

Dirichlet to Neumann map method for investigating the band structure of annular metallic photonic crystals

Aliasghar Sedghi

Department of Physics, Shabestar Branch, Islamic Azad University, Shabestar, Iran

Email: a.sedghi@iaushab.ac.ir

Abstract

In recent years, the study of photonic crystals has attracted great interest because of their ability to control the electromagnetic radiation. In similar to the semiconductors, these artificial crystals are able to prevent the propagation of electromagnetic waves in a certain frequency range known as frequency forbidden region or photonic band gap. Compared to dielectric photonic crystals, metallic photonic crystals have some advantages. There is a wide photonic band gap between zero and the cutoff frequencies for E polarization (the electric field is perpendicular to the crystal plane). The inclusion of metallic components can produce flat bands with very low group velocities for H polarization (the magnetic field is perpendicular to the crystal plane). Metallic photonic crystals have wider band gaps and are more reflective over a wide range of wavelengths. For H polarization, the plane wave expansion method encounters convergence problem because of the existence of surface plasmon modes unless we have a small amount of metallic component in metallic photonic crystals. Other methods for metallic photonic crystals such as the Korringa-Kohn-Rostoker method don't have these limitations but they are comparably more complicated and time-consuming. More recently, the fast and powerful tool called Dirichlet-to-Neumann map method has been proposed which is capable of photonic band structure calculation of metallic photonic crystals with any frequency dependence of dielectric constant for both E and H polarizations. The Dirichlet-to-Neumann map method has been applied to metallic photonic crystals composed of circular metallic rods before and we have been able to apply this method to calculate the photonic band structure of annular metallic photonic crystals. Under-studied lattice is square and the scattering centers (rods) have the shape of air rings embedded in a metallic background as well as metallic rings embedded in an air background. Photonic band structure for both E and H polarizations of electromagnetic waves is

calculated. We theoretically study the effect of the size of the air and metallic rings on the photonic band structures. The numerical results show that for E polarization, there are two band gaps in both cases of air rings embedded in a metallic background and metallic rings embedded in an air background. The first one is plasmonic band gap and is located under the first frequency band. For H polarization, there are three photonic gaps in the case of air rings embedded in a metallic background in which the first gap is again plasmonic band gap. In the case of metallic rings embedded in an air background, there is only one photonic gap and the plasmonic band gap is disappeared. For H polarization in addition to these band gaps, there are some flat band regions relate to the surface plasmons and we have slow light in these regions. Also when air rings are embedded in a metallic background, the modes located at these flat bands are similar to the cavity modes. As an important result, there is an absolute band gap resulted in the superposition of the second band gap for E polarization and the third band gap for H polarization in the case of air rings embedded in a metallic background. These results should be useful in designing two-dimensional metallic photonic crystals with large photonic band gaps as well as photonic bands with the characteristic of slow light.

PACS: 42, 70, 78

Keywords: Annular metallic photonic crystals, Dirichlet-to-Neumann map method, Photonic band structure, Photonic band gap

روش نگاشت دیریکله-نویمن برای بررسی ساختار نوار بلورهای فوتونی فلزی حلقوی

علی اصغر صدقی

گروه فیزیک، واحد شبستر، دانشگاه آزاد اسلامی، شبستر، ایران

پست الکترونیکی: a.sedghi@iaushab.ac.ir

چکیده

با استفاده از روش نگاشت دیریکله-نویمن، توانسته ایم ساختار نوار فوتونی بلورهای فوتونی فلزی حلقوی را محاسبه کنیم. شبکه مورد بررسی مربعی بوده و مراکز پراکندگی (میله‌ها) به شکل حلقه‌های هوا واقع در زمینه فلزی و همچنین حلقه‌های فلزی واقع در زمینه هوا می‌باشند. ساختار نوار فوتونی در هر دو قطبش E و H برای امواج الکترومغناطیسی محاسبه شده است. نتایج به دست آمده حاکی از وجود نواحی ممنوعه فرکانسی (گاف نوار فوتونی) به علاوه نوارهای تخت با سرعت نور کم می‌باشند. اثر اندازه حلقه‌های هوا و فلزی بر روی ساختارهای نوار فوتونی، به طور نظری بررسی شده است.

واژه‌های کلیدی: بلورهای فوتونی فلزی حلقوی، روش نگاشت دیریکله-نویمن، ساختار نوار فوتونی، گاف نوار فوتونی

۱. مقدمه

در سالهای اخیر بلورهای فوتونی به خاطر توانایی در کنترل تابش امواج الکترومغناطیسی بسیار مورد توجه بوده‌اند. در تشابه با نیم رساناها، این بلورهای مصنوعی می‌توانند از انتشار امواج الکترومغناطیسی در یک محدوده فرکانسی معین که به آن ناحیه ممنوعه فرکانسی یا گاف نوار فوتونی^۱ گویند، جلوگیری کنند [۱-۳]. بلورهای فوتونی را بر حسب ثابت دی الکتریک مواد تشکیل دهنده آن می‌توان به دو دسته تقسیم بندی کرد. دسته اول بلورهای فوتونی دی الکتریک با ثابت دی الکتریک مستقل از فرکانس می‌باشند و دسته دوم بلورهای فوتونی فلزی با ثابت دی الکتریک وابسته به فرکانس هستند. در مقایسه با بلورهای

^۱ . Photonic band gap

فوتونی دی الکترونیک، بلورهای فوتونی فلزی دارای مزیت‌هایی می‌باشند. در بلورهای فوتونی فلزی یک گاف نوار بزرگ بین فرکانس صفر و فرکانس قطع^۱ (در محدوده فرکانس پلاسمای^۲ فلز) در ساختار نوار فوتونی مربوط به قطبش^۳ E (میدان الکتریکی عمود بر صفحه بلور) وجود دارد [۴]. وجود فلز در بلور فوتونی باعث ایجاد نوارهای تخت^۴ با سرعت گروه خیلی کم در ساختار نوار فوتونی^۵ مربوط به قطبش H (میدان مغناطیسی عمود بر صفحه بلور) می‌شود [۶،۵]. بلورهای فوتونی فلزی دارای گافهای نوار بزرگتر [۷،۸] در محدوده طول موجی وسیعتر [۹] می‌باشند که در نتیجه آن می‌توان با استفاده از این نوع از بلورهای فوتونی وسایل نوری کوچکتر و سبکتری را ساخت [۱۱،۱۰]. این ساختارها دارای کاربردهای وسیعی از قبیل استفاده در قطبشگرها^۶ [۱۲] و موجبرها^۷ [۱۳،۱۴] می‌باشند. ساختار نوار بلورهای فوتونی دی الکترونیک قبلاً به طور وسیعی بررسی شده است [۱۵،۱۶]. برای این منظور روشهای مختلفی مانند روش بسط موج تخت^۸ [۱۷-۱۹]، روش ماتریس انتقال^۹ [۲۰،۲۱] و روش منطقه زمانی تفاضل محدود^{۱۰} [۲۲،۲۳] به کار برده شده‌اند. برای بررسی ساختار نوار بلورهای فوتونی فلزی نیز روشهای مختلفی از قبیل روش بسط موج تخت [۲۴]، روش بسط موج تخت تصحیح یافته^{۱۱} [۲۵،۲۶]، روش بسط مد هدایت تصحیح یافته^{۱۲} [۲۷]، روش کورینگا-کوهن-روستوکر^{۱۳} [۲۸،۲۹]، روش پراکندگی چندگانه^{۱۴} [۳۰] و روش چند قطبی چندگانه^{۱۵} [۳۱] استفاده شده‌اند. روش بسط موج تخت یک روش بسیار ساده و خوب است اما استفاده از آن برای بلورهای فوتونی فلزی با مشکلاتی رو به رو می‌شود. با وجود این می‌توان این روش را برای محاسبه ساختار نوار فوتونی برای قطبش E که در آن ثابت دی الکترونیک ماده فلزی از مدل درود^{۱۶} تبعیت می‌کند، به کار برد. برای قطبش H، به علت وجود مدهای پلاسمون سطحی^{۱۷}

