ماده تاریک آناپولی در مدل استاندارد تعمیم یافته و مدل استاندارد ناجابجایی

مهری رحیمی[۱]، منصور حقیقت[۲]

[۱و۲]دانشگاه صنعتی اصفهان

ایمیل: mehri.rahimi@ph.iut.ac.ir

چکیده:

در نظریه ماده تاریک آناپولی، ماده تاریک ازطریق ممان آناپول با ماده معمولی برهم‌کنش آناپول انجام می‌دهد. در این نظریه ماده تاریک، فرمیون مایورانای اسپین ۱/۲ است، بنابراین تنها از طریق عامل شکل آناپول برهم‌کنش الکترومغناطیسی انجام می‌دهد. لاگرانژی این برهم‌کنش به صورت یک لاگرانژی پدیده‌شناختی نوشته شده است؛ ولی در مورد نظریه‌های بنیادی که این جمله لاگرانژی را می‌توان از آن بدست آورد ایده‌ای داده نشده است.
ما برهم‌کنش الکترومغناطیسی نوترینوی مایورانا را در مدل استاندارد در فضا–زمان ناجابجایی و مدل استاندارد تعمیم یافته با نقض لورنتس بررسی کردیم و توانستیم لاگرانژی آناپول را در این دو نظریه بیابیم و در نهایت با تطبیق حدهای داده‌های تجربی و پیش‌بینی‌های نظری حد ۰.۵ TeV را برای پارامتر ناجابجایی و حد۰.۰۴ را برای d_{00} یکی از مولفه‌های پارامتر نقض لورنتس بدست آوردیم.

واژگان کلیدی: آناپول، ماده تاریک، مدل استاندارد در فضا–زمان ناجابجایی، مدل استاندارد تعمیم یافته با نقض لورنتس.

Abstract:

In the ADM the dark matters interact with the ordinary matters exclusively through the electromagnetic anapoles. Meanwhile, the only allowed electromagnetic form factor for the spin 1/2 Majorana fermions is the anapole one. We study the electromagnetic interaction of the Majorana neutrinos in non-commutative standard model (NCSM) and the Lorentz violated extension of the standard model (SME). Consequently, we obtain the anapole form factors in the both models. Comparing the obtained results in the SME with the experimental data only put a bound on d^{00}-parameter among the SME- parameters which is of the order of 0.04. We estimate a bound of the order of 0.5 TeV on the parameter of non-commutativity.

Keywords: Anapole, Dark matter, non-commutative standard model, standard model extension.

PACS: 10, 13, 95.

ماده تاریک آناپولی

در نظریه‌ی ماده تاریک آناپولی -ADM- که در[۱] مطرح شده، ماده تاریک، فرمیون مایورانای اسپین۱/۲ است که از طریق ممان آناپول با ماده باریونی برهم‌کنش الکترومغناطیسی انجام می‌دهد. و لاگرانژی مؤثر آن به صورت

$$\mathcal{L}_I = \frac{g}{\Lambda^2}\overline{\psi}\gamma_\mu\gamma_5\psi\partial_\nu F^{\mu\nu} = \frac{g}{\Lambda^2}\overline{\psi}\{\gamma_\mu\gamma_5(g_\nu{}^\mu q^2 - q^\mu q_\nu)\}\psi A^\nu, \tag{1}$$

می‌باشد. درمعادله(۱)، Λ یک مقیاس قطع است [۱].

در حد غیر نسبیتی می‌توان هامیلتونی آناپول را به صورت

$$H_I \propto -\vec{\sigma}.(\vec{\nabla}\times\vec{B}), \tag{2}$$

بدست آورد. بنابراین زمانی که یک میدان مغناطیسی چرخشی باشد، $\vec{\nabla}\times\vec{B}\neq 0$، می‌توان ممان آناپول داشت. آناپول یک مفهوم کوانتومی است و شبیه کلاسیکی ندارد. نباید آن را با چندقطبی اشتباه گرفت. البته می‌توان برای توضیح آناپول از مفهوم ممان دوقطبی چنبره[۱] استفاده کرد. مثال کلاسیکی چنبره، سیملوله‌ای است که دو سرش را به هم متصل کرده‌ایم؛ با عبور جریان از آن در راستای محور چنبره میدان مغناطیسی چرخشی تولید می‌شود.

