

یک سویه سازی نانوماشین کازیمیری با یک سیگنال موج مثلثی

علی مرادیان^۱، محمدرضا ستاره^۲ و سیده نسرین سیدزاهدی^۱

۱. دانشگاه کردستان، دانشکده علوم پایه و فنی مهندسی بیجار

۲. دانشگاه کردستان، دانشکده علوم پایه، گروه فیزیک

پست الکترونیکی: a.moradian@uok.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۳۹۵/۰۳/۱۲؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۵/۱۱/۱۶)

چکیده

در این مقاله یک نانوسیستم کازیمیری مرکب از دو قرص دی الکتریک مجزا را که هوا در فاصله بین آنها قرار دارد، مورد بررسی قرار می دهیم. هر کدام از قرص ها دارای نواحی دی الکتریک چهارگانه هستند و نواحی یکسان آنها در مقابل یکدیگر قرار گرفته اند. با استفاده از رهیافت پراکندگی در حد جفت شدگی ضعیف نشان می دهیم که اگر قرص بالایی به اندازه زاویه θ حول محور خود دوران کند، قرص پایینی یک گشتاور $\tau(\theta) \propto \sin\theta$ را تجربه می کند. در ادامه دینامیک این سیستم را در حضور بار خارجی بررسی می کنیم و سرعت زاویه ای میانگین غیر صفر را برای قرص بالایی به دست می آوریم.

واژه های کلیدی: سیستم نانوکازیمیری، دی الکتریک، یک سویه سازی، رهیافت پراکندگی

۱. مقدمه

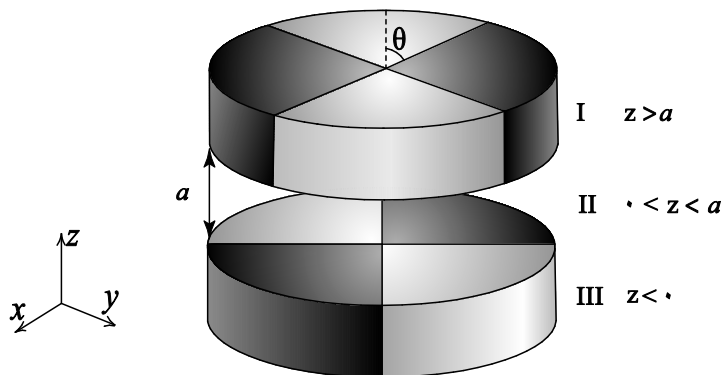
پیشرفت سریع فناوری نانو از یکسو و ماهیت ویژه نیروی کازیمیر از سوی دیگر، سبب می شوند که این نیرو به عنوان پیشنهاد جدیدی برای طراحی سیستم های نانومکانیکی معرفی شود.

امروزه نیروی کازیمیر عرضی که از شکست تقارن عرضی ناشی می شود، در طراحی نانو ابزارهایی با اجزای بدون تماس در بسیاری از بررسی ها مورد توجه قرار گرفته است [۱ - ۴].

در حالی که عمده مطالعات نظری نیروی کازیمیر به بررسی برهم کنش بین صفحات رسانای ایده آل می پرداختند، لیف شیتز یک نظریه عمومی تر را برای صفحات دی الکتریک ارائه داد [۵].

این نیرو که نیروی کازیمیر- لیف شیتز نیز نامیده می شود بعدها در مطالعات بسیاری مورد بررسی قرار گرفت [۶ و ۷] و به عنوان پیشنهادی برای گسترش سیستم های نانو و میکرو الکترومکانیکی مطرح شد [۸ و ۹]. در رهیافت پراکندگی که یکی از روش های بررسی اثر کازیمیر بوده و مبتنی بر ضرایب بازتاب از محیط هاست، می توان گشتاور کازیمیر را برای سیستم های متعددی به دست آورد [۱۰ و ۱۱].

ما در اینجا سیستم کوچکی متشکل از دو استوانه با ساختار دی الکتریک دوره ای را که مانند شکل ۱ دارای اختلاف فاز اولیه هستند در نظر می گیریم. برای محاسبه انرژی و گشتاور کازیمیر در این سیستم از شکل ساده شده پراکندگی چندگانه



شکل ۱. طرحی از سیستم مورد بررسی مرکب از دو استوانه دی الکتریک.

سیستم کوچک مقیاس شکل ۱ متشکل از دو استوانه دی الکتریک را که با لایه ای از خلأ از هم جدا شده اند، در نظر می گیریم. هر کدام از این قرص ها از دو ماده دی الکتریک با ضرایب دی الکتریک k_1 و k_2 تشکیل شده است که دارای ساختار دوره ای با دوره تناوب π می باشند. صفحات $z = 0$ و $z = a$ سطوح قرص های بالایی و پایینی را مشخص می کنند. برای این پیکربندی حد جفت شدگی ضعیف از رهیافت پراکندگی را که با رابطه (۱) بیان شده است، به کار می بریم

$$E = -\frac{23 \hbar c}{(4\pi)^3} \int_{\beta} d\vec{r} \int_{\beta} d\vec{r}' \frac{\sigma_s(\varphi) \sigma_a(\varphi')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3}, \quad (2)$$