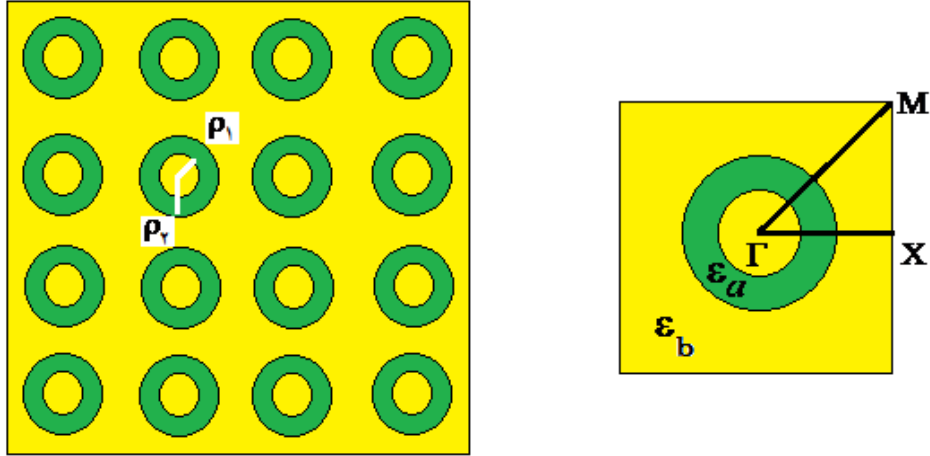
-
- 1 . Cut-off frequency
 - 2 . Plasma frequency
 - 3 . Polarization
 - 4 . Flat bands
 - 5 . Photonic band structure
 - 6 . Polarizers
 - 7 . Waveguides
 - 8 . Plane wave expansion method
 - 9 . Transfer matrix method
 - 10 . Finite difference time domain method
 - 11 . Revised plane wave method
 - 12 . Revised guided mode expansion method
 - 13 . Korringa-Kohn-Rostoker method
 - 14 . Multiple scattering method
 - 15 . Multiple multipole method
 - 16 . Drude model
 - 17 . Surface Plasmon modes

[۳۲،۳۳]، به جز در حالتیکه بلور فوتونی فلزی حاوی کسر کوچکی از فلز باشد [۳۴،۳۵]، روش بسط موج تخت با مشکل همگرایی مواجه می شود. مزیت روش بسط موج تخت تصحیح یافته نسبت به روش بسط موج تخت معمولی این است که می توان هر مدل دلخواهی را برای ثابت دی الکتریک فلز در نظر گرفت. سایر روشهای ذکر شده برای بلورهای فوتونی فلزی مانند روش کورینگا-کوهن-روستوکر محدودیتهای مربوط به روش بسط موج تخت را ندارند اما نسبتا پیچیده و زمانبر می باشند. اخیرا یک روش بسیار سریع و قدرتمند به نام روش نگاشت دیریکله-نویمن^۱ معرفی شده است که بدون هیچ محدودیتی قادر به محاسبه ساختار نوار بلورهای فوتونی فلزی با هر نوع وابستگی فرکانسی برای ثابت دی الکتریک به ازای هر دو قطبش E و H می باشد [۳۶،۳۷]. مزیت‌های اصلی این روش عبارتند از: (۱) معادلات ویژه مقدراری حاوی ماتریسهای نسبتا کوچک می باشند، (۲) بر خلاف بقیه روشهای مبتنی بر بسط موج استوانه ای مانند روش کورینگا-کوهن-روستوکر، نیاز به تکنیکهای جمع شبکه پیچیده نیست.

اخیرا، ساختار نوار بلورهای فوتونی فلزی حلقوی^۲ با استفاده از روش بسط موج تخت که در آن مقدار فلز به خاطر محدودیت این روش ناچیز می باشد، بررسی شده است [۳۵]. قبلا روش نگاشت دیریکله-نویمن برای بلورهای فوتونی فلزی متشکل از میله هایی با سطح مقطع دایروی به کار برده شده است [۳۶-۳۸] و ما توانسته ایم آن را برای بلورهای فوتونی فلزی حلقوی که در آن سطح مقطع میله ها به شکل حلقه های دایروی می باشند، به کار ببریم. با استفاده از این روش هیچ محدودیتی برای مقدار فلز در بلور فوتونی فلزی حلقوی نخواهیم داشت. در این مقاله، بلورهای فوتونی فلزی حلقوی با شبکه مربعی متشکل از میله هایی به شکل حلقه های هوا واقع در زمینه فلزی و همچنین حلقه های فلزی واقع در زمینه هوا را در نظر گرفته ایم. با استفاده از روش نگاشت دیریکله-نویمن، اثر اندازه حلقه های فلزی و هوا بر روی ساختارهای نوار فوتونی در هر دو قطبش E و H بررسی شده است. نتایج به دست آمده حاکی از وجود گافهای نوار فوتونی به علاوه نوارهای تخت با سرعت نور کم در ساختارهای نوار فوتونی می باشند.

^۱ . Dirichlet-to-Neumann map method

^۲ . Annular metallic photonic crystals



شکل ۱. (رنگی در نسخه الکترونیکی) طرح شماتیک از یک شبکه مربعی متشکل از میله های حلقوی و منطقه اول بریلوئن^۱ مربوطه.

۲. روش محاسباتی

یک بلور فوتونی دوبعدی متشکل از میله های حلقوی با شعاع داخلی ρ_1 و شعاع خارجی ρ_2 و ثابت دی الکتریک ϵ_a را که در زمینه ای با ثابت دی الکتریک ϵ_b قرار گرفته اند، در نظر می گیریم. طول میله ها در مقایسه با ابعاد بلور بزرگ بوده و میله ها در راستای محور Z (عمود بر صفحه) قرار گرفته اند. هندسه ساختار در شکل ۱ نشان داده شده است که در آن شبکه بلور در صفحه XY دارای تقارن مربعی با ثابت شبکه a می باشد. همانطور که می دانیم برای انتشار درون صفحه ای امواج الکترومغناطیسی در بلورهای فوتونی دوبعدی، قطبشهای E و H مستقل از هم بوده و می توان آنها را به طور جداگانه مورد بررسی قرار داد. در این مقاله، ما هر دو قطبش E و H را در نظر گرفته ایم. برای محاسبه ساختار نوار بلورهای فوتونی فلزی از روش نگاشت دیریکله-نویمان استفاده می کنیم. در یک بلور فوتونی دوبعدی متشکل از مواد غیر مغناطیسی که در راستای محور Z ناوردا می باشد، معادله موج برای قطبش E برابر است با

$$\frac{\partial^2 u(\vec{r})}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u(\vec{r})}{\partial y^2} + k_0^2 n^2 u(\vec{r}) = 0 \quad (1)$$