لاگرانژی برهمکنشی چنبره به صورت زیر است:

$$\mathcal{L}_I \propto \psi_1(p',\lambda')\gamma_\mu\gamma_5\psi_2(p,\lambda)\, j^\mu. \tag{3}$$

در این لاگرانژی برهم‌کنشی اگر $\psi_1=\psi_2$ باشد. برهم‌کنش آناپول داریم. در واقع آناپول یک حالت خاص از چنبره است. تفاوت‌های آناپول و چنبره را می‌توان در [۲] دید.

لاگرانژی(۱) واپاشی ماده تاریک به دو فرمیون و همچنین به دو بوزون پیمانه‌ای w را پیش‌بینی می‌کند. با مقایسه سطح مقطع استخراج شده از (۱) با مقادیر تجربی حد پایین جرم ماده تاریک $m_\chi < 100$ GeV و مرتبه بزرگی مقیاس انرژی $\Lambda\sim 0.5$TeV بدست می‌آید [۳].

در این نظریه پارامتر Λ صرفا به عنوان یک مقیاس انرژی که از یک نظریه بنیادی آمده معرفی شده است. در ادامه می‌خواهیم با معرفی مدل استاندارد تعمیم یافته -SME- و مدل استاندارد در فضا–زمان ناجابجایی ارتباط این مقیاس را با پارامتر نقض لورنتس و پارامتر ناجابجایی بدست آوریم.

مدل استاندارد تعمیم یافته

نظریه مدل استاندارد ذرات بنیادی به تقارن لورنتس احترام می‌گذارد. در مدل استاندارد تعمیم یافته مدل‌هایی را بررسی می‌کنیم که در آن‌ها نقض تقارن لورنتس داریم. بنابراین لاگرانژی ذرات در SME نسبت به مدل استاندارد توسعه پیدا می‌کند.برای مثال قسمت فرمیونی QED به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\mathcal{L}_{fermion} = \frac{1}{2}i\,\overline{\psi}\Gamma^\nu \overleftrightarrow{D}_\nu\psi - M\,\overline{\psi}\psi. \tag{4}$$

که در آن

$$\begin{aligned}\Gamma^\nu &= \gamma^\nu + c^{\mu\nu}\gamma_\mu + d^{\mu\nu}\gamma_5\gamma_\mu\\ M &= m + a_\mu\gamma^\mu + b_\mu\gamma_5\gamma^\mu + \frac{1}{2}H^{\mu\nu}\sigma_{\mu\nu},\end{aligned} \tag{5}$$

---

[۱] toroidal diople moment

می‌باشد[٤].

در این حالت عمومی‌ترین جریانی که با شرط هموردای لورنتس بودن و برقراری اتحاد وارد می‌توان نوشت،

$$\langle\psi(p',\lambda',\theta)|J_\mu^{em}|\psi(p,\lambda,\theta)\rangle=\bar{u}(p')\{F_1\left[\gamma_\mu+\gamma_5\gamma^\nu d_{\nu\mu}\right]+F_2 i\,\frac{\sigma_{\mu\nu}q^\nu}{2m}$$
$$+F_3\left[(q_\mu-\frac{q^2}{2m}\gamma_\mu)\gamma_5+\frac{q^2}{2m}d_{\nu\mu}\gamma^\nu\right]+F_4\sigma_{\mu\nu}\frac{q^\nu}{2m}\gamma_5+\mathcal{F}_d\}u(p), \quad (٦)$$

می‌باشد.

که $q_\mu=p'_\mu-p_\mu$ می‌باشد. F_1 بار الکتریکی، F_2 دو قطبی مغناطیسی، F_3 آناپول و F_4 دو قطبی الکتریکی است. F_d نیز معرف همه‌ی عوامل شکل جدیدی هست که در d=0 صفر می‌شوند [٥].

در نظریه‌ی مدل استاندارد در حد نمودار درختی برای برهم‌کنش الکترومغناطیسی، جمله‌ی آناپول نداریم. اما همان‌طور که در (٦) نشان داده شده در SME عامل شکل آناپول مخالف صفراست با توجه به این‌که جریان (٦) در حد پارامترهای نقض لورنتس به سمت صفر باید به جریان معمولی مدل استاندارد تبدیل شود F_3 در حد مرتبه‌ی صفرِ بسط بر حسب $d_{\nu\mu}$، صفر است.