که در این معادله $\sigma_s(\varphi)$ و $\sigma_a(\varphi')$ به ترتیب اختلاف توابع توزیع دی الکتریک نسبی قرص پایینی و قرص بالایی با گذردهی الکتریکی خلأ می باشند. بر اساس شکل ۱ می توان نوشت

$$\sigma_s(\varphi) = \delta_i \left\{ \theta(\varphi) \theta\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) + \theta(\varphi - \pi) \theta\left(\frac{3\pi}{2} - \varphi\right) \right\} + \delta_2 \left\{ \theta\left(\varphi - \frac{\pi}{2}\right) \theta(\pi - \varphi) + \theta\left(\varphi - \frac{3\pi}{2}\right) \theta(2\pi - \varphi) \right\}, \quad (3)$$

$\theta(x)$ تابع پله هویساید می باشد و δ_i اختلاف نسبی ثابت دی الکتریک i ام با هوا را مشخص می کند. δ_i کمیتی است که کوچک بودن آن سبب شده است بتوانیم حد جفت شدگی ضعیف از روش پراکندگی استفاده کنیم و به صورت زیر تعریف شده است

$$\delta_i = k_i - 1, \quad i = 1, 2. \quad (4)$$

که همان حد جفت شدگی ضعیف است، استفاده می کنیم. با بررسی هایی که در بخش بعد انجام خواهیم داد، وجود گشتاور کازیمیر دوره ای را در چنین سیستمی اثبات می کنیم. سپس با در نظر گرفتن انواع حرکت برای قرص پایینی، حرکت سیستم را در حضور بار خارجی بررسی می کنیم و نشان خواهیم داد که میانگین سرعت زاویه ای قرص غیر صفر خواهد بود و به این ترتیب یک سویه سازی نانوماشین مورد بررسی را نشان خواهیم داد.

۲. معرفی مدل

انرژی برهم کنش میدان الکترومغناطیسی برای دو جسم به حجم های β و β' و ثابت های دی الکتریک نسبی k و k' در پایین ترین مرتبه به صورت ساده زیر در می آید [۱۲]

$$E = -\frac{23 \hbar c}{(4\pi)^3} (k-1)(k'-1) \int_{\beta} d\vec{r} \int_{\beta} d\vec{r}' \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3}, \quad (1)$$

که حد جفت شدگی ضعیف رهیافت پراکندگی نامیده می شود و تنها یک تک پراکندگی بین اجسام را توصیف می کند. در واقع جفت شدگی ضعیف به معنای $k \rightarrow 1$ است.

میلتون و همکارانش در مرجع [۱۳] با استفاده از حد جفت شدگی ضعیف برای یک بره دی الکتریک با گستردگی متناهی بالای یک صفحه دی الکتریک نامتناهی، نیرو و گشتاور نیروی کازیمیر را محاسبه کرده و به این موضوع تأکید کرده اند که برای محیط های دی الکتریک رقیق حد جفت شدگی ضعیف منجر به جواب دقیق می شود.

$$\zeta \frac{d\theta_{dif}}{dt} + \zeta \frac{d\theta_{bottom}}{dt} + \tau_{max} \sin(\theta_{dif}) + \tau_{ext} = 0, \quad (9)$$

در این رابطه $d\theta_{bottom}/dt$ سرعت زاویه‌ای قرص پایینی است و به نوع حرکت آن قرص بستگی دارد. با معرفی مقیاس زمانی مناسب $t_s = \tau_{max} / \tau_{max}$ پارامترهای بی‌بعد زیر را تعریف می‌کنیم

$$T = \frac{t}{t_s} = \frac{\tau_{max}}{\tau_{max}} t, \quad Z = -\frac{\theta_{dif}}{\tau_{max}}. \quad (10)$$

با وجود تفاوت‌های عمده‌ای که در مسائل و نیروهای مورد بررسی وجود دارد، معادله حرکت (۷) شبیه به معادلات حرکت مورد بررسی در مطالعاتی مانند مراجع [۳، ۴ و ۱۴] است و مراحل بی‌بعدسازی و حل معادله هم مشابه خواهند بود.

بر اساس بی‌بعدسازی معرفی شده در رابطه (۱۰) معادله حرکت (۹) در رژیم تند میرا به صورت زیر در می‌آید

$$\frac{dZ}{dT} + \sin(\tau_{max} Z) = \frac{d\theta_{bottom}}{dT} + I_0, \quad (11)$$

که در آن $I_0 = \tau_{ext} / \tau_{max}$ می‌باشد. در قسمت‌های بعد معادله حرکت (۱۱) را برای وضعیت‌های مختلف حرکت قرص پایینی حل کرده و وضعیت یک سویه سازی قرص بالایی را بررسی می‌کنیم.

