

# تعمیم کوانتومی فرمولبندی آپلتون-هارتری

بهنام رجبی و احمد مهرآمیز

گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه بین المللی امام خمینی (ره)، قزوین، ایران

پست الکترونیکی: mehramiz@sci.ikiu.ac.ir

## چکیده

در این کار، شکلی جدید و تعمیم یافته برای فرمول آپلتون-هارتری به دست آورده می شود. با استفاده از این فرمول، آثار ناشی از نیروی کوانتومی بر امواج الکترومغناطیسی در حالت های انتشار مایل، شبه موازی و شبه عمود در یک پلاسما ناهمسانگرد بررسی می گردد. در حالت کلی تری نسبت به پژوهش های پیشین، نشان داده می شود نیروی کوانتومی، پاشندگی امواج ویسلر، هلیکون، چپ گرد، عادی و غیرعادی را تحت تاثیر قرار می دهد. بررسی نتایج در حالت های خاص نتایج پژوهش های پیشین را تایید می کند و در حالت های حدی به روابط شناخته شده فیزیک پلاسمای کلاسیک می انجامد.

واژه های کلیدی: پلاسمای کوانتومی، نیروی کوانتومی، امواج الکترومغناطیسی

PACS No. (30, 50)

## ۱. مقدمه

در کمتر از دو دهه اخیر بسیاری از مباحث کلاسیکی مطرح در فیزیک پلاسما با لحاظ کردن جنبه های کوانتومی مورد بازبینی قرار گرفته است. بحث امواج و ناپایداری های پلاسما از جمله این مباحث است و ثابت شده است که در نظر گرفتن جنبه های کوانتومی برای ذرات تشکیل دهنده پلاسما، باعث پدیدار شدن ویژگی های جدیدی برای بسیاری از محیط های پلاسمایی، امواج و ناپایداری های آنها می شود. در رابطه با انجام اصلاحات کوانتومی بر پاشندگی کلاسیکی امواج مختلف پژوهش های زیادی صورت گرفته است [۱-۸]. برآورد تاثیرات نیروی کوانتومی برآمده از افت و خیز چگالی و همچنین اسپین ذرات از جمله این اصلاحات هستند. به عنوان مثال در مرجع [۹] پاشندگی امواج خطی در یک پلاسمای کوانتومی سرد و یکنواخت در قالب خاصی از سیستم ویگنر پواسون مورد بررسی قرار گرفته است. در کار فوق نشان داده می شود که جنبه های کوانتومی بر پاشندگی برخی از امواج الکترومغناطیسی تاثیر گذار هستند و موج لانگمویر به دلیل اثرات کوانتومی، ویسلر مانند می شود. پژوهش گفته شده در بردارنده نتایجی ارزنده است ولی در دو حالت خاص انجام شده است. از سوی دیگر، فرمولبندی آپلتون-هارتری روشی شناخته شده در بحث مطالعه امواج پلاسمای سرد است. این فرمولبندی به شکلی منسجم مطالعه طیف گسترده ای از امواج الکترونی پلاسمای کلاسیک را ممکن می سازد.

در این مقاله از معادلات دینامیکی حاکم بر پلاسما همراه با اصلاحات کوانتومی برای تحلیل رفتار الکترو دینامیکی سیستم استفاده می‌شود. شکلی تعمیم یافته و کوانتومی برای فرمولبندی آپتون-هارتری به دست آورده می‌شود و با استفاده از آن پاشندگی امواج مختلف الکترومغناطیسی الکترونی مورد تحلیل قرار می‌گیرد. به بیان دیگر، ضمن مطالعه‌ی حالت‌های مختلف فرمولبندی به دست آمده، تاثیر پتانسیل‌های کوانتومی بر پاشندگی امواج ویسلر، هلیکون، چپ‌گرد (موج  $L$ )، عادی (موج  $O$ ) و غیرعادی (موج  $X$ ) در حالت‌های انتشار مایل، شبه‌موازی و شبه عمود نسبت به میدان مغناطیسی خارجی در محیط پلاسما بررسی می‌گردد. سرانجام بررسی حالت‌های حدی، سازگاری نتایج به دست آمده با دیگر مقالات و همچنین متون کلاسیک را نشان خواهد داد.