و برای قطبش H داریم

¹ . First Brillouin zone

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\varepsilon(\vec{r})} \frac{\partial u(\vec{r})}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\varepsilon(\vec{r})} \frac{\partial u(\vec{r})}{\partial y} \right) + k_0^2 u(\vec{r}) = 0 \quad (2)$$

که $k_0 = \omega/c$ بردار موج در خلا، c سرعت نور و $\varepsilon(\vec{r})$ تابع دی الکتریک بلور است که یک تابع متناوب با دوره تناوب ثابت شبکه یعنی a است. $n = \sqrt{\varepsilon(\vec{r})}$ نیز ضریب شکست بلور می باشد. برای قطبش E تابع $u(\vec{r})$ برابر با مولفه Z میدان الکتریکی بوده و برای قطبش H برابر با مولفه Z میدان مغناطیسی است. در روش نگاشت دیریکله-نویمن به یک عملگر ماتریسی نیاز است تا در مرزهای سلول واحد مربعی باعث نگاشت مقادیر میدان $u(\vec{r})$ به مشتقات نرمال آن مقادیر شود. در ساختار مورد بررسی، این ماتریس می تواند به صورت بسط موج استوانه ای تعریف شود:

$$u(\vec{r}) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} C_m \Phi_m(r, \theta) \quad , \quad \Phi_m(r, \theta) = \phi_m(r) e^{im\theta} \quad (3)$$

که m عدد صحیح، r و θ متغیرهای مختصات قطبی می باشند. $\phi_m(r)$ در بلورهای فوتونی حلقوی وابسته به توابع بسط J_m و Y_m بوده و ما آن را به صورت زیر نوشته ایم:

$$\phi_m(r) = \begin{cases} A_m J_m(k_0 n_b r) & , \quad r < \rho_1 , \\ B_m J_m(k_0 n_a r) + C_m Y_m(k_0 n_a r) & , \quad \rho_1 \leq r < \rho_2 , \\ D_m J_m(k_0 n_b r) + Y_m(k_0 n_b r) & , \quad r \geq \rho_2 . \end{cases} \quad (4)$$

ضریب $Y_m(k_0 n_b r)$ به طور دلخواه ۱ انتخاب شده است [۳۶] و ضرایب A_m ، B_m ، C_m و D_m را می توان از شرایط مرزی در $r = \rho_1$ و $r = \rho_2$ به دست آورد. برای قطبش E داریم

$$B_m J_m(k_0 n_a \rho_1) + C_m Y_m(k_0 n_a \rho_1) = A_m J_m(k_0 n_b \rho_1) \quad ,$$

$$B_m J'_m(k_0 n_a \rho_1) + C_m Y'_m(k_0 n_a \rho_1) = \frac{n_b}{n_a} A_m J'_m(k_0 n_b \rho_1)$$

$$D_m J_m(k_o n_b \rho_r) + Y_m(k_o n_b \rho_r) = B_m J_m(k_o n_a \rho_r) + C_m Y_m(k_o n_a \rho_r) ,$$

$$D_m J'_m(k_o n_b \rho_r) + Y'_m(k_o n_b \rho_r) = \frac{n_a}{n_b} (B_m J'_m(k_o n_a \rho_r) + C_m Y'_m(k_o n_a \rho_r))$$

برای قطبش H تنها کافی است تا ضرایب $\frac{n_b}{n_a}$ و $\frac{n_a}{n_b}$ را در روابط فوق معکوس کنیم. سرانجام با استفاده از قضیه بلوخ^۱ و

تناوب شبکه مربعی، به یک معادله ویژه مقدراری تعمیم یافته^۲ به صورت زیر دست می یابیم [۳۶]:

$$\lambda \begin{bmatrix} A & \circ \\ \circ & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V \\ U \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B & C \\ -I & \circ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V \\ U \end{bmatrix} = \circ \quad (5)$$

ویژه مقدار λ که وابسته به بردار موج بلوخ می باشد به همراه بقیه کمیتها در مرجع [۳۶] معرفی شده اند. به ازای هر فرکانس

معین ω ، می توان این معادله ویژه مقدراری تعمیم یافته را به صورت عددی حل کرده و ساختار نوار فوتونی را به دست آورد.

۳. نتایج و بحث

در این مقاله یک بلور فوتونی دوبعدی با شبکه مربعی از میله های حلقوی فلزی واقع در زمینه هوا و همچنین میله های حلقوی

هوا واقع در زمینه فلزی را که در شکل ۱ نیز نشان داده شده است، مورد مطالعه قرار داده ایم. ساختار نوار فوتونی مربوطه با حل

عددی معادله (۵) به دست آمده است. هدف اصلی ما در اینجا مطالعه تغییر خواص ساختار نوار فوتونی برای هر دو قطبش E و

H بر حسب اندازه حلقه های فلزی و هوا می باشد. ثابت دی الکتریک فلز از مدل درود تبعیت می کند یعنی داریم:

$$\varepsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\gamma)} \quad (6)$$

¹ . Bloch theorem

² . Generalized eigenvalue equation

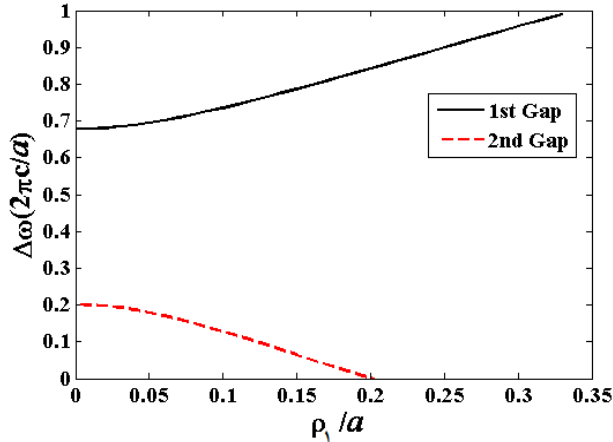
که ω_p فرکانس پلازما بوده و γ ضریب میرایی^۱ است. برای مطالعه اثر اندازه میله های حلقوی بر روی ساختار نوار فوتونی می توان فرکانس پلازما را به صورت $\omega_p a / 2\pi c = 1$ نرمالایز کرد. ضریب میرایی را نیز می توان به صورت $\gamma = 0$ در نظر گرفت زیرا نشان داده شده است که میرایی تنها اثر جزئی بر روی ساختار نوار فوتونی دارد [۲۴]. شعاع خارجی میله های حلقوی یعنی ρ_1 را برابر با $a / 34$ در نظر گرفته و نتایج به دست آمده برای دو قطبش E و H را به صورت جداگانه در دو بخش زیر بیان می کنیم.

