بررسی پتانسیل نیلسون در تغییر شکلهای هسته‌ای مختلف

اعظم کاردان

دانشگاه دامغان، دانشکده فیزیک

ما با استفاده از یک کد محاسباتی، بر اساس روش اختلال، ترازهای انرژی هامیلتونی نیلسون را در پارامترهای مختلف تغییرشکل محاسبه کرده‌ایم. توجه اصلی بر روی تصویر یک حالت پروتونی بر روی پایه های مجانبی بوده است. محاسبات ما نشان می‌دهد جملات تصحیحی اسپین-مدار و ℓ^2، ویژه حالات مختلف مجانبی را کوبل کرده و بنابراین هامیلتونی نیلسون در این پایه‌ها قطری نخواهد بود. با افزایش تغییر شکل، جملات غیر قطری کوچکتر می شوند. بنابراین در تغییر شکلهای به اندازه کافی بزرگ $\varepsilon \geq 0.4$ اعداد کوانتومی مجانبی، اعداد کوانتومی خوبی خواهند بود.

کلیدواژه: مدل نیلسون، روش اختلال، پارامتر تغییر شکل، ویژه حالتهای مجانبی، اعداد کوانتومی خوب

The Study of the Nilsson Potential at different Nuclear Deformations

A. Kardan
School of Physics, Damghan University

We, using a computing code based on the perturbative treatment, have calculated the Nilsson Hamiltonian energies at different deformation parameters. Special attention is given to the projection of a proton state at different deformations on the asymptotic basis functions. Our calculations show that the spin-orbit and ℓ^2 terms couple different asymptotic eigenstates and thus the Nilsson Hamiltonian will not be diagonal in these basis functions. With increasing the deformation, the non-diagonal terms become smaller. Therefore, at enough large deformations $\varepsilon \geq 0.4$, the asymptotic quantum numbers will be good quantum numbers.

Key Words: Nilsson model, perturbative treatment, deformation parameter, asymptotic eigenstates, good quantum numbers

PACS: 20, 3, 2

مقدمه

مدل نیلسون یکی از بهترین مدلها در تعیین ساختار هسته‌های استاتیک و تغییرشکل یافته می‌باشد [1-4]. در این مدل پتانسیل نوسانگر هارمونیک تغییرشکل یافته به همراه جملات تصحیحی اسپین-مدار و ℓ^2 به عنوان پتانسیل میانگین به کار می‌رود [5،6]:

$$V = \frac{M}{2}(\omega_x^2 x^2 + \omega_y^2 y^2 + \omega_z^2 z^2) - 2\hbar\omega_0\kappa(\vec{\ell}.\vec{s}) - \hbar\omega_0\kappa\mu\left[\vec{\ell}^2 - <\vec{\ell}^2>_N\right] \qquad (1)$$

دو پارامتر پوسته‌ای κ و μ در این پتانسیل وجود دارد که به ترتیب قدرت جملات اسپین-مدار و ℓ^2 را تعیین می‌کنند. به کمک پتانسیل نیلسون می‌توان ساختار ذاتی هسته‌هایی که دارای رفتار تجمعی دوران هستند تعیین کرد. همچنین بسیاری از رفتارهای مشاهده شده و یا مورد انتظار در هسته‌های با اسپین بالا را با

انتخاب پتانسیل نیلسون به عنوان پتانسیل میانگین می‌توان نشان داد. در تغییر شکلهای نزدیک به صفر، اعداد کوانتومی کروی N، ℓ، j و Ω (تصویر تکانه زاویه‌ای کل بر روی محور تقارن) اعداد کوانتومی خوبی هستند. اما در هسته‌های تغییرشکل یافته این اعداد کوانتومی اعتبار خود را از دست می‌دهند و اعداد کوانتومی مجانبی، $|Nn_z\Lambda\Omega\rangle$، اعداد کوانتومی خوبی خواهند بود. با توجه به اینکه برای به دست آوردن انرژی کل هسته، هامیلتونی هسته‌ای باید در پایه‌هایی قطری شود که شامل اعداد کوانتومی خوب باشد، بنابراین تعیین کردن مجموعه اعداد کوانتومی خوب در هسته‌ها از اهمیت قابل توجهی برخوردار است. در این مقاله برآنیم تا اعتبار اعداد کوانتومی مجانبی را در تغییر شکلهای مختلف هسته‌ای بررسی کنیم. برای این کار کد محاسباتی تهیه شده است که در قسمت بعد روش کار آن توضیح داده می‌شود.