## ۲. معادلات و تحلیل الکترو دینامیکی

پلاسمای یکنواخت و ناهمسانگردی را در نظر می‌گیریم که شامل الکترون‌ها و یون‌ها است. یون‌ها ساکن در نظر گرفته می‌شوند و میدان مغناطیسی خارجی اعمالی بر پلاسما هم‌راستا با محور  $Z$  ( $B \parallel \hat{z}$ ) فرض می‌شود. برای برآورد جنبه‌های الکترو دینامیکی با ترکیب قانون فارادی و قانون آمپر و انجام تبدیل فوریه می‌توان به معادله همگن حاکم بر میدان موج دست یافت [۱۰]:

$$\mathbf{n} \times (\mathbf{n} \times \mathbf{E}) + \frac{\omega^2}{c^2} \vec{\epsilon} \cdot \mathbf{E} = 0 \quad (1)$$

در رابطه فوق  $\mathbf{n}$  معرف ضریب شکست است. در ادامه معادله بالا به شکل ماتریسی  $\vec{D} \cdot \mathbf{E} = 0$  نوشته خواهد شد. معادله دیگری که به آن نیازمندیم، معادله اصلاح شده اوپلر است:

$$m \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) - \frac{\nabla p}{n} + \frac{\hbar^2}{2m} \nabla \cdot \left( \frac{\nabla^2 \sqrt{n}}{\sqrt{n}} \right) \quad (2)$$

که در آن  $q$  بار ذره،  $\mathbf{E}$  میدان الکتریکی،  $B$  میدان مغناطیسی خارجی،  $m$  جرم ذره،  $\mathbf{v}$  سرعت ذره،  $n$  چگالی عددی،  $\hbar$  ثابت پلانک و  $p$  فشار گرمایی است. جمله آخر بیانگر نیروی کوانتومی بوهم است.

معادله پیوستگی برای الکترون‌ها نیز به صورت زیر به کار برده می‌شود:

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \nabla \cdot (n_e \mathbf{v}_e) = 0 \quad (3)$$

که در آن  $n_e$  چگالی اختلالی الکترون‌ها و  $\mathbf{v}_e$  سرعت اختلالی الکترون‌ها است. فرض می‌شود بردار  $\mathbf{n}$  در صفحه  $xz$  قرار دارد و با میدان مغناطیسی خارجی زاویه  $\theta$  می‌سازد. به بیان دیگر:

$$\mathbf{n} = (n \sin \theta, 0, n \cos \theta) \quad (4)$$

است. عبارت اول رابطه (۱) را به شکل ماتریسی زیر می‌نویسیم:

$$\mathbf{n} \times (\mathbf{n} \times \mathbf{E}) = \begin{pmatrix} -n^y \cos^y \theta & \cdot & n^y \cos \theta \sin \theta \\ \cdot & -n^y & \cdot \\ n^y \cos \theta \sin \theta & \cdot & -n^y \sin^y \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} \quad (5)$$

در ادامه تانسور دی‌الکتریک  $\vec{\epsilon}$  محاسبه خواهد شد. بدین منظور با انجام خطی‌سازی و تبدیل فوریه بر روی مولفه‌های رابطه (۲) و نیز معادله پیوستگی الکترون‌ها (رابطه ۳)، چگالی جریان به دست می‌آید:

$$\begin{pmatrix} j_x \\ j_y \\ j_z \end{pmatrix} = -n \cdot e \begin{pmatrix} \frac{eH(\omega G)}{im(\omega^y G^y - \omega_c^y H^y)} & -\frac{e\omega_c H^y}{m(\omega^y G^y - \omega_c^y H^y)} & \cdot \\ \frac{eH(\omega G)}{im(\omega^y G^y - \omega_c^y H^y)} & \frac{e\omega_c H^y}{m(\omega^y G^y - \omega_c^y H^y)} & \cdot \\ \cdot & \cdot & \frac{eH}{i\omega m G} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} \quad (6)$$