۴. قرص پایینی ثابت باشد

هنگامی که قرص پایینی حرکت نکند، معادله حاکم بر سیستم به شکل ساده زیر در می‌آید

$$dT = \frac{dZ}{I_0 - \sin(\tau_{max} Z)}, \quad (12)$$

$$I_0 > 1,$$

در این حالت جواب معادله (۱۲) به صورت زیر است [۱۵]

$$T - T_0 = \frac{1}{\pi \sqrt{I_0^2 - 1}} \tan^{-1} \left(\frac{I_0 \tan(\tau_{max} Z) - 1}{\sqrt{I_0^2 - 1}} \right), \quad (13)$$

که در آن T_0 ثابت انتگرال‌گیری است. در واقع $I_0 > 1$ معادل است با $mgR > \tau_{max}$ ، در این شرایط

$$Z(T) = \frac{1}{\tau_{max}} \tan^{-1} \left\{ \frac{1}{I_0} \left[\sqrt{I_0^2 - 1} \tan \left(\pi \sqrt{I_0^2 - 1} (T - T_0) \right) + 1 \right] \right\}, \quad (14)$$

با فرض $a = 10^{-8} m$ و $R = 10^{-6} m$ انرژی کازیمیر را بر حسب فاز اولیه θ به صورت زیر به دست می‌آوریم

$$E(\theta) \approx -E_0 \left\{ \tau_{max}^2 (\delta_1 + \delta_2)^2 - 16 (\delta_1^2 - \delta_2^2) \sin(\theta) + 16 (\delta_1 + \delta_2)^2 \cos(\theta) \right\}, \quad (5)$$

که در آن $E_0 = 6/46 \times 10^{-16} j$ می‌باشد.

گشتاور نیروی کازیمیر وارد بر قرص بالایی برای سیستم شکل ۱ با فرض $R = 10^{-8} m$ ، $R = 10^{-6} m$ ، $\delta_1 = 1/1$ و $\delta_2 = 1/6$ به ترتیب برای پلی‌استر و تفلون به صورت زیر به دست می‌آید

$$\tau(\theta) \approx -2/79 \times 10^{-14} \left\{ \tau_{max} \sin(\theta) + 0/5 \cos(\theta) \right\} = -\tau_{max} \sin(\theta + 0/183). \quad (6)$$

در این رابطه دامنه گشتاور کازیمیر $\tau_{max} = 7/46 \times 10^{-14} Nm$ است که به شعاع قرص‌ها، فاصله جدایی آنها و نیز ضرایب دی‌الکتریک نسبی مواد بستگی دارد.

در واقع اختلاف زاویه بین قرص‌ها سبب ایجاد گشتاور نیرویی برای دوران قرص‌ها و رسیدن سیستم به کمینه انرژی می‌شود که ماهیت دوره‌ای دارد.

۳. یک سویه سازی

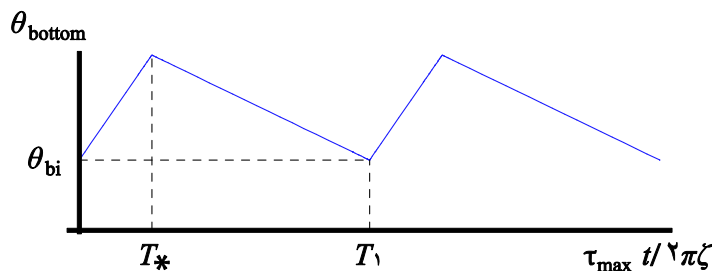
در این بخش حرکت سیستم شکل ۱ را در اثر گشتاور نیروی کازیمیر بررسی می‌کنیم. مکان زاویه‌ای قرص‌های بالایی و پایینی را به ترتیب با θ_{top} و θ_{bottom} نشان می‌دهیم. معادله حرکت قرص بالایی هنگامی که وزنه‌ای به آن آویزان است به صورت زیر می‌باشد

$$I \frac{d^2 \theta_{top}}{dt^2} = -\zeta \frac{d\theta_{top}}{dt} - \tau_{max} \sin(\theta_{top} - \theta_{bottom} + \alpha) + \tau_{ext}, \quad (7)$$

که در این رابطه ζ ضریب اصطکاک دورانی، $\alpha = 0/183$ و τ_{ext} گشتاور بارخارجی است. معادله حرکت این سیستم در رژیم تدمیرایی به صورت زیر در می‌آید

$$\zeta \frac{d\theta_{top}}{dt} + \tau_{max} \sin(\theta_{dif}) + \tau_{ext} = 0, \quad (8)$$

فاز θ_{dif} را به صورت $\theta_{dif} = \theta_{top} - \theta_{bottom} + \alpha$ تعریف کرده‌ایم. بنابراین معادله (۸) برای θ_{dif} به صورت زیر است



شکل ۲. حرکت دوره‌ای مثلثی قرص پایینی که با پارمترهای θ_{bi} , S_1 , S_2 , T_* و T_1 توصیف می‌شود.

