تورم کیهانی در مدلهای تورمی ناهمسانگرد

علی اکبر ابوالحسنی [۱]، حسن فیروزجاهی [۲]،

[۱] دانشکده فیزیک دانشگاه صنعتی شریف

[۲] پژوهشکده نجوم، پژوهشگاه دانش های بنیادی

چکیده

در این مقاله به مطالعه مدلهای تورمی ناهمســـانگرد می پردازیم. در این مدلها معمولاً یک میدان پیمانه ای آبلی که به صـــورت غیر کمینه به میدان تورمی جفت شـده اسـت، در دینامیک تورم نقش بازی می کند. در حضـور یک میدان برداری، جواب زمینه نا همسانگرد می باشد و به شـکل متریک بیانکی می باشـد. البته برای سازگاری مدل با مشاهدات رصدی، مقدار ناهمسانگردی زمینه باید ناچیز باشد .با محاسبه اختلالات کیهانی در این مدل ها با بکارگیری فرمالیسـم δN، طیف توان ناهمسانگرد را بدست می‌آوریم. نشان می‌دهیم که انتقاد ارائه شده در [۴] وارد نیسـت و می توان در حد غیرجاذب نیز محاسـبات را تکرار کرد و طیف ناهمسـانگرد را محاسـبه کرد. با اسـتفاده از قیود رصـدی روی دامنه ناهمسانگردی چهارقطبی، نشان می دهیم که سهم انرژی میدان برداری در انرژی کل در دوران تورم باید بسیار کوچک باشد.

کلمات کلیدی: کیهانشناسی، مدل های تورمی، تورم ناهمسانگرد.

Inflationary Cosmology in Anisotropic Inflation Models

Ali Akbar Abolhasani[1], Hassan Firouzjahi[2]

[1] Physics Department, Sharif University of Technology

[2] School of Astronomy, Institute for Research in Fundamental Sciences

In this work we study the setup of anisotropic inflation. In these models a $U(1)$ gauge field is coupled to the inflaton field. The background metric is in the form of Bianchi I solution. In order for solution to be consistent with observations, the level of anisotropy should be small. We employ the δN formalism in cosmological perturbation theory to calculate the anisotropy power spectrum. We show that the usual result for the anisotropic power spectrum still holds and the criticism mentioned in [4] does not apply. Using the constraint from the quadrupole anisotopy, we show the contribution of the gauge field to total energy density should be very small.

Keywords: Cosmology, Inflationary models, Anisotropic inflation
PACS: 98.80.Cq

۱- مقدمه :

امروزه تئوری تورم به یکی از اجزای اصلی کیهان شناسی استاندارد تبدیل شده است. در مدلهای تورمی فرض می‌شود که کیهان در زمان های اولیه وارد یک مرحله انبساط با شتاب مثبت شده بطوریکه در طی این مرحله ضریب مقیاس کیهان $a(t)$ تقریباً بصورت نمایی رشد می کند. برای حل مشکل افق و مشکل تختی نظریه کیهان شناسی FRW فرض میگردد که ضریب مقیاس به اندازه e^{60} برابر رشد کرده است.

از پیش بینی های اصلی مدل های تورمی تولید اختلاف کیهانی تقریباً مقیاس ناوردا، تقریباً گاوسی و تقریباً بی در رو است که به خوبی با مشاهدات رصدی ماهواره پلانک و دیگر مشاهدات سازگار است [۲و۱].