۳.۱. قطبش E

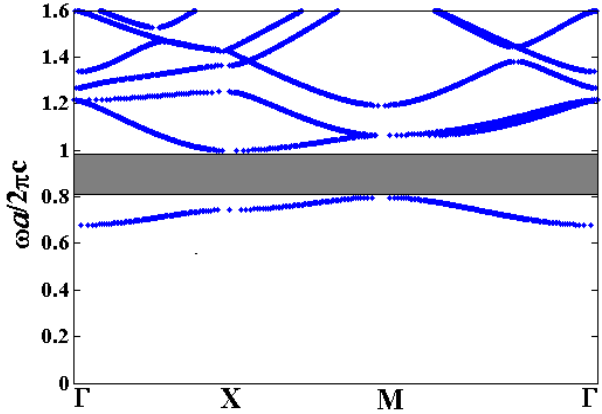
ابتدا قطبش E را برای انتشار امواج الکترومغناطیسی در صفحه دو بعدی بلور در نظر گرفته و با استفاده از روش نگاهت دیریکله-نویمن، ساختارهای نوار فوتونی را به ازای مقادیر مختلف برای شعاع داخلی حلقه ها، ρ_1 ، محاسبه کرده ایم. شعاع داخلی از $\rho_1 = 0$ تا $\rho_1 = a / 33$ تغییر کرده و ساختار نوار فوتونی در مسیر تقارنی $\Gamma - X - M - \Gamma$ محاسبه شده است (شکل ۱). برای حالتی که حلقه های هوا در زمینه فلزی قرار گرفته اند، دو ناحیه ممنوعه فرکانسی یا گاف نوار به دست آمده است. گاف اول که پهنای نسبتاً بزرگی دارد بین فرکانس صفر و نوار اول (فرکانس قطع) قرار داشته و به گاف نوار پلاسمونی^۲ معروف است زیرا پایتتر از فرکانس پلاسمای فلز قرار دارد. این گاف نوار به خاطر وجود فلز در بلور فوتونی بوده و همانطور که انتظار داریم با افزایش شعاع داخلی حلقه هوا که باعث کاهش اندازه حلقه و افزایش مقدار فلز می شود، پهنای آن افزایش می یابد. کمترین پهنای این گاف به ازای $\rho_1 = 0$ (حفره هوا) بوده و برابر است با $\Delta\omega = 0.6783(2\pi c/a)$. بیشترین مقدار آن نیز به ازای $\rho_1 = a / 33$ و برابر با $\Delta\omega = 0.9897(2\pi c/a)$ می باشد که نزدیک به فرکانس پلاسمای فلز یعنی $\omega_p = 1(2\pi c/a)$ است. گاف نوار دوم دارای بیشترین پهنای در $\rho_1 = 0$ بوده و مقدار آن برابر است با $\Delta\omega = 0.2011(2\pi c/a)$ که مابین فرکانسهای 0.7976 و 0.9987 در مقیاس $(2\pi c/a)$ قرار دارد. پهنای این گاف با افزایش شعاع داخلی حلقه هوا کاهش یافته و در $\rho_1 = 0.21 a$ به صفر می رسد. ساختار نوار فوتونی مربوط به بیشترین مقدار گاف نوار دوم در شکل ۲ نشان داده شده است. شکل ۳ تغییرات پهنای این دو گاف نوار را بر حسب شعاع داخلی حلقه های

¹ . Damping coefficient

² . Plasmonic band gap



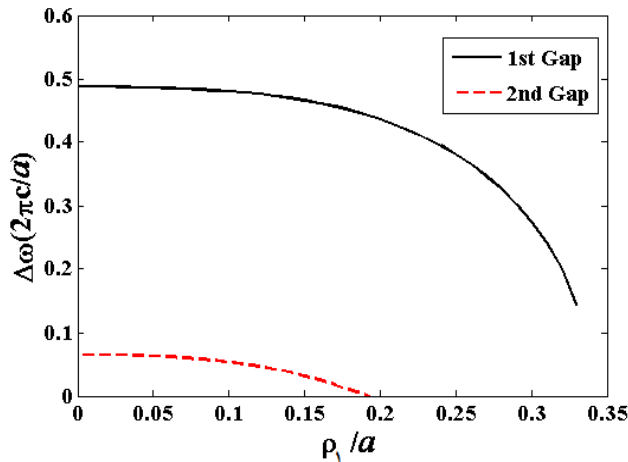
شکل ۳. (رنگی در نسخه الکترونیکی) تغییرات پهنای



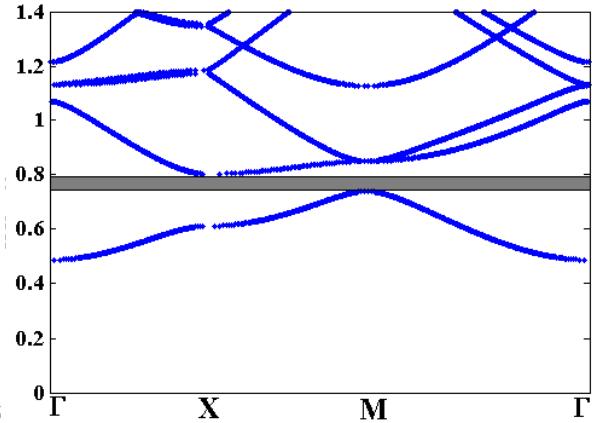
شکل ۴. (رنگی در نسخه الکترونیکی) ساختار نوار فوتونی

مربوط به قطبش E برای یک شبکه مربعی از حلقه های هوا
 مربوط به قطبش E برای یک شبکه مربعی از حلقه های هوا
 واقع در زمینه فلزی به ازای $\rho_1 = 0$ و $\rho_2 = 0/34 a$. شعاع داخلی حلقه های هوا، ρ_1 ، در یک شبکه مربعی
 ناحیه تیره گاف نوار فوتونی بهینه را نشان می دهد.
 از حلقه های هوا واقع در زمینه فلزی.

هوا نشان می دهد. حال حلقه ها را از جنس فلز در نظر می گیریم که در زمینه هوا قرار گرفته اند. مشابه با حالت قبل یعنی حلقه های هوا شاهد حضور دو گاف نوار در ساختار نوار فوتونی هستیم که اولی گاف نوار پلاسمونی می باشد. مطابق انتظار با افزایش شعاع داخلی حلقه فلزی که معادل کاهش اندازه حلقه و در نتیجه مقدار فلز است، پهنای این گاف نوار پلاسمونی بر خلاف حالت قبل کاهش می یابد. کمترین پهنای این گاف به ازای $\rho_1 = 0/33 a$ بوده و برابر است با $\Delta\omega = 0/1441 (2\pi c/a)$. بیشترین مقدار آن نیز به ازای $\rho_1 = 0$ (میله فلزی) و برابر با $\Delta\omega = 0/4877 (2\pi c/a)$ می باشد. گاف نوار دوم دارای بیشترین پهنای در $\rho_1 = 0$ بوده و مقدار آن برابر است با $\Delta\omega = 0/0653 (2\pi c/a)$ که مابین فرکانسهای $0/7391$ و $0/8044$ در مقیاس $(2\pi c/a)$ قرار دارد. پهنای این گاف با افزایش شعاع داخلی حلقه فلزی کاهش یافته و در $\rho_1 = 0/2 a$ به صفر می رسد. شکل ۴ ساختار نوار فوتونی مربوط به بیشترین مقدار گافهای نوار اول و دوم را نشان می دهد. در شکل ۵ نیز تغییرات پهنای این دو گاف نوار را بر حسب شعاع داخلی حلقه های فلزی نشان داده ایم.