که در آن $I_1 = d\theta_{bottom} / dT + I_0$ و برای داشتن $\langle \dot{Z} \rangle > 0$ باید

$$I_0^2 + 2\dot{\theta}_{bottom} I_0 < 1 \Rightarrow \dot{\theta}_{bottom} < \frac{1 - I_0^2}{2I_0} \quad (20)$$

اگر فرض کنیم قرص پایینی با سرعت زاویه‌ای ثابت مثبتی دوران می‌کند باید در رابطه (۲۰) $I_0^2 < 1$ باشد به عبارتی گشتاور نیروی وزن کمتر از گشتاور نیروی کازیمیر باشد. به این ترتیب در حضور بار خارجی هنگامی که $mgR < \tau_{max}$ باشد، در اثر چرخش قرص پایینی با سرعت زاویه‌ای ثابت مثبت، میانگین سرعت زاویه‌ای قرص بالایی مثبت شده و بار خارجی آویزان به خود را بلند می‌کند و هدف یک سویه سازی برآورده می‌شود.

۶. قرص پایینی حرکت مثلثی دوره‌ای داشته باشد

در این بخش حرکت دوره‌ای مثلثی شکل ۲ را برای قرص پایینی در نظر می‌گیریم. در این شکل محور افقی پارامتر بی‌بعد T است. این قرص تا T_* با سرعت زاویه‌ای بی‌بعد شده S_1 دوران می‌کند و در بازه $T_* < T < T_1$ با سرعت زاویه‌ای بی‌بعد شده S_2 به وضعیت اولیه θ_{bi} برمی‌گردد.

با توجه به نمودار، پارمترهای S_1 و S_2 مستقل از هم نیستند و با رابطه $S_1 = \frac{T_*}{T_* - T_1} S_2$ به هم مربوط می‌شوند.

معادله حرکت برای چنین وضعیتی را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$\begin{aligned} \dot{Z}_1 + \sin(2\pi Z_1) &= I_1', \quad 0 < \text{mod}(T, T_1) < T_* \quad (21) \\ \dot{Z}_2 + \sin(2\pi Z_2) &= I_0, \quad T_* < \text{mod}(T, T_1) < T_1 \end{aligned}$$

که در آن $I_1' = I_0 + (S_1 - S_2)$ می‌باشد [۳ و ۴].

طبق تعریف میانگین مشتق Z نسبت به T پس از یک دوره تناوب از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\langle \dot{Z} \rangle = \sqrt{I_0'^2 - 1} \quad (15)$$

که با توجه به صفر بودن سرعت قرص پایینی این وضعیت منجر به $\langle \dot{\theta}_{top} \rangle < 0$ می‌شود. بنابراین در حالت $mgR > \tau_{max}$ ، نانوچرخ با سرعت متوسطی به سمت پایین حرکت می‌کند.

$I_0'^2 < 1$
در این حالت جواب معادله (۱۲) به صورت زیر خواهد بود

$$[15]$$

$$T - T_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{1 - I_0'^2}} \ln \left| \frac{\tan(\pi Z) - \cot(\pi Z_c)}{\tan(\pi Z) - \tan(\pi Z_c)} \right| \quad (16)$$

که در آن Z_c را به صورت زیر تعریف کرده‌ایم

$$I_0' = \sin(2\pi Z_c), \quad 0 < Z_c < 1/4 \quad (17)$$

که چون با گذشت زمان همه جواب‌ها مستقل از اینکه نقطه آغاز کجا بوده به سمت Z_c میل می‌کنند، Z_c یک نقطه ثابت پایدار است در حالی که نقاط ثابت $-Z_c \pm 1/2$ ناپایدار هستند.

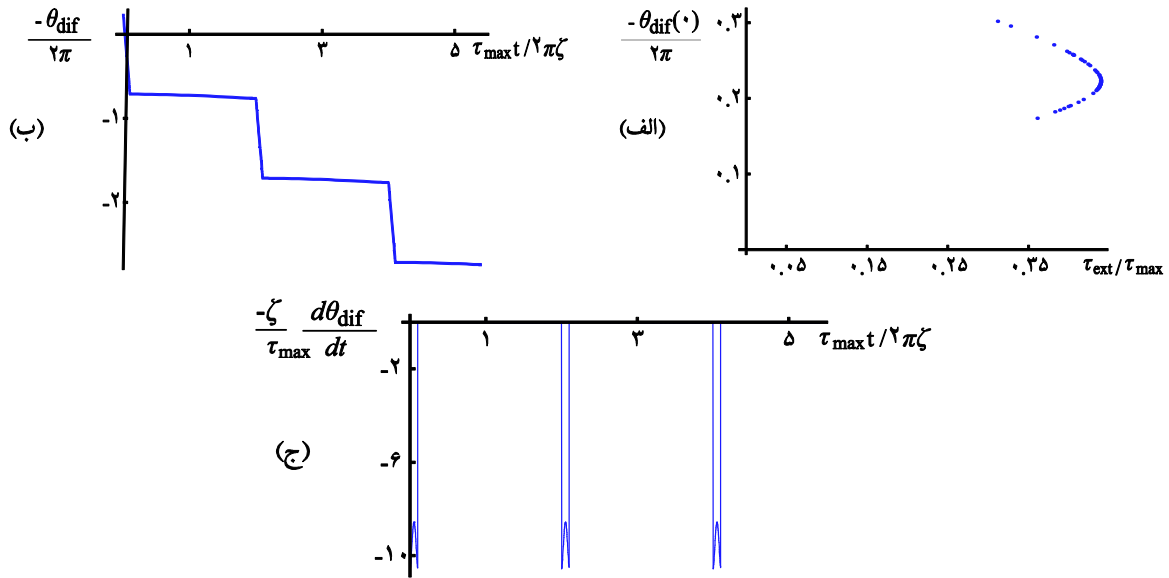
این دو نقطه ثابت نقاط شاخه‌ای هستند که فضای فاز $|Z| < 1/2$ را به دو ناحیه مجزا تقسیم می‌کنند. بنابراین حدود بالا و پایین تغییرات فاز به صورت زیر قابل محاسبه است