روش کار

در این محاسبات از یک کد کامپیوتری که توسط R. Bengtsson، با زبان برنامه نویسی فرترن، نوشته شده است برای محاسبه ترازهای انرژی تک-ذره استفاده کرده‌ایم. در این کد، ابتدا پتانسیل نوسانگر هارمونیک تغییر شکل یافته خالص که با صفر قرار دادن پارامترهای پوسته‌ای κ و μ در رابطه (1) به دست می‌آید، در پایه‌های نوسانگر هماهنگ استوانه‌ای کشیده، $|Nn_z\Lambda\Omega\rangle$، قطری می‌شوند و سپس جملات تصحیحی اسپین-مدار و ℓ^2 به صورت جملات اختلالی وارد محاسبات می‌شوند. ابتدا به معرفی پایه‌های نوسانگر هماهنگ استوانه‌ای کشیده می‌پردازیم. مختصات کشیده که بدون بعد هستند از طریق یک تبدیل خطی از مختصات دکارتی x، y و z به دست می‌آیند[7]:

$$\xi=\sqrt{\frac{M\omega_x}{\hbar}}x,\quad \eta=\sqrt{\frac{M\omega_y}{\hbar}}y,\quad \zeta=\sqrt{\frac{M\omega_z}{\hbar}}z \tag{2}$$

حال عملگرهای زیر را تعریف می‌کنیم:

$$\begin{aligned} a_x &= 1/\sqrt{2}(\xi+\partial/\partial\xi)\\ a_y &= 1/\sqrt{2}(\eta+\partial/\partial\eta)\\ a_z &= 1/\sqrt{2}(\zeta+\partial/\partial\zeta)\end{aligned} \tag{3}$$

به کمک روابط فوق می‌توان روابطی برای a_x^+، a_y^+ و a_z^+ نیز به دست آورد. با توجه به روابط بالا، a_i^+ها را عملگر خلق و a_iها را عملگر نابودی می‌نامند. با تعریف کردن ترکیبهای خطی

$$\begin{aligned} R&=1/\sqrt{2}(a_x-ia_y) & S&=1/\sqrt{2}(a_x+ia_y)\\ R^+&=1/\sqrt{2}(a^+{}_x+ia^+{}_y) & S^+&=1/\sqrt{2}(a^+{}_x-ia^+{}_y)\end{aligned} \tag{4}$$

روابط زیر به دست می‌آیند[7]:

$$\begin{aligned} H_\perp &= \hbar\omega_\perp(R^+R+S^+S+1) & H_z &= \hbar\omega_z(a_z^+a_z+1/2)\\ l_z^t &= \hbar(R^+R-S^+S) & j_z^t &= \hbar(R^+R-S^+S)+s_z\end{aligned} \tag{5}$$

به این ترتیب هامیلتونی نوسانگر به صورت زیر خواهد بود:

$$H_{ho} = \sum_{i=x,y,z} \hbar\omega_i (a_i^+ a_i + 1/2) \tag{6}$$

ویژه حالات نوسانگر هارمونیک استوانه‌ای کشیده که پایه‌های نیلسون یا مجانبی نیز نامیده می‌شوند به صورت $|rsn_z\Sigma\rangle$ خواهد بود [7]. پایه‌های $|rsn_z\Sigma\rangle$ متعامد هستند و همزمان ویژه حالات $\ell_z^t, H_z, H_\perp$ و j_z^t به ترتیب با ویژه مقادیر $\hbar\omega_\perp(n_\perp+1)$، $\hbar\omega_z(n_z+1/2)$، $\hbar\Lambda$ و $\hbar\Omega$ می‌باشند. با تعریف اعداد کوانتومی $n_\perp = r+s$، $\Lambda = r-s$، $\Omega = \Lambda+\Sigma$ و $N = n_\perp + n_z$ رابطه زیر برقرار خواهد بود.

$$|Nn_z\Lambda\Omega\rangle \equiv |n_\perp n_z \Lambda\Sigma\rangle \equiv |rsn_z\Sigma\rangle \tag{7}$$