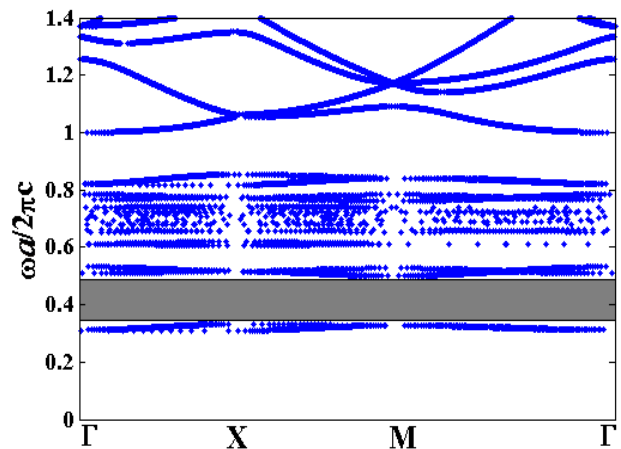
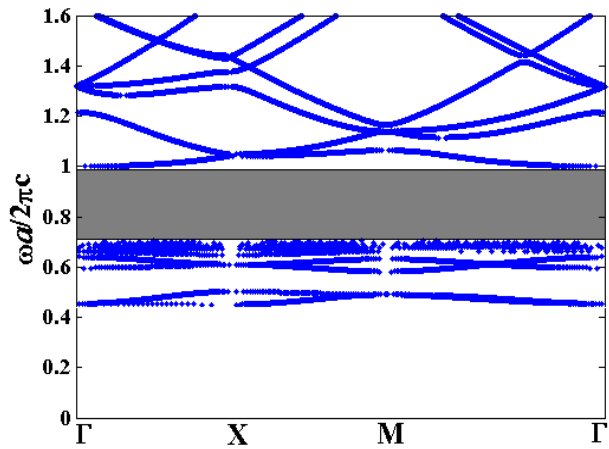
شکل ۵. (رنگی در نسخه الکترونیکی) تغییرات پهناي گافهای نوار فوتونی مربوط به قطبش E بر حسب شعاع داخلی حلقه های فلزی، ρ_1 ، در یک شبکه مربعی از حلقه های فلزی واقع در زمینه هوا.



شکل ۴. (رنگی در نسخه الکترونیکی) ساختار نوار فوتونی مربوط به قطبش E برای یک شبکه مربعی از حلقه های فلزی واقع در زمینه هوا به ازای $\rho_1 = 0$ و $\rho_2 = 0/24 a$. ناحیه تیره گاف نوار فوتونی بهینه را نشان می دهد.

۲.۳. قطبش H

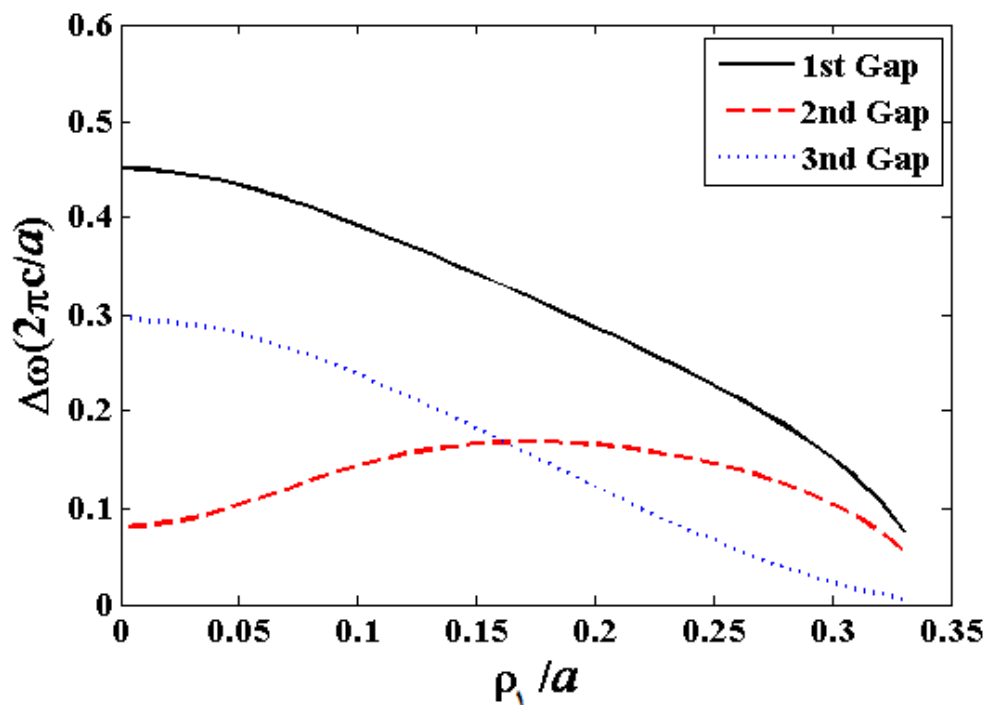
حال قطبش H را برای انتشار امواج الکترومغناطیسی در صفحه دو بعدی بلور در نظر گرفته و همانند بخش قبل ساختارهای نوار فوتونی را به ازای مقادیر مختلف برای شعاع داخلی حلقه ها، ρ_1 ، محاسبه می کنیم. شعاع داخلی از $\rho_1 = 0$ تا $\rho_1 = 0/33 a$ تغییر کرده و ساختار نوار فوتونی در مسیر تقارنی $\Gamma - X - M - \Gamma$ محاسبه شده است. برای حالتی که حلقه های هوا در زمینه فلزی قرار گرفته اند، به تعداد سه عدد گاف نوار فوتونی به دست آمده است. گاف اول همانند قطبش E، گاف نوار پلاسمونی می باشد. نکته جالب توجه این است که بر خلاف قطبش E، با افزایش شعاع داخلی حلقه هوا یعنی افزایش مقدار فلز پهناي این گاف نوار کاهش می یابد. بیشترین پهناي این گاف به ازای $\rho_1 = 0$ (حفره هوا) بوده و برابر است با $\Delta\omega = 0/451 (2\pi c/a)$. کمترین مقدار آن نیز به ازای $\rho_1 = 0/33 a$ و برابر با $\Delta\omega = 0/758 (2\pi c/a)$ می باشد. پهناي گاف نوار دوم در $\rho_1 = 0$ برابر با $\Delta\omega = 0/803 (2\pi c/a)$ بوده و مقدار آن با افزایش شعاع داخلی حلقه هوا افزایش یافته و در $\rho_1 = 0/18 a$ به بیشترین مقدار خود یعنی $\Delta\omega = 0/1688 (2\pi c/a)$ می رسد. این گاف نوار بیشینه بین فرکانسهای



شکل ۶. (رنگی در نسخه الکترونیکی) ساختار نوار فوتونی مربوط به قطبش H برای یک شبکه مربعی از حلقه های هوا واقع در زمینه فلزی به ازای $\rho_1 = 0/18 a$ و $\rho_2 = 0/34 a$. ناحیه تیره گاف نوار فوتونی بهینه را نشان می دهد.