$$2Z_c - 1/2 < \Delta Z < 2Z_c + 1/2 \quad (18)$$

۵. قرص پایینی با سرعت زاویه‌ای ثابتی حرکت کند

در این وضعیت معادله حرکت (۱۱) به صورت زیر در می‌آید

$$\frac{dZ}{dT} + \sin(2\pi Z) = I_1 \quad (19)$$



شکل ۳. (الف) این نقاط مقادیر قابل قبول $-\theta_{dif}(0)/(2\pi)$ را برای $T_1 = 2$ ، $T_* = 0.1$ ، $S_1 = -1.0$ نمایش می‌دهند. برای تمام این نقاط $\langle d\theta_{top}/dT \rangle = \tau_{max}/(\zeta T_1)$ می‌باشد. (ب) منحنی $-\theta_{dif}/(2\pi)$ را بر حسب زمان بی‌بعد شده $\tau_{max}t/(2\pi\zeta)$ با فرض $-\theta_{dif}(0)/(2\pi) = 0.432$ و $\tau_{ext}/\tau_{max} = 0.2374$ رسم کرده‌ایم. (ج) این نمودار برای همان مجموعه پارامترها سرعت عامل فاز $-d\theta_{dif}/dt$ را که با τ_{max}/ζ بی‌بعد شده، بر حسب زمان بی‌بعد نشان می‌دهد.

$$Z_\gamma(T_1) = Z_1(0) + n, \quad (24)$$

که در آن n شمارنده دورها می‌باشد و اعمال شرط پیوستگی در $T = T_*$ ، به معادله زیر خواهیم رسید

$$e^{2\omega_0(T_1 - T_*)} = \frac{|\tan(\pi Z_1(0)) - \cot(\pi Z_C)|}{|\tan(\pi Z_1(0)) - \tan(\pi Z_C)|} \frac{|\tan(\pi Z(T_*)) - \tan(\pi Z_C)|}{|\tan(\pi Z(T_*)) - \cot(\pi Z_C)|}. \quad (25)$$

در این معادله $\tan(\pi Z(T_*))$ به صورت زیر است

$$\tan(\pi Z(T_*)) = \frac{1}{I'} \left[1 + \frac{\omega'}{\pi} \tan(\omega'(T_* - T_{01})) \right], \quad (26)$$

در آن $\omega' = \pi\sqrt{I'^2 - 1}$ و $\omega_0 = \pi\sqrt{1 - I_0'^2}$ می‌باشد.

بنابراین باید $Z(0)$ ‌هایی که معادله (۲۵) را برای یک مجموعه از پارامترهای I_0' ، I' ، T_* و T_1 برقرار می‌کنند، بیابیم.

برای یک مجموعه معین از پارامترها به صورت $T_1 = 2$ ، $T_* = 0.1$ و $S_1 = -1.0$ مقادیر قابل قبول $-\theta_{dif}(0)/(2\pi)$ را در شکل ۳. الف رسم کرده‌ایم. سمت راست معادله (۲۵) مستقل از T_1 است. با افزایش T_1 در سمت چپ این رابطه به صورت نمایی رشد می‌کند و برای اینکه معادله برقرار بماند باید

$$|I'| < 1 \text{ و } |I_0'| < 1$$

در این حالت اصطلاحاً جواب متحرک نداریم و درست مانند وضعیت صفر بودن سرعت قرص پایینی، جواب‌ها به سمت نقطه ثابت می‌روند و در نتیجه تغییرات Z محدود به ناحیه مشخصی می‌شود که با روابطی مشابه (۱۸) مشخص می‌شود و سرعت متوسطی به دست نمی‌آید.

$$|I'| < 1 \text{ و } |I_0'| < 1$$

در این شرایط در بازه $0 < \text{mod}(T, T_1) < T_*$ جواب معادله حرکت مانند معادله (۱۳) است

$$T - T_{01} = \frac{1}{\pi\sqrt{I'^2 - 1}} \tan^{-1} \left(\frac{I' \tan(\pi Z) - 1}{\sqrt{I'^2 - 1}} \right), \quad (22)$$

در حالی که جواب مربوط به بازه $T_* < \text{mod}(T, T_1) < T_1$ مانند معادله (۱۶) می‌باشد

$$T - T_{0\gamma} = \frac{1}{2\pi\sqrt{1 - I_0'^2}} \ln \left| \frac{\tan(\pi Z_\gamma) - \cot(\pi Z_C)}{\tan(\pi Z_\gamma) - \tan(\pi Z_C)} \right|, \quad (23)$$