قوانین حاکم بر اعداد کوانتومی نیلسون از شرایط حاکم بر اعداد کوانتومی r، s و n_z به دست می‌آیند. این قوانین به صورت زیر می‌باشد[5-7]:

$$\begin{aligned} &N \in \{0,1,2,\cdots\} \\ &n_z \in \{0,1,2,\cdots,N\} \\ &\Lambda \in \{-n_\perp, -n_\perp+2, \cdots, n_\perp-2, n_\perp\} \\ &\Sigma \in \{-1/2, 1/2\} \end{aligned} \tag{8}$$

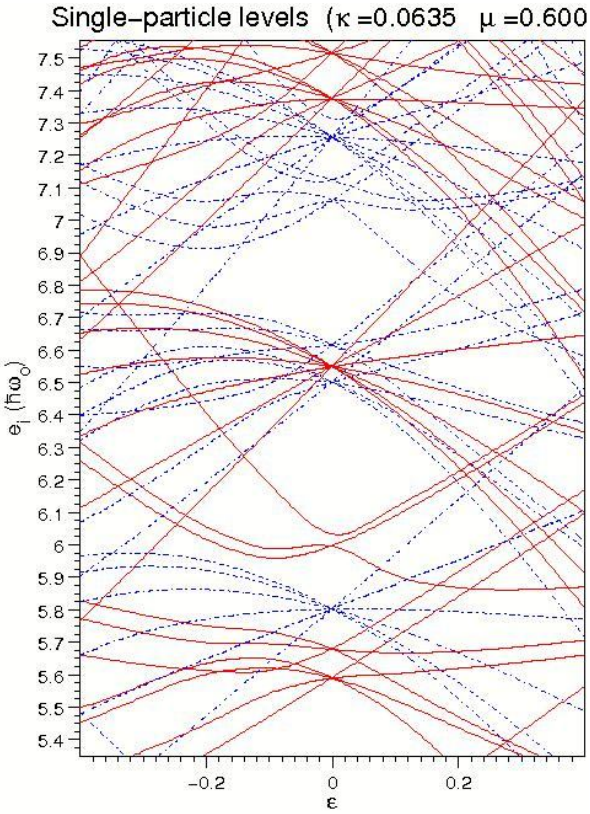
با اضافه کردن دو جمله اسپین-مدار و ℓ^2 به صورت جمله اختلالی به پتانسیل نوسانگر هارمونیک، ترازهای انرژی به دست خواهند آمد.

نتایج

ما مقادیر $\kappa = 0/0635$ و $\mu' = 0/6$ $(\mu' = \kappa\mu)$ را برای پارامترهای تک-ذره پروتونی و $\kappa = 0/0637$ و $\mu' = 0/42$ را برای پارامترهای تک-ذره نوترونی در نظر می‌گیریم [7]. ترازهای انرژی تک-ذره پروتونی برای پوسته‌های $N = 0\text{-}9$ در شکل (1) رسم شده است.

همان طور که مشاهده می‌شود شکل به دست آمده از کد محاسباتی ما با شکل (3-8) در مرجع [7] یکسان است. بنابراین نتیجه می‌گیریم کد محاسباتی ما دارای دقت مناسبی است. هر کدام از ترازهای انرژی دارای تابع موجی است که ترکیب خطی از توابع موج نیلسون می‌باشد و به دلیل شرط بقای پاریته باید همه آنها دارای عدد پوسته‌ای و تکانه زاویه‌ای مداری یکسان باشند. سهم هر کدام از جملات ترکیب خطی در تغییر شکلهای متفاوت، تغییر خواهد کرد. ترازی که دارای اعداد کوانتومی $N = 6$ و $\Omega = 1/2$ می‌باشد انتخاب کرده و سهم جملاتی که در تشکیل این حالت نقش دارند را بررسی می‌کنیم. در شکل (2) سهم ویژه توابع مجانبی برای تولید حالتی با عدد پوسته‌ای $N = 6$ در پارامترهای تغییر شکل $0/4$، $0/3$، $0/2$، $0/1 = \varepsilon$ رسم شده است. همانطور که مشاهده می‌شود تنها سهم ویژه توابعی که دارای $\Omega = 1/2$ هستند مخالف صفر است.

در حقیقت شکل (2) احتمال حضور یک ذره را در هر کدام از ویژه حالات مشخص شده در شکل نشان می‌دهد. همچنین در شکل (3) سهم ویژه توابع مجانبی در تشکیل حالت $N=6$ و بالاترین j ممکن در این پوسته، یعنی $\Omega=13/2$ در تغییر شکلهای بزرگ و کوچک رسم شده است.