معمولاً نظریه های تورمی برپایه دینامیک یک میدان تورمی که بطور کمینه با گرانش نسبیت عام اینشتنی جفت شده است، بنا شده اند. ولی می‌توان این تصویر ساده را تغییر داده و مدلهای تورمی را در نظر بگیریم که علاوه بر یک میدان اسکالر، میدانهای برداری یا پیمانه ای نیز در دینامیک تورم نقش داشته باشند. این مدلها معمولاً مدلهای تورم ناهمسانگر نامیده میگردند که در آن یک میدان پیمانه ای آبلی در دینامیک تورم نقش بازی می کند. برای گریز از افت نهایی انرژی میدان پیمانه ای در سطح زمینه و همچنین برای اینکه طیف اختلالات میدان برداری مقیاس ناوردا باشند، لاگرانژین این میدان پیمانه ای با میدان تورم جفت شده به طوریکه بستگی زمانی مورد نظر را تأمین کند [۳].

در این مقاله، ابتدا مروری بر مدلهای تورمی ناهمسانگرد انجام می‌دهیم. سپس اختلالات کیهانی در این مدل ها با روش δN محاسبه می گردد و سپس طیف توان ناهمسانگرد را محاسبه می کنیم. از مهمترین اهداف این مقاله رفع شبهه به انتقاد ارائه شده در [۴] در بررسی اختلالات تورمی در مدل های تورم ناهمسانگرد است.

۲- مدل تورم ناهمسانگرد

در این بخش به معرفی مدل تورم ناهمسانگرد می پردازیم. همچنانکه قبلاً بیان شد این مدل بر پایه دینامیک یک میدان پیمانه ای آبلی $U(۱)$ که با میدان تورم جفت شده است بنا شده است. لاگرانژین این مدل بصورت زیر است :

$$S=\int d^{۴}x\sqrt{-g}\left[\frac{M_P^{۲}}{۲}R-\frac{۱}{۲}\partial_{۲}\varphi\,\partial^{۲}\varphi-\frac{f^{۲}(\varphi)}{۴}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}-V(\varphi)\right]$$

که در آن φ میدان تورمی و $F_{\mu\nu}$ تانسور پاد متقارن نظریه ماکسول است که از میدان پیمانه ای A_μ بصورت $F_{\mu\nu}\equiv\partial_\mu A_\nu-\partial_\nu A_\mu$ بدست می‌آید. تابع $f(\varphi)$ بیانگر جفت شدگی میدان پیمانه ای با میدان تورمی است و به صورتی انتخاب می‌شود که از افت نمایی میدان پیمانه ای در زمینه جلوگیری کند. نهایتاً M_p جرم پلانک کاهش یافته است.

در حضور میدان برداری زمینه، تقارن دورانی کیهان شناسی FRW می شکنند. بدون از دست دادن کلیت بحث، ما فرض می کنیم میدان برداری زمینه دارای مؤلفه ای بصورت $A_\mu=(0,A_x(t),0,0)$ است. در این صورت متریک زمینه بصورت متریک بیانکی نوع یک داده می شود، که در آن

$$ds^{۲}=-dt^{۲}+e^{۲\alpha(t)}\left(e^{-۴\sigma(t)}dx^{۲}+e^{۲\sigma(t)}(dy^{۲}+dz^{۲})\right) \qquad (۱)$$

توجه کنید که دوران در راستای محور شکسته شده ولی تحت زیر دوران در صفحه $y-z$ همچنان دارای تقارن دوران ۲ بعدی است. در این نماد گذاری تابع $\alpha(t)$ بیانگر ایتای تورمی است و ثابت هابل موثر در دوران تورم بصورت $H=\dot{\alpha}$ داده میشود. همچنین تابع $\sigma(t)$ بیانگر ناهمسانگردی در سیستم است و برای اینکه مقدار ناهمسانگردی زمینه کوچک بوده تا با مشاهدات رصدی سازگار باشد، باید شرط $\frac{\dot{\sigma}}{\dot{\alpha}} << 1$ را روی نرخ انبساط ناهمسانگرد اعمال کنیم.