T_{01} و $T_{0\gamma}$ ثابت‌های انتگرال‌گیری هستند. با اعمال شرط حرکت دوره‌ای برای پارامتر Z به صورت

$I_0 = 0.237$ معین، $Z_c = 0.2374$ می‌باشد. سپس به کمک معادله (۱۸) محدوده تغییرات Z در بازه $T_1 < T < T_*$ به صورت $0.58 < \Delta Z_1 < 0.42 -$ خواهد بود. بنابراین برای مجموعه پارامترهای شکل ۳ به ازای $\Delta Z_1 = 0.29$ تغییر فاز منجر به $n = -1$ می‌شود که بر اساس رابطه (۳۲) منجر به مقدار زیر برای میانگین سرعت زاویه‌ای قرص بالایی خواهد شد

$$\left\langle \frac{d\theta_{top}}{dT} \right\rangle = \frac{\tau_{max}}{\zeta T_1} = 380 \text{ Hz} . \quad (33)$$

برای همین مجموعه پارامترهای $T_1 = 2$ ، $T_* = 0.1$ ، $S_1 = -10$ و در نتیجه $S_1 = 0.53$ با فرض $\theta_{diff}(0)/(2\pi) = 0.432$ و $\tau_{ext}/\tau_{max} = 0.2374$ نمودارهای شکل ۳ (ب) و (ج) را نیز رسم کرده‌ایم. بر اساس نمودار شکل ۳ (ب) که Z بر حسب T را نشان می‌دهد، برقراری شرط حرکت دوره‌ای واضح است زیرا این نمودار برای $T_1 = 2$ رسم شده و در آن دیده می‌شود که $Z(T+2) = Z(T) - 1$ ، (34) که به وضوح بیانگر $n = -1$ می‌باشد.

در واقع تغییرات فاز عمدتاً از تغییر فاز مربوط به بخش متناظر با $|I'| > 1$ ناشی می‌شود و در بخش متناظر با $I_0 < 1$ همیشه کوچک است، از اینرو با افزایش $|I'|$ می‌توان تعداد دورها را افزایش داد. در حالتی که $I_0 = 0$ یعنی بار خارجی به قرص آویزان نباشد حتماً دوران اتفاق می‌افتد. بررسی برای یک مجموعه معین دیگر از پارامترها به صورت $T_1 = 2$ ، $T_* = 0.1$ ، $S_1 = -12$ و نیز $T_1 = 2$ ، $T_* = 0.1$ و $S_1 = -15$ به ترتیب در مراجع [۳] و [۴] صورت گرفته است.

۷. بحث و نتیجه‌گیری

در این مقاله نانوماشین کازیمیری مرکب از دو قرص دی‌الکتریک چهار بخشی شکل ۱ را مطالعه کرده و نشان داده‌ایم هنگامی که اختلاف فازی بین قرص بالایی و پایینی وجود دارد، قرص بالایی یک گشتاور نیرو را تجربه می‌کند. در ابتدا به محاسبه آن گشتاور نیرو پرداخته‌ایم که برای سیستم مورد نظر آن را به صورت یک تابع دوره‌ای از اختلاف فاز اولیه پیدا کرده‌ایم. دامنه این گشتاور را می‌توان با تغییر پارامترهای

$Z(0)$ به مقادیر قطب‌های خود که همان نقاط تعادل پایدار و ناپایدار هستند، نزدیک شود. به همین خاطر اگر برای پارامترهای T_1 متعدد شکل را رسم کنیم، خواهیم دید که با افزایش T_1 تمام نقاط به خطوط متشکل از نقاط تعادل پایدار و ناپایدار نزدیک می‌شوند.

با استفاده از تعریف میانگین‌گیری و با اعمال شرط پیوستگی داریم

$$\langle \dot{Z} \rangle = \frac{n}{T_1} , \quad (27)$$

که در آن n عددی صحیح است. از طرفی با توجه به معادله (۲۱) می‌توانیم تقریبی بنویسیم

$$\frac{dZ_1}{dT} \approx I' \Rightarrow \Delta Z_1 = I' T_* . \quad (28)$$

یعنی با گذشت زمان فاز Z_1 به صورت خطی تغییر می‌کند. به این ترتیب برای $T = T_*$ می‌توان نوشت

$$Z_1(T_*) - Z_1(0) = I' T_* . \quad (29)$$

برای برقراری شرط حرکت دوره‌ای نیز باید داشته باشیم

$$\Delta Z = n \Rightarrow I' T_* + \Delta Z_1 = n . \quad (30)$$

بنابراین با توجه به معادله‌های (۱۰) و (۲۷) داریم

$$\left\langle \frac{d\theta_{diff}}{dT} \right\rangle = -\frac{n\tau_{max}}{\zeta T_1} . \quad (31)$$

برای سرعت زاویه‌ای قرص بالایی خواهیم داشت

$$\left\langle \frac{d\theta_{top}}{dT} \right\rangle = -\frac{n\tau_{max}}{\zeta T_1} . \quad (32)$$

بر اساس این معادله به ازای مقادیر منفی n میانگین سرعت قرص بالایی مثبت خواهد شد و هدف یک سویه سازی را برآورده کرده و بار خارجی را به سمت بالا به حرکت در می‌آورد. از اینرو در جستجوی n های منفی هستیم.