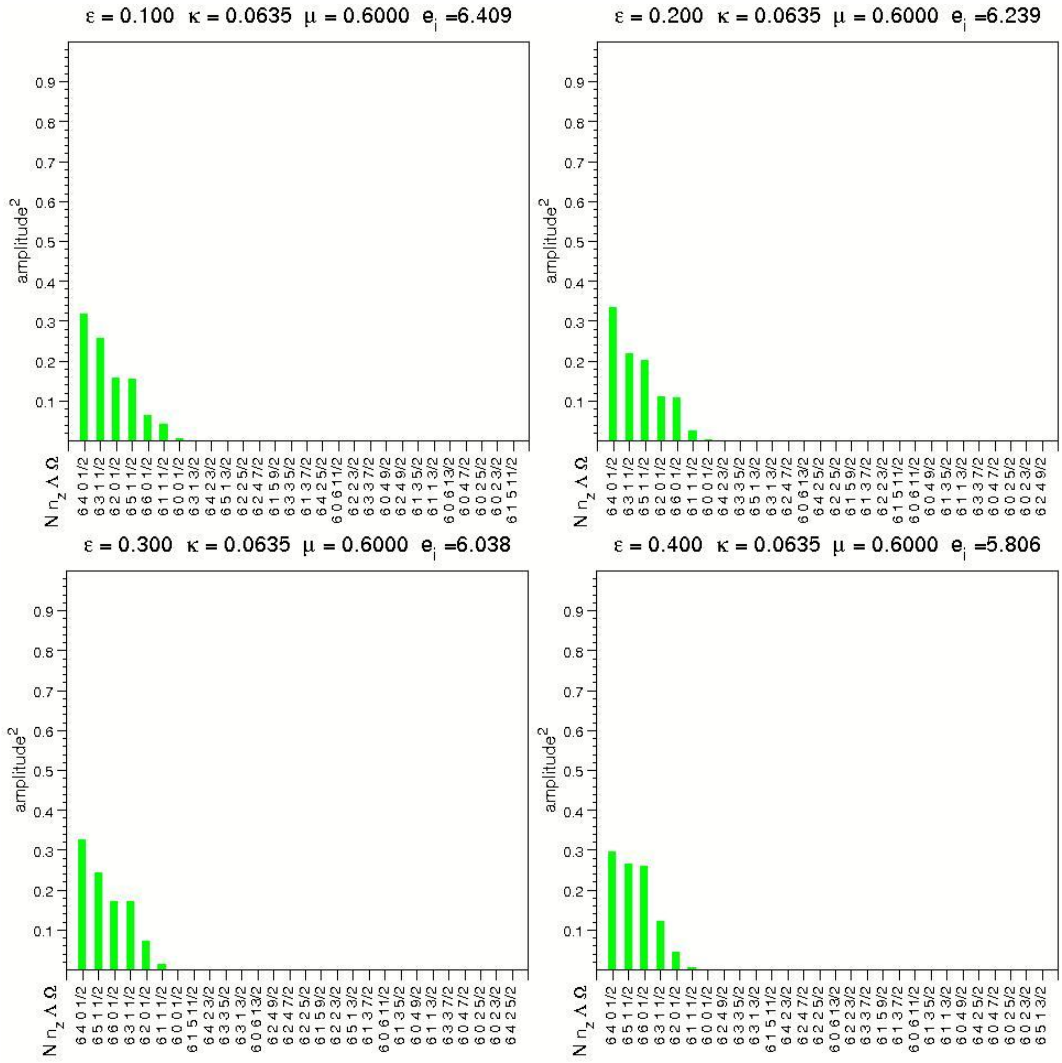


شکل (1) ترازهای انرژی تک-ذره پروتونی در پتانسیل نیلسون با پارامترهای تک-ذره $\kappa=0/0635$ و $\mu'=0/6$ بر حسب پارامتر تغییر شکل چهار قطبی ε. خطوط پررنگ و خط چین به ترتیب نشان دهنده اوربیتالهای با پاریته زوج و فرد هستند.