لاگرانژی مؤثری که می‌توان از روی معادله (٦) برای فرمیون مایورانا نوشت:

$$\mathcal{L}_I=F_3\bar{\chi}\left[(q_\mu-\frac{q^2}{2m}\gamma_\mu)\gamma_5+\frac{q^2}{2m}d_{\nu\mu}\gamma^\nu\right]A^\nu\chi. \quad (٧)$$

است. با توجه به $\not{p}\chi=m\chi$ و $\not{p}\gamma_5=-\gamma_5\not{p}$ و با باز تعریف $\frac{F_3}{2m}\to F_3$ می‌توان (٧) را شبیه به لاگرانژی ADM درآورد

$$\mathcal{L}_I=F_3\bar{\chi}\left[(q_\mu\not{q}-q^2\gamma_\mu)\gamma_5+q^2d_{\nu\mu}\gamma^\nu\right]A^\nu\chi\ . \quad (٨)$$

به راحتی می‌توان دیدکه F_3 در (٨) بعد عکس مجذور انرژی دارد، بنابراین F_3 که یک اسکالر لورنتسی است باید به صورت زیر نوشته شود

$$F_3\propto\frac{p.d.p}{m_\chi^4}\ . \quad (٩)$$

هر چند که معادله (٨) در مقایسه با (١) جمله‌ای متناسب با $d_{\mu\nu}$ را اضافه دارد ولی با توجه به معادله (٥) تا پایین‌ترین مرتبه از پارامتر $d_{\mu\nu}$ این جمله تاثیری در محاسبات سطح مقطع نخواهد داشت. بنابراین

$$\mathcal{L}_I\simeq F_3\bar{\chi}\left[(q_\mu\not{q}-q^2\gamma_\mu)\gamma_5\right]A^\nu\chi, \quad (١٠)$$

می‌باشد.

اکنون با مقایسه‌ی (١٠) با (١) خواهیم داشت:

$$\frac{g}{\Lambda^2}\sim\frac{p.d.p}{m_\chi^4}. \quad (١١)$$

که با فرض g~1، در حد غیر نسبیتی داریم:

$$\frac{g}{\Lambda^2}\sim\frac{p_0d^{00}p_0}{m_\chi^4}\Rightarrow\frac{d^{00}}{m_\chi^2}=\frac{1}{\Lambda^2}\ . \quad (١٢)$$

همان‌طور که می‌بینیم پارامتر نقض لورنتس برای جرم‌ها و انرژی‌های مختلف، تفاوت می‌کند. برای حد پایین جرم $m_\chi < 100$ GeV و $\Lambda \sim 0.5$ TeV بدست می‌آید:

$$\frac{1}{(0.5TeV)^2} = \frac{d^{00}}{(0.1TeV)^2} \Rightarrow d^{00} = 0.04. \qquad (۱۳)$$

باید توجه داشت این حد اولین حد بر روی پارامتر نقض لورنتس ماده تاریک است.

مدل استاندارد در فضا-زمان ناجابجایی

در مدل استاندارد کلی‌ترین شکل جریان الکترومغناطیسی را طوری می‌نویسیم که هموردای لورنتس باشد و در اتحاد وارد صدق کند

$$\langle\psi(p', \lambda')|J_\mu^{em}|\psi(p,\lambda)\rangle = \bar{\psi}(p',\lambda')\{\gamma_\mu F_1(q^2) - \gamma_\lambda\gamma_5(g_\mu^\lambda q^2 - q^\lambda q_\mu)G_1(q^2)$$
$$+\sigma_{\mu\nu}q^\nu[F_2(q^2) - \gamma_5 G_2(q^2)]\}\psi(p,\lambda). \qquad (۱٤)$$

در نظریه میدان ناجابجایی پارامتر ناجابجایی $\theta_{\mu\nu}$ دو اندیس لورنتس اضافه نسبت به فضای جابجایی دارد. بنابراین تعداد جملاتی که می‌توان با شرط هموردای لورنتس بودن نوشت افزایش پیدا می‌کند. در حالت کلی داریم:

$$\langle\psi(p', \lambda', \theta)|J_\mu^{em}|\psi(p,\lambda,\theta)\rangle = \bar{\hat{u}}(p',\lambda')\{\gamma_\mu F_1 - \gamma_\lambda\gamma_5(g_\lambda^\mu q^2 - q^\lambda q_\mu)G_1$$
$$+\theta_{\mu\nu}\gamma^\nu(F_3 + \gamma_5 G_3) + \sigma_{\mu\nu}q^\nu(F_2 - \gamma_5 G_2)$$
$$+\theta_{\mu\nu}q^\nu(F_4 + \gamma_5 G_4) + F_5(\theta_{\mu\nu}\sigma^{\nu\rho} - \theta^{\rho\nu}\sigma_{\nu\mu})q_\rho$$
$$+G_5(\theta_{\mu\nu}\sigma^{\nu\rho} - \theta^{\rho\nu}\sigma_{\nu\mu})\gamma_5 q_\rho\}\hat{u}(p,\lambda), \qquad (۱٥)$$

F_iها و G_iها عامل ساختارها هستند.