که در آن  $\omega_c$  فرکانس سیکلوترونی الکترون و  $n$  چگالی تعادلی الکترون‌ها است و عبارت‌های  $G$  و  $H$  نیز به صورت زیر تعریف شده‌اند:

$$G = \omega^y \xi m^y - \hbar^y k^z - 4m^2 k^2 v_{Th}^2 \quad (7)$$

$$H = \omega^y \xi m^y$$

جملات دوم و سوم در عبارت  $G$ ، به ترتیب ناشی از اثر پتانسیل کوانتومی بوهم و اثر گرمایی هستند. با استفاده از رابطه (۶) و با توجه به این که  $\mathbf{j} = \vec{\sigma} \cdot \mathbf{E}$  است، تانسور رسانندگی محیط به شکل زیر به دست می‌آید:

$$\vec{\sigma} = \begin{pmatrix} \frac{-\omega_p^y H(\omega G)}{i(\omega^y G^y - \omega_c^y H^y)} & \frac{\omega_p^y \omega_c H^y}{(\omega^y G^y - \omega_c^y H^y)} & \cdot \\ -\frac{\omega_p^y \omega_c H^y}{(\omega^y G^y - \omega_c^y H^y)} & \frac{-\omega_p^y H(\omega G)}{i(\omega^y G^y - \omega_c^y H^y)} & \cdot \\ \cdot & \cdot & \frac{-\omega_p^y H}{i\omega G} \end{pmatrix} \quad (8)$$

که در آن  $\omega_p$  فرکانس پلاسما است. با جایگزینی تانسور رسانندگی (۸) در رابطه  $\vec{\epsilon} = \vec{1} + \frac{i}{\epsilon_0 \omega} \vec{\sigma}$ ، می‌توان تانسور دی‌الکتریک محیط را به صورت زیر به دست آورد:

$$\vec{\epsilon} = \begin{pmatrix} S_q & iD_q & \cdot \\ -iD_q & S_q & \cdot \\ \cdot & \cdot & P_q \end{pmatrix} \quad (9)$$

در اینجا نمادهای  $S_q$ ،  $D_q$  و  $P_q$  فرم‌های تعمیم‌یافته با اصلاحات کوانتومی و گرمایی هستند که به صورت زیر معرفی می‌شوند:

$$S_q = 1 - \frac{\omega_p^2 H G}{\omega^2 G^2 - \omega_c^2 H^2}$$

$$P_q = 1 - \frac{\omega_p^2 H}{\omega^2 G} \quad (10)$$

$$D_q = \frac{\omega_p^2 \omega_c H^2}{\omega^2 (\omega^2 G^2 - \omega_c^2 H^2)}$$

هم ارزهای کلاسیکی نمادهای فوق (به صورت بدون اندیس) به صورت متعارف در متون کلاسیک پلازما استفاده می‌شوند. با جایگذاری روابط (۹) و (۵) در رابطه (۱) معادله ماتریسی زیر به دست می‌آید:

$$\begin{pmatrix} S_q - n^2 \cos^2 \theta & iD_q & n^2 \cos \theta \sin \theta \\ -iD_q & S_q - n^2 & \cdot \\ n^2 \cos \theta \sin \theta & \cdot & P_q - n^2 \sin^2 \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} = \cdot \quad (11)$$

از حل این معادله عبارت زیر حاصل می‌شود:

$$An^2 - Bn^2 + C = \cdot \quad (12)$$

که در آن برای ساده نویسی از تعاریف زیر استفاده شده است:

$$A = S_q \sin^2 \theta + P_q \cos^2 \theta$$

$$B = RL \sin^2 \theta + S_q P_q (1 + \cos^2 \theta) \quad (13)$$

$$C = P_q (S_q^2 - D_q^2) = P_q RL$$

با حل معادله (۱۲) و استفاده از روابط (۱۰) پاسخ زیر حاصل می‌شود:

$$n^2 = 1 - \frac{\frac{\omega_p^2 H}{\omega^2} \left( 1 - \frac{\omega_p^2 H}{\omega^2 G} \right)}{\gamma G \left( 1 - \frac{\omega_p^2 H}{\omega^2 G} \right) - \frac{\omega_c^2 H^2}{\omega^2 G} \sin^2 \theta \pm \Delta} \quad (14)$$

که در آن  $\Delta$  برابر است با:

$$\Delta = \sqrt{\frac{\omega_c^2 H^2}{\omega^2 G^2} \sin^2 \theta + \frac{\omega_c^2 H^2}{\omega^2} \left( 1 - \frac{\omega_p^2 H}{\omega^2 G} \right)^2 \cos^2 \theta} \quad (15)$$

رابطه (۱۴) شکل پیچیده و تعمیم یافته‌ای از پاشندگی امواج در حالت کلی را نشان می‌دهد. این معادله را می‌توان شکل اصلاح شده رابطه پاشندگی آپلتون-هارتری نامید. نشان داده خواهد شد که عبارت فوق در حالت‌های ویژه و ساده‌تر به فرمول آپلتون-هارتری کلاسیک تبدیل می‌شود.