بحث و نتیجه‌گیری

از شکل (2) می‌توان نتیجه گرفت در تغییر شکلهای $\varepsilon \leq 0/4$، یک ویژه حالت نمی‌تواند از یک ویژه حالت مجانبی خالص تشکیل شده باشد بلکه ترکیب خطی از تعدادی توابع پایه‌ای مجانبی خواهد بود. همه این توابع مجانبی دارای عدد پوسته‌ای N، Ω و همچنین پاریته یکسان هستند. در حقیقت یک ویژه حالت ترکیب خطی از ویژه حالات مجانبی $|640\frac{1}{2}\rangle$، $|631\frac{1}{2}\rangle$، $|620\frac{1}{2}\rangle$، $|651\frac{1}{2}\rangle$، $|660\frac{1}{2}\rangle$، $|611\frac{1}{2}\rangle$ و $|600\frac{1}{2}\rangle$ می‌باشد که جوابهای پتانسیل نیلسون در یک روش اختلالی هستند. جملات تصحیحی اسپین-مدار

و ℓ^2 مؤلفه‌های غیر قطری نیز در ماتریس هامیلتونی تولید می‌کنند [8]. به همین دلیل توابع پایه‌ای مجانبی با هم کوبل می‌شوند و یک ویژه حالت را تشکیل می‌دهند.

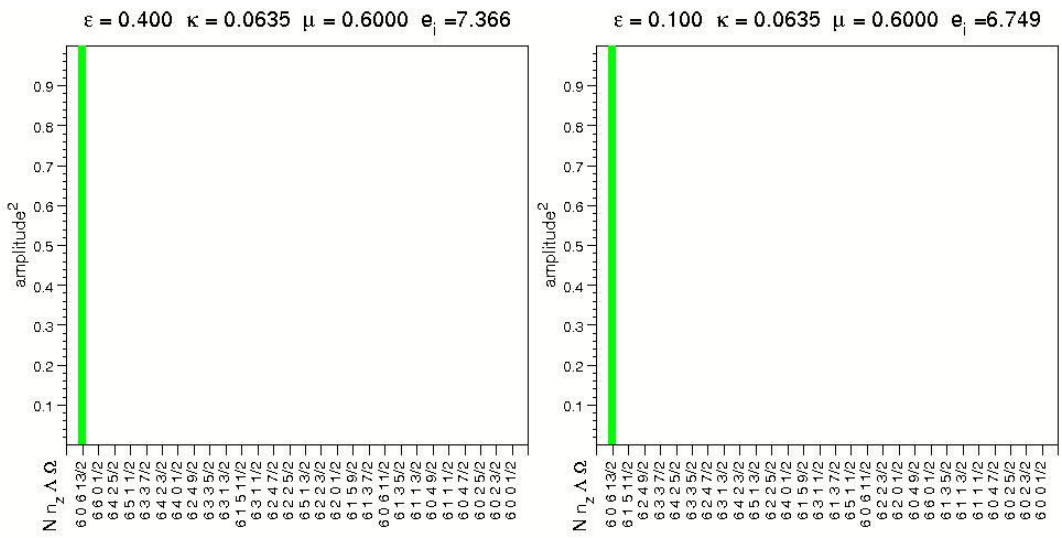


شکل (2) احتمال حضور پروتون در توابع مجانبی در تشکیل یک ویژه حالت پروتونی با عدد پوسته‌ای $N=6$ و $\Omega=1/2$ در پارامترهای تغییر شکل $\varepsilon=0/3$، $0/4$.

همان طور که در شکل (2) می‌توان دید، با بزرگ شدن پارامتر تغییر شکل احتمال حضور پروتون در آخرین ویژه حالت مجانبی کاهش می‌یابد. چنانکه انتظار می‌رود در تغییر شکلهای به اندازه کافی بزرگ، یک ویژه حالت، یک ویژه حالت مجانبی خالص باشد. هفت جمله در ترکیب خطی فوق وجود دارد زیرا در پوسته $N=6$ هفت مقدار مختلف j وجود دارد (1/2، 3/2، 5/2، 7/2، 9/2، 11/2، 13/2) که همه می‌توانند مقدار $\Omega=1/2$ داشته باشند یا به دلیل اینکه در این پوسته هفت مقدار مختلف $n_\perp$ وجود دارد. در نتیجه در تغییر

شکلهای به اندازه کافی بزرگ، اعداد کوانتومی مجانبی، اعداد کوانتومی خوبی هستند و یک ویژه حالت مجانبی $|Nn_z\Lambda\Omega\rangle$ می‌تواند متناظر با یک ویژه حالت هسته باشد.