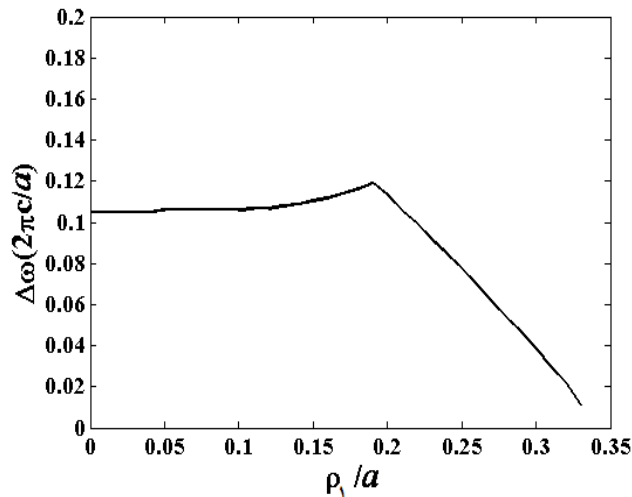
شکل ۷. (رنگی در نسخه الکترونیکی) ساختار نوار فوتونی مربوط به قطبش H برای یک شبکه مربعی از حلقه های هوا واقع در زمینه فلزی به ازای $\rho_1 = 0/34 a$ و $\rho_2 = 0/34 a$. ناحیه تیره گاف نوار فوتونی بهینه را نشان می دهد.

$(2\pi c/a) / 3317$ و $(2\pi c/a) / 5005$ قرار داشته و ساختار نوار فوتونی مربوط به آن در شکل ۶ نشان داده شده است. البته با افزایش شعاع داخلی حلقه هوا از مقدار $\rho_1 = 0/18 a$ شاهد کاهش پهنای این گاف نوار می باشیم که کمترین مقدار پهنای آن نیز برابر با $\Delta\omega = 0/0548 (2\pi c/a)$ بوده و در $\rho_1 = 0/33 a$ اتفاق می افتد. بالاخره بیشترین پهنای گاف نوار سوم به ازای $\rho_1 = 0$ بوده و برابر است با $\Delta\omega = 0/2991 (2\pi c/a)$ که مابین فرکانسهای $(2\pi c/a) / 7009$ و فرکانس پلاسما فلز یعنی $\omega_p = 1 (2\pi c/a)$ واقع شده است. با افزایش ρ_1 مقدار آن کاهش یافته و در $\rho_1 = 0/33 a$ به کمترین مقدار خود یعنی $\Delta\omega = 0/005 (2\pi c/a)$ می رسد. در شکل ۷ ساختار نوار فوتونی مربوط به بیشترین پهنای این گاف نوار فوتونی را نشان داده ایم. شکل ۸ نیز تغییرات پهنای این سه گاف نوار فوتونی اشاره شده را بر حسب شعاع داخلی حلقه های هوا نشان می دهد. حال حلقه ها را از جنس فلز در نظر می گیریم که در زمینه هوا قرار گرفته اند. نتایج به دست آمده نشان می دهند که بر خلاف تمام حالت های قبل تنها یک گاف نوار در ساختار نوار فوتونی ظاهر شده و نیز گاف نوار پلاسما ناپدید شده است. پهنای این گاف نوار فوتونی در $\rho_1 = 0$ برابر با $\Delta\omega = 0/105 (2\pi c/a)$ بوده و مقدار آن با افزایش شعاع داخلی حلقه

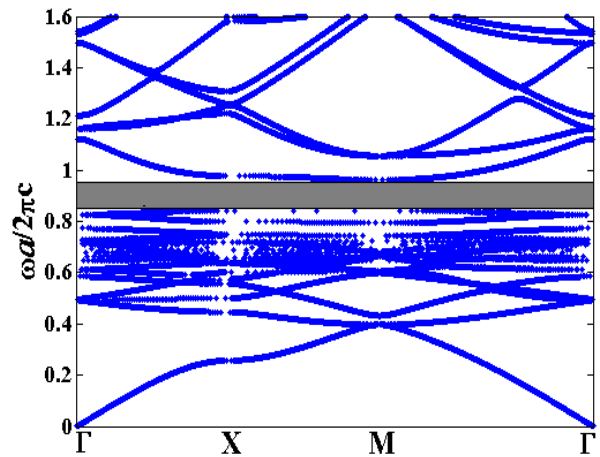


شکل ۸ (رنگی در نسخه الکترونیکی) تغییرات پهنای گافهای نوار فوتونی مربوط به قطبش H بر حسب شعاع داخلی حلقه های هوا، ρ_1/a ، در یک شبکه مربعی از حلقه های هوا واقع در زمینه فلزی.

فلزی افزایش یافته و در $\rho_1 = 0/19a$ به بیشترین مقدار خود یعنی $\Delta\omega = 0/1193(2\pi c/a)$ می رسد. این گاف نوار بیشینه بین فرکانسهای $0/8419$ و $0/9612$ در مقیاس $(2\pi c/a)$ قرار دارد. با افزایش شعاع داخلی حلقه فلزی از مقدار $\rho_1 = 0/19a$ پهنای این گاف نوار فوتونی کاهش یافته و به کمترین مقدار خود در $\rho_1 = 0/33a$ برابر با $\Delta\omega = 0/0112(2\pi c/a)$ می رسد. شکل ۹ ساختار نوار فوتونی مربوط به حالت بهینه این گاف نوار فوتونی را نشان می دهد. شکل ۱۰ نیز نشان دهنده نمودار تغییرات پهنای این گاف نوار فوتونی بر حسب شعاع داخلی حلقه های فلزی می باشد. نکته جالب توجه در ساختارهای نوار مربوط به قطبش H، همانطور که از شکل های ۶، ۷ و ۹ نیز پیدا است، وجود نواحی فرکانسی است که شامل مجموعه متراکمی از نوارهای تخت است. در این نوارهای تخت شیب نمودار پاشندگی نزدیک به صفر بوده و در نتیجه سرعت گروه کم می باشد یعنی می توان گفت در این نواحی نور کم سرعت خواهیم داشت. این مجموعه از نوارهای تخت که در محدوده فرکانس پلاسما فلز واقع هستند، به مدهای پلاسما سطحی مربوط می شوند [۵،۶]. اخیراً نور کم



شکل ۱۰. تغییرات پهنای گاف نوار فوتونی مربوط به قطبش H بر حسب شعاع داخلی حلقه های فلزی، ρ_1 ، در یک شبکه مربعی از حلقه های فلزی واقع در زمینه هوا.



شکل ۹. (رنگی در نسخه الکترونیکی) ساختار نوار فوتونی مربوط به قطبش H برای یک شبکه مربعی از حلقه های فلزی واقع در زمینه هوا به ازای $\rho_1 = 0.19a$ و $\rho_2 = 0.34a$. ناحیه تیره گاف نوار فوتونی بهینه را نشان می دهد.