حال معادلات تحول میدان ها در سطح زمینه، عبارتند از :

$$\partial_t\left(f^{2}(\varphi)e^{\alpha+4\sigma}\dot{A}_x\right)=0 \qquad (۲)$$

$$\varphi''+3H\,\dot{\varphi}+V_{,\varphi}-f(\varphi)\,f_{,\varphi}A^{2}e^{-2\alpha+4\sigma}=0 \qquad (۳)$$

$$\frac{1}{2}\dot{\varphi}^{2}+V(\varphi)+\frac{1}{2}f^{z}\dot{A}_x^{2}e^{-2\alpha+4\sigma}=3M_P^{2}(\dot{\alpha}^{2}-\dot{\sigma}^{2}) \qquad (۴)$$

از حل معادله (۲) ، که همان معادله ماکسول است، داریم :

$$\dot{A}_x=E_x=f^{-2}e^{-\alpha-4\sigma}\,\beta_A \qquad (۵)$$

که در آن β_A یک ثابت انتگرال گیری است و E_x بیانگر میدان الکتریکی زمینه است.

همانطور قبلاً بیان شد، در زمینه انبساطی انرژی میدان پیمانه ای بصورت نمایی افت می کند. ولی با انتخاب مناسب تابع جفت شدگی $f(\varphi)$ می توان افت چگالی انرژی میدان پیمانه ای را تحت کنترل در آورد. به این منظور پارامتر R که بیانگر نسبت چگالی انرژی میدان پیمانه ای به چگالی انرژی کل است بصورت زیر تعریف می‌شود :

$$R=\frac{P_A}{V}=\frac{\dot{A}_x^{2}f^{2}(\varphi)e^{-2\alpha}}{2V} \qquad (۶)$$

برای اینکه ناهمسانگردی ایجاد شده توسط میدان برداری زمینه کوچک باشد نیاز داریم $R<<1$.

اکنون با استفاده از جواب (۵)، و جایگذاری در پارامتر R داده شده با رابطه (۶) بدست می آوریم :

$$R=\frac{b_A^{2}}{2V}\,f(\varphi)^{-2}\,e^{-4\alpha-8\sigma} \qquad (۷)$$

رابطه بالا نشان می دهد که برای ناهمسانگردی کوچک $\sigma << 1$، شرط اینکه پارامتر R تقریباً ثابت باقی مانده و با انبساط زمینه کیهانی رقیق نگردد آن است که داشته باشیم $f(\varphi) \propto e^{-۲\alpha}$. این رفتار زمانی $f(\varphi)$ را بیان می کند ولی شکل تابعی $f(\varphi)$ بر حسب φ با شکل پتانسیل $V(\varphi)$ داده میشود.

برای بدست آوردن شکل تابعی $f(\varphi)$ ،ها پتانسیل ساده آشونباک را در نظر می گیریم که $V(\varphi) = m^۲ \varphi^۲ / ۲$. با این پتانسیل شکل تابعی $f(\varphi)$ که مقدار تقریباً ثابت برای پارامتر R نتیجه می دهد عبارتست از [۳].

$$f(\varphi) = \exp\left(\frac{c\varphi^۲}{۲M_P^۲}\right) \tag{۸}$$

که در آن یک c یک پارامتر عددی بزرگتر از واحد است.

سهم دینامیک میدان برداری در تحول سیستم، عمدتاً در معادله میدان اسکالر قابل مشاهده است. در تقریب غلتش آرام داریم :

$$۳\dot{\alpha}\,\dot{\varphi} \cong -m^۲\varphi + \frac{cb_A^۲}{M_P^۲}\varphi\, f(\varphi)^{-۲} e^{-۴\alpha} \tag{۹}$$

که در آن جمله آخر در سمت راست معادله (۹) بیانگر سهم پس کنش میدان برداری روی تحول میدان تورمی φ است. معادله (۹) برحسب تعداد ایتا به عنوان ساعت جدید $d\alpha = Hdt$ ، بصورت زیر در می آید:

$$\alpha\frac{d\varphi}{d\alpha} \cong -۲M_p^۲ + \frac{۲cb_A^۲}{m^۲} e^{-c\frac{\varphi^۲}{M_p^۲}} e^{-۴\alpha} \tag{۱۰}$$

با حل معادله (۱۰) بدست می آوریم :

$$e^{-۴\alpha} e^{-\frac{c\varphi^۲}{M_P^۲}} = \frac{m^۲(c-۱)M_P^۲}{c^۲P_A^۲}\left[۱ + D\, e^{-۴(c-۱)\alpha}\right]^{-۱} \tag{۱۱}$$

که در آن D یک ثابت انتگرال گیری است.