محاسبات ما نشان می‌دهد در تغییر شکلهای کوچک اعداد کوانتومی مجانبی، اعداد کوانتومی خوبی نیستند زیرا قادر به تولید یک ویژه حالت هسته نمی‌باشند. بنابراین انتظار می‌رود که ویژه حالت $N=6$ با $\Omega=13/2$ شامل تنها یک ویژه حالت مجانبی در تغییر شکلهای مختلف باشد. زیرا در این پوسته تنها تکانه زاویه‌ای کل $j=13/2$ می‌تواند دارای یک تصویر $\Omega=13/2$ بر روی محور تقارن هسته باشد. در شکل (3) می‌توان دید ویژه حالت با $N=6$ و $\Omega=13/2$ در تغییر شکلهای بزرگ و کوچک تنها متناظر با یک ویژه حالت مجانبی، $|606\frac{13}{2}\rangle$، می‌باشد. این بدان معناست که برای بزرگترین مقدار Ω در یک پوسته در تمام مقادیر پارامتر تغییر شکل، یک تابع مجانبی خالص نمایش دهنده ویژه حالت هسته می‌باشد.



شکل (3) احتمال حضور پروتون در توابع مجانبی در تشکیل یک ویژه حالت پروتونی با عدد پوسته‌ای $N=6$ و $\Omega=13/2$ در پارامترهای تغییر شکل کوچک و بزرگ.

اما در تغییر شکلهای به اندازه کافی بزرگ می‌شود یک ویژه حالت هسته را به وسیله یک ویژه حالت مجانبی توصیف کرد و بنابراین در چنین تغییر شکلهایی اعداد کوانتومی مجانبی اعداد کوانتومی خوبی می‌باشند. در حقیقت در بررسی هامیلتونی نیلسون با استفاده از تئوری اختلال مرتبه اول، هامیلتونی در پایه‌های مجانبی قطری است و بنابراین اعداد کوانتومی مجانبی اعداد کوانتومی خوبی هستند. اما اگر از مرتبه‌های بالاتر نظریه اختلال استفاده کنیم جملات تصحیحی اسپین-مدار و ℓ^2 پایه‌های مختلف مجانبی را با هم کوبل می‌کنند و این امر باعث می‌شود اعداد کوانتومی مجانبی اعداد کوانتومی خوبی نباشند. محاسبات نشان می دهد در تغییر

شکلهای بزرگ، اثر تغییر شکل بر اثر جملات اختلالی غالب می‌شود و بنابراین اعداد کوانتومی خوب، اعداد کوانتومی مجانبی خواهند بود.

سپاسگزاری

از پروفسور Ragnar Bengtsson که کد محاسباتی خود را در اختیار اینجانب قرار دادند بسیار سپاسگزارم.

مراجع

[1] A. Kardan, et al., Phys. Rev. C 86 (2012) 014309.
[2] J. C. Marsh, et al., Phys. Rev. C 88 (2013) 041306(R).
[3] Hai-Liang Ma, et al., Phys. Rev. C 90 (2014) 014316.
[4] A. Kardan, S. Sayyah, Int. J. Mod. Phys. E 25 (2016) 1650044.
[5] S. G. Nilsson, Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk, 29, No.16 (1955).
[6] C. Gustafsson et al, Ark. Fys 36 (1967) 613.
[7] S. G. Nilsson and I. Ragnarsson, Shapes and shells in nuclear structure, Cambridge University Press, (1995).
[8] T. Bengtsson and I. Ragnarsson, Nucl. Phys. A 436 (1985)14.

سردبیر محترم

با سلام و احترام

ضمن عرض تشکر فراوان در خصوص بررسی مقاله اینجانب، از وقتی که داوران محترم برای بررسی مقاله اینجانب صرف کرده‌اند بسیار سپاسگزارم. بدون شک نکات و پیشنهادات داوران محترم در ارتقای مقاله کمک فراوانی خواهد کرد.

تصحیحات مورد نظر داوران محترم به طور کامل انجام شده است که به صورت زیر به استحضار می‌رسد.

داور 1:

Major revision

۱- نتیجه گیری سطر آخر چکیده فارسی و انگلیسی متضاد هستند.