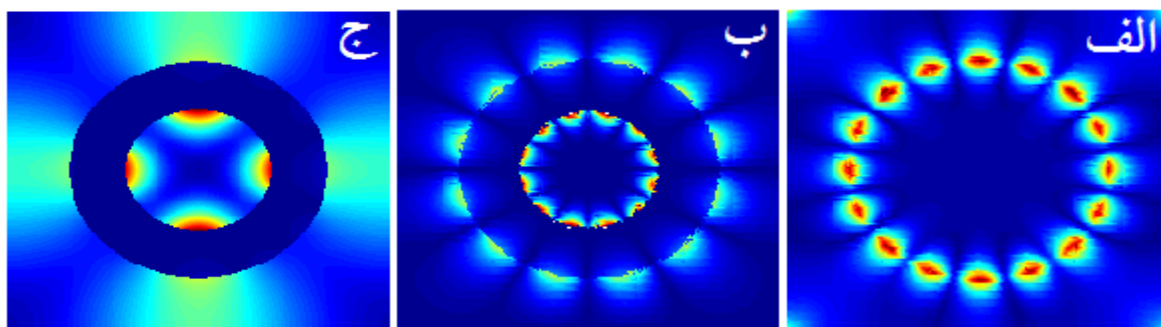
سرعت به علت داشتن کاربردهای مختلفی از قبیل استفاده در حائل های تمام نوری^۱ [۴۰،۳۹] و حافظه های نوری^۲ [۴۱]، توجه زیادی را به خود جلب کرده است. به منظور بررسی ماهیت این نوارهای تخت، توزیع میدان مربوط به برخی از مدهای واقع در آنها را در مسیر تقارنی $\Gamma - X$ در نظر گرفته ایم. شکل ۱۱-الف توزیع میدان نوار تخت با فرکانس $0.7009(2\pi c/a)$ مربوط به ساختار نوار شکل ۷ را نشان می دهد که در آن حلقه های هوا با شعاع $\rho_1 = 0$ (حفره هوا) در زمینه فلزی قرار دارند. همانطور که مشاهده می شود، توزیع میدان به شدت در سطح مشترک بین حفره هوا و فلز جایگزیده^۳ شده است که در واقع مشخصه مدهای پلاسمون سطحی می باشد. حال توزیع میدان نوار تخت با فرکانس $0.7089(2\pi c/a)$ مربوط به ساختار نوار شکل ۶ را در نظر می گیریم که در آن حلقه های هوا با شعاع $\rho_1 = 0.18a$ در زمینه فلزی قرار دارند. همانطور که شکل ۱۱-ب نشان می دهد، باز هم توزیع میدان در سطح مشترک بین حفره هوا و فلز جایگزیده شده است اما با این تفاوت که این جایگزیدگی بیشتر در قسمت داخلی حلقه هوا می باشد. در شکل ۱۱-ج توزیع میدان نوار تخت با فرکانس

^۱. All-optical buffers

^۲. Optical storages

^۳. Localized

مربوط به ساختار نوار شکل ۹ را نشان داده ایم که در آن حلقه های فلزی با شعاع $\rho_1 = 0/19 a$ در زمینه هوا قرار دارند. مشاهده می شود که میدان به طور عمده در قسمت داخلی حلقه فلزی متمرکز شده است که شباهت زیادی به مدهای کاواک^۱ دارد.

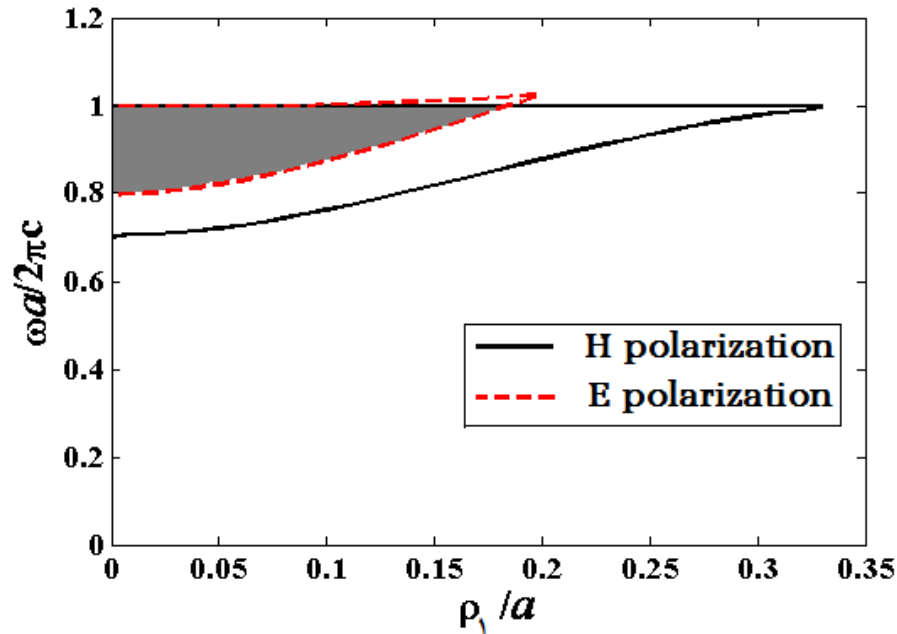


شکل ۱۱. (رنگی در نسخه الکترونیکی) توزیع میدان H مربوط به برخی از مدهای واقع در نوارهای تخت در مسیر تقارنی $\Gamma - X$ با فرکانسهای (الف) $(2\pi c/a) \cdot 0/7009$ در ساختار نوار شکل ۷ برای حلقه های هوا با شعاع $\rho_1 = 0$ (حفره هوا) واقع در زمینه فلزی، (ب) $(2\pi c/a) \cdot 0/7089$ در ساختار نوار شکل ۶ برای حلقه های هوا با شعاع $\rho_1 = 0/18 a$ واقع در زمینه فلزی و (ج) $(2\pi c/a) \cdot 0/7081$ در ساختار نوار شکل ۹ برای حلقه های فلزی با شعاع $\rho_1 = 0/19 a$ واقع در زمینه هوا.

در انتها علاقه مند هستیم تا به یک نتیجه بسیار مهم اشاره کنیم. اگر گافهای نوار مربوط به دو قطبش E و H با همدیگر همپوشانی داشته باشند، گاف نوار مطلق^۲ ایجاد می شود که مستقل از نوع قطبش موج الکترومغناطیسی است [۴۲]. در بیشتر ساختارهای مربوط به بلورهای فوتونی فلزی، گاف نوار مطلق وجود ندارد اما ما در نتایج خود به این مهم دست پیدا کرده ایم. برای حالتیکه حلقه های هوا در زمینه فلز قرار گرفته اند یک گاف نوار مطلق وجود دارد که از همپوشانی گاف نوار دوم مربوط به قطبش E (شکل ۲) با گاف نوار سوم مربوط به قطبش H (شکل ۷) به وجود آمده است. نقشه گاف مربوطه در شکل ۱۲ نشان داده شده است. این گاف نوار فوتونی مطلق در گستره $\rho_1 = 0$ تا $\rho_1 = 0/18 a$ وجود دارد که بیشترین مقدار آن به ازای

^۱. Cavity modes

^۲. Absolute band gap



شکل ۱۲. (رنگی در نسخه الکترونیکی) نقشه گاف مربوط به همپوشانی گاف نوار دوم در قطبش E با گاف نوار سوم در قطبش

H برای یک شبکه مربعی از حلقه های هوا واقع در زمینه فلزی. ناحیه تیره گاف نوار فوتونی مطلق را نشان می دهد.

$\rho_1 = 0$ بوده و با افزایش شعاع حلقه های هوا کاهش می یابد. پهنای این گاف نوار مطلق بیشینه برابر با

$\Delta\omega = 0.2011(2\pi c/a)$ بوده و بین فرکانسهای $0.7976(2\pi c/a)$ و $0.9987(2\pi c/a)$ قرار دارد.