در مقاله [۳] مشاهده شده است که با انتخاب $c > ۱$ جمله شامل ثابت D در رابطه (۱۱) رفتار میرایی دارد و بعد از مدتی سیستم به حالت جاذب می رسد که در آن تحول $\varphi(\alpha)$ بصورت زیر داده میشود :

$$e^{-۴\alpha} e^{-\frac{c\varphi^۲}{M_P^۲}} \cong \frac{m^۲(c-۱)M_P^۲}{c^۲b_A^۲} \tag{۱۲}$$

حال با جایگذاری رابطه فوق در تعریف پارامتر R، بدست می آوریم :

$$R = \frac{m^{۲} M_{p}^{\;۲}}{۲V} \; \frac{c-۱}{c} \qquad (۱۳)$$

از طرف دیگر ، پارامتر غلتش آرام ε به دلیل وجود سهم میدان پیمانه ای در چگالی انرژی کل، اندکی تغییر می کند و خواهیم داشت

$$\varepsilon \equiv -\frac{\dot{H}}{H^{۲}} = -\frac{\alpha''}{\dot{\alpha}^{۲}} = \frac{۲M_{P}^{۲}}{c\varphi^{۲}} \qquad (۱۴)$$

با مقایسه روابط (۱۳) و (۱۴) بدست می آوریم :

$$R = \frac{۱}{۲} \; I\,\varepsilon \qquad (۱۵)$$

که در آن پارامتر I عبارتست از $I \equiv \frac{c-1}{c}$.

رابطه (۱۵) بیانگر جواب جاذب است که مقدار ناهمسانگردی که با پارامتر R سنجیده میشود، متناسب با پارامتر غلتش آرام ε است.

تصویری که از این محاسبات حاصل میشود این است که با انتخاب مناسب تابع جفت شدگی $f(\varphi)$، به عنوان مثال در این مدل خاص رابطه (۸)، میتوان از افت چگالی انرژی میدان پیمانه ای در دوران تورم جلوگیری کرد. در آن صورت، پارامتر R که بیانگر نسبت چگالی انرژی میدان پیمانه ای به چگالی انرژی کل است، مقداری تقریباً ثابت خواهد داشت که با رابطه (۱۵) داده میشود. البته تا این مرحله قیدی روی اندازه پارامتر آزاد I گذاشته نشده است. هم چنانکه در محاسبات اختلالات طیف دان مشاهده خواهیم کرد، سازگاری با مشاهدات نیازمند است که $I \lesssim 10^{-7}$.

تصویری که از نتایج [۳] حاصل گردید، در کار [۴] به چالش کشیده شد. در کار اخیر مشاهده شد که حدی که جمله شامل ثابت D در (۱۱) قابل صرفنظر کردن باشد، در عمل اتفاق نمی افتد. علت آن است که پارامتر I از مشاهدات رصدی بدست می آید که بسیار کوچک باشد. متعاقباً پارامتر $c-۱$ بسیار نزدیک صفر بوده (از مرتبه $۱۰^{-۷}$) و در نتیجه برای تعداد ایتا از حدود $\alpha \cong ۶۰$ که در مدلهای تورمی مورد نیاز است، جمله میرای شامل ثابت D در معادله (۱۱) بقدر کافی افت نکرده و از کل سهم آن در معادلات حرکت نمی‌توان صرف نظر کرد.