تصحیح شد

۲- چکیده سطر دوم :کلمه "مطالعه" به "محاسبه" تغییر یابد.

تصحیح شد

۳- بر طبق مطالب 4 سطر اول چکیده نمیتوان سطر آخررا نتیجه گیری نمود.

تصحیح شد

۴- چکیده انگلیسی ویرایش شود.

انجام شد

۵- در کل مقاله "تکانه زاویه ای مداری" به " l_z " تغییر یابد.

انجام شد

۶- معنی علامت "پرایم" در فرمول 5 چیست؟

در فرمول 5 علامت "دگر " وجود دارد که برای نشان دادن همیوغ مختلط یک عملگر به کار می رود.

۷- کلمه "بنابر این" بعد از فرمول 5 مناسب نیست.

کلمه "به این ترتیب" جایگزین شد.

۸- μ' تعریف نشده

$\mu' = \kappa\mu$ که در خط اول بخش نتایج در صفحه 3 آورده شد.

۹- پارامتر بالای شکل 1 و زیرنویس آن متفاوتند.

در کد محاسباتی استفاده شده پارامتر μ' به صورت μ تعریف شده است به همین دلیل در بالای نمودار که خروجی کد است پارامتر μ نوشته شده که در واقع طبق تعریف ما همان μ' است.

۱۰-تفاوت خطوط پررنگ و خط چین در شکل 1 قید نشده

انجام شد.

۱۱-سطر دوم قسمت نتایج: شکل 1 ترازهای نوترونی است یا پروتونی؟

ترازهای پروتونی است که در متن تصحیح شد.

۱۲-زیرنویس شکل 2 تصحیح شود.

تصحیح شد.

۱۳-ابتدای صفحه 5 : از شکل 2 دیده نمیشود که "با بزرگ شدن پارامتر ....."

در شکل 2 دیده می شود که احتمال حضور پروتون در یک حالت، به عنوان مثال حالت 1/2 1 3 6 با افزایش پارامتر تغییر شکل کاهش می یابد. برای آخرین ویژه حالت مجانبی 1/2 1 1 6 نیز احتمال حضور پروتون با افزایش پارامتر تغییر شکل (در واقع در شکل سمت راست) در شکل 2 حتی به صفر می رسد. و این روند باعث می شود با افزایش تغییر شکل، حالت ذره به صورت ترکیب خطی از چندین ویژه حالت مجانبی نباشد و به یک حالت خالص نزدیک و نزدیکتر شود.

۱۴-تناقض در مطالب پاراگراف آخر صفحه 5،"در تغییر شکلهای کوچک اعداد کوانتومی مجانبی اعداد کوانتومی خوب نیستند" و "....در تغییر شکلهای کوچک و بزرگ تنها متناظر با یک ویژه حالت...."

در سوال 13 کامل توضیح داده شده است.

۱۵-صفحه 6 دوسطرآخر : کلمه "در نتیجه " مناسب نیست.

با "محاسبات نشان می دهد " جایگزین شده است.

Minor Revisio

۱- کلمه "پتانسیل" قبل از کلمه "نیلسون " حذف شود.

به جای "هامیلتونی نیلسون" جایگزین "پتانسیل نیلسون" شد.

۲- "اعداد کوانتومی مجانبی" در سطر آخر چکیده 2 بار تکرار شده

تصحیح شد.

۳- انتهای جملات قبل از فرمولها "." گذاشته نشود.

تصحیح شد.

۴- برای فرمول 8 مرجع 6 مناسب نیست.

اولین مقاله هایی که این روابط در آنها آمده است به عنوان مرجع اضافه شد.

داور 2:

طبق نظر داور محترم چکیده انگلیسی و فارسی تصحیح شد. در مورد اضافه کردن مرجع به روز، امروزه در محاسبات ساختار هسته یکی از پتانسیلهای پرکاربرد، پتانسیل نیلسون است. بنابراین مقاله ای که در سال 2016 چاپ شده است و پتانسیل استفاده شده پتانسیل نیلسون می باشد به مراجع اضافه شد. متاسفانه کار مشابهی انجام نشده است تا اینجانب بتوانم با نتایج دیگران مقایسه ای داشته باشم.

داور 3:

طبق نظر داور محترم، در مورد کد محاسباتی توضیحاتی اضافه شد.

اعظم کاردان

عضو هیات علمی دانشگاه دامغان