عوامل شکل باید ناوردای لورنتس باشد. بنابراین به عواملی مثل q^2 یا $q^\mu\theta_{\mu\nu}p^\nu$ بستگی خواهد داشت[٦].

در حالت کلی می‌توان F_i ها و G_i ها را به صورت بسطی از $\theta_{\mu\nu}$ نوشت. می‌دانیم در پایین‌ترین مرتبه $\theta_{\mu\nu}$ تنها عامل شکل مجاز برای ذره‌ی مایورانای اسپین ۱/۲ ممان آناپول است. بنابراین

$$\langle\chi(p', \lambda', \theta)|J_\mu^{em}|\chi(p,\lambda,\theta)\rangle = \bar{\hat{u}}(p',\lambda')\gamma_\lambda\gamma_5(g_\lambda^\mu q^2 - q^\lambda q_\mu)G_1\hat{u}(p,\lambda)\ . \qquad (۱٦)$$

اگر معادله فوق را با معادله (۱) مقایسه کنیم؛ می‌توان دید

$$G_1 \sim g / \Lambda_{ADM}^2\ . \qquad (۱۷)$$

پس با فرض $g\sim1$ ،

$$G_1 \sim 1/\Lambda_{ADM}^2\ . \qquad (۱۸)$$

در پایین‌ترین مرتبه G_1 را وابسته به $\theta_{\mu\nu}$ حدس می‌زنیم

$$G_1 \sim \left|\theta^{\mu\nu}\right|\ . \qquad (۱۹)$$

در الکترودینامیک کوانتومی رأس آناپول نداریم. بنابراین در بسط G_1 بر حسب $\theta_{\mu\nu}$ ضریب جمله مرتبه صفرم $\theta_{\mu\nu}$ – ضریب جمله ثابت– صفر خواهد شد.

بدست آوردن ضریب تناسب نیازمند محاسبات دقیق‌تر است. بنابراین از عوامل و ضرایب تناسب صرف نظر می‌کنیم.

طبق رابطه

$$\theta^{\mu\nu} = \frac{1}{\Lambda_{NC}^2} c^{\mu\nu} \, , \qquad (۲۰)$$

و تقریب فوق:[۲]

$$G_1 \sim \frac{1}{\Lambda_{NC}^2} \, . \qquad (۲۱)$$

به وضوح خواهیم دید که:

$$\Lambda_{NC} \sim \Lambda_{ADM} \, . \qquad (۲۲)$$

در [۲] $\Lambda_{ADM} \geq 0.5TeV$ محاسبه شده است. بنابراین

$$\Lambda_{NC} > 0.5TeV \, . \qquad (۲۳)$$

نتیجه گیری

با توجه به این‌که در لاگرانژی SME و NCSM برخلاف مدل استاندارد، جملاتی که منجر به برهم‌کنش‌های آناپول می‌گردد وجود دارد، ما به مطالعه‌ی این دو نظریه و اثر آن بر روی ماده تاریک آناپولی پرداختیم. در این راستا ابتدا جمله‌ی برهم‌کنشی آناپول را از SME وNCSM به صورت معادله‌ی (۸) و(۱٦) بدست آوردیم؛ سپس با مقایسه‌ی لاگرانژی برهم‌کنشی ADM و جمله‌های بدست آمده از SME و NCSM حدی از مرتبه‌ی ۰.۰٤ روی پارامتر d^{00} و حدی از مرتبهTEV ۰.۵ روی پارامتر ناجابجایی گذاشتیم.

مراجع :

[۱] C. M. Ho and R. J. Scherrer, Phys. Lett. B 722, (2013) 341.

[۲] V. M. Dubovik and V. E. Kuznetsov, Int. J. Mod. Phys. A 13, (1998) 5257.

[۳] Yu Gao, Chiu Man Ho, and Robert J. Scherrer, Phys. Rev. D 89, (2014) 045006.

[٤]س آقابابایی، م حقیقت . پژوهش فیزیک ایران. ۱۱(۱۳۹۰)۱۸۹.

[۵] M. Haghighat, I. Motie, Z. Rezaei, Int.J.Mod.Phys. A28, 24, (2013) 1350115.

[۶] M.Mm Ettefaghi;M. ,Haghighat;Phys.Rev.D; 77(2008) 056009.

[۲] $c^{\mu\nu}$ یک ماتریس ۴×۴ پاد متقارن، بدون بعد و ثابت است