نتیجه گیری

با استفاده از روش نگاهشت دیریکله-نویمن، ساختار نوار فوتونی بلورهای فوتونی فلزی با شبکه مربعی از حلقه های هوا واقع در

زمینه فلزی و حلقه های فلزی واقع در زمینه هوا را برای هر دو قطبش E و H به صورت عددی محاسبه کرده و با جزئیات

کامل بررسی کرده ایم. نشان داده ایم که تغییر اندازه حلقه های هوا و فلزی چه تاثیری بر ساختارهای نوار فوتونی دارد. نتایج

عددی نشان می دهند که برای قطبش E در هر دو حالت حلقه های هوا در زمینه فلزی و حلقه های فلزی در زمینه هوا به تعداد

دو گاف نوار وجود دارد که گاف اول موسوم به گاف نوار پلاسمونی بوده و در زیر اولین نوار فرکانسی قرار دارد. برای قطبش

H در حالتیکه حلقه های هوا در زمینه فلزی قرار دارند، سه گاف فوتونی وجود دارد که باز هم اولین گاف مربوط به گاف نوار

پلاسمونی می باشد. در حالتیکه حلقه های فلزی در زمینه هوا قرار دارند، تنها یک گاف فوتونی وجود داشته و گاف نوار پلاسمونی ناپدید شده است. در قطبش H علاوه بر این گافهای نواری، نواحی متراکم از نوارهای تخت نیز وجود دارد که مربوط به پلاسمونهای سطحی بوده و در آنها سرعت نور بسیار کم می باشد. همچنین در حالتیکه حلقه های هوا در زمینه فلزی قرار دارند، مدهای واقع در این نوارهای تخت شبیه به مدهای کاواک می باشند. نتیجه مهم دیگر وجود یک گاف نوار مطلق می باشد که از همپوشانی گاف نوار دوم در قطبش E با گاف نوار سوم در قطبش H در حالتیکه حلقه های هوا در زمینه فلزی قرار دارند، به وجود آمده است. این نتایج می توانند در طراحی بلورهای فوتونی فلزی دو بعدی با گافهای نوار بزرگ به همراه نوارهای فوتونی با مشخصه نور کم سرعت، مفید واقع شوند.

مراجع

1. S. John, *Phys. Rev. Lett.* **58** (1987) 2486-2489.
2. M. Imada, S. Noda, A. Chutinan, T. Tokuda, M. Murata, G. Sasaki, *Appl. Phys. Lett.* **75** (1999) 316-318.
3. A. R. McGurn, A.A. Maradudin, *Phys. Rev. B* **48** (1993) 17576-17579.
4. M. A. Ustyantsev, L. F. Marsal, J. Ferre-Borrull, J. Pallares, *Opt. Commun.* **260** (2006) 583-587.
5. T. Ito, K. Sakoda, *Phys. Rev. B* **64** (2001) 045117 (8).
6. علیرضا بنانج، مرضیه اسدینیا فرد جهرمی، مجله پژوهش فیزیک ایران، ۳ (۱۳۹۵) ۸۷-۹۰.
7. V. Kuzmiak, A. Maradudin, F. Pincemin, *Phys. Rev. B* **50** (1994) 16835-16844.
8. E. R. Brown, O. B. McMahon, *Appl. Phys. Lett.* **67** (1995) 2138-2140.
9. D. R. Smith, S. Schultz, N. Kroll, M. Sigalas, K. M. Ho, C. M. Soukoulis, *Appl. Phys. Lett.* **65** (1994) 645-647.
10. M. M. Sigalas, C. T. Chan, K. M. Ho, C. M. Soukoulis, *Phys. Rev. B* **52** (1995) 11744-11751.
11. E. Ozbay, B. Temelkuran, *Appl. Phys. Lett.* **69** (1996) 743-745.
12. F. Miyamaru, T. Kondo, T. Nagashima, M. Hangyo, *Appl. Phys. Lett.* **82** (2003) 2568-2570.
13. M. M. Sigalas, R. Biswas, K. M. Ho, C. M. Soukoulis, D. D. Crouch, *Phys. Rev. B* **60** (1999) 4426-4429.
14. سید حسن زهرایی، عبدالرسول قرانتی، مجله پژوهش فیزیک ایران، ۱ (۱۳۹۳) ۱۱۷-۱۲۲.
15. R. Wang, X.-H. Wang, B.-Y. Gu, G.-Z. Yang, *J. Appl. Phys.* **90** (2001) 4307-4313.
16. B. Rezaei, T. Fathollahi Khalkhali, A. Soltani Vala, M. Kalafi, *Opt. Commun.* **282** (2009) 2861-2869.
17. S. Johnson, J. Joannopoulos, *Opt. Express* **8** (2001) 173-190.
18. B. Rezaei, M. Kalafi, *Opt. Commun.* **266** (2006) 159-163.
19. B. Rezaei, M. Kalafi, *Mater. Sci. Semicond. Process.* **10** (2007) 159-166.
20. J.-J. Li, Z.-Y. Li, D.-Z. Zhang, *Phys. Rev. E* **75** (2007) 056606 (7).

22. J. B. Pendry, *J. Phys.* **8** (1996) 1085-1108.
23. J. Arriaga, A. J. Ward, J. B. Pendry, *Phys. Rev.* **B 59** (1999) 1874-1877.
24. V. Kuzmiak, A. A. Maradudin, *Phys. Rev. B* **58** (1998) 7230-7251.
25. A. A. Sedghi, M. Kalafi, A. Soltani Vala, B. Rezaei, *Opt. Commun.* **283** (2010) 2356-2362.
26. S. Shi, C. Chen, D. W. Prather, *Appl. Phys. Lett.* **86** (2005) 043104 (3).
27. A. Eftekharian, M. Sodagar, M. Khoshnegar, S. Khorasani, M. R. Chamanzar, A. Adibi, *Proc. SPIE* **7223** (2009) 72230U (12).
28. H. van der Lem, A. Tip, *J. Opt. Soc. Am.* **B 20** (2003) 1334-1341.
29. A. Modinos, N. Stefanou, V. Yannopoulos, *Opt. Express* **8** (2001) 197-202.
30. X. Zhang, L.-M. Li, Z.-Q. Zhang, C. T. Chan, *Phys. Rev. B* **63** (2001) 125114 (7).
31. E. Moreno, D. Erni, C. Hafner, *Phys. Rev. B* **65** (2002) 155120 (10).
32. A. Kaso, S. John, *Phys. Rev. A* **76** (2007) 053838 (12).
۳۳. مریم شریفی، حمید پاشایی عدل، حبیب تجلی، علیرضا بهرامپور، مجله پژوهش فیزیک ایران، ۲ (۱۳۹۵) ۱۳۳-۱۳۸.
34. V. Kuzmiak, A. A. Maradudin, *Phys. Rev. B* **55** (1997) 7427-7444.
35. C. Chuan, C. Xu, *J. Appl. Phys.* **106** (2009) 033101 (7).
36. J. Yuan, Y. Y. Lu, *J. Opt. Soc. Am. A* **23** (2006) 3217-3722.
37. J. Yuan, Y. Y. Lu, *Opt. Commun.* **273** (2007) 114-120.
38. A. Sedghi, B. Rezaei, *Appl. Opt.* **55** (2016) 9417-9421.
39. R. S. Tucker, P.-C. Ku, C. J. Chang-Hasnain, *J. Lightw. Technol.* **23** (2005) 4046-4066.
40. T. J. Karle, D. H. Brown, R. Wilson, M. Steer, T. F. Krauss, *IEEE J. Sel. Topics Quant. Electron.* **8** (2002) 909-918.
41. M. F. Yanik, W. Suh, Z. Wang, S. Fan, *Phys. Rev. Lett.* **93** (2004) 233903 (4).
42. D. Liu, Y. Gao, A. Tong, S. Hu, *Phys. Lett. A* **379** (2015) 214-217.