	۲۹٫۱۴	۲۹٫۶۳	۲۹٫۰۳	۲۹٫۲	۲۹٫۷۲
۱۷	۲۶٫۰۹	۲۶٫۱۳	۲۵٫۵۳	۲۶٫۳۴	۲۵٫۷۷	>۶	۲۵٫۹۱
۱۸	۳۰٫۵۸	۳۰٫۷۲	۳۰٫۵۲	۳۱٫۱۱	۳۰٫۶۱	>۶	۳۱٫۴۸
۱۹	۲۶٫۰۸	۲۶٫۵۶	۲۵٫۱۷	۲۶٫۶۶	۲۶٫۴۱	>۲٫۷	۲۵٫۷۴
۲۰	۲۴٫۹۸	۲۵٫۳۶	۲۳٫۸۷	۲۵٫۳	۲۵٫۱۷	>۷٫۶	۲۵٫۷۸
۲۱	۲۴٫۷۳	۲۵٫۰۷	۲۴٫۱۳	۲۴٫۹۳	۲۴٫۷۸	۲۵٫۷	۲۵٫۹
۲۲	۲۷٫۶۵	۲۸٫۱	۲۷٫۲۷	۲۸٫۱۵	۲۸٫۰۳	>۸	۲۹٫۲۶
۲۳	۲۷٫۸۴	۲۸٫۲۷	۲۷٫۴۲	۲۸٫۲۸	۲۸٫۱۷	۲۷٫۶	۲۹٫۳۴
۲۴	۲۰٫۰۹	۲۰٫۳۳	۱۹٫۳۳	۲۰٫۰۹	۱۹٫۹۸	۲۱٫۷	۲۰
۲۵	۲۴٫۸۲	۲۵٫۳۳	۲۴٫۳۸	۲۵٫۲۷	۲۵٫۲۶	۲۵٫۷	۲۶٫۳۴
۲۶	۲۸٫۸۸	۲۸٫۴۹	۲۷٫۹۲	۲۷٫۵۱	۲۶٫۳۵	۲۷٫۶	۲۹٫۲۸
۲۷	۲۶٫۷۹	۲۶٫۳۸	۲۵٫۸	۲۵٫۳۹	۲۴٫۲۶	۲۷٫۶	۲۶٫۵۴
۲۸	۲۵٫۲۴	۲۴٫۸۱	۲۴٫۲۲	۲۳٫۸۲	۲۲٫۷	۲۵٫۷	۲۴٫۸۳
۲۹	۲۵٫۸۳	۲۶٫۳۲	۲۶٫۵۵	۲۷٫۶۴	۲۸٫۵۹	۲۵٫۳	۲۵٫۷۳
۳۰	۲۶٫۸	۲۷٫۰۷	۲۶٫۹۹	۲۷٫۶۸	۲۸٫۴۵	>۲۵٫۵	۲۶٫۰۸
۳۱	۲۴٫۸۶	۲۵٫۱۱	۲۵٫۰۴	۲۵٫۷۵	۲۶٫۵۶	>۲۵٫۳	۲۳٫۳۲
۳۲	۲۳٫۰۴	۲۳٫۲۶	۲۳٫۱۵	۲۳٫۸۶	۲۴٫۶۹	۲۳٫۲	۲۱٫۱۱

دستگاه به سمت پایداری می‌رود و تمایلی به واپاشی ندارد. در نهایت می‌توان گفت که مدل پتانسیل Prox77 برای به دست آوردن نیمه‌عمر در واپاشی خوشه‌ای قابل قبول است. نتایج حاصل از LDM [۱۳] برای مقایسه ذکر شده است که نشان دهنده توافق خوب محاسبات با نتایج این مدل است.

پتانسیلی مناسب است. برای همه زوایای جهت‌گیری خوشه، P به عدد جرمی و پارامتر تغییر شکل چهارقطبی خوشه واپاشی شده بستگی دارد. ضریب $(\beta_{p2} + 1)$ و A_p با افزایش زاویه جهت‌گیری θ_p افزایش می‌یابد. با مقایسه نتایج به دست آمده می‌توان گفت که با افزایش زاویه جهت‌گیری،

مراجع

9. J Blocki, J Randrup, W J Swiatecki, and C F Tsang, *Ann. Phys. (NY)* **105** (1977) 427.
10. D N Poenaru *et.al.*, *At. Data Nucl. Data Tables* **34** (1986) 423.
11. Y J Shi and W J Swiatecki, *Nucl. Phys. A* **464** (1987) 205.
12. R Bonetti and A Guglielmetti, *Rom. Rep. Phys.* **59** (2007) 301.
13. G Royer and R Moustachir, *Nucl. Phys. A* **683** (2001) 182.
14. P Moller and J R Nix, *At. Data Nucl. Data Tables* **59** (1995) 185.
15. L Zheng, G L Zhang, J C Yang, and W W Qu, *Nucl. Phys. A* **915** (2013) 70.
16. M Wang *et al.*, *Chin. Phys. C* **36** (2007) 1603.
1. K P Santhosh, B Priyanka, and M S Unnikrishnan, *Nucl. Phys. A* **889** (2012) 29.
2. A Sandulescu, D N Poenaru, and W Greiner, *Sov. J. Part. Nucl.* **11** (1980) 528.
3. H J Rose and G A Jones, *Nature* **307** (1984) 245.
4. S S Malik and R K Gupta, *Phys. Rev. C* **39** (1989) 1992.
5. D N Poenaru, M Ivascu, A Sandulescu, and W Greiner, *Phys. Rev. C* **32** (1985) 572.
6. C W de Jager, H de Vries, and C de Vries, *At. Data Nucl. Data Tables* **14** (1974) 479.
7. R K Gupta, N Singht, and M Manhas, *Phys. Rev. C* **70** (2004) 034608.
8. G G Adamian, N V Antonenko, R V Jolos, S P Ivanova, and O I Melnikova, *Int. J. Mod. Phys. E* **5** (1996) 191.