شکل ۳ (ب) برای پارامترهای $T_1 = 2$ ، $T_* = 0.1$ ، $S_1 = -10$ و $I_0 = 0.2374$ در نتیجه $I' = -10.29$ رسم شده است، بر اساس معادله (۲۸) تغییرات $\Delta Z_1 = -10.29$ می‌باشد که به وضوح در شکل شکل ۳ (ب) دیده می‌شود. همین طور بر اساس معادله (۲۷) پس از گذشت $T_* = 0.1$ ، \dot{Z} باید به اندازه $I' = -10.29$ تغییر کند (شکل ۳ (ج) را ببینید).

برای تعیین n با استفاده از معادله (۱۷) برای این

قرص بالایی این سیستم را به صورت زیر به دست آورده‌ایم

$$\left\langle \frac{d\theta_{top}}{dt} \right\rangle = 380 \text{ Hz} . \quad (36)$$

به این ترتیب اثبات کرده‌ایم که در چنین نانوماشینی که مرکب از دو قرص با توزیع دی‌الکتریک دوره‌ای است که در فاصله معینی از هم قرار دارند، در اثر اختلاف فاز اولیه دو قرص گشتاور نیرویی وجود خواهد داشت. این گشتاور کازیمیر عامل حرکت قرص بالایی بوده و در بلند کردن بار خارجی کارایی دارد.

در وضعیتی که قرص پایینی ثابت است اگر گشتاور ناشی از وزنه از گشتاور کازیمیر بزرگ‌تر باشد، سرعت زاویه‌ای متوسط قرص بالایی منفی به دست می‌آید یعنی سیستم نمی‌تواند بار خارجی را بلند کند و در حالتی که گشتاور ناشی از وزنه از گشتاور کازیمیر کمتر باشد نقطه ثابت وجود دارد و قرص بالایی مقدار محدودی تغییر فاز خواهد داشت. اما هنگامی که قرص پایینی با سرعت ثابت مثبتی دوران می‌کند، اگر گشتاور ناشی از وزنه کمتر از گشتاور کازیمیر باشد قرص بالایی با سرعت زاویه‌ای میانگین مثبتی دوران می‌کند و وزنه را بلند می‌کند. در نهایت هنگامی که قرص پایینی حرکت دوره‌ای مثلثی دارد، وضعیت حرکتی این نانوماشین را بررسی کرده و برای مجموعه معینی از پارامترها سرعت زاویه‌ای متوسط قرص بالایی را، که مثبت بوده و بیانگر یک سویه سازی صورت گرفته در این نانوماشین است، به دست آورده‌ایم.

ما در مطالعه این سیستم اثر نوبه و افت و خیزهای حرارتی را نادیده گرفته‌ایم. می‌توان با مدنظر قرار دادن این عوامل سیستم را در شرایط واقعی بررسی کرد و معادله لانه‌زین را برای این سیستم حل کرد و یک سویه سازی را مورد مطالعه قرار داد.

بررسی گشتاور کازیمیر ناشی از وجود اختلاف فاز اولیه برای دو صفحه دی‌الکتریک دوره‌ای در مقابل هم را نیز به همین روش انجام داده‌ایم. در این مورد نیز گشتاور کازیمیر به صورت تابعی دوره‌ای از اختلاف فاز اولیه به دست می‌آید. در این حالت نتیجه به دست آمده با نتیجه دقیقی که با فرمول‌بندی

سیستم یعنی شعاع قرص‌ها، فاصله آنها از هم و مواد دی‌الکتریک رقیق سازنده آنها تنظیم کرد. به عنوان نمونه با کاهش فاصله قرص‌ها مقدار دامنه این گشتاور افزایش می‌یابد، که با توجه به ماهیت اثر کازیمیر مورد انتظار است.