### ۳. بحث و بررسی

در این بخش رابطه پاشندگی (۱۴) مورد تحلیل بیشتری قرار داده می‌شود و براساس آن وضعیت انتشار و پاشندگی بسیاری از امواج مورد بحث مشخص می‌شود. بدین منظور دو مقدار تقریبی برای  $\theta$  در نظر می‌گیریم و روابط پاشندگی امواج ویسلر، هلیکون، چپ‌گرد، عادی و غیرعادی را برای حالت‌های انتشار شبه‌موازی و شبه‌عمود به دست می‌آوریم.

#### ۱.۳ حالت شبه موازی

به عنوان اولین حالت، پاشندگی امواج در حالت انتشار شبه‌موازی بررسی می‌شود.

امواج ویسلر و هلیکون: در حالت انتشار شبه‌موازی یعنی هنگامی که  $\theta \simeq 0$  است، جمله شامل  $\cos\theta$  در رابطه (۱۵) غالب است. با لحاظ کردن این تقریب و در نظر گرفتن علامت مثبت در رابطه (۱۴) به دست می‌آوریم:

$$\frac{k^2 c^2}{\omega^2} = 1 - \frac{\frac{\omega_p^2}{\omega^2}}{1 - \frac{\hbar^2 k^4}{4m^2 \omega^2} - \frac{k^2 v_{Th}^2}{\omega^2} - \frac{\omega_c}{\omega} \cos\theta} \quad (16)$$

عبارت به دست آمده با چشم پوشی از آثار گرمایی به شکل زیر تبدیل می‌شود:

$$\frac{k^2 c^2}{\omega^2} = 1 - \frac{\frac{\omega_p^2}{\omega^2}}{Q - \frac{\omega_c}{\omega} \cos\theta} \quad (17)$$

که در آن  $Q = G/H = 1 - \frac{\hbar^2 k^4}{4m^2 \omega^2}$  است. مقایسه رابطه (۱۷) با حالت کلاسیکی نشان خواهد داد که این معادله رابطه پاشندگی امواج ویسلر در حالت انتشار شبه‌موازی (شبه راستگرد) و تحت تاثیر نیروی کوانتومی بوهم است. ویسلرها امواج الکترومغناطیسی قطبیده راست‌گردی هستند که در حالت انتشار موازی و شبه‌موازی مطرح می‌شوند. از سوی دیگر، هلیکون‌ها نیز حالت‌های ویژه‌ای از امواج ویسلر هستند که در حالت  $\omega_c \gg \omega$  مطرح می‌شوند. بنابراین با اعمال حد فوق در رابطه (۱۷) خواهیم داشت:

$$\frac{k^2 c^2}{\omega^2} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\frac{\hbar^2 k^4}{4m^2} - \omega_c \omega \cos\theta} \quad (18)$$

این معادله را نیز می‌توان رابطه پاشندگی کوانتومی موج هلیکون نامید.

امواج چپ‌گرد: گزینش علامت منفی در رابطه (۱۴) به حالت دیگری از رابطه اصلاح شده به شکل زیر می‌انجامد:

$$\frac{k^{\gamma} c^{\gamma}}{\omega^{\gamma}} = 1 - \frac{\frac{\omega_p^{\gamma}}{\omega^{\gamma}}}{Q + \frac{\omega_c}{\omega} \cos \theta} \quad (19)$$

این رابطه را می‌توان شکل تعمیم یافته امواج چپ‌گرد نامید.

### ۲.۳ حالت شبه عمود

امواج عادی: در حالت انتشار شبه عمود یعنی هنگامی که  $\theta \simeq \frac{\pi}{2}$  است جمله شامل  $\sin \theta$  در رابطه (۱۵) غالب است. برای علامت مثبت در رابطه (۱۴) به دست می‌آوریم:

$$\frac{k^{\gamma} c^{\gamma}}{\omega^{\gamma}} = \frac{1 - \frac{\omega_p^{\gamma} H}{\omega^{\gamma} G}}{1 - \frac{\omega_p^{\gamma} H}{\omega^{\gamma} G} \cos^{\gamma} \theta} \quad (20)$$

عبارت به دست آمده نشان دهنده شکل اصلاح شده‌ی رابطه پاشندگی امواج عادی در حالت انتشار شبه عمود است.