۳- محاسبات δN

در این بخش محاسبات δN برای مدل تورمی ناهمسگرد و عدم فرض حل جاذب ارائه می گردد که تعمیم محاسبات قبلی بر پایه δN است که در[۵] انجام شده است.

با در نظر گرفتن اثرات پس کنش میدان پیمانه ای روی دینامیک میدان تورمی، تحول φ برجسب تعداد ایتا N بصورت زیر بیان میگردد.

$$\varphi(N)^{۲} - \varphi_e^{۲} = -\frac{۴M_P^{۲}}{c}N - \frac{M_P^{۲}}{c}\ln\left[\frac{۱+D}{۱+De^{-۴(c-۱)N}}\right] \qquad (۱۸)$$

توجه می کنیم که جمله آخر در معادله فوق بیانگر اثرات جدید ناشی از عدم فرض حل جاذب است. همچنین φ_e بیانگر مقدار میدان تورمی در پایان تورم است.

با بدست آوردن شکل تابعی $\varphi(N)$، مطابق روش δN [۱۱]، می‌توانیم بستگی تغییرات δN به تغییرات اختلالات میدان‌های $\delta\varphi$ و δA_x بدست آوریم. مانند محاسبات [۵]، با در نظر گرفتن حد غلتش آرام و فرض اینکه $c-۱ \lesssim O(\varepsilon)$ ، بدست می آوریم :

$$۲\varphi\,\delta\varphi \cong -\frac{۴M_P^{۲}}{c}\delta N + \frac{M_P^{۲}}{c}\frac{R(۱-X)}{(x-۱)R+(۱/۲)I\varepsilon}\;\frac{\delta R}{R} \qquad (۱۹)$$

که در آن متغیر X بصورت $X = e^{-۴(c-۱)N}$ تعریف شده است. در رابطه (۱۹) کمیت $X-۱$ بیانگر سهم جمله میرا شامل D از معادله (۱۱) ، که معادل عدم فرض حل جاذب است، می باشد.

اکنون برای اینکه رابطه مستقیمی برای δN برحسب $\delta\varphi$ و δA_x بدست بیاوریم، نیاز داریم δR را از رابطه فوق حذف کنیم. با استفاده از تعریف R از رابطه (۶)، داریم:

$$\frac{\delta R}{R} \sim ۲\frac{\delta\dot{A}}{\dot{A}} + ۲\frac{\delta f}{f} - ۲\delta N \qquad (۲۰)$$

از طرفی با استفاده از شکل تابعی $f(\varphi)$ در معادله (۸)، داریم $\frac{\delta f}{f} = \frac{c}{M_P^{۲}}\delta\varphi$.

با قراردادن این رابطه در معادله (۱۹) بدست می آوریم :

$$\delta N \sim -\frac{۱-\beta}{۲+\beta}\frac{c\varphi}{M_P^{۲}}\;\delta\varphi + \frac{\beta}{۲+\beta}\;\frac{\delta\dot{A}}{\dot{A}} \qquad (۲۱)$$

که در آن پارامتر β بصورت زیر تعریف شده است :

$$\beta \equiv \frac{R(۱-e^{-۴(c-۱)N})}{R(e^{-۴(c-۱)N}-۱)+(۱/۲)I\varepsilon} \qquad (۲۲)$$

رابطه (۲۱) یکی از مهمترین نتایج این کار است. در این رابطه ما بستگی δN و $\delta\dot{A}$ را بدست می‌آوریم. قابل توجه است که فقط $\delta\dot{A}$(تغییرات مشتق زمانی A) و نه خود δA_x ظاهر می گردد. علت آن است که فقط $\dot{A}_\mu$ که بیانگر میدان الکتریکی است دارای معنای فیزیکی است درحالی که A_μ به تنهایی کمیتی فیزیکی نیست.

کمیت فیزیکی مورد علاقه ، اختلال انحنای R است که با N داده می‌شود [۶]: $R = \delta N$.