در این مسأله فرض کردیم که بخشی از اصطکاک ناشی از اصطکاک محوری است. برای چنین سیستمی می‌توان اینرسی قرص بالایی را به صورت $I = \frac{1}{2}MR^2 = \frac{\pi}{2}\bar{\rho}LR^4$ تخمین زد که در آن M جرم استوانه را برحسب میانگین چگالی مواد سازنده آن $\bar{\rho}$ ، شعاع R و ارتفاع L نوشتیم. با در نظر گرفتن $\rho_t = 2200 \text{ kg/m}^3$ و $\rho_p = 1050 \text{ kg/m}^3$ به ترتیب برای چگالی پلی‌استر و چگالی تفلون، $\bar{\rho} = 1625 \text{ kg/m}^3$ خواهد بود. با فرض $R = 10^{-6} \text{ m}$ و $L = 10^{-4} \text{ m}$ می‌توان اینرسی را به طور تقریبی $I = 2.55 \times 10^{-25} \text{ kg.m}^2$ در نظر گرفت. برای تخمین زدن ضریب اصطکاک دورانی نیز از رابطه $\zeta = 2\pi\eta \frac{LR^3}{a}$ که در آن $a = 10^{-8} \text{ m}$ چسبندگی هوا است. با فرض $\eta = 1.5 \times 10^{-5} \text{ Pa.s}$ برای فاصله بین دو قرص، ضریب اصطکاک ناشی از تماس مولکول‌های هوا با قرص $\zeta = 10^{-18} \text{ N.m.s}$ به دست می‌آید. علاوه بر این ضریب اصطکاک، یک ضریب اصطکاک محوری $\zeta_{axiz} \approx 10^{-6} \text{ N.m.s}$ نیز به واسطه دوران قرص حول محورش وجود دارد.

برای مقایسه اهمیت اینرسی و اصطکاک، مقیاس زمانی مشخصه‌ای را به صورت زیر تعریف می‌کنیم

$$T_s = \frac{I}{\zeta} \quad (35)$$

اگر مقیاس زمانی مسأله بزرگ‌تر از این مقیاس زمانی مشخصه باشد، در نظر گرفتن رژیم تند میرایی منطقی است [۱۶].

برای سیستم مورد بررسی $T_s = 10^{-9} \text{ s}$ است در حالی که بر اساس معادله (۱۰) مقیاس زمانی مسأله $t_s = 10^{-2} \text{ s}$ می‌باشد. از اینرو به بررسی این سیستم ریزمقیاس در رژیم تند میرایی پرداخته‌ایم. در نهایت امر برای حرکت مثلثی قرص پایینی با مجموعه پارامترهای معین ذکر شده، سرعت زاویه‌ای متوسط

می‌کنیم، البته در مورد استوانه- صفحه دی‌الکتریک، مسأله بسیار شبیه به مسأله استوانه- صفحه ناهمواری می‌شود که در اثر نیروی کازیمیر عرضی به حرکت در می‌آیند و تحت عنوان میله- چرخ‌دنده پیش از این برای انواع مخلف حرکت‌های صفحه ناهموار در [۴ و ۱۸] مطالعه شده و یک سویه سازی آن مورد بررسی قرار گرفته است.

انتگرال مسیر برای دو آینه بازتابنده کامل در اثر جابه‌جایی در [۱۷] به دست آمده، همخوانی دارد. این موضوع همان طور که میلتنون در [۱۳] تأکید می‌کند، نشان می‌دهد که برای محیط‌های دی‌الکتریک رقیق، حد جفت شدگی ضعیف از روش پراکندگی کامل منجر به نتیجه دقیق می‌شود.

در آینده از گشتاور نیروهایی که برای این سیستم‌ها به دست آورده‌ایم در به حرکت درآوردن این ساختارها استفاده

مراجع

1. T Emig, *Phys. Rev. Lett.* **98** (2007) 160801.
2. A Ashourvan, M F Miri and R Golestanian, *Phys. Rev. Lett.* **98** (2007) 140801.
3. A Moradian and M F Miri, *Eur. Phys. J. E.* **34** (2011) 12.
4. M Nasiri, A Moradian and M F Miri, *Phys. Rev. E.* **82** (2010) 037101.
5. E Dzyaloshinskii, E M Lifshitz and E M. Pitaevskii, *Physics-Uspekhi* **4**(2) (1961) 153.
6. J Schwinger, *Lett. Math. Phys.* **1** (1975) 43.
7. V A Parsegian and G H. Weiss, *J. Adhes.* **3** (1972) 259.
8. H B Chan, V A Aksyuk, R N Kleinman, D J Bishop and F Capasso, *Science* **291** (2001) 1941.
9. J Zou, Z Marcet, A W Rodriguez, M T H Reid, A P McCauley, I I Kravchenko, T Lu, Y Bao, S G Johnson and H B Chan, *Nature Communications* **4** (2013) 1845.
10. C Genet, A Lambrecht and S Reynaud, *Phys. Rev. A* **67** (2003) 043811.
11. R Esquivel, C Villarreal and W L Mochan, *Phys. Rev. A* **68** (2003) 052103.
12. K A Milton, "The Casimir Effect: Physical Manifestations of Zero-Point Energy", World Scientific, Singapore (2001).
13. K A Milton, P Parashar and J Wagner, *Phys. Rev. Lett.* **101** (2008) 160402.
14. J Kim, A Sosso and A F Clark, *J. Appl. Phys.* **83** (1998) 3225.
15. M Abramowitz and I A Stegun, "Handbook of Mathematical Functions With Formulas, Graphs, and Mathematical Tables", National Bureau of Standards (1964).
16. M F Miri and R Golestanian, *Appl. Phys. Lett.* **92** (2008) 113103.
17. R Golestanian and M Kardar, *Phys. Rev. Lett.* **78** (1997) 3421.
18. M Nasiri and M F Miri, *Phys. Rev. E* **85** (2012) 041102.