امواج غیرعادی: گزینش علامت منفی در رابطه (۱۴) به معادله زیر می‌انجامد:

$$\frac{k^{\gamma} c^{\gamma}}{\omega^{\gamma}} = \frac{\left(Q - \frac{\omega_p^{\gamma}}{\omega^{\gamma}}\right)^{\gamma} - \frac{\omega_c^{\gamma}}{\omega^{\gamma}} \sin^{\gamma} \theta}{Q \left(Q - \frac{\omega_p^{\gamma}}{\omega^{\gamma}}\right) - \frac{\omega_c^{\gamma}}{\omega^{\gamma}} \sin^{\gamma} \theta} \quad (21)$$

این رابطه را نیز می‌توان معرف شکل اصلاح شده امواج غیرعادی در حالت انتشار شبه عمود نامید.

نتایج دو زیر بخش اخیر را می‌توان در حالت‌های ساده‌تر انتشار کاملاً موازی ( $\theta = 0$ ) و کاملاً عمود ( $\theta = \frac{\pi}{2}$ ) نیز آزمود. پیامد بررسی این دو حالت اینست که امواج راستگرد، چپ‌گرد و عادی متاثر از آثار کوانتومی نمی‌شوند نتیجه‌ای که با یافته‌های مرجع [۹] نیز سازگار است.

در حد کلاسیکی  $\hbar \rightarrow 0$  مقدار  $Q$  در روابط (۱۸)، (۱۹)، (۲۰) و (۲۱) برابر یک خواهد شد و به ترتیب زیر به روابط پاشندگی امواج ویسلر، هلیکون و چپ‌گرد شبه موازی، عادی و غیرعادی شبه عمود کلاسیکی می‌رسیم [۱۱-۱۳]:

$$\frac{k^{\gamma} c^{\gamma}}{\omega^{\gamma}} = 1 - \frac{\frac{\omega_p^{\gamma}}{\omega^{\gamma}}}{1 - \frac{\omega_c}{\omega} \cos \theta} \quad (22)$$

$$\omega = \frac{\omega_c c^{\gamma} k^{\gamma} \cos \theta}{\omega_p^{\gamma}} \quad (23)$$

$$\frac{k^{\gamma} c^{\gamma}}{\omega^{\gamma}} = 1 - \frac{\frac{\omega_p^{\gamma}}{\omega^{\gamma}}}{1 + \frac{\omega_c^{\gamma}}{\omega^{\gamma}} \cos \theta} \quad (24)$$

$$\frac{k^{\gamma} c^{\gamma}}{\omega^{\gamma}} = \frac{1 - \frac{\omega_p^{\gamma}}{\omega^{\gamma}}}{1 - \frac{\omega_p^{\gamma}}{\omega^{\gamma}} \cos^{\gamma} \theta} \quad (25)$$

$$\frac{k^{\gamma} c^{\gamma}}{\omega^{\gamma}} = \frac{\left(1 - \frac{\omega_p^{\gamma}}{\omega^{\gamma}}\right)^{\gamma} - \frac{\omega_c^{\gamma}}{\omega^{\gamma}} \sin^{\gamma} \theta}{\left(1 - \frac{\omega_p^{\gamma}}{\omega^{\gamma}}\right)^{\gamma} - \frac{\omega_c^{\gamma}}{\omega^{\gamma}} \sin^{\gamma} \theta} \quad (26)$$

### ۳.۳ روابط آپلتون-هارتری کلاسیک

در حد کلاسیکی  $\hbar \rightarrow 0$  از روابط (۱۴) و (۱۵) به دست می‌آید:

$$n^{\gamma} = 1 - \frac{\frac{\omega_p^{\gamma}}{\omega^{\gamma}} \left(1 - \frac{\omega_p^{\gamma}}{\omega^{\gamma}}\right)}{\frac{\omega_p^{\gamma}}{\omega^{\gamma}} \left(1 - \frac{\omega_p^{\gamma}}{\omega^{\gamma}}\right) - \frac{\omega_c^{\gamma}}{\omega^{\gamma}} \sin^{\gamma} \theta \pm \Delta} \quad (27)$$

$$\Delta = \sqrt{\frac{\omega_c^{\xi}}{\omega^{\xi}} \sin^{\xi} \theta + \xi \frac{\omega_c^{\gamma}}{\omega^{\gamma}} \left(1 - \frac{\omega_p^{\gamma}}{\omega^{\gamma}}\right)^{\gamma} \cos^{\gamma} \theta} \quad (28)$$

که نشان دهنده فرمول آپلتون-هارتری کلاسیکی است. این معادله نتایج (۲۲) تا (۲۶) را تایید می‌کند.