در نتیجه طیف توان اختلالات انحنا که بیانگر اختلالات دمایی روی تابش زمینه کیهانی است عبارتست از :

$$P_R = ۴c^۲\left(\frac{۱-\beta}{۲+\beta}\right)^۲ P_. + \left(\frac{\beta^۲}{۲+\beta}\right)^۲ P_{\frac{\delta\dot{A}}{\dot{A}}} \qquad (۲۳)$$

که در آن ρ_0 اختلالات انحنای زمینه در غیاب میدان پیمانه ای است که عبارتست از :

$$\rho_. = \left(\frac{\varphi}{۲M_P^۲}\right)^۲ \rho_{\delta\varphi} = \frac{H^۲}{۸\pi^۲ M_P^۲ \varepsilon} \qquad (۲۴)$$

سهم اختلالات میدان پیمانه ای $P_{\frac{\delta\dot{A}}{\dot{A}}}$ در [۷ و ۵] حساب شده است که عبارتست از :

$$P_{\frac{\delta\dot{A}}{\dot{A}}} = \frac{۳H^۲}{۸\pi^۲}\frac{\sin ۲\theta}{M_P^۲ R} \qquad (۲۵)$$

که در آن θ زاویه بین جهت ناهمسانگردی و بردار تکانه فضای فوریه است.

با قرار دادن سهم اختلالات میدان پیمانه ای در طیف توان کل، داریم :

$$P_R \sim P_R^{(\cdot)}\left[۱+\left(\frac{\beta}{۲c(۱-\beta)}\right)^۲ \frac{۳\varepsilon}{R}\sin^۲\theta\right] \qquad (۲۶)$$

همچنانکه قبلاً اشاره شد، اصلاحات میدان پیمانه ای در طیف توان بصورت ناهمسانگردی آماری چهار قطبی است که با نگاه به تعریف g_* از رابطه (۱۶) بدست می آوریم:

$$g_* = -\frac{۳\varepsilon}{۴Rc^۲}\frac{\beta^۲}{(۱-\beta)^۲} \qquad (۲۷)$$

برای آنکه تخمین برای بزرگی g_*داشته باشیم، نیاز داریم مقدار بزرگی β و نهایتا مقدار بزرگی کمیت $N(c-۱)$را بدانیم. برای این کار ابتدا از این نتیجه شروع می کنیم که $(c-1) \underset{\sim}{<} O(\varepsilon)$ تا مقدار ناهمسانگردی با قیود رصدی سازگار باشد، این نتیجه گیری در محاسبات زیر مستقیما تایید می گردد. همچنین در حد غلتش آرام، ما علاقمند به حالتی هستیم که تغییرات سهم انرژی میدان پیمانه ای به انرژی کل که با پارامتر R سنجش میگردد از مرتبه غلتش آرام باشد، یعنی : $R / RH \underset{\sim}{<} O(\varepsilon)$. در نتیجه مقدار R در شروع تورم با مقدار پایانی آن تقریباً برابر است. اکنون با حذف کمیت ناشناخته D از رابطه (۱۷) داریم :

$$e^{-۴(c-۱)N} \sim \frac{۱-\dfrac{\varepsilon(c-۱)}{R}}{۱-\dfrac{\varepsilon(c-۱)}{R_e}} \sim ۱ \qquad (۲۸)$$

این نتیجه می دهد که $(c-۱)N << ۱$.

با داشتن اینکه $(c-۱)N << ۱$، نتیجه می گیریم $۱۶RN/\varepsilon << ۱$ که با شرط کوچک بودن g_* سازگار باشد. در معادله (۲۹) جواب نهایی این کار است. توجه داریم که در حد حل جاذب [۳] که در آن مقدار R با رابطه (۱۵) و بصورت $R = \frac{1}{2}I\varepsilon$ داده میشود، رابطه (۲۹) بصورت متعارف

(۳۰) (حد حل جاذب)

$$g_* = -۲۴IN^۲$$

در می آید که در محاسبات [۱۰و۹و ۸و ۷و ۵] بدست آمده است.