## ۴. نتیجه‌گیری

در این پژوهش، با استفاده از مجموعه معادلات سیال کوانتومی، شکلی تعمیم یافته برای فرمولبندی آپلتون-هارتری بدست آورده شد. روابط به دست آمده (معادلات ۱۴ و ۱۵) شکلی پیچیده‌تر نسبت به حالت کلاسیک و مشتمل بر آثار برآمده از اعمال نیروی کوانتومی نشان می‌دهند. نظر به پیچیدگی روابط به دست آمده، به حالت‌های ویژه انتشار امواج شبه‌موازی، شبه-عمود، موازی و عمود به طور جداگانه پرداخته شد و با حالت کلاسیک مقایسه گردید. در حالت انتشار شبه‌موازی نشان داده شد که آثار کوانتومی پاشندگی امواج ویسلر، هلیکون و چپ‌گرد را تحت تاثیر قرار می‌دهند. همچنین بنابر نتیجه مربوط به انتشار در حالت شبه عمود، پاشندگی امواج عادی و غیرعادی نیز متأثر از جنبه‌های کوانتومی پلاسما است. در مقابل، بررسی حالت‌های خاص‌تر انتشار دقیقاً موازی و دقیقاً عمود امواج نشان داد که در این حالت به جز موج غیرعادی سایر امواج گفته شده وضعیت پاشندگی یکسانی با حالت کلاسیک دارند.

در پایان نیز نشان داده شد که فرمولبندی جدید با چشم پوشی از جنبه‌های کوانتومی به تئوری آپلتون-هارتری کلاسیک تبدیل می‌شود.

## مراجع

- [1] Marklund, M., Eliasson, B. and Shukla, P.K., 2007. *Physical Review E*, 76(6), p.067401.
- [2] Shukla, P.K., 2006. *Physics Letters A*, 352(3), pp.242-243.
- [3] Shukla, P.K., 2007. *Physics Letters A*, 369(4), pp.312-314.
- [4] Shokri, B. and Rukhadze, A.A., 1999. *phys, plasmas*, 6, 4467.
- [5] Shahmansouri, M. and Farokhi, B., 2009, *Journal of Science (JSIAU)*, 19, 71,1.
- [6] Shahmansouri, M, 2017, *Journal of Research on Many-body Systems*, 7, 13.
- [7] Rouhani, M.R., Akbarian, A. and Mohammadi, Z., 2016. *Iranian Journal of Physics Research*, 16(3).
- [8] Mehramiz, A., Mahmoodi, J. and Sobhanian, S., 2010. *Physics of Plasmas*, 17(8), p.082110.
- [9] Ren, H., Wu, Z. and Chu, P.K., 2007. *Physics of plasmas*, 14(6), p.062102.
- [10] Gurnett, D. A. and Bhattacharjee, A., 2005. *Introduction to Plasma Physics with Space and Laboratory Applications*, Cambridge University Press.
- [11] Appleton, E. V., 1932. *J. Inst. Elec. Engrs*, 71, 642.
- [12] Bellan, P, 2006. *Fundamentals of Plasma Physics*, United Kingdom, Cambridge University Press.
- [13] Chen, F.F., 2016. *Introduction to Plasma Physics and Controlled Fusion (3<sup>th</sup> edn)*, Switzerland, Springer International Publishing.



# Quantum generalization of the Appleton- Hartree formulation

**B. Rajabi and A. Mehrmiz**

Physics Department, Faculty of science, Imam Khomeini International University, Qazvin, Iran

Email: mehramiz@sci.ikiu.ac.ir

## **Abstract**

The purpose of this paper is to present a new generalized form of the Appleton-Hartree formulation. To that end, we use a system of linearized quantum plasma equations to include quantum corrections due to the quantum force produced by the density fluctuations of electrons. Dispersion relations and their modifications resulting from quantum effects are derived for both quasi-parallel and quasi-perpendicular wave modes. In comparison to the previous studies, the results show that quantum effects modify the dispersion of the whistler, helicon, left-handed, ordinary and extraordinary waves. Furthermore, the analysis of results, in particular cases, confirms those of previous studies and, in limiting cases, leads to known relationships in classical plasma physics.

**Keywords:** quantum plasma, quantum force, electromagnetic waves