با توجه به قیود رصدی روی دامنه ناهمسانگردی چهارقطبی [۱۲] $|g_*| \lesssim 10^{-2}$ ، نتیجه می گیریم که $\frac{R}{\varepsilon} \lesssim 10^{-7}$ و متعاقباً با این فرض قابل قبول که مرتبه بزرگی I قابل مقایسه با مرتبه بزرگی R است، نتیجه می گیریم $I \sim c^{-1} < O(\varepsilon)$. این همچنین فرض اولیه که $c-1 << 1$ را تایید می کند.

۴- نتیجه گیری

در این کار، اختلالات کیهانی در مدلهای تورمی ناهمسانگرد را مورد بررسی قرار داده ایم. هدف آن بوده است که درستی انتقاد مطرح شده در [۴] مورد بررسی قرار گیرد. ما نشان دادیم که محاسبات انجام شده در کارهای قبلی در محاسبه طیف توان ناهمسانگردی در مدلهای تورمی از جمله در [۱۰و۹و ۸ و ۷, ۵] هم چنان برقرار است. از جمله ما نشان دادیم که طیف توان ناهمسانگرد و دامنه ناهمسانگردی چهار قطبی متناسب با مجذور تعداد دیتای تورم است : $g_* \propto N^2$. اگر سیستم به حد جاذب برسد، آنگاه رابطه (۳۰) قابل استفاده است که در کارهای قبلی بدست آمده است. ولی در حالت کلی که سیستم به حل جاذب نرسیده باشد آنگاه رابطه کلی (۲۹) برقرار است. تنها تغییر در محاسبات قبلی آن است که نسبت سهم انرژی پیمانه ای به انرژی کل، پارامتر R، به عنوان ضریب متناسب ظاهر می گردد که پارامتر فیزیکی مستقل است. تنها در حد جاذب ، می توانیم از رابطه $R = \frac{1}{2}I\varepsilon$ استفاده کرده که رابطه کلی (۲۹) طبیعتاً رابطه (۳۰) را نتیجه می دهد.

مراجع

1. P.A. R Ade et al, Planck 2015 results XIII, Cosmological Parameters, arXiv : 1502.01589
2. P.A.R. Ade et al, Planck 2015 results XX, Constraints on Inflation, arXiv : 1502.02114
3. M. Watanabe, S. Kanno. J. Soda, Phy. Rev. Lett. 102/191302 (2009), arxiv: 0902. 2833
4. A. Naruko, E. Komatsu, M. Yamaguchi, JCAP 1504 (2015) 04, 045, arxiv: 1411.5489
5. A.A. Abolhasani, R. Emami, J.T. Firouzjaee, H.Firouzhahi, JCAP, 1308, 016 (2013), arxiv: 1302.6986
6. D.H. Lyth, K. Malik, M. Sasaki, JCAP. 0505 (2005)004, arxiv: astro-ph/0411250
7. N. Bartolo, S. Matarrese, M. Peloso, A. Ricciardone, Phys. Rev. D89, 023504 (2013), arxive:1210.3257
8. M. A. Watanabe, S. Kanno, J. Soda, Prog. Theor. Phys. 123,1041 (2010), arixvi:1003.0056
9. R. Emami, H. Fiouzjahi, JCAP 1310, 41 (2013), arxiv: 1301.1219
10. M. Sasaki and E.D. Stewart, Prog. Theor. Phys. 95 (1996)71-78, arxiv: astro-ph/9507001
11. M. Shiraishi, E. Komatsu, M. Peloso, N. Barnabj, JCAP 1305,002 (2013), arxiv: 1302.3056
12. J. Kim and E. Komatsu, Phys. Rev. D88 (2013) 101301, arxiv: 1310.1605